UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE PALMAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO – PPGE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO NA AMAZÔNIA – PGEDA
ASSOCIAÇÃO PLENA EM REDE (EDUCANORTE)

WANDER ALBERTO JOSÉ

# OBSTÁCULOS QUE INFLUENCIAM O PROCESSO DE COMPREENSÃO DOS NÚMEROS RACIONAIS EM SUA REPRESENTAÇÃO FRACIONÁRIA PRESENTES EM DISSERTAÇÕES E TESES

Palmas, TO
2026

**Wander Alberto José**

# Obstáculos que influenciam o processo de compreensão dos números racionais em sua representação fracionária presentes em dissertações e teses

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação – PPGE da Universidade Federal do Tocantins (UFT), Campus Palmas, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Educação na Amazônia.
Orientador: Dr. Idemar Vizolli
Linha de Pesquisa: Saberes, linguagem e educação

Palmas, TO

2026

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**
**Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins**

J83o José, Wander Alberto.

Obstáculos que influenciam o processo de compreensão dos números racionais em sua representação fracionária presentes em dissertações e teses. / Wander Alberto José. – Palmas, TO, 2026.

111 f.

Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Universitário de Palmas - Curso de Pós-Graduação (Doutorado) em Educação na Amazônia - PGEDA, 2026.

Orientador: Idemar Vizolli

1. Educação. 2. Teoria das situações didáticas. 3. Obstáculos epistemológicos / Obstáculos didáticos. 4. Representação fracionária dos números racionais. I. Título

**CDD 370**

**Wander Alberto José**

**Obstáculos que influenciam o processo de compreensão dos números racionais em sua representação fracionária presentes em dissertações e teses**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação – PPGE da Universidade Federal do Tocantins (UFT), Campus Palmas, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Educação na Amazônia.
Orientador: Dr. Idemar Vizolli
Linha de Pesquisa: Saberes, linguagem e educação

Data de aprovação: 27 / 03 / 2026

Banca Examinadora

Prof. Dr. Idemar Vizolli.
Presidente (orientador) – Universidade Federal do Tocantins – UFT/PGEDA

Profª. Dra. Maria José Ferreira da Silva. Avaliadora externa
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP

Prof. Dr. Iran Abreu Mendes.
Avaliador externo – Universidade Federal do Pará – UFPA/PGEDA

Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud.
Avaliador externo – Universidade Federal do Pará – UFPA/PPGECM

Prof. Dr. José Ricardo e Souza Mafra.
Avaliador interno – Universidade Federal do Oeste do Pará – UFOPA/PGEDA

Prof. Dr. Ivo Pereira da Silva.
Avaliador interno – Universidade Federal do Tocantins – UFT/PROFMAT

*Dedico este estudo ao meu pai Wanderlei Cardoso de Jesus (in memoriam)*

*A aprendizagem apresenta frequentes rupturas, que podem ter origens e formas variadas: saltos informacionais, mudanças na forma de controle (proto, para ou matemático), origem ontogenética, escolha didática, contingência epistemológica etc. Algumas concepções adquiridas não desaparecem imediatamente em benefício de uma concepção melhor: resistem, provocam erros, tornando-se, então, "obstáculos".*

*Guy Brousseau*

## AGRADECIMENTOS

A Deus, por me conceder a saúde e resiliência necessárias para superar os obstáculos dessa grande jornada. Ao Prof. Dr. Idemar Vizolli pela atenção, paciência, dedicação e alegria manifestadas durante a orientação desta pesquisa. Às pessoas que direta ou indiretamente contribuíram para realização deste estudo.

À família, minha esposa Maria de Fátima Duarte Morais, às filhas Evelyn José Duarte e Brenda José Duarte, minha mãe Eliane José Tereza, aos irmãos Marco Aurélio José Duarte, Wendel Henrique José e Helen Maria José Duarte, pelo apoio incondicional e acolhimento caloroso nos momentos difíceis.

Aos(as) professores(as) do Programa de Pós-Graduação em Educação na Amazônia, pelos conhecimentos compartilhados nas aulas e demais atividades acadêmicas desenvolvidas ao longo deste curso, os quais contribuíram para a realização deste trabalho.

À Professora Doutora Maria José Ferreira da Silva e aos Professores Doutores Iran Abreu Mendes, José Ricardo e Souza Mafra, Saddo Ag Almouloud e Ivo Pereira da Silva, que cordialmente aceitaram participar da Banca Examinadora e pelas arguições, críticas e recomendações valiosas que contribuíram na realização deste estudo.

Aos colegas do Grupo de Estudos e Pesquisas em Saberes e Fazeres em Contextos Socioculturais e Educacionais – GEPEFAZE, e do grupo de orientandos do Dr. Idemar Vizolli.

Aos (as) amigos (as) Raylson dos Santos, Débora Cristiana, Severino Roberto, Ademir Brandão, Thiago Ferreira, com quem compartilhei estudos, angústias, alegrias e conquistas.

## RESUMO

A presente tese investiga a gênese e a natureza dos obstáculos epistemológicos e didáticos que permeiam o processo de compreensão dos números racionais em sua representação fracionária, sob o aporte teórico da Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Guy Brousseau. Cujo objetivo é caracterizar em obras acadêmicas strictu sensu os obstáculos que permeiam o processo de compreensão dos números racionais em sua representação fracionária. Com esse intuito, assume-se a premissa de que as dificuldades intrínsecas à aprendizagem das frações não constituem falhas individuais ou lacunas procedimentais isoladas, mas manifestam-se como conhecimentos dotados de eficácia local. Tais saberes, ao se estabilizarem em configurações didáticas específicas, oferecem resistência à reconfiguração conceitual exigida pelo campo dos racionais. Nesse espectro, a investigação examina como esses obstáculos emergem da intrincada articulação entre os significados de fração mobilizados, a tipologia das grandezas envolvidas e a arquitetura do sistema didático. Metodologicamente, o estudo firma-se em uma abordagem qualitativa de natureza bibliográfica-analítica. O corpus documental compreende dissertações e teses defendidas entre 2014 e 2024, indexadas no Catálogo da Coordenação de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD). Os resultados ratificam a recorrência de obstáculos epistemológicos vinculados à transposição indevida das propriedades dos números naturais para o domínio das frações. Essa hegemonia manifesta-se na discretização de grandezas contínuas, na fragilidade da conservação da unidade de referência e na resistência em reconhecer a fração como número racional. No plano didático, identifica-se a prevalência do significado parte-todo, associado a registros figurais estáticos, o que fomenta uma homogeneização indevida dos significados de fração e estabilização de esquemas de ação funcionalmente limitados, porém validados pelo contrato didático vigente. No tocante às estratégias de superação, o estudo identifica convergências na literatura que apontam para a diversificação intencional de significados, a integração de múltiplas grandezas e a mobilização de situações adidáticas pautadas na autonomia intelectual. Sob o prisma da TSD, tais estratégias mostram-se potentes quando vinculadas à estruturação de um *milieu* antagonista. Depreende-se que a ruptura com os obstáculos à aprendizagem da fração não depende da adesão a recursos isolados, mas de uma reconfiguração da arquitetura didática. Esta deve ser capaz de articular significados, grandezas e dispositivos de validação, garantindo a circulação efetiva do estudante pelas dialéticas de ação, formulação, validação e institucionalização do saber matemático. Conclui-se que a dificuldade de estudantes em compreender os números racionais em sua forma fracionária, é intrínseca a obstáculos epistemológicos e didáticos.

**Palavras-chave:** Educação. Teoria das situações didáticas. Obstáculos epistemológicos. Obstáculos didáticos. Representação fracionária dos Números Racionais.

## ABSTRACT

This dissertation investigates the genesis and nature of epistemological and didactic obstacles that permeate the process of understanding rational numbers in their fractional representation, grounded in the theoretical framework of the Theory of Didactical Situations (TDS) developed by Guy Brousseau. Its primary objective is to characterize, within *stricto sensu* academic works, the obstacles that underlie the comprehension of rational numbers expressed in fractional form. To this end, the study adopts the premise that the difficulties inherent in learning fractions do not constitute individual deficiencies or isolated procedural gaps; rather, they manifest as forms of knowledge endowed with local efficacy. As such knowledge stabilizes within specific didactic configurations, it tends to resist the conceptual reorganization required by the domain of rational numbers. Within this analytical scope, the investigation examines how these obstacles emerge from the intricate articulation among the meanings attributed to fractions, the typology of the quantities involved, and the architecture of the didactic system. Methodologically, the study is grounded in a qualitative approach of a bibliographic-analytical nature. The documentary corpus comprises master's theses and doctoral dissertations defended between 2014 and 2024, indexed in the databases of the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel (CAPES) and the Brazilian Digital Library of Theses and Dissertations (BDTD). The findings corroborate the recurrence of epistemological obstacles associated with the improper transposition of properties of natural numbers to the domain of fractions. This hegemony is evidenced in the discretization of continuous quantities, in the fragility of the conservation of the unit of reference, and in the resistance to recognizing fractions as rational numbers. At the didactic level, the predominance of the part-whole meaning is identified, frequently associated with static figural representations. This configuration fosters an undue homogenization of the meanings of fractions and the stabilization of action schemes that are functionally limited yet validated by the prevailing didactic contract. Regarding strategies for overcoming such obstacles, the study identifies convergences in the literature pointing to the intentional diversification of meanings, the integration of multiple types of quantities, and the mobilization of a didactic situations grounded in intellectual autonomy. From the perspective of the TDS, such strategies prove particularly effective when linked to the structuring of an antagonistic milieu. It follows that overcoming the obstacles to learning fractions does not depend on adherence to isolated pedagogical resources, but rather on a reconfiguration of the didactic architecture. This architecture must be capable of articulating meanings, quantities, and validation mechanisms, thereby ensuring the effective circulation of the learner through the dialectics of action, formulation, validation, and institutionalization of mathematical knowledge. It is concluded that students' difficulties in understanding rational numbers in their fractional form are intrinsically related to epistemological and didactic obstacles.



**Keywords:** Education. Theory of Didactical Situations. Epistemological obstacles. Didactical obstacles. Fractional representation of rational numbers.

## LISTA DE FIGURAS

## LISTA DE QUADROS

## LISTA DE TABELAS

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

| | |
|---|---|
| CAPES | Coordenação de Pessoal de Nível Superior |
| CIAEM | Congresso Interamericano de Educação Matemática |
| BDTD | Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações |
| BNCC | Base Nacional Comum Curricular |
| EJA | Educação de Jovens e Adultos |
| GEPEFAZE | Grupo de Estudos e Pesquisas em Saberes e Fazeres em Contextos Socioculturais e Educacionais |
| IES | Instituição de Ensino Superior |
| IFES | Instituto Federal do Espírito Santo |
| INEP | Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira |
| MMC | Mínimo Múltiplo Comum |
| PCNs | Parâmetros Curriculares Nacionais |
| PROFMAT | Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional |
| PGEDA | Programa de Pós-Graduação em Educação na Amazônia |
| PNLD | Programa Nacional do Livro Didático |
| PPGE | Programa de Pós-Graduação em Educação |
| PPGECM | Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas |
| PUC | Pontifícia Universidade Católica |
| SP | São Paulo |
| TO | Tocantins |
| TSD | Teoria das Situações Didáticas |
| UFOPA | Universidade Federal do Oeste do Pará |
| UFPA | Universidade Federal do Pará |
| UFT | Universidade Federal do Tocantins |
| ULBRA | Universidade Luterana do Brasil |

**SUMÁRIO**

# 1 INTRODUÇÃO

O interesse em investigar o ensino e a aprendizagem do conjunto dos Números Racionais em sua representação fracionária, que geralmente é referida apenas como fração, advém da experiência profissional em educação ao longo de duas décadas exercendo funções docentes em municípios da região sudeste do Estado do Tocantins.

A vivência como professor de Matemática no Ensino Fundamental e Médio oportunizou refletir acerca das dificuldades dos estudantes na compreensão da fração e de suas operações. O acompanhamento didático-metodológico, como coordenador pedagógico, permitiu auxiliar os docentes em sua prática de sala de aula. E a experiência na coordenação de grupo de formação continuada possibilitou interagir com diferentes equipes de docentes, de maneira a conhecer as dificuldades decorrentes de conteúdos trabalhados, mas não apreendidos; bem como a importância do “erro” na identificação de obstáculos ao ensino de Matemática.

Nos encontros de formação continuada, existiam momentos dedicados à troca de experiências e ao compartilhamento das dificuldades relacionadas ao cotidiano docente. No tocante às limitações partilhadas, sobressaíam-se aquelas vinculadas à fração. Verifica-se que nesse conteúdo havia indicativos de erros recorrentes e/ou coletivos difíceis de explicar, os quais, geralmente, eram tratados com base na experiência adquirida na prática profissional sem uma fundamentação teórica ou epistemológica.

Diante do exposto e no intuito de responder a questões em aberto, buscou-se um aprofundamento teórico no Mestrado em Educação. A pesquisa teve como objetivo conhecer os obstáculos epistemológicos inerentes ao conceito de fração e baseou-se no estudo dos obstáculos epistemológicos do francês Gaston Bachelard (1996) e dos obstáculos didáticos do educador matemático Guy Brousseau (2008). A discussão dos obstáculos realizada por Brousseau (2008) foi introduzida no campo da Didática da Matemática por meio de uma reinterpretação dos obstáculos epistemológicos enunciados por Bachelard (1996).

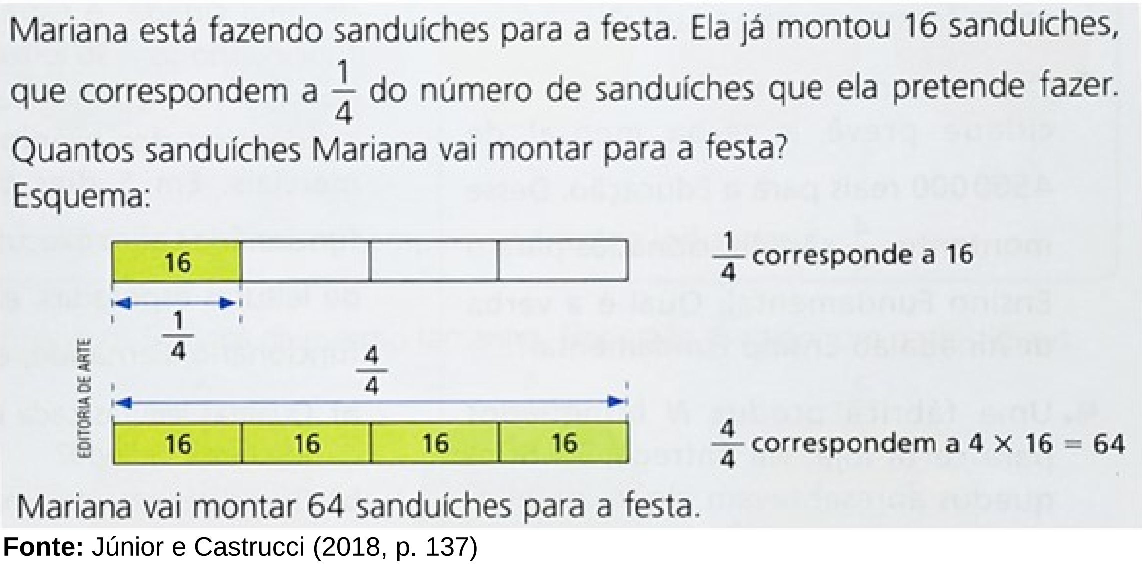
Dessa maneira, para Brousseau (2008), os obstáculos epistemológicos que os estudantes encontram ao aprender um novo conceito têm relação com as dificuldades cognitivas de articular esse novo conceito aos conhecimentos anteriores que já possuíam e se encontram estabelecidos. Trata-se de uma espécie de contrapensamento.

Assim, ao observar a fração $\frac{1}{2}$, o estudante olha e não percebe um número racional, que indica “meio”, ele a entende como dois números naturais: um e dois. Esse obstáculo epistemológico tem origem em um conhecimento anterior, qual seja, o conjunto dos números naturais, em que os números se apresentam sempre prontos e não demandam maior interpretação. Já a fração origina-se de uma ideia mais complexa, que requer um entendimento ligado a um processo de partição.

Dessa maneira, depreende-se que a criança passa um certo tempo em contato com os números naturais e, ao ser apresentada aos números racionais na forma fracionária, busca compreender esse “novo conhecimento” apoiada no conhecimento que já possui, o dos números naturais.

Já os obstáculos didáticos estariam relacionados às escolhas do docente e do sistema educacional. Como exemplo, a questão abaixo foi retirada de um livro didático, na parte em que se discute fração.

**Figura 1 –** Exemplo de obstáculo didático


Mariana está fazendo sanduíches para a festa. Ela já montou 16 sanduíches, que correspondem a $\frac{1}{4}$ do número de sanduíches que ela pretende fazer. Quantos sanduíches Mariana vai montar para a festa?

Esquema:



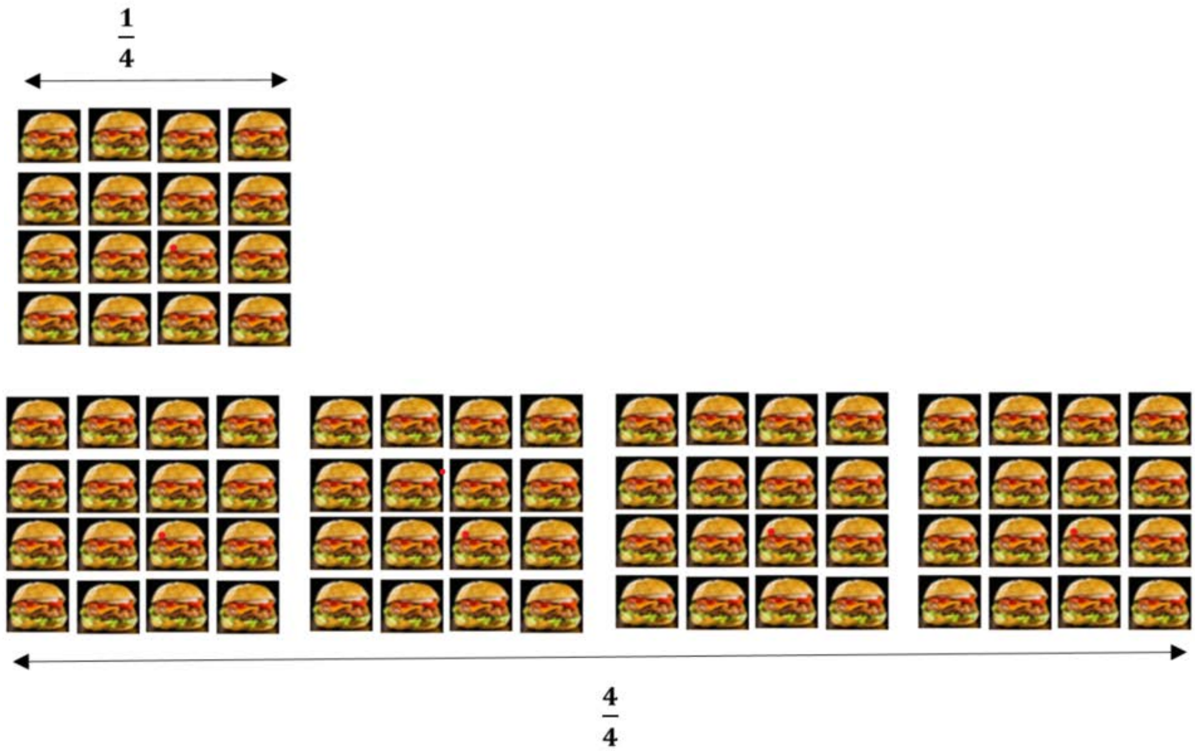
Mariana vai montar 64 sanduíches para a festa.

**Fonte:** Júnior e Castrucci (2018, p. 137)

O docente ao utilizar esse livro didático tem a escolha de trabalhar ou não esse exemplo junto aos seus estudantes, ou mesmo modificá-lo. Observe que no enunciado da questão, os 16 sanduíches indicam quantidades discretas, nesse caso cada sanduíche corresponde a um inteiro.

Porém, na resolução, utilizou-se um retângulo que representa quantidades contínuas. Esse tipo de situação dificulta o entendimento dos estudantes, em razão da alternância entre quantidades discretas e contínuas de maneira não intencional, o que pode ensejar um obstáculo didático. A situação poderia ser adaptada pelo docente, por meio da utilização do enunciado e da modificação da resolução, como proposto por meio na Figura 2.

**Figura 2 –** Resolução alternativa




**Fonte:** Elaborada pelo autor

Dessa maneira, tem-se que $\frac{1}{4}$ corresponde a 16, e que os $\frac{4}{4}$ a 16 x 4 = 64 o que seria uma possível adequação da resolução ao enunciado da questão. Na pesquisa de mestrado, verificou-se que muitos docentes não conhecem a Teoria das Situações Didáticas (TSD), de Brousseau (2008).

Compreende-se que esse desconhecer dos pressupostos da TSD e dos obstáculos pode favorecer a manutenção de resultados insatisfatórios no processo de ensino e aprendizagem da Matemática escolar, uma vez que a ação docente, sua metodologia e seu planejamento, por vezes, pouco ajudam os estudantes a superar os embaraços que impactam sua aprendizagem.

Os obstáculos didáticos, em especial, tendem a persistir, uma vez que estão diretamente relacionados ao planejamento e à execução do ensino. A TSD propõe ao docente, conhecimentos e estratégias que possibilitam uma revisão das práticas pedagógicas, de modo a auxiliar o estudante a superar as barreiras ao entendimento da fração.

## 1.1 Problematização

Mediante o que foi exposto anteriormente, evidencia-se um objeto de problematização que se refere à ampliação da discussão acerca dos obstáculos presentes no ensino dos números racionais em sua forma fracionária, fundamentada na TSD proposta por Guy Brousseau (2008) e Saddo Ag Almouloud (2007). A base teórica desta pesquisa se alinha à Didática da Matemática francesa e visa oportunizar reflexões acerca dos obstáculos que influenciam o processo de compreensão da fração. A TSD oferece aos docentes alternativas pedagógicas para auxiliar os estudantes a superarem as dificuldades já mencionadas.

Dessa maneira, estabelece-se a questão de pesquisa: de que maneira a produção acadêmica *stricto sensu* brasileira caracteriza os obstáculos que permeiam o processo de compreensão dos números racionais em sua representação fracionária?

### Objetivo geral

- Caracterizar em obras acadêmicas *stricto sensu* os obstáculos que permeiam o processo de compreensão dos números racionais em sua representação fracionária.

### Objetivos específicos

- Identificar, na literatura especializada, os obstáculos epistemológicos inerentes aos números racionais em sua representação fracionária.
- Mapear as dissertações e teses que tematizam os obstáculos epistemológicos e didáticos no âmbito dos números racionais em sua representação fracionária.

- Discutir a influência dos obstáculos identificados no processo de compreensão dos números racionais em sua representação fracionária, por meio de um levantamento em dissertações e teses.
- Examinar as estratégias pedagógicas mencionadas em dissertações e teses, utilizadas no processo de superação de obstáculos relativos aos números racionais em sua representação fracionária.
- Tratar analiticamente os obstáculos didáticos recorrentes no ensino dos números racionais em sua representação fracionária, presentes nas dissertações e teses verificadas.

Depreende-se que a elaboração desta pesquisa demandou uma imersão na literatura com ênfase nas produções e teorizações propostas por Guy Brousseau e Saddo Ag Almouloud. Mediante a análise de produções *stricto sensu*, buscou-se conhecer as estratégias pedagógicas mencionadas e o modo como elas abordam os obstáculos epistemológicos e didáticos, identificando quais delas podem auxiliar os docentes no ensino da fração.

**Tese**

Segundo a TSD, desenvolvida por Guy Brousseau, o papel do docente está voltado à criação de contextos que incentivem a construção ativa do conhecimento pelos estudantes. Ao organizar as situações didáticas, espera-se que o docente estruture os conteúdos de maneira a instigar os estudantes a superar os obstáculos que emergem durante o processo de aprendizagem.

Os obstáculos epistemológicos, conforme Brousseau (2008), referem-se aos obstáculos intrínsecos à construção do conhecimento matemático escolar. No que diz respeito à fração, essa transição demanda uma ruptura com o conjunto dos números naturais, de maneira que o estudante possa compreendê-la em seus diversos significados, mobilizados em grandezas contínuas, discretas, extensivas e intensivas, aspectos que serão detalhados na seção 2, Referencial Teórico.

Sob essa mesma perspectiva, o obstáculo didático se manifesta quando o professor, ao não articular adequadamente esses diversos significados de fração e suas aplicações, acaba por limitar o avanço teórico do estudante. Ao focar em apenas um significado ou em um único tipo de grandeza, o docente dificulta a exploração plena das possibilidades dos números racionais. Soma-se a isso a ênfase excessiva na execução de procedimentos algorítmicos, como as operações fundamentais, sem que haja uma conexão direta entre o cálculo e a compreensão mais ampla dos significados de fração.

Nossa investigação apresenta a tese de que **a dificuldade de estudantes em compreender os números racionais em sua forma fracionária é intrínseca a obstáculos epistemológicos e didáticos.** Em termos específicos, isso implica que os obstáculos se manifestam na transição dos números naturais para os racionais, assim como na ausência de uma articulação eficaz, por parte dos docentes, entre os diversos significados da fração (parte-todo, medida, razão, número e operador) e suas aplicações em grandezas contínuas, discretas, extensivas e intensivas.

## 1.2 A organização da pesquisa

A presente investigação estrutura-se em sete seções interconectadas, que sistematizam o percurso investigativo, os pressupostos teóricos, o delineamento metodológico e o desenvolvimento analítico da tese. A primeira seção ‘introdução’ inaugura este itinerário, situando as inflexões da trajetória profissional e acadêmica do autor que culminaram no interesse pelo objeto de estudo. Nela explicitam-se a problematização, os objetivos e a tese defendida.

Na segunda seção, discute-se o referencial teórico com vistas a abordar os múltiplos significados de fração, a tipologia das grandezas e a noção de obstáculos epistemológicos sob a ótica de Gaston Bachelard, estabelecendo a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau, como âncora teórica central. A terceira seção descreve a metodologia, caracterizada como uma pesquisa teórica de abordagem qualitativa, fundamentada na revisão bibliográfica analítica. Nela, definem-se os critérios de constituição do corpus de pesquisa, o recorte temporal e os procedimentos de busca em bases de dados.

A quarta seção[1] dedica-se ao escrutínio das produções acadêmicas selecionadas, com vistas a identificar a discussão acerca da fração, o tratamento dos obstáculos e as estratégias de superação propostas. Na quinta seção, apresentam-se as constatações do estudo, sistematizando os obstáculos e as estratégias

[1] Na elaboração da quarta seção, fez-se uso da ficha de leitura das teses e dissertações do Prof. Dr. Iran Abreu Mendes. O instrumento foi adaptado, e a ficha original encontra-se anexa.

identificadas nas produções examinadas. Na sexta seção, empreende-se uma releitura analítica desses obstáculos, em um movimento de articulação que visa compreender os mecanismos que incidem nas situações de ensino. Por fim, a sétima seção apresenta as considerações finais, revisitando a questão de pesquisa e os objetivos para discutir a tese, seu alcance, as limitações do estudo e as sugestões para futuras investigações.

A fim de sustentar o percurso analítico delineado e assegurar a densidade teórica das interpretações desenvolvidas, a seção subsequente dedica-se à fundamentação teórica desta investigação. Nela, explicitam-se os pressupostos epistemológicos e didáticos que balizam a análise dos números racionais em sua representação fracionária, com ênfase nos múltiplos significados da fração, na tipologia das grandezas e na gênese dos obstáculos à aprendizagem. Tal arcabouço estabelece um diálogo entre a epistemologia histórica de Gaston Bachelard, voltada à identificação das resistências do pensamento e, primordialmente, a TSD de Guy Brousseau. Esta última permite modelizar as interações do sistema didático e as condições de produção do saber, de modo a tratar o erro como objeto de investigação científica.

# 2 REFERENCIAL TEÓRICO

A fundamentação teórica desta tese organiza-se de modo a explicitar, de maneira progressiva, os alicerces conceituais e epistemológicos que sustentam a investigação. Inicialmente, procede-se à delimitação dos números racionais, com ênfase na representação fracionária, escrutinando a tipologia das grandezas mobilizadas e os múltiplos significados atribuídos à fração.

Na sequência, o percurso teórico recorre à epistemologia de Bachelard, cujas reflexões acerca da gênese e da evolução do conhecimento científico permitem compreendê-lo como um processo não linear, marcado por rupturas, descontinuidades e pela superação de obstáculos epistemológicos. A perspectiva bachelardiana revela-se fundamental para identificar como certos conhecimentos prévios podem resistir à apreensão de conceitos matemáticos mais complexos.

É na Teoria das Situações Didáticas, de Brousseau (2008), que esta pesquisa encontra seu principal aporte teórico. A TSD permite transpor os fundamentos epistemológicos bachelardianos para o campo da Didática da Matemática ao fornecer o arcabouço necessário para investigar como os obstáculos se manifestam, se estabilizam e podem ser superados no ambiente escolar. Por meio dessa teoria, torna-se possível examinar as condições de produção e validação do saber, uma vez que ela oferece uma estrutura robusta para compreender as interações entre professor, estudante e conhecimento no ensino dos números racionais.

## 2.1 Números racionais, tipologia das grandezas e os significados de fração

Os números racionais representam um dos eixos estruturantes da Matemática escolar e acadêmica, não apenas pela recorrência com que são mobilizados em diferentes campos do saber, mas, primordialmente, pela densidade epistemológica inerente à sua constituição e aos modos de compreendê-los. A ampliação do campo numérico dos naturais para os racionais não se reduz a uma mera extensão procedimental do sistema numérico; trata-se, antes, de uma reorganização profunda das concepções de número, unidade, quantidade e relação. Diversos estudos em Educação Matemática corroboram que tal ampliação envolve rupturas cognitivas significativas, visto que os números racionais passam a expressar quantidades que não podem ser apreendidas exclusivamente por esquemas de contagem, pois demandam coordenação complexa de relações, comparações e medições (Kieren, 1980; Behr *et al.*, 1983; Silva, 2005).

No âmbito desta tese, os números racionais são abordados prioritariamente sob sua representação fracionária, termo aqui adotado para designar essa modalidade específica de notação.

A discussão epistemológica acerca da fração no ensino de Matemática exige, primordialmente, uma distinção rigorosa entre o objeto matemático e suas formas de representação. Sob essa ótica, sustenta-se que a fração não deve ser compreendida como um conceito matemático autônomo, mas sim como um registro de representação simbólica amplamente difundido, embora não exclusivamente utilizado para expressar, majoritariamente, elementos do conjunto dos números racionais. Tal diferenciação é vital para mitigar reducionismos que limitam a compreensão da natureza dos objetos matemáticos e, por extensão, negligenciam a complexidade de seus processos de ensino e aprendizagem.

Fundamentando-se na Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, compreende-se que a gênese de um conceito matemático está intrinsecamente ligada às situações que lhe conferem sentido, aos invariantes que sustentam sua operacionalidade e aos sistemas simbólicos que permitem sua externalização. Para Vergnaud (1990), um conceito se organiza a partir do tripleto C = {S, I, R}, em que: S representa o conjunto de situações que dão significado ao conceito; I abrange os invariantes operatórios (propriedades, relações e esquemas de ação) que possibilitam ao sujeito a resolução de problemas; e R engloba os sistemas de representação simbólica mobilizados na atividade intelectual.

Essa arquitetura teórica revela que a escrita fracionária, situada no conjunto R, não exaure o conceito, configurando-se apenas como uma de suas dimensões. Ao tomar a fração como o conceito em si, incorre-se no erro de privilegiar a forma representacional (R) em detrimento da essência e da aplicabilidade (S e I), o que obscurece a construção de significados mais profundos. Como bem pontua Vergnaud, isolar um conceito de seu campo de atuação e dos esquemas que o tornam funcional esvazia sua relevância analítica, visto que o conhecimento matemático se estrutura de maneira sistêmica e interdependente.

No domínio dos números racionais, a representação fracionária ocupa um papel central na transição escolar, ao introduzir o estudante no universo das quantidades não inteiras. Contudo, é imperativo que essa centralidade didática não seja confundida com uma primazia conceitual. Os números racionais manifestam-se por meio de diversos registros, como os decimais, percentuais ou notações algébricas, sendo a fração apenas uma dessas possibilidades.

Portanto, o domínio do número racional não se encerra no manejo da fração, mas na coordenação entre múltiplos registros. O estudante deve ser capaz de transitar entre essas diferentes formas, reconhecendo equivalências estruturais e respeitando as especificidades semióticas de cada representação. Cabe ressaltar que a forma fracionária transcende o campo dos racionais. Ela é recorrentemente mobilizada em contextos algébricos e analíticos para representar razões entre números irracionais, funções complexas ou elementos de estruturas matemáticas mais abstratas, reforçando seu caráter de ferramenta de linguagem a serviço de diferentes conceitos.

Tal posicionamento converge com uma tradição consolidada na literatura que reconhece a natureza plural da fração, o que impossibilita sua redução a uma definição singular, uma vez que seu emprego perpassa contextos distintos de partição, medição, comparação, operação e localização na reta numérica (Kieren, 1980; Magina e Campos, 2008).

Essa abordagem estabelece uma interlocução direta com a TSD, ao pressupor que o saber matemático é indissociável das situações que o originam e que lhe conferem significado.

### 2.1.1 Tipologia das grandezas: discretas, contínuas, extensivas e intensivas

A investigação da fração demanda uma incursão sobre a natureza das grandezas mobilizadas nas situações matemáticas. Antes da discussão acerca dos significados que a fração pode assumir, torna-se imprescindível compreender que a natureza dessas grandezas, sejam elas discretas ou contínuas, extensivas ou intensivas, condiciona os esquemas cognitivos e as operações intelectuais envolvidas na construção do conhecimento acerca do número racional. Essas distinções possuem relevância epistemológica, na medida em que delimitam as possibilidades de ação do estudante em relação à fração.

As **grandezas discretas** caracterizam-se por serem constituídas por unidades isoláveis, cuja natureza permite a aplicação imediata de procedimentos de contagem, como ocorre em um conjunto de objetos enumeráveis. Em contrapartida, as **grandezas contínuas** admitem subdivisões indefinidas e não podem ser apreendidas exclusivamente por meio da enumeração de elementos isolados. Comprimento, área, volume, massa e tempo são exemplos desse tipo de grandeza, cuja compreensão exige a percepção da continuidade e a coordenação de processos de mensuração. Behr et al. (1983) advertem que a transição do pensamento fundamentado em grandezas discretas para o domínio das grandezas contínuas exige que o estudante substitua a lógica da contagem por raciocínios de mensuração e comparação escalar, nos quais a unidade de referência deixa de ser um dado biunívoco para tornar-se uma escolha convencional.

A distinção entre grandezas extensivas e intensivas acrescenta uma camada adicional de complexidade conceitual. As **grandezas extensivas** são aditivas, já as **grandezas intensivas** emergem de relações entre grandezas extensivas, ou seja, são construídas em situações que envolvem o significado de razão entre grandezas de tipos diferentes, como ocorre com a densidade, a velocidade escalar ou concentração de uma solução. Tais grandezas são intrinsecamente relacionais e impõem ao estudante o desafio cognitivo de coordenar, simultaneamente, duas variáveis interdependentes para produzir uma terceira grandeza de natureza distinta, exigência que ultrapassa os esquemas próprios dos números naturais.

No plano da fundamentação do saber matemático, essa tipologia se revela determinante para a compreensão do campo dos números racionais, uma vez que a natureza da grandeza mobilizada condiciona a validade dos procedimentos empregados. A dificuldade em apreender o caráter relacional das grandezas intensivas, por exemplo, não se restringe à forma da notação fracionária, mas está associada a uma barreira cognitiva imposta pela transição de um pensamento predominantemente aditivo para um pensamento multiplicativo e relacional.

Dessa maneira, o conhecimento da tipologia das grandezas contribui para a compreensão dos diferentes significados atribuídos à fração e, consequentemente, para o diagnóstico dos obstáculos que incidem sobre a aprendizagem desse objeto matemático, especialmente quando a herança do pensamento discreto colide com as exigências conceituais do contínuo.

### 2.1.2 Os significados de fração

A literatura especializada, tanto em âmbito nacional quanto internacional, mobiliza uma polissemia terminológica para caracterizar as distintas facetas pelas quais a fração é compreendida e utilizada. Expressões como interpretações, subconstrutos, concepções ou naturezas são recorrentemente empregadas (Kieren, 1980; Behr *et al*., 1983; Silva, 2005; Campos; Magina; Nunes, 2006) e, embora estejam associadas a tradições teóricas específicas, convergem no reconhecimento de que a fração não comporta um significado único, estável ou invariável.

Nesta tese, adota-se deliberadamente a terminologia significados de fração. Tal escolha fundamenta-se na capacidade de esse termo articular, de modo coerente, aspectos epistemológicos, cognitivos e didáticos, sem pressupor uma hierarquia rígida entre as diferentes formas de compreensão. Essa opção não implica negligenciar o rigor analítico presente nos subconstrutos propostos por Kieren ou nas interpretações sistematizadas por Behr *et al.,* ao contrário, busca-se assegurar a coerência interna do arcabouço teórico aqui desenvolvido.

Os significados de fração considerados parte-todo, medida, razão, número e operador, não são concebidos como categorias estanques nem como etapas lineares de um percurso de aprendizagem. Antes, são compreendidos como modos distintos, complementares e interdependentes de atribuir sentido à fração.

O significado **parte-todo** configura-se, historicamente, como a abordagem hegemônica no ensino de fração, com especial incidência nos anos iniciais da escolarização. Sob essa perspectiva, a fração expressa a relação entre um subconjunto de partes e um todo unitário previamente definido, cuja estrutura pressupõe uma partição equitativa. A fração atua, portanto, como um indicador da razão entre a quantidade de partes selecionadas e a totalidade do inteiro particionado.

Em uma situação modelo, na qual uma unidade é segmentada em cinco porções de mesma quantidade e duas delas são selecionadas, a fração $\frac{2}{5}$ codifica a relação entre o subconjunto destacado e o todo de referência. Nesse esquema, o numerador assume a função de contagem das partes consideradas, enquanto o denominador explicita o critério de partição da unidade.

Kieren (1980) identifica o significado parte-todo como um dos subconstrutos fundantes do construto racional, que lhe confere um papel gerador na introdução da linguagem fracionária. Todavia, o autor adverte que a estruturação do construto racional completo se revela conceitualmente frágil quando sustentada exclusivamente nesse subconstruto. Investigações subsequentes, como as de Behr *et al*. (1983), corroboram que as abordagens centradas estritamente na interpretação parte-todo tendem a cristalizar procedimentos de dupla contagem, em detrimento da compreensão das relações proporcionais e da natureza escalar do número racional.

No significado de **medida**, a fração é mobilizada para exprimir o resultado da comparação entre uma grandeza e uma unidade de referência previamente escolhida. Diferentemente da lógica subjacente ao significado parte–todo, pautada na seleção de componentes de um todo particionado, a medida concentra-se na determinação de quantas vezes, inteiras ou fracionárias, uma unidade de medida para a grandeza em questão está contida no objeto que está sendo medido.

Por exemplo, ao comparar o comprimento de um segmento com uma unidade e constatar que sua extensão corresponde a sete décimos dessa unidade, a fração $\frac{7}{10}$ deixa de representar uma simples coleção de partes para assumir o estatuto de medida. Nessa perspectiva, a fração expressa uma relação quantitativa contínua, diretamente vinculada à comparação entre grandezas de mesmo tipo, nesse caso, comprimento. Esse significado está fortemente associado a grandezas contínuas, como comprimento, área, volume e tempo, que exigem do sujeito a coordenação da iterabilidade da unidade sobre a grandeza considerada.

Behr *et al.* (1983) destacam que o significado de medida amplia a compreensão dos números racionais ao evidenciar sua indissociabilidade em relação às noções de continuidade e densidade do conjunto numérico. Tem-se que a exploração dessa perspectiva contribui para deslocar a compreensão do sujeito de uma lógica puramente discreta, herdada dos números naturais, para uma lógica relacional e escalar.

Observa-se que a fração como medida revela que a unidade não constitui um ente absoluto, mas uma convenção cuja variação implica a modificação do valor numérico atribuído a uma mesma grandeza.

O significado de **razão** emerge em cenários que demandam a comparação entre duas grandezas ou a representação do resultado de uma partilha equitativa. Sob essa ótica, a fração deixa de representar um objeto fracionado para exprimir uma relação funcional entre quantidades, as quais podem ser de natureza homogênea (como a comparação entre duas áreas) ou heterogênea (como a relação entre massa e volume).

Considere-se, por exemplo, a distribuição de 8 litros de suco entre 5 recipientes. A fração $\frac{8}{5}$ representa, simultaneamente, o algoritmo da divisão e o quociente resultante associado a cada unidade do divisor, consolidando a ideia de número racional como um valor único derivado de uma relação. Analogamente, ao estabelecer a razão entre a distância percorrida e o tempo despendido $\frac{60}{2}$ , a fração atua como um operador que gera uma grandeza intensiva, nesse caso, a velocidade escalar média. Essa transição é essencial, pois desloca a fração do campo das grandezas extensivas (que dependem do tamanho do sistema) para o das grandezas intensivas (que definem propriedades de relação).

Kieren (1980) enfatiza que o significado de razão envolve a comparação simultânea entre duas grandezas. Behr *et al.* (1983) observam que esse significado impõe uma exigência cognitiva superior àquela presente no modelo parte-todo, uma vez que demanda a coordenação simultânea de duas variáveis interdependentes e a percepção da fração como entidade relacional, e não como uma simples contagem de partes.

Sob o significado de **número**, a fração é compreendida como um ente abstrato pertencente ao conjunto dos números racionais, dotado de propriedades intrínsecas que transcendem contextos pragmáticos de partilha, medição ou comparação. Nessa perspectiva, a fração assume estatuto ontológico equivalente ao dos números naturais, sendo tratada como unidade numérica passível de ordenação, localização na reta numérica e submissão a operações algorítmicas, independentemente de referentes concretos.

Esse domínio manifesta-se, por exemplo, na comparação direta entre as frações $\frac{3}{5}$ e $\frac{4}{5}$, na qual a relação $\frac{3}{5} < \frac{4}{5}$ é estabelecida exclusivamente por meio da magnitude dos valores racionais, independentemente de qualquer suporte empírico ou figurativo. De modo análogo, a localização da fração imprópria $\frac{5}{4}$ entre os números inteiros 1 e 2 na reta numérica evidencia que a fração não se restringe à quantificação de porções inferiores à unidade, rompendo com uma das barreiras cognitivas mais recorrentes associadas ao significado parte-todo.

Behr *et al*. (1983) indicam que a compreensão da fração como número é condição imperativa para a superação de interpretações reducionistas que confinam o objeto matemático ao âmbito das partições figurais. Para Kieren (1980), esse significado representa o ápice de um processo de abstração reflexiva, que integra e consolida as experiências com partilhas, medidas e razões em uma estrutura conceitual unificada.

A fração concebida como número consolida os números racionais como um sistema numérico autônomo, caracterizado, entre outros aspectos, pela propriedade da densidade, isto é, pela existência de infinitos números racionais entre dois números quaisquer e pela multiplicidade de representações equivalentes que expressam um mesmo valor numérico.

No significado de **operador**, a fração assume um caráter funcional, atuando como uma transformação aplicada a uma grandeza para produzir uma nova quantidade de forma multiplicativa. Nessa acepção, a fração deixa de exercer sua função puramente quantitativa para atuar como um fator de escala, isto é, como uma instrução de operação que altera um estado inicial a partir de uma composição de ações de multiplicação e divisão.

Considere-se, por exemplo, a aplicação do operador $\frac{2}{3}$ sobre um conjunto de 30 unidades. O resultado numérico, 20, não é uma propriedade inerente à fração, mas o produto da ação transformadora do operador sobre o valor inicial. Tal significado é onipresente em domínios que exigem homotetias, como ampliações e reduções, escalas cartográficas, semelhança de polígonos e, mais abstratamente, na manipulação de coeficientes em contextos algébricos.

Kieren (1980) destaca que o significado de operador demanda uma compreensão funcional da fração, frequentemente associada à estrutura de uma “máquina” que processa entradas (*inputs*) para gerar saídas (*outputs*). Behr *et al.* (1983) advertem que esse significado impõe uma elevada carga cognitiva, pois exige a coordenação síncrona de operações inversas e a percepção da fração como um número racional multiplicativo.

Sua compreensão é determinante para uma formalização das operações com frações, especialmente a multiplicação, além de desempenhar um papel central na transição do pensamento aritmético para o algébrico, em que a fração passa a ser entendida como um coeficiente de variação.

## 2.2 A epistemologia da ciência e os obstáculos de Gaston Bachelard

Nascido em Bar-sur-Aube, na região francesa de Champagne, em 1884, Gaston Bachelard sonhava com a engenharia. Contudo, a Primeira Guerra Mundial o direcionou para o magistério. Como professor de física e química, iniciou, por volta de

1919, suas investigações em filosofia e epistemologia, áreas nas quais se destacou. Falecido em Paris em 1962, Bachelard publicou em 1928 sua primeira tese: Ensaios sobre o conhecimento aproximado.

Suas ideias acerca da construção do conhecimento científico, ainda hoje objeto de estudo, desafiam a noção de um progresso linear e acumulativo. Para Bachelard, o avanço científico se dá por meio de rupturas epistemológicas, ou seja, cortes que interrompem a continuidade do conhecimento e possibilitam a superação de erros e limitações anteriores.

O filósofo francês vivenciou um ambiente marcado pelo empirismo, o qual o influenciou a propor uma nova postura diante do progresso científico. Nesse cenário de mudanças e transformações, suas ideias foram de encontro à teoria do positivismo de Auguste Comte, em que havia a valorização da experiência e da observação como a melhor maneira de explicar os fatos.

Bachelard questionou o sistema de Newton, que era considerado eficiente e apropriado para tratar de objetos grandes, mas era limitado ao lidar com objetos infinitesimais: “o pensamento newtoniano era à primeira vista um tipo maravilhosamente límpido do pensamento fechado; dele não se podia sair a não ser por arrombamento” (Bachelard, 1978, p. 111).

Influenciado pela Teoria da Relatividade de Einstein e pela Mecânica Quântica, Bachelard propôs uma nova epistemologia que conciliava conhecimentos científicos e filosóficos e buscava atender a um novo espírito científico. Uma vez que percebeu que as epistemologias vigentes à época não davam conta das transformações pelas quais a Ciência passava. Para isso, ele recorreu à compreensão histórica como fundamentação, de modo que se deveria aprender com o passado, mas criticá-lo, identificando seus erros e rupturas. O cerne dessa epistemologia reside na gênese do conhecimento e no processo de progresso da ciência.

Conforme Bachelard (1996), essa nova maneira de tratar o conhecimento exigia do espírito científico uma epistemologia que não se ofuscasse pelo aparente, mas que buscasse o que está além dele, que se afastasse das sombras do cartesianismo e da razão. Nesse trilhar epistemológico, o espírito está em constante questionamento de si e dos conceitos conhecidos; trata-se de um estado permanente de construção e reconstrução.

Para Bachelard (1996), o que gera o conhecimento é a resposta a uma pergunta. “Para o espírito científico, todo conhecimento é resposta a uma pergunta.

Se não há pergunta, não pode haver conhecimento científico. Nada é evidente. Nada é gratuito. Tudo é construído” (Bachelard, 1996, p. 18).

No entanto, deve-se cuidar para que o conhecimento gerado não seja considerado uma verdade absoluta; todo conhecimento deve ser questionado. Tem-se, na obra de Bachelard, dois aspectos marcantes: o primeiro é sua escrita que mescla poesia e filosofia, o segundo é o tratamento do erro. Para o filósofo francês, o erro é necessário à ciência. Ao considerar as condições que levaram ao erro, é possível alcançar um novo entendimento, uma retificação. Na época, o erro devia ser rejeitado e atacado, pois indicava falta grave.

Na epistemologia de Gaston Bachelard, uma de suas vertentes fundamentais é a discussão sobre os obstáculos epistemológicos. Tais entraves se incrustam no conhecimento não questionado e impedem ou dificultam o progresso da ciência.

O conceito de obstáculo epistemológico foi enunciado por Bachelard em 1938, na obra A formação do Espírito Científico: Contribuição para uma psicanálise do conhecimento. Para o autor, no processo de conhecimento, surgem, por uma necessidade funcional, lentidões e conflitos, que resultam em estagnação ou regressão. Bachelard denomina essas barreiras cognitivas de obstáculos epistemológicos, os quais impedem o avanço e a renovação do saber. Tais obstáculos bloqueiam a superação de conceitos ultrapassados e a evolução do pensamento.

De acordo com o autor, esse obstáculo é constitutivo do conhecimento e manifesta-se como uma resistência ou inércia ao ato de conhecer. O filósofo francês sistematiza a história da ciência em três momentos: o estado pré-científico, o estado científico e o novo espírito científico. Bachelard afirma que não é possível dividir a história da construção do pensamento científico em períodos precisos, tal divisão é feita apenas para fins de estudo.

As concepções em relação à construção do conhecimento discutidas por Bachelard não foram direcionadas à educação, contudo, considera-se que em sua obra existem contribuições importantes no que diz respeito à noção de formação. “Na educação, a noção de obstáculo pedagógico também é desconhecida. Acho surpreendente que os professores de ciências, mais do que os outros se possível fosse, não compreendam que alguém não compreenda” (Bachelard, 1996, p. 23, grifo do autor).

No campo pedagógico, entende-se que a visão epistemológica proposta por Bachelard contribui para o processo educacional por meio de uma análise crítica do processo de aprendizagem.

Ao enunciar os obstáculos epistemológicos, Bachelard (1996) os organiza em categorias: a experiência primeira; conhecimento geral; obstáculo verbal; conhecimento unitário e pragmático; obstáculo substancialista; obstáculo realista; obstáculo animista; o mito da digestão; libido e conhecimento objetivo; e obstáculos do conhecimento quantitativo. De acordo com o filósofo francês, não existe hierarquia entre os obstáculos epistemológicos, podendo inclusive haver a manifestação simultânea de alguns deles.

Mediante o que Bachelard denominou período do novo espírito científico até os dias atuais, houve um avanço considerável no conhecimento científico. Nesse movimento de progresso da ciência, muitos obstáculos epistemológicos foram superados.

Destarte, percebe-se que o conhecimento dos obstáculos epistemológicos contribui para a formação do espírito científico, quer por seu caráter histórico, quer pela consciência necessária para reconhecê-los e evitá-los.

A discussão acerca dos obstáculos epistemológicos, proposta por Gaston Bachelard, está relacionada ao progresso da ciência, sendo exemplificada principalmente por situações nas áreas de Química e Física, disciplinas que o autor lecionou por vários anos. No contexto educacional, a análise desses obstáculos recebeu maior ênfase com o educador matemático francês Guy Brousseau, que, por meio de seus estudos, desenvolveu a Teoria das Situações Didáticas. Nessa teoria, Brousseau aborda os obstáculos epistemológicos, os obstáculos didáticos e outras temáticas relacionadas aos processos de ensino e aprendizagem.

## 2.3 Brousseau e a Teoria das Situações Didáticas

A TSD, formulada por Guy Brousseau, oferece um arcabouço teórico robusto para a compreensão das complexidades do sistema didático, sobretudo no campo da Educação Matemática. Em sua essência, a TSD postula que o conhecimento é uma construção do estudante, realizada por meio de sua participação ativa nas situações didáticas.

> Uma “situação” é um modelo de interação de um sujeito com um meio determinado. O recurso de que esse sujeito dispõe para alcançar ou conservar um estado favorável nesse meio é um leque de decisões que dependem do emprego de um conhecimento preciso. Consideramos o *meio* como o subsistema autônomo, antagônico ao sujeito. Assim, ao tomarmos como objeto de estudo as circunstâncias que regem a difusão e a aquisição dos conhecimentos, vamos nos interessar pelas situações (Brousseau, 2008, p. 21, grifo do autor).

Essas situações visam a incentivar o estudante à reflexão, à investigação e, sobretudo, à reconstrução de suas concepções acerca do conhecimento matemático. “Algumas dessas *situações* requerem a aquisição ‘anterior’ de todos os conhecimentos e esquemas necessários, mas há outras que dão ao sujeito a possibilidade de construir, por si mesmo, um conhecimento novo” (Brousseau, 2008, p. 19, grifo do autor).

Na TSD, o papel do docente é o de mediação do saber e de organização do ambiente de aprendizagem, de maneira a propiciar experiências que favoreçam a construção do conhecimento pelos estudantes. Ao conduzir o processo de aprendizagem, o docente articula momentos em que as situações são didáticas e outros em que são adidáticas.

Nas situações didáticas, o professor tem o objetivo de ensinar um saber específico ao estudante, e o estudante sabe da intencionalidade do professor. Na situação adidática, a intenção do docente é desconhecida pelo estudante. Mas isso não pressupõe situações desconexas. Em outras palavras, convém que a situação adidática esteja integrada à situação didática. Assim, ao organizar o ambiente de aprendizagem, o docente retira-se momentaneamente da relação direta com o saber e permite ao estudante testar suas hipóteses, adaptar-se à situação-problema e construir seu conhecimento.

No tocante às situações adidáticas, tem-se que estas podem ocorrer em ambientes diversos, nem sempre vinculados às questões escolares. No cotidiano do estudante, ele entra em contato com a ideia de fração e de números racionais sem que haja a mediação do professor por meio de ações realizadas em casa ou em ambientes sociais. “A Matemática constitui um campo no qual a criança pode iniciar-se mais precocemente na racionalidade, no qual pode forjar sua razão no âmbito das relações autônomas e sociais” (Brousseau, 2008, p. 15).

Alguns exemplos: ao dividir um bolo com outras crianças, o estudante opera a fração no significado parte-todo, como $\frac{1}{6}$, ou $\frac{1}{8}$, de maneira a compreender a igualdade na partilha e a ideia de fração unitária. Em atividades com dobraduras, o estudante experimenta dobrar papel em partes, o que estimula a percepção visual da simetria e o entendimento da fração sob uma perspectiva geométrica. Ao ajudar familiares em atividades culinárias, o estudante pode utilizar a fração como medida, como em “meia xícara de açúcar”, e comparar quantidades fracionárias, por exemplo, ao reconhecer que “meio quilo é mais que um quarto”. Já em jogos eletrônicos, ao dizer “completei metade da fase”, mobiliza a fração como parte de um processo e aborda a noção de progresso em uma sequência lógica.

Assim, depreende-se que a aprendizagem dos números racionais em sua forma fracionária envolve situações didáticas e adidáticas, tanto em ambientes escolares quanto em ambientes não escolares.

Para Brousseau (2008), o ambiente ou meio em que o estudante interage com o conhecimento é fundamental. O meio, em francês *milieu*, na TSD, assume característica de antagonismo em relação ao estudante, ao proporcionar uma espécie de feedback acerca da validade de suas ações e hipóteses iniciais, uma vez que o estudante não possui uma resposta imediata ao problema sem a intervenção do professor. O *milieu* é composto pelo conjunto das condições exteriores nas quais o estudante atua e se desenvolve. Essas condições podem ser materiais, sociais, cognitivas, entre outras.

De acordo Brousseau (2008), o *milieu* é o ambiente organizado pelo professor com a intenção de que o estudante desenvolva seu conhecimento. A interação do sujeito com o *milieu* deve assumir um caráter adidático, no qual o conhecimento emerge da adaptação do estudante às exigências desse *milieu* que funciona como uma resposta necessária à resolução de um problema posto. Na TSD, Brousseau propõe quatro tipos de situações didáticas: situações de ação, formulação, validação e institucionalização.

As situações de ação associam-se diretamente aos momentos iniciais da aprendizagem. Neste estágio, os estudantes precisam se envolver de maneira ativa com o conteúdo. São situações nas quais os estudantes são colocados diante de um problema, cujo objetivo é a construção de um novo conhecimento. Ao buscar uma resposta, os estudantes mobilizam seus conhecimentos prévios para interagir com o *milieu*.

Exemplo: em uma corrida organizada pela escola, foram formadas equipes de pais. Uma equipe percorreu $\frac{3}{4}$ da distância total, enquanto outra equipe percorreu $\frac{1}{2}$ dessa distância. A pergunta proposta é: Qual equipe percorreu a maior distância? Nessa situação, o estudante é instigado a usar seus conhecimentos e a comparar as frações $\frac{3}{4}$ e $\frac{1}{2}$. A ação, nesse cenário, é considerar um comprimento qualquer para representar a distância total como referência e dividi-la de acordo com as frações apresentadas.

Esse tipo de questão promove a manipulação e a visualização de números racionais sem recorrer a objetos físicos comuns, como pizzas e/ou chocolates. Ao lidar com essa problemática, o estudante começa a experienciar os números racionais e a perceber como frações distintas se relacionam a grandezas contínuas. “Essa fase é essencial para o aluno exprimir suas escolhas e decisões por ações sobre o *milieu*. Nela, as interações estão centralizadas na tomada de decisões” (Almouloud, 2007, p. 135, grifo do autor).

Este momento de ação é decisivo, pois o estudante está concretizando a ideia de divisão entre grandezas. Ele aprende a reconhecer a fração como expressão matemática para representar partes de um todo, seja uma fração do tempo, do espaço ou de um valor total. Com isso, o discente desenvolve um embasamento consistente para avançar aos próximos estágios, de formulação e validação.

Passar da fase prática inicial para a reflexão mais abstrata certamente não é algo simples, pois exige um esforço cognitivo significativo dos estudantes. Nesse contexto, destacam-se especialmente as situações nas quais o estudante precisa comunicar e formalizar suas próprias soluções. À medida que ele deixa a atividade prática e começa a enfrentar problemas mais abstratos, suas ideias vão, naturalmente, ficando mais organizadas. Esse processo de organização mental torna possível lidar com questões sucessivamente mais complexas.

Imagine, por exemplo, uma situação apresentada pelo docente em sala de aula: se um atleta percorre $\frac{2}{5}$ de uma pista em 20 minutos, quanto tempo será necessário para ele completar toda a distância, considerando-se uma relação diretamente proporcional entre o tempo e a distância percorrida? Esse é um típico caso de situação de formulação. Por quê? Porque o estudante precisa utilizar ativamente seu entendimento sobre fração para resolver uma questão prática. Nesse cenário, o discente deve estabelecer uma relação proporcional entre tempo e distância, utilizando adequadamente as operações com frações.

A depender do planejamento do docente, a resolução da questão pode ser feita em duplas ou em grupos, de modo a favorecer a discussão e a troca de informações entre os estudantes. “O *meio* que exigirá do sujeito o uso de uma formulação deve, então, envolver (efetivamente ou de maneira fictícia) um outro sujeito, a quem o primeiro deverá comunicar uma informação” (Brousseau, 2008, p. 29, grifo do autor). Ao expor seus pensamentos e estratégias de resolução, os estudantes são estimulados a organizar suas ideias e a construir uma linguagem mais elaborada, que consiga transmitir as informações que desejam partilhar.

Um exercício dessa natureza requer uma compreensão mais profunda do que é, afinal, uma fração: ela deixa de ser percebida apenas como uma divisão comum para ser compreendida como uma razão que expressa a relação entre duas grandezas. Essa evolução cognitiva auxilia o estudante na construção de um entendimento mais abstrato e fundamentado, estabelecendo uma conexão importante entre a experiência prática e a formalização teórica. Tal articulação favorece o desenvolvimento das habilidades analíticas necessárias para lidar com números racionais.

As chamadas situações de validação possuem igual relevância no processo didático. Nelas, os estudantes têm a oportunidade real de investigar, questionar e confirmar as soluções encontradas.

> Os esquemas de ação e de formulação implicam processos de correção, seja empírica ou apoiada em aspectos culturais, para assegurar a pertinência, a adequação, a adaptação ou a conveniência dos conhecimentos mobilizados. Mas a modelagem, no que diz respeito à situação, permite distinguir um novo tipo de formulação: o emissor já não é um informante, mas um proponente, e o receptor, um oponente. Pressupõe-se que possuam as mesmas informações para lidar com a questão (Brousseau, 2008, p. 29, grifo do autor).

Trata-se de uma etapa importante, que ultrapassa a mera conferência de resultados, pois envolve reflexão acerca de diferentes estratégias que podem ser empregadas. De acordo com a TSD, a validação é vista como um momento destinado para explorar abordagens distintas para o mesmo problema, o que amplia significativamente a compreensão do conteúdo. Por exemplo, um docente pode perguntar aos estudantes: $\frac{2}{4}$ é realmente equivalente a $\frac{1}{2}$? Para responder ao problema, os estudantes dispõem de vários métodos, como representações gráficas ou cálculos algébricos, cada um com suas particularidades. Essa diversidade permite que o estudante confirme e valide sua compreensão por meio de diferentes caminhos, algo essencial para o domínio da noção de frações equivalentes.

Essas atividades evidenciaram para os estudantes que as frações podem ser expressas e manipuladas de diferentes maneiras, com a manutenção da equivalência mesmo quando visualmente distintas. Tal investigação, sem dúvida, aprofunda o entendimento acerca da fração e permite seu uso de modo flexível e eficiente em contextos cotidianos.

Em seus estudos, Brousseau (2008) observou que, após os docentes articularem com seus estudantes as situações de ação, formulação e validação, sentiam a necessidade de rever o que já haviam feito. Essa retomada das construções realizadas durante a investigação dos estudantes é denominada situação de institucionalização. Nela, o docente discute e formaliza a relação entre os conhecimentos locais e provisórios evidenciados pelos estudantes e os conhecimentos científicos já estabelecidos.

Assim, as situações de institucionalização são “aquelas em que o professor fixa convencionalmente e explicitamente o estatuto cognitivo do saber” (Almouloud, 2007, p. 40). Após a institucionalização, o saber tende a ser incorporado ao repertório cognitivo dos estudantes, que passam a utilizá-lo em seus esquemas mentais para a resolução de problemas matemáticos.

Mediante o que foi anteriormente exposto, tem-se no Quadro 1, um exemplo de abordagem da fração sob o significado de medida, por meio da TSD, segundo Brousseau (2008).

**Quadro 1 –** Exemplo de abordagem da fração como medida, segundo a TSD

| Situação | Descrição | Função na Aprendizagem | Exemplo de Situação | Objetivo da Aprendizagem |
|---|---|---|---|---|
| Didática | O docente propõe uma situação-problema que trata da medição de uma grandeza utilizando frações, preparando o ambiente de aprendizagem. | Introduzir a situação-problema, como uma espécie de desafio e criar uma necessidade de medir. | O docente pede que os estudantes utilizem uma régua para medir o comprimento de uma fita de 1 metro e representem $\frac{3}{4}$ dessa fita. | Compreender os números racionais como medida de grandezas, percebendo sua natureza relacional. Não apenas uma parte de um objeto. |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Adidática | O estudante interage com o problema sem interferência direta do docente. E utiliza-se de instrumentos de medida e seu próprio raciocínio. | Desenvolver autonomia e estratégias próprias no uso dos números racionais em situações de medição. | Os estudantes usam a régua para marcar segmentos de $\frac{1}{4}$ da fita e, depois, medem 3 partes dessas. | Desenvolver a compreensão de que $\frac{3}{4}$ corresponde a uma medida obtida por repetição de unidades menores. |
| Ação | O estudante age sobre o *milieu*, testa hipóteses e experimenta diferentes maneiras de medir e representar comprimentos de números racionais. | Aprender pela manipulação e experimentação prática de relações de medida | O estudante realiza marcações na fita, na intenção de representar $\frac{3}{4}$ de 1 metro, ao comparar o comprimento das partes. | Perceber a relação entre unidade de medida e a fração, composta por 3 unidades de $\frac{1}{4}$ ou 25 cm. |
| Formula-ção | O estudante organiza e comunica suas estratégias de medição. Ao mesmo tempo desenvolve sua linguagem matemática. | Consolidar o raciocínio e aprender a expressar ideias matemáticas. | Os estudantes explicam como encontraram $\frac{3}{4}$ da fita e descrevem o processo de repetição da unidade $\frac{1}{4}$. | Saber explicar que $\frac{3}{4}$ é uma medida obtida pela multiplicação de $\frac{1}{4}$ por 3. |
| Validação | O estudante confronta suas ideias com as dos colegas e verifica se sua medição está correta e discute possíveis erros. | Aprender pela argumentação, comparação e verificação empírica. | Os grupos comparam as fitas e em caso de diferenças, discutem por que algumas ficaram maiores ou menores que $\frac{3}{4}$ do metro. | Compreender que medir envolve precisão e que a fração expressa uma relação quantitativa. |
| Instituciona-lização | O docente formaliza o conhecimento construído, ao tratar as descobertas dos estudantes por meio de conceitos matemáticos. | Transformar o saber empírico em saber matemático formal. | O docente retoma o exemplo e explica que medir $\frac{3}{4}$ de 1 metro é o mesmo que medir 75 cm. | Reconhecer a fração como uma forma de expressar medidas e quantidades não inteiras, de forma exata. |

**Fonte:** Adaptado de Brousseau (2008)

Em síntese, a situação constitui a unidade de análise e o planejamento organizado pelo professor, enquanto a dialética atua como motor da aprendizagem, como processo cognitivo e prático vivenciado pelo estudante. Por esse motivo, utilizam-se termos como “dialéticas de ação, formulação e validação”.

É importante ressaltar que essas situações ou dialéticas não acontecem em uma sequência definida e rígida, pois interagem e se influenciam mutuamente. Assim, após a validação de uma solução, o estudante pode retornar à ação para testar novas hipóteses ou ajustar suas respostas. Da mesma maneira, ao enfrentar novos problemas, ele pode ser levado a formular novas abordagens ou até mesmo a revisar suas soluções anteriores, enriquecendo o conhecimento em relação às frações. Esse processo contínuo de reflexão, aplicação e verificação garante que o conhecimento adquirido não seja superficial, mas integrado e consistente.

Para melhor compreender a dinâmica da interação entre professor e estudante em sala de aula, a TSD de Brousseau postula os conceitos de contrato didático e do processo de devolução. O contrato didático refere-se ao conjunto de normas, muitas vezes implícitas, que modula as expectativas recíprocas na relação entre professor e estudante. É ele que orienta o que cada um deve fazer em sala de aula. O risco desse contrato é que o estudante passe a se preocupar mais em adivinhar o que o professor espera dele do que em resolver o desafio matemático em si. Quando isso ocorre, o sucesso em uma tarefa pode representar apenas uma resposta às pistas fornecidas pelo professor, e não uma real compreensão do conteúdo.

Essa dimensão contratual explica fenômenos clássicos, como o uso de procedimentos mecânicos desprovidos de sentido ou a antecipação, pelo estudante, das intenções do professor. Nesse sentido, o contrato didático pode se tornar um obstáculo didático, na medida em que estabiliza práticas que mascaram a ausência de construção efetiva do saber. A análise brousseauniana evidencia que muitos erros ou sucessos escolares não podem ser interpretados apenas em termos cognitivos individuais, mas devem ser compreendidos também como efeitos do contrato didático. O chamado *efeito Topaze*, por exemplo, ilustra uma ruptura do contrato, na qual o professor, ao tentar garantir o sucesso do estudante, acaba por assumir a resolução do problema, esvaziando-o de sua função epistemológica.

Para romper com essa dependência, utiliza-se a devolução. Conforme Brousseau (2008, p. 91), a devolução constitui o ato pelo qual o professor transfere ao estudante a responsabilidade sobre uma situação de aprendizagem e assume as consequências dessa transferência. Esse conceito não significa que o professor se retira do processo, mas sim que ele realiza um gesto intencional de transferir ao estudante a responsabilidade pela resolução do problema. Para que a devolução funcione, o professor deve organizar um *milieu* que ofereça desafios e retornos ao estudante.

É na suspensão temporária da tutela docente que se viabiliza a situação adidática, em que o saber emerge como uma necessidade lógica interna à interação do sujeito com o meio. Portanto, a articulação entre contrato e devolução revela que o êxito do projeto didático não reside na transparência da transmissão, mas na organização de situações que provoquem o desequilíbrio e a subsequente reconstrução do saber pelo estudante. O docente, sob esse prisma, transita da condição de expositor para a de engenheiro didático, responsável por gerir as tensões necessárias à atividade intelectual autônoma.

A TSD, formulada por Guy Brousseau, trata de diversos aspectos pertinentes ao que ocorre em sala de aula, como: métodos e fundamentos da didática, tipologia de situações didáticas, engenharia didática, obstáculos epistemológicos e didáticos, análise das interações em sala de aula e a modelagem de situações de aprendizagem etc. Nesta pesquisa, realizou-se a análise dos obstáculos epistemológicos e didáticos, com ênfase nos números racionais em sua forma fracionária.

### 2.3.1 Brousseau e a noção de obstáculos

O educador matemático francês Guy Brousseau foi pioneiro ao transpor, em 1976, a noção de obstáculo epistemológico para o campo da Didática da Matemática. Em sua formulação teórica, a concepção de obstáculo vinculada ao ensino e à aprendizagem da matemática combina a perspectiva filosófico-histórica de Gaston Bachelard com a psicologia genética de Jean Piaget. O pesquisador ressalta a influência de ambos os pensamentos para compreender a natureza dos obstáculos que se manifestam no desenvolvimento do pensamento matemático.

Conforme assevera Schubring (2018), Bachelard concebe a formação do espírito científico em três momentos: o estado pré-científico, o estado científico e o novo espírito científico. Paralelamente, a teoria piagetiana descreve o desenvolvimento cognitivo por meio de sucessivos estágios de equilíbrio: o sensório-motor, o das operações concretas e o pensamento abstrato.

Sob essa premissa, Brousseau (1998) assume que os obstáculos epistemológicos guardam estreita relação com o processo histórico de construção dos conceitos, dado que tais obstáculos ofereceram resistência histórica à consolidação do saber, o autor postula que eles possuem um equivalente funcional no desenvolvimento cognitivo do estudante. Ao examinar as produções discentes, Brousseau (1983) verifica que certos erros não são aleatórios, mas ocorrem com frequência durante a construção de um determinado conteúdo matemático. O educador afirma que tais dificuldades coletivas estão vinculadas à presença de um conhecimento prévio dotado de eficácia local, e não à sua ausência.

Nessa perspectiva, o erro assume um papel relevante na construção do conhecimento matemático e se caracteriza como um conhecimento provisório. Nas palavras de Almouloud (2007, p. 135), fundamentado em Brousseau (1983), os obstáculos manifestam-se pela incapacidade de solucionar problemas com eficácia ou por erros que, para serem superados, "deveriam conduzir à instalação de um novo conhecimento".

Na TSD, o erro fomenta reflexão profunda acerca do processo de equilibração majorante, permitindo ao docente diagnosticar o estágio de assimilação do conceito em que o estudante se encontra. Essa percepção é o que viabiliza ajustes intencionais no planejamento e nas variáveis didáticas. O pesquisador francês prioriza os obstáculos que se manifestam no sistema didático baseado na tríade docente-estudante-conhecimento. "O conhecimento, como obstáculo, é sempre fruto da interação de um aluno com seu *milieu* e, mais precisamente, com uma situação que torna esse conhecimento 'interessante'" (Brousseau, 1998, p. 8, grifo do autor).

Ao sistematizar os obstáculos à aprendizagem da Matemática, Brousseau (1998) os organiza em três categorias: ontogênicos, didáticos e epistemológicos.

### 2.3.2 Obstáculos de origem ontogênica

De acordo com Brousseau (1983), os obstáculos ontogênicos guardam estreita relação com a teoria piagetiana e emergem quando as exigências de um processo ou de uma habilidade cognitiva divergem do nível de maturidade neurofisiológica ou do desenvolvimento cronológico do estudante. "A teoria de Piaget indica a impossibilidade de desenvolver um cálculo formal quando o indivíduo se encontra no estágio das operações concretas" (Almouloud, 2007, p. 145).

No domínio das frações, a formalização precoce do conteúdo pode revelar-se ininteligível ao discente em virtude de suas limitações neurocognitivas. Segundo Brousseau (1998), a simbologia matemática e a sintaxe própria da disciplina podem converter-se em obstáculos quando apresentadas a crianças que ainda transitam pelo período operatório concreto, momento em que a abstração plena do número racional não encontra substrato biológico estabilizado.

### 2.3.3 Obstáculos de origem didática

Os obstáculos didáticos originam-se nas escolhas metodológicas, nas práticas docentes e nas diretrizes do próprio sistema de ensino. Eles podem decorrer de simplificações excessivas, de transposições didáticas inadequadas ou de modelos pedagógicos que, embora funcionais a curto prazo, tornam-se barreiras para aprendizagens futuras. “Os obstáculos de origem didática são aqueles que parecem depender apenas de uma escolha ou projeto do sistema educacional” (Brousseau, 1998, p. 8).

Segundo Almouloud (2007), as escolhas docentes para a introdução de um determinado conceito incidem diretamente sobre o processo de construção da aprendizagem do estudante. Assim, o conhecimento da TSD possibilita ao docente analisar criticamente acerca de sua prática e refletir sobre ela, identificando obstáculos e construindo um ambiente de aprendizagem favorável aos estudantes.

### 2.3.4 Obstáculos de origem epistemológica

Os obstáculos de origem epistemológica são aqueles intrínsecos à própria gênese e à evolução do conhecimento científico. “Obstáculos de origem estritamente epistemológica são aqueles dos quais não se pode e não se deve escapar, pelo próprio fato de seu papel constitutivo no conhecimento” (Brousseau, 1989, p. 108).

Por serem inerentes à estrutura do conceito ou à sua trajetória histórica, configuram-se como etapas necessárias na construção do saber matemático, seja no âmbito escolar, seja no científico. Dada essa natureza inevitável, a responsabilidade docente desloca-se da prevenção para a mediação: cabe ao professor planejar situações didáticas e adidáticas que submetam o estudante a processos de ruptura epistemológica. Nesses cenários, o discente é compelido a confrontar suas concepções prévias para reconstruir o saber em níveis superiores de abstração. Embora Brousseau (1989) tenha sinalizado a existência de obstáculos de ordem cultural, ele não os analisou com a mesma densidade atribuída às categorias precedentes.

No entanto, é possível notar a convergência entre os estudos de Gaston Bachelard e os de Guy Brousseau, ambos postulam que a superação de um obstáculo não é uma mera negação do erro, mas a aquisição de um novo conhecimento, mais formal e abrangente, que emerge da síntese dialética entre o saber antigo e as novas exigências do *milieu*.

Ao concluir a apresentação do referencial teórico, torna-se necessário explicitar o percurso metodológico que orientou esta investigação. Afinal, a análise dos obstáculos epistemológicos e didáticos exige rigor técnico na seleção, no tratamento e na interpretação das produções acadêmicas examinadas. A seção seguinte detalha, portanto, a metodologia adotada, descrevendo a abordagem de pesquisa, os critérios de constituição do corpus e os procedimentos analíticos empregados para assegurar a validade dos resultados alcançados.

# 3 METODOLOGIA

Ao considerar os pressupostos da metodologia científica, depreende-se que a produção do conhecimento científico exige rigor procedimental e teórico, além de reconhecer que os resultados alcançados em sua elaboração são influenciados pelas escolhas e pela subjetividade do pesquisador. Nesse sentido, as implicações paradigmáticas agem sobre a percepção da realidade e, por conseguinte, orientam a condução do processo investigativo. “Cada modalidade de conhecimento pressupõe um tipo de relação entre sujeito e objeto e, dependentemente dessa relação, temos conclusões diferentes” (Severino, 2016, p. 114).

As escolhas metodológicas desta tese foram delimitadas pela natureza do objeto de estudo e em estrita consonância com as premissas da linha de pesquisa do Programa de Doutorado – Saberes, Linguagem e Educação. Tal alinhamento assegura que o percurso investigativo estabeleça diálogo com os saberes e as linguagens que conformam o campo da Educação Matemática.

## 3.1 Características metodológicas do estudo

Dada a natureza do objeto e o contexto da área, optou-se pela abordagem qualitativa para o delineamento do estudo. Tal perspectiva privilegia a compreensão dos significados, do porquê das coisas, de sua complexidade e de suas inter-relações. “A pesquisa qualitativa responde a questões muito particulares. Ela se preocupa, nas ciências sociais, com um nível de realidade que não pode ser quantificado” (Minayo, 2002, p. 21-22).

Em consonância com Severino (2016), adota-se preferencialmente o termo “abordagem qualitativa”, por considerar que é sua abrangência superior ao conceito de “pesquisa”, que permite a integração de variadas especificidades metodológicas e diversas matrizes epistemológicas.

A metodologia empregada configura-se como uma revisão bibliográfica analítica, com o propósito de examinar como dissertações e teses têm abordado a fração sob a ótica dos obstáculos epistemológicos e didáticos. “A pesquisa bibliográfica procura explicar um problema a partir de referências teóricas publicadas em artigos, livros, dissertações e teses” (Cervo; Bervian; Silva, 2014, p. 60).

Ao se diferenciar das revisões meramente descritivas ou compilatórias, a revisão bibliográfica analítica não se restringe ao mapeamento do “que” foi produzido, mas interroga “como” e” sob quais “fundamentos” o conhecimento foi construído. O estudo busca, portanto, interrogar o próprio campo científico, para interpretar as implicações teóricas das abordagens vigentes acerca do ensino de fração e seus obstáculos. Do ponto de vista teórico, esta abordagem ancora-se em dois pilares:

**Relação entre teoria e prática:** a análise deve revelar como as filiações teóricas das obras selecionadas se materializam em suas descrições e evidências empíricas.

**Caráter crítico-reflexivo:** o pesquisador assume o papel de intérprete, ao identificar contradições, lacunas e avanços, com o objetivo de propor uma nova síntese integradora.

Assim, a revisão analítica assume um papel duplo: analítico, ao dissecar os elementos constituintes da produção acadêmica, e propositivo, ao sugerir reorganizações conceituais. O percurso metodológico compreende as seguintes fases:

**Delimitação do problema e dos objetivos:** identificação dos obstáculos que influenciam o processo de compreensão dos números racionais em sua representação fracionária presentes em dissertações e teses.

**Definição do recorte temporal:** período de 2014 a 2024, garantindo a atualidade e a representatividade do corpus.

**Constituição do corpus:** levantamento em bases institucionais, como CAPES e BDTD, mediante critérios de inclusão e exclusão definidos.

**Leitura analítica:** exame minucioso dos trabalhos, considerando o referencial teórico, o tratamento da fração e as estratégias pedagógicas de superação de obstáculos.

**Interpretação e síntese analítica:** consolidação das análises para construir uma leitura crítica da produção acadêmica e propor aprimoramentos formativos. A opção pela revisão bibliográfica analítica como paradigma metodológico ancora-se em três dimensões complementares:

**Epistemológica:** ao viabilizar o mapeamento e a compreensão dos obstáculos subjacentes ao aprendizado da fração.

**Analítica:** por possibilitar o escrutínio da operacionalização da TSD em contextos heterogêneos de pesquisa, evidenciados nas produções selecionadas.

**Heurística:** uma vez que oferece subsídios para a reinterpretação crítica da produção acadêmica, sinalizando lacunas e horizontes pouco explorados.

Dessa maneira, a revisão bibliográfica é aqui mobilizada como um autêntico instrumento de investigação, que transcende a mera contextualização teórica e passa a assumir um valor metodológico equivalente ao das investigações de campo. Embora o corpus se constitua de obras preexistentes, o ineditismo desta tese fundamenta-se em três eixos principais:

**Temático:** em razão da inexistência de uma sistematização analítica que integre a produção de dissertações e teses acerca da fração sob a lente da TSD, por meio da análise dos obstáculos epistemológicos e didáticos.

**Teórico-analítico:** pela proposição de uma leitura integradora que articula a TSD à análise dos obstáculos epistemológicos e didáticos identificados nas teses e dissertações selecionadas.

**Metodológico:** mediante o tratamento da revisão bibliográfica como método analítico autônomo e estruturado.

### 3.2 Revisão de Literatura e definição do corpus de pesquisa

A revisão de literatura é basilar para o desenvolvimento de uma pesquisa científica, pois permite ao pesquisador dialogar com a produção pregressa para consolidar sua própria matriz teórica e epistemológica. Nesse processo, o pesquisador mobiliza sua percepção crítica com o intuito de contribuir para o avanço da ciência. “Aglutinar ideias afins de autores diferentes sobre determinado assunto evita que o texto se torne cansativo, da mesma forma que intercalar ideias dos autores com as do pesquisador torna o texto mais interessante” (Echer, 2001, p. 14).

É imperativa, contudo, a cautela quanto ao uso de fontes secundárias, pois há o risco de utilizar “dados coletados ou processados de forma equivocada. Assim, um trabalho fundamentado nessas fontes tenderá a reproduzir ou mesmo ampliar seus erros” (Gil, 2008, p. 51). Nessa premissa, compreende-se que a revisão não é uma compilação exaustiva, mas um filtro analítico orientado por critérios de exclusão e inclusão.

Para compor o corpus desta investigação, as produções selecionadas atenderam aos seguintes critérios:

**Relevância temática:** investigações centradas no tratamento da fração e nos respectivos obstáculos à sua aprendizagem.

**Abrangência teórica:** pesquisas fundamentadas nos pressupostos de Brousseau e Almouloud, que versam sobre obstáculos epistemológicos e didáticos em consonância com a TSD.

**Recorte temporal:** produções nacionais publicadas entre 2014 e 2024.

**Contribuição à questão central:** trabalhos que fornecem subsídios para compreender a interferência dos obstáculos no processo de compreensão da fração.

O levantamento sistemático foi realizado em duas bases de dados científicas: o Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e o repositório da BDTD. A estratégia de busca utilizou os operadores booleanos e os seguintes termos: "números racionais em sua representação fracionária" OR "obstáculos epistemológicos" OR "obstáculos didáticos".

O recorte temporal, estabelecido entre 2014 e 2024, visou reunir produções acadêmicas que refletissem, de modo consistente, as discussões contemporâneas acerca do ensino e da aprendizagem dos números racionais em sua representação fracionária, sob o aporte da TSD, com foco nos obstáculos epistemológicos e didáticos.

A delimitação dessa década justifica-se pela intensificação de pesquisas *stricto sensu* que ressignificaram a percepção das dificuldades discentes: de erros isolados para a manifestação de obstáculos estruturantes. O ano de 2014 constitui um marco inicial pertinente devido à publicação da dissertação de Ferreira (2014), uma produção bastante referenciada na discussão sobre obstáculos ao ensino de fração. A partir desse ponto, observa-se uma apropriação mais sistemática das noções de Brousseau no campo da Educação Matemática, o que confere maior rigor ao exame das situações didáticas e dos entraves conceituais. O limite em 2024, por sua vez, assegura a incorporação de tendências e lacunas investigativas atuais.

O levantamento no Catálogo da CAPES totalizou inicialmente 142[2] produções (35 teses e 107 dissertações). O processo de averiguação ocorreu em etapas sucessivas:

**Triagem temática inicial:** pela análise dos títulos, verificou-se que apenas 41 produções versavam sobre Matemática e, destas, apenas 10 associavam o campo ao

[2] O levantamento das produções ocorreu no dia 12 de dezembro de 2024 e foi revisto em 01 de outubro de 2025.

conteúdo de fração. Foram excluídas 33 teses e 99 dissertações, visto que tratavam de temáticas voltadas à Física, à Química, à Psicologia, às Ciências, à Informática, ao cinema ou a tópicos matemáticos sem relação direta com o objeto; função, números inteiros, geometria, estatística, probabilidade, cálculo, limites, infinito.

**Refino teórico-analítico:** procedeu-se à leitura de títulos e resumos das 10 obras remanescentes (2 teses e 8 dissertações). Nesta etapa, 3 dissertações foram descartadas por não discutirem obstáculos. Ao final, 7 produções (2 teses e 5 dissertações) foram selecionadas.

No acervo da BDTD, utilizando os mesmos operadores booleanos e termos de busca, foram recuperadas 247[3] obras (76 teses e 171 dissertações). Após a triagem por títulos, localizaram-se 14 dissertações potencialmente aderentes. Foram excluídos 233 trabalhos que, embora abordassem obstáculos epistemológicos bachelardianos, aplicavam-se a áreas alheias à Educação Matemática ou a conteúdos matemáticos distintos, por exemplo, números reais, cálculo diferencial).

Na análise qualitativa dessas 14 dissertações, apenas 2 atenderam ao escopo da pesquisa. Nessa etapa, 12 produções foram descartadas, apesar de discutirem a fração, por focarem em outras temáticas, como: brincadeiras na infância, formação docente e desempenho, além de utilizarem referenciais teóricos divergentes, como Duval, Nunes *et. al*., Cury, Bardin, Vygotsky, entre outros).

Ao confrontar os resultados, verificou-se que as produções identificadas na BDTD já constavam no levantamento da Plataforma Sucupira. Assim, optou-se pela análise das produções oriundas do catálogo da CAPES, totalizando 7 trabalhos, conforme sistematizado no Quadro 2.

**Quadro 2 –** Produções selecionadas para análise

| Instituição | Autor | Programa | Título / ano | Endereço |
|---|---|---|---|---|
| Pontifícia Universidade Católica de São Paulo | FERREIRA, Edinalva Rodrigues | Mestrado Profissional em Educação Matemática | Ensino de frações na Educação de Jovens e Adultos: obstáculos didáticos e epistemológicos – 2014. | https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=2291734# |
| Universidade Federal do Pará | MIRANDA, Werventon dos Santos | Doutorado em Educação em | Estudando o obstáculo didático sob a ótica da Teoria | https://repositorio.ufpa.br/server/api/core/bitstreams/7fd309 |

[3] O levantamento das produções ocorreu no dia 15 de dezembro de 2024 e foi revisto em 13 de outubro de 2025.

| Instituição | Autor | Programa | Título / ano | Endereço |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| | | Ciências e Matemáticas | Antropológica do Didático – 2016. | 33-9719-4939-979a-f0e3f179266e/content |
| Universidade Federal da Paraíba | ALVES, Thalita Tho Rodrigues | Mestrado Profissional em Matemática | A aprendizagem das frações e seus obstáculos – 2018. | https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=8504254# |
| Pontifícia Universidade Católica de São Paulo | NOGUEIRA, Fernanda | Doutorado em Educação Matemática | Obstáculos epistemológicos e Didáticos relacionados a frações: um estudo com alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental – 2020. | https://sucupira-legado.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=10133655 |
| Universidade Federal do Tocantins | JOSE, Wander Alberto | Mestrado em Educação | Obstáculos epistemológicos inerentes ao conceito de fração - 2021 | https://repositorio.uft.edu.br/bitstream/11612/3689/1/Wander%20Alberto%20Jos%c3%a9%20-%20Disserta%c3%a7%c3%a3o.pdf |
| Instituto Federal do Espírito Santo | PINHAL, Daiane Vieira de Rezende | Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática | Aritmética de frações em livros didáticos brasileiros e japoneses - 2022 | https://sucupira-legado.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=11610602 |
| Universidade Luterana do Brasil | SIMÕES, Diovana Guerra | Mestrado no Ensino de Ciências e Matemática | Formação continuada para professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental envolvendo frações - 2022 | http://www.ppgecim.ulbra.br/teses/index.php/ppgecim/article/view/424/421 |

**Fonte:** Catálogo de teses e dissertações da CAPES

O Quadro 2 sistematiza as duas teses e as cinco dissertações que constituem o *corpus* desta revisão bibliográfica analítica detalhando a filiação institucional, autoria, programa de pós-graduação, título, ano de defesa e o respectivo repositório de acesso.

A análise das produções selecionadas, detalhada na seção subsequente, estrutura-se em dois movimentos dialéticos, inicialmente, procede-se a uma síntese descritiva de cada obra; em seguida, empreende-se uma investigação analítica, orientada pelos seguintes critérios:

**Operacionalização teórica:** avaliar a profundidade e o rigor na mobilização do referencial teórico nas análises empreendidas pelos autores.

**Estatuto do erro:** verificar se os obstáculos são tratados meramente como “erros” (lacunas) ou como “fatores de aprendizagem” (conhecimentos prévios resistentes).

**Ação didática propositiva:** identificar as estratégias pedagógicas sugeridas para a superação dos obstáculos epistemológicos e didáticos.

# 4 REVISÃO DE LITERATURA

Concluída a seleção das investigações aderentes ao escopo deste estudo, procedeu-se à revisão da literatura. Sob essa perspectiva, revisar a produção acadêmica em torno de uma problemática exige do pesquisador uma análise criteriosa dos trabalhos disponíveis, com vistas à identificação e à seleção de subsídios capazes de conferir densidade teórica e analítica à investigação.

> Nela tenta encontrar essencialmente os saberes e as pesquisas relacionadas com sua questão; deles se serve para alimentar conhecimentos, afinar suas perspectivas teóricas, precisar e objetivar seu aparelho conceitual. Aproveita para tornar ainda mais conscientes e articuladas suas intenções e, desse modo, vendo como outros procederam em suas pesquisas, vislumbrar sua própria maneira de fazê-lo (Laville; Dione, 1999, p. 112).

A reflexão de Laville e Dionne (1999) ratifica que a revisão de literatura transcende o inventário descritivo de obras acerca de determinado tema, configurando-se como etapa fundamental na construção do próprio percurso investigativo. Ao estabelecer um diálogo com estudos já realizados, o pesquisador expande seu repertório teórico, refina conceitos, delimita o objeto e amadurece suas escolhas epistemológicas e metodológicas. Nesse sentido, a revisão de literatura permite compreender como outros autores enfrentaram problemáticas semelhantes, identificar lacunas no conhecimento e, a partir delas, delinear uma maneira própria e consistente de conduzir a pesquisa.

Esse processo contribui diretamente para a coerência interna, para a profundidade analítica e para a legitimidade científica da tese. A investigação das obras selecionadas seguiu a ordem cronológica de publicação, conforme disposto no Quadro 2.

## 4.1 Análise das produções

A dissertação de mestrado profissional em Educação Matemática de Ferreira (2014), intitulada “Ensino de frações na Educação de Jovens e Adultos: obstáculos didáticos e epistemológicos”, foi desenvolvida no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), sob a orientação do Prof. Dr. Gerson Pastre de Oliveira.

Apoiada na TSD de Brousseau, a pesquisadora buscou responder à seguinte questão de pesquisa: em que medida uma sequência didática, cuja elaboração leva em consideração as especificidades dos alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA), contribui para o diagnóstico de obstáculos à aprendizagem das concepções parte-todo e operadores, referentes a frações?

Em sua investigação, Ferreira (2014) estabeleceu como objetivo geral levantar possíveis obstáculos à aprendizagem que o aluno da Educação de Jovens e Adultos apresenta em relação ao estudo de frações, bem como colaborar para a elaboração de ações pedagógicas que envolvam professores e alunos no âmbito da EJA, motivando-os ao desenvolvimento e ao avanço de seus conhecimentos matemáticos acerca do tema.

A pesquisadora organizou a dissertação em seis capítulos. O primeiro, "O ensino e a aprendizagem de frações: concepções subjacentes", trata do ensino e aprendizagem de frações e explora as concepções parte-todo, medida, quociente e operador; discute, ainda, de maneira sucinta, o ensino na modalidade EJA.

O segundo capítulo é a 'revisão bibliográfica'; nele, a pesquisadora apresenta o levantamento dos trabalhos acadêmicos que versam sobre temas voltados ao ensino e à aprendizagem de frações, e à Educação de Jovens e Adultos, para subsidiar o atendimento ao objetivo de sua pesquisa.

A "metodologia" é apresentada no capítulo três. Ferreira (2014) descreve a pesquisa como de caráter qualitativo, na qual utilizou a análise de conteúdo segundo Bardin (2009). Indica os sujeitos da pesquisa, define o local de aplicação, uma escola da rede pública estadual, e trata da elaboração da sequência didática.

No quarto capítulo, "Quadro Teórico", a pesquisadora apresenta a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1996) como seu marco teórico. É realizada uma discussão a respeito das dialéticas de ação, formulação, validação e institucionalização, além de conceitos de obstáculos e contrato didático, com vistas ao processo de aprendizagem de fração.

No quinto capítulo, é apresentada a "análise dos dados" coletados, com a descrição da sequência didática, bem como das resoluções apresentadas pelos estudantes às questões propostas.

O sexto e último capítulo é dedicado às "considerações finais" da pesquisadora, às limitações e às recomendações para estudos futuros.

Ao desenvolver a pesquisa empírica de seu estudo, Ferreira (2014) elaborou uma sequência didática composta por três atividades, de maneira que fosse possível identificar obstáculos didáticos e epistemológicos relacionados à conceituação dos números racionais na forma fracionária. As atividades foram trabalhadas em três dias consecutivos, uma por dia, e cada sessão teve a duração de duas aulas de 45 minutos.

No desenvolvimento da segunda atividade, os estudantes puderam usar materiais manipuláveis: um bolo, algumas balas, notas de dinheiro cenográfico e bonequinhos de plástico. A autora justificou o uso desses materiais esclarecendo que tal atividade levava o estudante a associar o conhecimento matemático às suas experiências cotidianas.

Os participantes foram quatro estudantes do 2º ano do Ensino Médio da EJA, identificados por meio de siglas de duas letras maiúsculas (DE, NY, AS e RO), de maneira a atender às questões éticas da pesquisa.

Ao final da pesquisa de campo, Ferreira (2014) realizou a análise das respostas dos estudantes às questões-problema utilizadas na sequência didática. No Quadro 3, apresentamos parte dessa análise e os indícios da existência de obstáculos apontados pela autora.

**Quadro 3 –** Trechos da análise realizada por Ferreira (2014)

| Questão-problema | Considerações e possíveis obstáculos |
|---|---|
| Sabendo que $\frac{1}{3}$ da água dos reservatórios de São Paulo é perdida com ligações clandestinas e desperdícios. Faça uma figura para representar a água dos reservatórios e pinte a parte que corresponde às ligações clandestinas e desperdícios. | Este é um exemplo de questão que caracteriza uma das primeiras ideias de fração a partir da concepção parte-todo. Para solucionar, o aluno precisa fazer uma figura, dividi-la em três partes iguais e pintar apenas uma dessas partes.<br><br>A aluna DE utilizou como estratégia a ideia de fração como parte, no entanto incorreu no erro de dividir a figura em quatro partes desiguais e pintar três delas, baseando-se no denominador da fração. A aluna não conseguiu associar o número fracionário à figura que o representasse e fez uma representação que, possivelmente, associa a figura ao numerador e denominador da fração.<br><br>Um ponto evidente das respostas dos alunos é que eles pensam a fração como uma parte, mas isso ocorre de maneira desorganizada, sem fazer associação entre significado do numerador e denominador da fração.<br><br>Há indícios de que os alunos dividem, mentalmente, a figura em três partes, sem se preocupar com a divisão equitativa, e pintam uma parte pequena da figura, o que imaginam ser o reservatório após o desperdício de água.<br><br>Este procedimento do aluno aponta para uma realidade característica do aluno da EJA. Ele não tem o conhecimento formal da representação fracionária por uma figura, mas consegue relacionar a uma figura a quantidade que a fração possivelmente represente. Os saberes constituídos pelo aluno, certamente, em função de suas vivências e experiências do cotidiano, lhe possibilitaram adquirir apenas uma noção de quantidades, entretanto, esses saberes são insuficientes para resolução de problemas específicos do conteúdo. |

| Questão-problema | Considerações e possíveis obstáculos |
|---|---|
| | De acordo com as respostas há indícios de obstáculos epistemológicos relacionados à não conservação da unidade, dissociação numerador-denominador e a predominância da percepção visual sobre a estrutura relacional. |
| Para o café da tarde, Marta reuniu seus três filhos e quatro sobrinhos, fez um bolo e dividiu em 15 partes. Cada sobrinho comeu $\frac{2}{15}$, o filho mais novo comeu $\frac{1}{15}$ e os outros dois comeram $\frac{3}{15}$ cada um. Responda às questões abaixo:<br>a) Qual parte da fração do bolo ficou para Marta?<br>b) Qual a fração que representa o bolo inteiro?<br>**Observação:** Nesta questão os estudantes utilizaram material manipulativo (um bolo dividido em 15 pedaços) | Para responder corretamente, o aluno deveria considerar a quantidade de partes em que o bolo foi dividido, ou seja, o denominador da fração, e associar este número à ideia de que o bolo inteiro contém quinze partes de quinze: $\frac{15}{15} = 1$.<br>A aluna DE ficou uns instantes olhando para o bolo e procurou associar aquela situação à sua realidade, porém é possível notar que ela não tem o conhecimento ampliado para o campo dos números racionais e quando está diante de situações nas quais precisa desse conhecimento faz deduções sem significado por não entender o conceito de frações. Tal fato torna-se explícito na resolução apresentada pela aluna, que mesmo utilizando o material manipulativo, constatou que não sobraram pedaços do bolo, e não associou que quinze dos quinze pedaços representam o bolo inteiro. Como resposta registrou a fração $\frac{1}{15}$, mas em seguida apagou e escreveu a fração $\frac{6}{15}$.<br>SY iniciou fazendo uma figura representando os pedaços do bolo. É interessante notar que o aluno, utilizando estratégias de resolução baseadas em suas vivências, não teve dificuldades em representar a figura do bolo, ainda que não fosse solicitado na questão. Na figura, foi marcando os pedaços de bolo de cada elemento e concluiu que não sobrou nenhum pedaço. Entretanto, erros conceituais graves são cometidos, como registrar a solução como $\frac{0}{0}$.<br>De modo geral, na resolução deste problema, verifica-se que manipulação dos materiais contribuiu para que a maioria dos alunos encontrasse propostas de resolução, mas não garantiu que estes compreendessem claramente o significado desta concepção.<br>Nesta situação, verifica-se um possível obstáculo em relação à não identificação do inteiro como fração, em que o estudante não compreende que $\frac{15}{15} = 1$, o que indica o desconhecimento da fração aparente. |
| Quatro amigos receberam um prêmio de um bolão de loterias, dividiram o valor em 10 partes e repartiram da seguinte maneira: o primeiro recebeu $\frac{2}{10}$ desse valor, o segundo recebeu $\frac{3}{10}$ e o terceiro recebeu $\frac{4}{10}$. Com as informações fornecidas, responda:<br>a) Qual parte da fração do prêmio ficou para o quarto amigo?<br>b) Qual fração representa o prêmio inteiro? | Os quatro alunos pesquisados responderam ao item a) corretamente.<br>Os alunos RO e AS apresentaram uma solução diferenciada do que fizeram nas atividades anteriores, nota-se que eles fazem a soma das frações $\frac{2}{10} + \frac{3}{10} + \frac{4}{10}$ obtendo $\frac{9}{10}$; sendo assim, chegaram à conclusão de que, do total do prêmio, sobrou $\frac{1}{10}$ para o quarto amigo.<br>Neste momento da análise, baseando-se nas observações feitas durante as atividades e registros realizados pelo aluno RO, entende-se que o aluno construiu conhecimentos, passando do concreto para o abstrato.<br>Na análise das respostas registradas para este item, pode-se notar que os alunos conseguiram dar uma resposta correta à questão. Por outro lado, as respostas certas não significam que os estudantes construíram compreensões sobre o tema, é possível que tenham adquirido alguns conhecimentos em relação ao estudo das frações, entretanto, é provável que não tenham compreendido os significados do conteúdo. Esta mesma observação se estende ao item b) desta questão.<br>Em relação ao item b), todos os alunos deveriam responder qual fração representa o prêmio inteiro. Todos os alunos acertaram. Em |

| Questão-problema | Considerações e possíveis obstáculos |
|---|---|
| | contrapartida, as justificativas indicadas denunciam que os alunos não compreenderam, ou compreenderam parcialmente o que realizaram.<br>Ao não conseguirem justificar os procedimentos realizados para chegarem à resposta correta é possível que existam obstáculos como o uso do algoritmo sem significado, e a operação da fração como técnica sem interação com o *milieu.* |

**Fonte:** Adaptado de Ferreira (2014)

A síntese apresentada no Quadro 3 evidencia fragilidades na resolução das questões-problema pelos estudantes. Dentre os entraves detectados, destacam-se a partição de figuras em segmentos não equitativos; a redução da fração a uma contagem de números naturais; e a incompreensão da unidade como razão de termos idênticos. $\frac{n}{n}$.

Ferreira (2014) assevera que, mesmo utilizando frações em seu cotidiano, os participantes, ainda que reconheçam uma fração, não compreendem os números racionais e suas representações e concepções. A autora salienta que essas dificuldades, presentes na vida adulta, são resquícios de experiências escolares pregressas que se manifestam como obstáculos ao conhecimento.

De acordo com a pesquisadora, os estudantes não desenvolveram satisfatoriamente as habilidades necessárias para a resolução de problemas; sempre que sentiam dificuldade, buscavam o auxílio docente. Tal situação revela que os discentes não possuem o hábito de formular hipóteses e lidar com desafios. Ainda, segundo Ferreira (2014), os estudantes mostraram-se tensos quando convidados a explicar suas estratégias de resolução, bem como durante a discussão acerca dos algoritmos empregados.

Conforme aponta a autora “Em relação às atividades em si, na primeira delas os alunos se mostraram muito inseguros e por várias vezes requisitaram a presença da pesquisadora para fazer perguntas e reclamar das dificuldades encontradas nos problemas”. (Ferreira, 2014, p. 154). A maneira como o docente conduz sua aula pode persuadir seus estudantes a comportamentos de curiosidade, experimentação e conjecturas, ou reações opostas, como desinteresse, comodismo e dependência.

Na perspectiva da TSD, observa-se que os estudantes não desenvolveram esquemas de formulação e validação autônomos; diante do obstáculo, recorrem sistematicamente à autoridade docente.

Ao refletir sobre o estudo desenvolvido, a pesquisadora entende que o uso da sequência didática contribui para a aprendizagem dos estudantes.

> Em conclusão, pode-se afirmar que as sequências didáticas elaboradas considerando as especificidades do aluno jovem e adulto são importantes instrumentos para diagnosticar obstáculos à aprendizagem das concepções parte-todo e operadores referentes às frações, pois na medida em que o aluno se identifica com o problema, e esse problema lhe permite pensar e agir por conta própria, explicitando seus conhecimentos para resolvê-lo, torna-se possível indicar os obstáculos existentes em relação ao objeto que está sendo estudado (Ferreira, 2014, p. 156).

A pesquisa desenvolvida por Ferreira (2014) apresenta uma escrita cuidadosa, apoiada na TSD e trata a fração como representação fracionária. Em suas análises, utilizou o referencial teórico, reportando-se não apenas aos obstáculos epistemológicos e didáticos, mas também ao contrato didático de natureza prescritiva, ao efeito Topaze e às dialéticas de ação, formulação e validação, demonstrando coerência entre a prática investigada e a base teórica adotada.

No que tange às estratégias para a superação de obstáculos, o estudo aponta a necessidade de situações adidáticas que forcem a ruptura com a dependência docente e promovam uma interação genuína com o *milieu* para transformar o erro de um fracasso punitivo em um motor de regulação cognitiva.

A pesquisa doutoral de Miranda (2016), denominada “Estudando o obstáculo Didático sob a ótica da Teoria Antropológica do didático”, foi elaborada no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas da Universidade Federal do Pará, sob a orientação do Prof. Dr. Renato Borges Guerra e da coorientação do Prof. Dr. José Messildo Vianna Nunes.

O autor apoia-se na Teoria Antropológica do Didático de Chevallard (1980) e na discussão dos obstáculos feita por Brousseau (1986), com a intenção de confirmar a tese de que a existência de diferentes epistemologias institucionais utilizadas pelos docentes para a abordagem matemática do primeiro segmento e do segundo segmento do Ensino Fundamental constitui-se como Obstáculo Didático Institucional para os estudantes.

Em seu estudo Miranda (2016) estabeleceu como objetivo geral identificar possíveis características que compõem as epistemologias institucionais utilizadas no ensino de matemática das turmas do primeiro segmento e das turmas do segundo segmento do Ensino Fundamental, de modo a possibilitar a evidenciação de Obstáculos Didáticos Institucionais.

Como objetivos específicos, o autor definiu: identificar os elementos comuns e as diferenças existentes entre a Epistemologia Institucional do primeiro segmento e das turmas do segundo segmento do Ensino Fundamental com foco no estudo das frações; e verificar indícios de desconexão entre a Epistemologia Institucional apregoada em documentos oficiais e livros didáticos para turmas do primeiro segmento e aquela correspondente às turmas do segundo segmento.

Apoiado em indicadores educacionais do Ensino Fundamental relativos ao período compreendido entre os anos de 2007 e 2014, Miranda (2016), evidenciou uma acentuação nos índices de reprovação durante a transição entre as turmas iniciais do segundo segmento e as turmas finais do primeiro segmento. Tal constatação fundamentou-se em dados oficiais do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), os quais foram sistematizados e encontram-se reproduzidos na Tabela 1.

**Tabela 1 -** Taxa de reprovação do Ensino Fundamental 2008 - 2014

| Período | Fundamental | Primeiro segmento | Segundo segmento | Turmas finais do primeiro segmento | Turmas iniciais do segundo segmento |
|---|---|---|---|---|---|
| 2007 | 12,1 | 11,0 | 13,5 | 9,9 | 16,5 |
| 2008 | 11,8 | 10,1 | 13,9 | 9,3 | 16,9 |
| 2009 | 11,1 | 9,2 | 13,4 | 8,7 | 16,5 |
| 2010 | 10,3 | 8,3 | 12,6 | 8,2 | 15,2 |
| 2011 | 9,6 | 7,2 | 12,4 | 7,8 | 15,2 |
| 2012 | 9,1 | 6,9 | 11,8 | 7,5 | 14,6 |
| 2013 | 8,5 | 6,1 | 11,3 | 7,3 | 14,0 |
| 2014 | 8,6 | 6,2 | 11,7 | 7,0 | 14,6 |

**Fonte:** (Miranda, 2016, p. 17)

De acordo com os dados apresentados na Tabela 1, o pesquisador sugere a existência de lacunas nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática, as quais se refletem na elevação dos índices de reprovação das turmas iniciais do segundo segmento em relação às turmas finais do primeiro segmento.

Contudo, o autor ressalta que os números representam a reprovação no contexto geral e que não é possível atribuir essa situação especificamente à Matemática; porém, afirma que “não se pode negar que o processo de ensino desta disciplina tenha sua parcela de ‘contribuição’ na composição dos índices apresentados” (Miranda, 2016, p. 18, grifo do autor).

Ao analisar possíveis origens para os obstáculos entre os segmentos do Ensino Fundamental, o autor verificou o histórico da educação brasileira e o apresentou como mostra o Quadro 4.

**Quadro 4 -** A estrutura da educação brasileira de acordo com as legislações

<table>
<tr><th>Legislação</th><th colspan="3">Estrutura do ensino</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Decreto-lei nº 8529/1946</td><td colspan="3">Ensino Primário</td></tr>
<tr><td colspan="3">4ª série (+ 1 ano supletivo)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Lei nº 4024/1961</td><td>Ensino Primário</td><td colspan="2">Ensino Médio</td></tr>
<tr><td>Exame de admissão</td><td>Ginasial</td><td>Colegial</td></tr>
<tr><td>4 anos (ou até 6 anos)</td><td>4 anos</td><td>3 anos</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Lei nº 5692/1971</td><td colspan="2">Ensino Primário</td><td>Ensino Médio</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ensino de 1º grau</td><td>Ensino de 2º grau</td></tr>
<tr><td colspan="2">8 anos</td><td>3 anos</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Lei 9394/1996</td><td colspan="2">Ensino Fundamental</td><td>Ensino Médio</td></tr>
<tr><td colspan="2">8 anos</td><td>3 anos</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Lei 9394/1996, alterada em 2006</td><td colspan="2">Ensino Fundamental</td><td>Ensino Médio</td></tr>
<tr><td colspan="2">9 anos</td><td>3 anos</td></tr>
</table>

**Fonte:** (Miranda, 2016, p. 63)

Por meio das evidências sistematizadas no Quadro 4, Miranda (2016) argumenta que a unificação do Ensino Primário ao Ensino Médio (Ginasial), com a consequente extinção do exame de admissão, sustentou-se em um pressuposto de continuidade curricular que, na prática, revelou-se frágil. Segundo o autor, “a junção do Primário com parte do Médio e a eliminação do exame de admissão pode ter sido aparente, pois na prática, o Ensino Fundamental continua sendo dois blocos institucionalmente diferentes” (Miranda, 2016, p. 64).

Sob essa ótica, o autor identifica nessa fratura institucional a gênese de obstáculos didáticos de caráter estruturante. Para desvelar tais entraves, Miranda mobiliza conceitos como transposição e destransposição didática, epistemologia institucional, formação docente e livros didáticos, culminando na proposição do conceito de Obstáculo Didático Institucional.

Nesse sentido, Miranda (2016) entende que o ensino de fração, no primeiro segmento do Ensino Fundamental, ocorre mediante uma transposição didática que alcança determinado nível de entendimento conceitual. No segundo segmento, esse ensino é retomado por meio de uma nova transposição, orientada para a construção de um nível mais elevado de formalização matemática. Segundo o autor, quando essas duas maneiras de abordagem não se articulam de maneira progressiva e coerente, tendem a produzir obstáculos à aprendizagem dos estudantes.

O pesquisador enfatiza, portanto, que a transição da ideia intuitiva de fração para a construção formal do conjunto dos números racionais exige que o docente domine a complexidade cognitiva e epistemológica inerente a esse percurso. Complementarmente, para sustentar sua tese acerca da origem institucional desses obstáculos, Miranda analisa as matrizes curriculares de cursos de Licenciatura em Pedagogia e Matemática, evidenciando o distanciamento formativo entre os profissionais que atuam em cada segmento do Ensino Fundamental.

A investigação das matrizes curriculares revela um cenário de fragilidade na formação docente. Em três cursos de Pedagogia de instituições distintas, a fração não é abordada nem como “saber sábio” (conhecimento matemático acadêmico), nem como “saber a ensinar” (didatização do conteúdo). Já nas três licenciaturas em Matemática analisadas, o objeto restringe-se ao domínio do “saber sábio”, desprovido de uma transposição voltada à prática pedagógica.

Miranda (2016) assevera que essa lacuna gera uma epistemologia deficitária em ambos os segmentos: o pedagogo carece de domínio matemático aprofundado, enquanto o licenciado em Matemática carece de estratégias de mediação didática.

Considerando o papel relevante do livro didático como fonte de informações para o docente e, por vezes, como o único material disponível aos discentes, o autor analisou seis coleções, sendo três de cada segmento, com o objetivo de identificar as diferenças epistemológicas existentes entre as etapas do Ensino Fundamental.

Na análise, o pesquisador verificou disparidades conceituais e de abordagem “enquanto no primeiro a fração é vista como uma relação entre dois números naturais, no segundo a fração é um elemento de características próprias e por isso se constitui em um número em si” (Miranda, 2016, p. 106).

O autor ressalta que, no primeiro segmento, a fração é estritamente associada à representação figural e ao significado parte-todo; no segundo segmento, embora passe a ser considerada como número, a abordagem permanece muito próxima da anterior, mantendo a discussão centrada no significado parte-todo.

Assim, o pesquisador assevera a existência de diferentes epistemologias educacionais em cada segmento e conclui que essa disparidade “Causa para os estudantes um obstáculo didático que tem origem na diferença de Epistemologia Institucional, o que nos permite falar em **Obstáculo Didático Institucional”** (Miranda, 2016, p. 107, grifo do autor).

Em suma, Miranda (2016) afirma que esse obstáculo tende a se estabelecer caso não haja articulação entre as epistemologias mobilizadas nos dois blocos do Ensino Fundamental. O pesquisador esclarece que as origens dessa fratura encontram-se na própria estrutura do ensino brasileiro:

> O resultado da pesquisa realizada mostra que a atual estrutura do Ensino Fundamental brasileiro é fruto de acordos e pressões internacionais para haver a ampliação da escolaridade obrigatória. Tais fatos levaram o país a unir o antigo ensino primário com o ensino ginasial que era a primeira fase do ensino médio com a eliminação do "exame de admissão" e formando o que hoje é o Ensino Fundamental de 9 (nove) anos. Essa nova estrutura é supostamente contínua, mas que se revela como "dois blocos distintos e justapostos" porque adquirem características que os distinguem e permitem que sejam vistos como duas instituições em termos de: (1) estrutura organizacional, (2) forma didática em que os conteúdos disciplinares são ensinados e (3) exigência mínima na formação dos profissionais habilitados a exercer a função docente em cada um desses blocos denominados de segmentos (Miranda, 2016, p. 6, grifo do autor).

Na obra de Miranda (2016), verifica-se que o rigor no uso do referencial teórico, centrado na Teoria Antropológica do Didático e nos conceitos de transposição, permite concluir que a superação do obstáculo didático institucional demanda reformas que ultrapassam a sala de aula e incidem sobre a formação docente, o currículo e a legislação, com vistas à integração das epistemologias que estruturam os dois segmentos do Ensino Fundamental.

A dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) de Alves (2018), intitulada "A aprendizagem das frações e seus obstáculos", foi desenvolvida no Departamento de Matemática da Universidade Federal da Paraíba, sob a orientação do Prof. Dr. Eduardo Gonçalves dos Santos.

A autora utilizou como aporte teórico para a discussão dos obstáculos os PCN, os artigos de Lopes (2008), Bertoni (2008) e Vianna (2008), a dissertação de Silva (1997) e o livro Matemática no Ensino Fundamental de Van de Walle (2010). O estudo possui abordagem qualitativa e o objetivo geral de analisar alguns obstáculos no processo de aprendizagem dos números racionais escritos na forma de fração. Para tanto, a autora estabeleceu os seguintes objetivos específicos: realizar um histórico do surgimento de frações; discorrer sobre as estratégias utilizadas para o ensino da fração e suas relações com as dificuldades de aprendizagem dos alunos; abordar alguns obstáculos enfrentados pelo aluno na construção do conceito de fração e na operacionalização com frações.

A pesquisa é bibliográfica e foi organizada em três capítulos, precedidos por uma breve introdução na qual a autora apresenta, de maneira sucinta, as origens das frações em diferentes civilizações, a fração no ambiente escolar e os objetivos do trabalho.

No primeiro capítulo, denominado “Histórico sobre frações”, Alves (2018) buscou conhecer as origens da fração e como surgiu a representação utilizada atualmente; para isso, realizou um estudo dos sistemas de numeração em civilizações antigas.

O segundo capítulo, nomeado “Estratégias de ensino dos números fracionários”, trata de aplicações utilizadas no ensino de frações, abordando a fração como parte-todo em grandezas contínuas e discretas, além dos significados de razão, quociente e número.

No terceiro capítulo, intitulado “Obstáculos no ensino das frações”, a autora elenca os principais obstáculos didáticos enfrentados pelos estudantes na aprendizagem do conceito e das operações com frações; e conclui por meio de suas considerações finais.

A autora afirma que, no que concerne ao conteúdo de fração, é comum haver dificuldades tanto por parte dos estudantes quanto, em alguns casos, dos próprios docentes. Segundo Alves (2018), “Observa-se no ambiente escolar que o conhecimento adquirido pelos alunos, nos anos que passam estudando este conteúdo, se reduz na maioria das vezes à memorização de um conjunto de regras e algoritmos” (Alves, 2018, p. 11).

Em seu estudo, a pesquisadora identifica cinco obstáculos didáticos recorrentes no ensino das frações, os quais se encontram sistematizados no Quadro 5.

**Quadro 5 –** Obstáculos Didáticos frequentes no ensino de frações

| Obstáculo Didático | Características / fundamentos |
|---|---|
| Conceito | De acordo com Lopes (2008), o primeiro obstáculo que o aluno deve encarar é que de fato a palavra fração está associada a muitas ideias, o que o autor denomina de ‘megaconceito’. Assim, a passagem de uma ideia para outra pode deixar o aluno confuso, e mais, estas ideias na maioria dos casos estão interligadas, de modo que fica difícil isolar cada uma delas. Muitas vezes, quando questionados sobre o que é fração, é comum que os alunos respondam ‘é pedaço, é aquele negócio de dividir figuras, é cortar tiras’ (Bertoni, 2008, p. 211). Estas respostas, evidenciam que os alunos não compreendem as ideias associadas a fração, e se limitam normalmente ao pouco que entenderam da aplicação parte-todo. [...] Os diferentes significados podem se |

| Obstáculo Didático | Características / fundamentos |
|---|---|
| | confrontar, como por exemplo ao começar o ensino utilizando o modelo parte-todo, o aluno observa partes de uma unidade, ou seja, trabalha apenas com as frações chamadas de próprias e em seguida é apresentado as impróprias, como se esta passagem fosse algo natural, quando não é (Lopes, 2008). |
| Notação | O segundo obstáculo é a notação utilizada para representar as frações, não é tão simples compreender que dois números inteiros separados por um traço representem um único número racional na forma de fração, principalmente por ser introduzido através da aplicação parte-todo e o procedimento usado ser a dupla contagem (Lopes, 2008). Vianna (2008) afirma que uma das confusões presentes na notação se dá a forma com que lemos as frações, ao buscar representar uma 'unidade comum', temos na verdade a leitura de um numeral (numerador) e de uma parte fracionário (denominador), de modo que algo simples seja incompreendido pelos alunos. O autor ressalta, ainda, que a persistência nesta confusão pode levar adultos a operar perfeitamente com números inteiros e decimais, mas não conseguir resolver operações com as frações por não compreendem a notação. De acordo com Van de Walle (2010), a notação de fração é uma convenção bastante complexa para os alunos e geralmente enganosa para eles. Por isso, vale a pena o professor investir algum tempo para a compreensão do que cada número representa neste símbolo. [...] A dificuldade com a notação das frações acaba fazendo com que os alunos fujam de utilizá-las, por ter dificuldade no manuseio com elas, e principalmente depois de terem estudado os números decimais. Assim, os alunos substituem a notação fracionária pela decimal, a fim de vencer os obstáculos vivenciados nas operações (Bertoni, 2008). Como por exemplo, para calcular $\frac{5}{2} - \frac{1}{4}$ muitos resolveriam substituindo $\frac{5}{2}$ por 2,5 e $\frac{1}{4}$ por 0,25, em vez de utilizar a forma fracionária para resolver esta operação. |
| Equivalência | O terceiro obstáculo, está associado aos dois primeiros, é o fato de "cada número racional poder ser representado por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias" (Brasil, 1998, p. 101). Como duas frações podem parecer diferentes e representar a mesma quantidade? certamente esta é uma pergunta que os alunos devem fazer, por exemplo, quando o professor apresenta que $\frac{4}{6}$ é equivalente a $\frac{2}{3}$. [...] Contudo, muitas vezes os alunos não são apresentados ao conceito de equivalência, mas sim ao algoritmo utilizado e acabam por reproduzir o cálculo sem compreender o significado do que estão fazendo. Para que a equivalência não seja um obstáculo, os alunos devem ser apresentados ao conceito e ao algoritmo, pois um complementa o outro. E somente desta forma irão conseguir compreender que de fato $\frac{2}{3}$ é igual a $\frac{4}{6}$, que por sua vez é igual a qualquer fração que represente a mesma quantia. [...] De modo que o terceiro obstáculo está relacionado com o seguinte, uma vez que é fundamental a utilização de equivalências nas operações de adição e/ou subtração com denominadores diferentes. |
| Adição e subtração | Derivado do segundo e terceiro obstáculos, surge o quarto obstáculo que é a 'adição e/ou subtração de frações'. Seja com denominadores iguais ou distintos, é comum ver os alunos apresentarem como resultado destas operações a adição e/ou subtração de numerador com numerador e denominador com denominador. Mas é evidente que o erro ocorre com mais frequência nas adições e/ou subtrações cujos denominadores são diferentes, como apresentada na seguinte expressão: $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \pm \mathrm{c}}{b \pm \mathrm{d}}$. E este obstáculo algumas vezes persiste e |

| Obstáculo Didático | Características / fundamentos |
|---|---|
| | ultrapassa o ensino fundamental e médio, aparecendo também no nível superior. [...] Muitas vezes isto ocorre devido aos alunos tratarem os elementos da fração como números distintos, trabalhando da mesma forma que fazem com os números naturais. [...] Outro ponto que precisa ser abordado é o fato de que as operações de adição e subtração de frações de denominadores distintos é apresentada aos alunos por meio do algoritmo que utiliza o MMC para achar frações equivalentes [...] neste ponto surgem duas dificuldades a serem superadas. A primeira é determinar o MMC e a segunda é como fazer uso desse MMC para “trocar” as frações por suas equivalentes. |
| Divisão | O quinto obstáculo é a operação de divisão entre números fracionários. Este deve ser o mais persistente e complicado de ser superado pelos alunos, uma vez que “as possibilidades de uma abordagem intuitiva para a divisão de frações são escassas, as aplicações realistas são mais escassas ainda” (Lopes, 2008, p. 17). A divisão é, sem dúvidas, a operação mais temida pelos alunos, mesmo nas situações em que se trabalha apenas com naturais. Em muitos casos é comum ver os alunos desenhando ‘tracinhos’ ou ‘bolinhas’ para representar a quantidade que está sendo dividida e, em seguida, fazendo os agrupamentos com a quantidade do divisor, buscando assim uma estratégia para encontrar a solução da divisão que não seja o algoritmo usual. [...] Quando ensinamos as operações com números naturais, usualmente introduzimos o conceito de operações inversas, assim temos, por exemplo, que a multiplicação é a operação inversa da divisão, sendo comum as situações em que usamos tais operações para verificar se o resultado encontrado é o correto. Porém, o algoritmo de divisão entre frações apresenta que, para dividir frações, devemos usar a multiplicação. E sendo esta a forma de resolver a operação, como verificar se o resultado está correto usando a multiplicação também? A confusão na cabeça do aluno só aumenta. Quando se trata de divisão entre frações, alguns alunos olham para esta operação e não sabem por onde começar, outros tentam encarar o problema usando a representação decimal, outros acabam tentando resolver a operação com um caminho parecido da adição e subtração, buscando erroneamente usar o MMC, e alguns podem ser bem-sucedidos usando o raciocínio da multiplicação, porém por não trabalharem bem com frações equivalentes, não conseguirão resolver todas as divisões por este caminho. Talvez o que cause este obstáculo é o fato de os professores não conseguirem explicar, por não acharem importante ou na maioria dos casos por não saberem, o que torna este algoritmo válido. Assim, normalmente, os professores se limitam a apresentar o algoritmo (do jeito que aprenderam) resolvendo as operações e, muitas vezes, sem nenhum contexto que ajude no entendimento do aluno. |

**Fonte:** (Alves, 2018, p. 41-50)

A análise do Quadro 5 revela distorções em relação à definição do obstáculo didático proposta por Brousseau. Alves (2018) afirma que o conceito, a notação, a equivalência e as operações com frações configuram-se como obstáculos didáticos. No entanto, os obstáculos elencados no referido quadro podem ter origem epistemológica ou ontogênica, não se restringindo, necessariamente, a escolhas do sistema de ensino, como caracteriza o obstáculo de natureza didática.

Esses equívocos teóricos tornam-se mais evidentes quando a autora recorre a Silva (1997) para caracterizar o obstáculo didático. A citação apresentada por Alves

(2018) atribui as propriedades gerais da noção de obstáculo, no campo da didática, especificamente ao obstáculo didático. Segundo Alves (2018, p. 40), com base em Silva (1997), um obstáculo didático apresentaria as seguintes características:

> • É um conhecimento, uma concepção, mesmo que seja falsa ou incompleta, não é uma dificuldade ou ausência de conhecimento.
> • Tem um domínio de validade e eficácia que produz respostas adaptadas a certos problemas ou classes de problemas, mas que conduz a respostas erradas em outros tipos de problemas.
> • É resistente a toda modificação ou transformação e se torna predominante em certas situações, mesmo após ter sido substituído aparentemente por um novo conhecimento.
> • A rejeição a esse conhecimento conduzirá a um novo conhecimento.

Essa interpretação causa estranheza, uma vez que as características elencadas por Silva (1997) se referem à definição geral de obstáculo em didática, e não especificamente ao obstáculo didático. No texto original, Silva (1997) afirma:

> **Um obstáculo tem as seguintes características em didática:**
> • É um conhecimento, uma concepção, mesmo que seja falsa ou incompleta, não é uma dificuldade ou ausência de conhecimento.
> • Tem um domínio de validade e eficácia que produz respostas adaptadas a certos problemas ou classes de problemas, mas que conduz a respostas erradas em outros tipos de problemas.
> • É resistente a toda modificação ou transformação e se torna predominante em certas situações, mesmo após ter sido substituído aparentemente por um novo conhecimento.
> • A rejeição a esse conhecimento conduzirá a um novo conhecimento. (Silva, 1997, p. 27, grifo nosso).

Na sequência, Silva (1997) explicita que, segundo Brousseau, os obstáculos podem ser classificados em epistemológicos, didáticos e ontogênicos. Assim, constata-se que Alves (2018) incorre em uma interpretação equivocada ao atribuir diretamente ao obstáculo didático características que dizem respeito à noção geral de obstáculo, conforme a TSD de Brousseau (2008).

Quanto às estratégias de superação dos obstáculos, Alves (2018) indica, de maneira geral, a necessidade de que os docentes conheçam os obstáculos para rever suas práticas pedagógicas. Sugere, ainda, o uso de diferentes significados de fração, indo além do parte-todo, bem como a mobilização do contexto histórico como recurso para superar obstáculos. Tais encaminhamentos, embora pertinentes, permanecem pouco articulados a uma análise sistemática do funcionamento do *milieu* e das situações adidáticas, conforme a TSD.

A pesquisa doutoral de Nogueira (2020), intitulada “Obstáculos epistemológicos e didáticos relacionados a frações: um estudo com alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental”, foi elaborada no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), sob a orientação do Prof. Dr. Gerson Pastre de Oliveira.

A autora utiliza a TSD como fundamento teórico e busca responder à seguinte questão de pesquisa: qual a contribuição de uma sequência de problemas, elaborada em conformidade com a TSD, para o processo de identificação de obstáculos à aprendizagem dos números racionais em sua representação fracionária por alunos do 7º ano do Ensino Fundamental?

Com intuito de responder ao questionamento proposto, a autora estabeleceu como objetivo geral investigar de que maneira sequências didáticas, compostas por situações-problema, podem contribuir para a aprendizagem dos números racionais em sua representação fracionária.

Como objetivos específicos, a pesquisadora definiu: analisar, com base na TSD e em pressupostos teóricos correlatos, se uma proposta de trabalho didático envolvendo problemas relacionados aos números racionais, em sua representação fracionária, permite identificar quais obstáculos surgem no processo de aprendizagem de alunos do Ensino Fundamental; investigar se alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, que já passaram por processos de ensino relativos aos números racionais, estão preparados para utilizar esse conhecimento em uma sequência didática constituída por situações-problema envolvendo o tema; averiguar como os alunos transitam entre as dialéticas indicadas no corpo teórico da TSD durante a resolução, em grupo, de sequências didáticas que envolvem os números racionais em sua representação fracionária.

A pesquisadora organizou a tese em sete capítulos. O primeiro, “Introdução”, apresenta as motivações para o estudo, a relação da autora com o objeto de pesquisa, a questão de pesquisa, os objetivos e a organização do trabalho. O segundo capítulo, denominado “Aportes sobre trabalhos e pesquisas correlatas”, constitui a revisão bibliográfica, na qual a autora expõe os achados relevantes das produções acadêmicas analisadas.

No terceiro capítulo, nomeado “Teoria das Situações Didáticas”, a autora discorre acerca de elementos dessa teoria: as dialéticas de ação, formulação, validação e institucionalização; os obstáculos epistemológicos, didáticos e ontogênicos; e o contrato didático. O quarto capítulo, intitulado “Resolução de Problemas”, traz um breve histórico acerca do tema e discute parâmetros, diretrizes e documentos oficiais relacionados a essa metodologia de ensino.

No quinto capítulo, designado “Conjunto dos Números Racionais”, a autora apresenta seu objeto de pesquisa e discute os subconstrutos (significados): parte-todo, medida, quociente, razão e operador, analisando como são abordados em livros didáticos. O sexto capítulo, chamado “Descrições das sequências didáticas e critérios empregados na análise de dados”, descreve os sujeitos, o local, a metodologia e os procedimentos, além da aplicação das sequências e sua análise. No sétimo e último capítulo, a autora apresenta as “Considerações Finais”, retoma os objetivos e faz uma reflexão acerca dos obstáculos verificados e sobre os alcances e as limitações do estudo.

Em sua pesquisa, Nogueira (2020) investigou os obstáculos à aprendizagem dos números racionais em sua representação fracionária, sob o crivo da teoria das situações didáticas, em classes do 7º ano do Ensino Fundamental. Ao examinar produções acadêmicas relacionadas à sua temática, identificou seis obstáculos, por ela caracterizados como didáticos, vinculados ao ensino dos números racionais, os quais são apresentados no Quadro 6.

**Quadro 6 –** Obstáculos Didáticos

| Obstáculo | Características / fundamentos |
|---|---|
| Ponto de vista único | Esse está ligado à excessiva abordagem da concepção parte-todo no modelo contínuo, o que leva à não apresentação das demais concepções (razão, medida, operador e quociente) aos alunos nos anos iniciais. |
| Dupla contagem das partes | Está relacionado à concepção parte-todo no modelo contínuo, onde as atividades induzem o aluno a dividir o inteiro e contar as partes. Os obstáculos aparecem quando, por exemplo, as partes não estão divididas em tamanhos iguais, ou a divisão de uma das partes não está aparente, ou seja, uma simples modificação na figura pode induzir ao erro. |
| Discretização do contínuo | Como dito, o aluno, ao ser introduzido ao conhecimento relativo ao conjunto dos racionais, possui o conhecimento do conjunto dos naturais, no qual os problemas são abordados em um universo discreto, e esse aluno é introduzido ao conjunto dos racionais a partir da concepção parte-todo, apresentando, assim, uma ruptura considerável. |
| Visão deturpada no trabalho com quantidades discretas | O uso de quantidades discretas só aparece para trabalhar a fração de quantidade (operador sobre os naturais) e visto somente sob a concepção parte-todo. Esse tipo de atividade se mostra limitante e não propicia ao aluno |

**Quadro 6 –** Obstáculos Didáticos

| Obstáculo | Características / fundamentos |
|---|---|
| | diferenciar o modelo discreto do contínuo, mantendo a fração ligada apenas aos números naturais. |
| Nomeação aleatória do conjunto numérico | Ora chamado de fração, ora de números fracionários ou número racional – tal “diversidade” pode ser fruto da falta de clareza que o professor tem sobre o assunto. |
| Formalização abusiva | É comum, em livros dos anos iniciais do ensino fundamental, o uso de algoritmos para a introdução de alguns conceitos, o que gera um conhecimento mecanizado que não dá sentido ao número que está sendo estudado. |

**Fonte:** Nogueira (2020, p. 50-51)

Em face do exposto no Quadro 6, a autora identifica que o uso excessivo do significado parte-todo no ensino dos números racionais em sua forma fracionária favorece a manifestação de diferentes obstáculos didáticos. Entre os obstáculos verificados, quatro possuem relação direta com o significado parte-todo.

Como encaminhamento, a autora propõe o trabalho com diferentes significados de fração, para além do parte-todo, como uma alternativa que potencializa o ensino e a aprendizagem desse objeto matemático, uma vez que amplia as possibilidades de retroações entre os estudantes e o *milieu*.

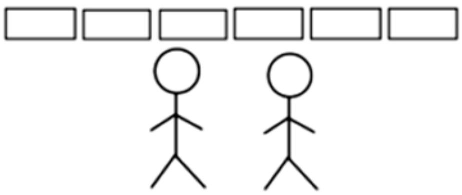
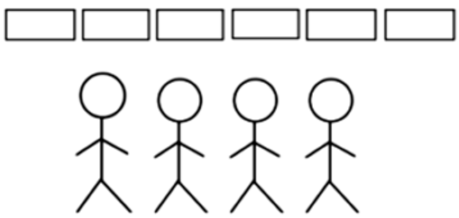
Em sua pesquisa empírica, Nogueira (2020) desenvolveu três sequências didáticas aplicadas entre os meses de agosto e outubro de 2019. Participaram do estudo dez estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental, organizados em grupos. Segundo a autora:

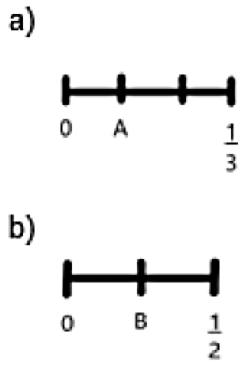
> Para a aplicação das sequências didáticas, os 10 alunos foram divididos em 3 grupos, [...] Os alunos foram identificados pela combinação de uma letra e um número. O número é referente ao grupo que o aluno faz parte; então, os alunos do G1 são A1, B1, C1 e D1, os alunos do G2 são A2, B2 e C2 e os alunos do G3 são A3, B3 e C3. (Nogueira, 2020, p. 101)

As atividades foram gravadas em áudio de maneira a registrar informações trocadas entre os participantes de cada grupo e, posteriormente, foram transcritas para análise. Os estudantes foram orientados a resolver as situações-problema baseando-se nos conhecimentos que possuíam; também foram estimulados a compartilhar ideias e a registrar suas estratégias.

No Quadro 7, apresentam-se algumas questões construídas pela autora e utilizadas nas sequências didáticas.

**Quadro 7** – Situações-problema das sequências didáticas

| Situação-problema / sequência | Obstáculo / considerações |
|---|---|
| Primeira situação-problema da primeira sequência didática.<br><br>Temos 6 barras de chocolate para dividirmos igualmente entre um grupo de crianças.<br><br>a) Sendo esse grupo formado por 2 crianças, quantas barras de chocolate cada criança irá receber?<br><br>b) Se o grupo for formado por 4 crianças, quantas barras de chocolate cada criança irá receber? Explique como realizou a tarefa.<br> | Para responder ao item b, os alunos indicaram, em seus diálogos, que deveriam empregar a noção que possuíam de divisão. Entretanto, ao perceberem que precisariam dividir, assim como no item anterior, não poderiam ficar adstritos ao uso dos conhecimentos relativos ao conjunto dos números naturais. [...] Os alunos enxergam o processo de conversão entre os registros decimal e fracionário como uma grande dificuldade. A1 apresentou 1,5 como resposta para o item b e, quando solicitado que eles transformassem esse número racional da representação decimal para sua representação fracionária, o mesmo afirmou que o registro de chegada resultaria $\frac{1}{5}$, o que não está correto, pois 1,5 é equivalente a $\frac{3}{2}$. Esse erro nos leva a conjecturar que o resultado correto apresentado pode não fazer sentido para o estudante e para o grupo, em termos de compreensão do significado da resposta no contexto do problema, ou que a representação fracionária é que não faria sentido, pois os sujeitos não conseguem fazer a correlação entre número decimal encontrado como resultado e sua fração equivalente, ou seja, não puderam apresentar o número encontrado como resultado em outra representação dos números racionais. O item a, relacionado ao conhecimento dos números naturais e suas operações, é visto como fácil pelos membros do grupo, que o resolvem corretamente e ressaltam este fato no diálogo supramencionado. Entretanto, quando C2 afirma que não há como dividir de um 'jeito certo' quando se refere ao item b, expõe, na verdade, que não há uma resposta possível a partir do recurso ao conjunto dos números naturais. Isso pode evidenciar um **obstáculo de natureza epistemológica** típico da construção deste tipo de conhecimento, ligado, justamente, ao conhecimento dos números naturais. Funciona, aqui, como se o aluno rejeitasse a possibilidade de empregar saberes relativos ao conjunto dos números racionais. Brousseau (1986) indica, inclusive, **o caráter de resistência deste tipo de obstáculo**, que tende a persistir nas conjecturas e buscas por respostas dos sujeitos. |
| Quarta situação-problema da segunda sequência didática.<br><br>Indique qual fração representa os pontos A e B nos segmentos abaixo: | Para a resolução dos itens a e b os alunos não construíram uma linha de pensamento ou justificaram a escolha das respostas. Os integrantes de G1 não apresentaram, ao final, um valor para A, mas sim um valor para uma das marcações do segmento indicado no enunciado. Os alunos deste grupo marcaram $\frac{1}{1}$; da mesma forma, este valor foi anotado para B – ambas as respostas estão equivocadas. |

| Situação-problema / sequência | Obstáculo / considerações |
|---|---|
|  | O aluno A1 evidenciou suas conjecturas, mas, ao ser questionado sobre as respostas apresentadas, não mostrou suas justificativas, apenas manteve suas afirmações, que foram acolhidas pelo grupo. Os demais participantes do grupo ainda apresentaram outras respostas; por fim, acabaram por aceitar as argumentações de A1. É possível que os integrantes do grupo tenham compreendido que a sequência das marcações disponíveis seria $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$, revelando, mais uma vez, um **obstáculo voltado ao conhecimento do conjunto dos números naturais** – o denominador é visto, neste caso, como um “número independente”, e não como componente da representação fracionária, e sua sequência representaria, nesta concepção equivocada, a mesma daquela encontrada no conjunto dos números naturais. [...] O G3 apresentou, tal como os outros grupos, para os itens a e b, a mesma resposta, que foi $\frac{1}{1}$, ambas equivocadas. Para o item a, a resposta foi dada pelo aluno A3, que, em sua argumentação, apresentou ao grupo a justificativa da escolha da resposta, esta foi aceita pelos demais. Notamos, a partir da resposta dada por A3, que mesmo após todas as discussões realizadas nos problemas anteriores envolvendo os conhecimentos relacionados ao conjunto dos números racionais em sua representação fracionária, fica evidenciada a prevalência de um **obstáculo epistemológico** relacionado à diferença entre a natureza do conjunto dos números naturais e do conjunto dos números racionais, como foi possível observar com os grupos anteriormente analisados. Neste caso, inclusive, A3, em sua fala, evidencia a ideia equivocada de sequência “emprestada” dos naturais nos denominadores das frações. Mais ainda, a noção de que uma fração poderia ser vista como um par de números naturais e não um número em si fica bastante evidenciada. |
| Terceira situação-problema da terceira sequência didática.<br><br>Uma empresa enviou 4 funcionários para pintarem a faixa central de uma rodovia.<br><br>a) Paulo irá pintar $\frac{1}{4}$ da faixa e Pedro $\frac{2}{4}$, pois Pedro tem mais agilidade para o serviço. Usando o desenho abaixo para representar a faixa, pinte de verde a parte de Paulo e de azul a parte de Pedro. | O obstáculo que emerge desta análise aparece relacionado a certa tensão entre a representação figural, a representação fracionária e o significado atribuído a ambas – de forma geral, parece faltar uma articulação entre os sentidos representacionais de figura e de fração. Há ainda, provavelmente, o aspecto de conversão entre representações, que se mostra bastante prejudicado neste ponto. Estes **obstáculos** aparentam indicar mais alguma incidência de **métodos didáticos equivocados**, os quais, provavelmente, ao menos deixaram de construir as necessárias relações entre as representações, sugerindo que cada uma delas ocorre de forma independente e desarticulada. A análise da atividade anterior também revela alguns traços desta ocorrência, em mais de um grupo, o que reforça a perspectiva de obstáculo didático, uma vez que o sistema de ensino envolvido tem |

| Situação-problema / sequência | Obstáculo / considerações |
|---|---|
| b) Qual fração sobrou para José e Matheus pintarem?<br><br>c) Sabendo que José e Matheus irão dividir o restante do trabalho igualmente. Que fração corresponde ao que cada um irá pintar? | representantes comuns em relação aos grupos (mesma escola, mesmos professores). Uma análise mais aprofundada das relações representacionais pode ser explorada em pesquisas futuras, já que foge do escopo desta investigação. A questão do significado que a própria ideia de fração mobiliza também pode ser levantada aqui. Ao que parece, no contexto apresentado, o uso de termos ligados à representação fracionária não está ligado ao significado de um número racional (Nunes; Bryant, 1997). Parece prevalecer o **obstáculo epistemológico que leva à interpretação de uma fração como uma conjugação de dois números naturais** – é preciso lembrar que esta referência é resistente em termos cognitivos. Os alunos demonstram algum domínio sobre a ideia de um inteiro dividido em partes, mas os obstáculos mencionados incidem de forma incisiva para interferir de modo desfavorável nas respostas apresentadas. |

**Fonte:** Adaptado de Nogueira (2020)

Depreende-se do Quadro 7 que, em relação à primeira situação-problema da primeira sequência didática, os participantes consideraram o processo de conversão entre os registros decimal e fracionário como particularmente complexo. O estudante A1, quando solicitado a transformar o número racional 1,5 da representação decimal para a fracionária, apresentou como resposta $\frac{1}{5}$. A autora conjectura a existência de um obstáculo de natureza epistemológica característico da construção desse conhecimento, vinculado à predominância do domínio dos números naturais. Segundo a pesquisadora, é possível que a representação fracionária não tenha assumido significado para o participante naquele contexto.

Na terceira situação-problema da terceira sequência didática, a autora indica a presença de um possível obstáculo didático oriundo da tensão entre a representação figural (o desenho) e a simbólica (a fração), bem como dos significados atribuídos a cada uma delas. A origem desse obstáculo pode estar associada à incidência de métodos didáticos equivocados que, por vezes, não conseguiram construir as relações necessárias entre as diferentes representações.

Nas três sequências didáticas, Nogueira (2020) analisou, ao todo, 11 situações-problema e, na maioria delas, observou que a prevalência de obstáculos epistemológicos ligados à “herança” dos números naturais foi uma constante. A pesquisa trata a fração como uma representação fracionária dos números racionais e demonstra uma aplicação consistente e rigorosa do referencial teórico em suas análises. Embora a autora não tenha discutido diretamente a ação docente, a exposição de indícios colhidos nas respostas dos estudantes oferece subsídios relevantes para que professores revisitem suas práticas, sobretudo em relação à organização de situações didáticas e adidáticas. No 7º ano, tais obstáculos epistemológicos já deveriam ter sido superados; sua persistência, portanto, sugere a existência de obstáculos didáticos que impediram essa superação.

A dissertação de José (2021), intitulada “Obstáculos Epistemológicos inerentes ao conceito de fração”, foi elaborada no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Tocantins (UFT), sob a orientação do Prof. Dr. Idemar Vizolli. Em seu estudo, o autor propôs a seguinte questão de pesquisa: que obstáculos epistemológicos afetam o conceito de fração?

Para responder ao questionamento, estabeleceu o objetivo geral de conhecer os obstáculos epistemológicos inerentes ao conceito de fração. Como objetivos específicos, definiu: identificar obstáculos epistemológicos inerentes ao conceito de fração em teses e dissertações de IES brasileiras; buscar obstáculos epistemológicos inerentes ao conceito de fração com base na História da Matemática em diferentes civilizações antigas; e analisar, em um livro didático de 6º ano do Ensino Fundamental, as implicações a partir de obstáculos epistemológicos inerentes ao conceito de fração.

Trata-se de uma pesquisa teórica de abordagem qualitativa, que se apoia nas perspectivas teóricas de Bachelard e de Brousseau. A dissertação foi organizada em quatro seções. Na primeira, nomeada “Introdução”, o pesquisador discorre a respeito de sua relação pessoal e profissional com o objeto de estudo, além de apresentar a questão de pesquisa, os objetivos e as escolhas metodológicas.

Na segunda seção, designada “Fundamentação Teórica”, o autor aborda a epistemologia da ciência de Bachelard e o conceito de obstáculos epistemológicos. Discute, também, os obstáculos didáticos conforme Brousseau, e realiza um estudo sobre fração em civilizações antigas, em busca das suas origens e obstáculos.

A terceira seção, denominada “Revisão de Literatura”, é composta por duas etapas: a primeira trata da análise de cinco dissertações selecionadas no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES; a segunda consiste na análise de um livro didático de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental, especificamente na unidade que contém o conteúdo relativo à fração.

A quarta e última seção apresenta as reflexões do pesquisador quanto ao percurso desenvolvido e aos achados do estudo, discutindo em que medida foi possível responder à questão de pesquisa, indicando possibilidades de estudos futuros.

Em sua produção, José (2021) empreendeu um exame retrospectivo à História da Matemática, com o fito de identificar os obstáculos epistemológicos inerentes ao conceito de fração nas civilizações egípcia, grega, hindu e mesopotâmica. Para tanto, o autor recorreu a obras de referência, como as de Boyer (1994), Eves (2011), Ifrah (1997), Mol (2013) e Roque (2012). O pressuposto que orienta essa abordagem consiste na ideia de que as resistências intelectuais superadas pelas sociedades antigas oferecem chaves interpretativas para a compreensão dos obstáculos manifestados pelos estudantes contemporâneos.

Em seu levantamento bibliográfico, José (2021) articulou suas análises ao trabalho de Silva (1997), intitulado “Sobre a introdução do conceito de número fracionário”. Nesse estudo, Silva realiza uma densa análise epistemológica do processo histórico de constituição da fração, identificando obstáculos que se tornaram constitutivos do próprio saber matemático. Tais obstáculos, que evidenciam, entre outros aspectos, a complexa transição da contagem de unidades discretas para a mensuração de grandezas contínuas, estão sistematizados no Quadro 8.

**Quadro 8** – Obstáculos Epistemológicos no histórico de fração

| **Obstáculo Epistemológico** | **Considerações da autora** |
|---|---|
| Representação Simbólica | A representação usada hoje foi conquistada depois de séculos e a partir das representações individuais de cada povo. Chegar a uma única representação, que não fosse ambígua, não foi uma conquista simples. Os egípcios firmaram-se nas frações unitárias, colocando um ponto sobre o símbolo do denominador; os babilônios, mesmo com um sistema de escrita numérico e posicional, não conseguiram resolver a ambiguidade desse sistema; os gregos por sua vez, com seu sistema alfabético tinham dificuldades até de operar com as frações representadas dessa forma. |
| Negação da necessidade das quantidades fracionárias | Uma das situações que levou o homem a sentir necessidade dos números fracionários foi a questão da medida. No entanto, percebe-se que ele lutou muito contra isso por meio da procura incessante de unidades de medida que permitissem medir qualquer coisa e obter como resultado um número inteiro em vez dessa unidade, pois o conhecimento dos números naturais através da contagem o induzia a essa procura. |
| Dificuldade em aceitar as frações como número | Uma das grandes dificuldades dos matemáticos foi aceitar a fração como sendo um número. Euler, já no século XVII, era um deles e por isso apresentava duas vezes as mesmas propriedades numéricas, uma vez para os “números’ (naturais) e outra para as ‘frações”. Mesmo após Stevin ter dado o status de número às frações, ainda permaneceu uma |

| Obstáculo Epistemológico | Considerações da autora |
| --- | --- |
| | certa resistência, que só foi se dissipar após a revolução francesa. Essa grande dificuldade é essencialmente devido ao fato de o número fracionário ser de natureza diferente da dos números naturais. Ele não surge simplesmente de um processo de contagem, mas sim de um ato de partição de 'algo' que se toma como um inteiro, o que leva as crianças a interpretarem as frações como um par de números naturais e não como um único número que também representa uma quantidade. |
| Conhecimento dos Naturais | O conhecimento dos números naturais constitui em si mesmo um obstáculo ao aprendizado dos números fracionários. A maioria das crianças passa pelo mesmo processo dos matemáticos da história, pois também para elas só os números naturais têm o status de número. Como todo o seu conhecimento numérico está relacionado ao conjunto dos naturais, as crianças ao iniciarem o trabalho com frações tentam aplicar os conhecimentos que já possuem, tratando as frações como dois números naturais, que estão escritos um em cima do outro. À medida que o estudo se aprofunda permanece a dificuldade em aceitar situações em que o dividendo seja menor que o divisor, sendo comum, o aluno alegar que não dá para dividir 2 por 5 depois de ter recebido muita instrução sobre frações, sem nenhuma relação como conhecimento anterior que aconteceu naturalmente. |
| O modelo de Referência | O aluno, quando começa a trabalhar com as frações, tem como modelo de referência o conjunto dos números naturais que é um modelo discreto; no entanto, as frações são introduzidas a partir do modelo contínuo com a concepção parte/todo, com a intenção de apresentar ao aluno um novo conjunto numérico, em que poderá resolver algumas situações, que o antigo não resolvia. Na história, a origem das frações se deu no modelo parte/todo no contínuo (divisão de terras) sendo por isso o modelo preferido pelo ensino. No entanto, o aluno é levado a contar as partes, num movimento de "discretização" da área envolvida em pedaços contáveis, fazendo com que volte ao modelo original e perca o sentido do inteiro inicialmente considerado. Além disso, esse processo pode provocar a concepção de que 'fração' é o número de partes da unidade. |

**Fonte:** Silva (1997, p. 28-30)

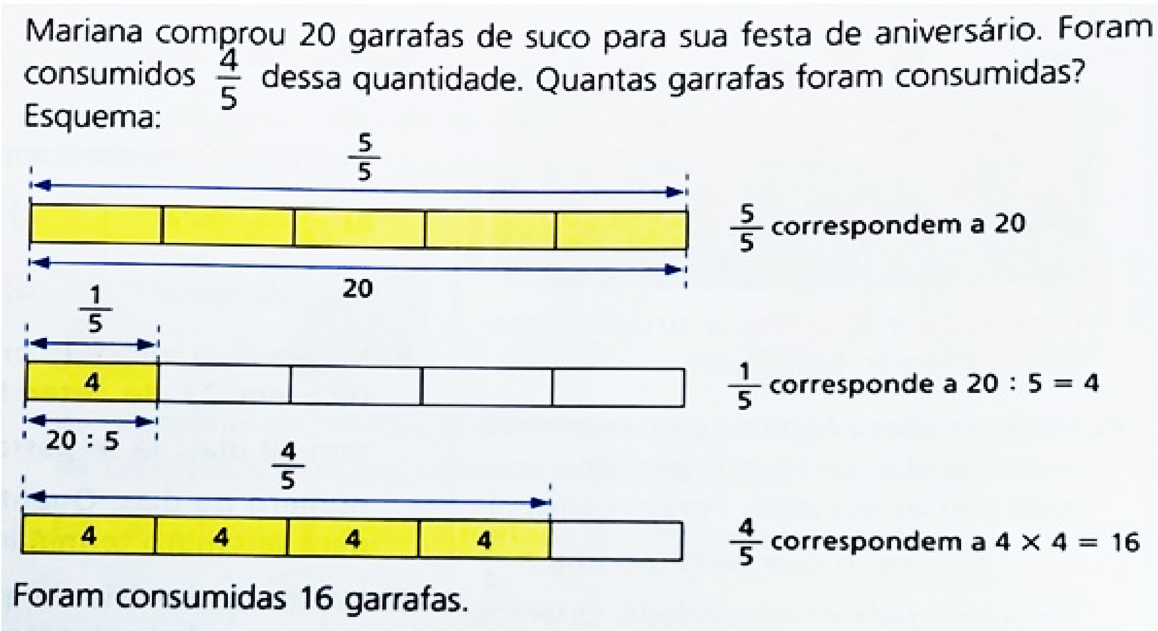
No Quadro 8, sistematizam-se os obstáculos epistemológicos vinculados ao processo histórico de constituição do conceito de fração. Sob a lente da TSD de Brousseau, observa-se que muitas das dificuldades decorrentes desses obstáculos, que atravessaram a construção histórica do saber matemático, manifestam-se também no processo de aprendizagem, justamente por serem inerentes a esse saber. Tal constatação evidencia pontos de convergência entre a construção histórica do conceito e o percurso didático observado no ensino da fração.

A representação simbólica da fração atualmente utilizada é resultado de uma longa construção histórica. Várias civilizações elaboraram diferentes representações, em consonância com seus conhecimentos, sistemas numéricos e necessidades práticas. A padronização vigente pode ser compreendida à luz da TSD como um processo de institucionalização do saber matemático.

Uma vez estabelecido o domínio dos números naturais, inicialmente orientado à contagem, esse conhecimento mostra-se resistente a mudanças em seu domínio de ação, tornando-se, por vezes, um obstáculo à compreensão da fração. Historicamente, muitos matemáticos resistiram a reconhecer a fração como número ou questionaram a necessidade dos números fracionários, o que reforça o caráter epistemológico desse obstáculo.

Ao transpor essa análise para o contexto do material didático, José (2021) examina a coleção “A Conquista da Matemática”, ciclo 2020 – 2023, volume 6. Nessa obra, o conteúdo de fração distribui-se ao longo de sete capítulos, iniciando-se com a ideia de fração e avançando até sua articulação com a porcentagem. O autor identifica que a introdução do tema pela vertente exclusivamente egípcia pode gerar uma percepção histórica reducionista. Mais grave, porém, é a discrepância relacionada à natureza das grandezas, que se evidencia na análise do exemplo apresentado na Figura 3.

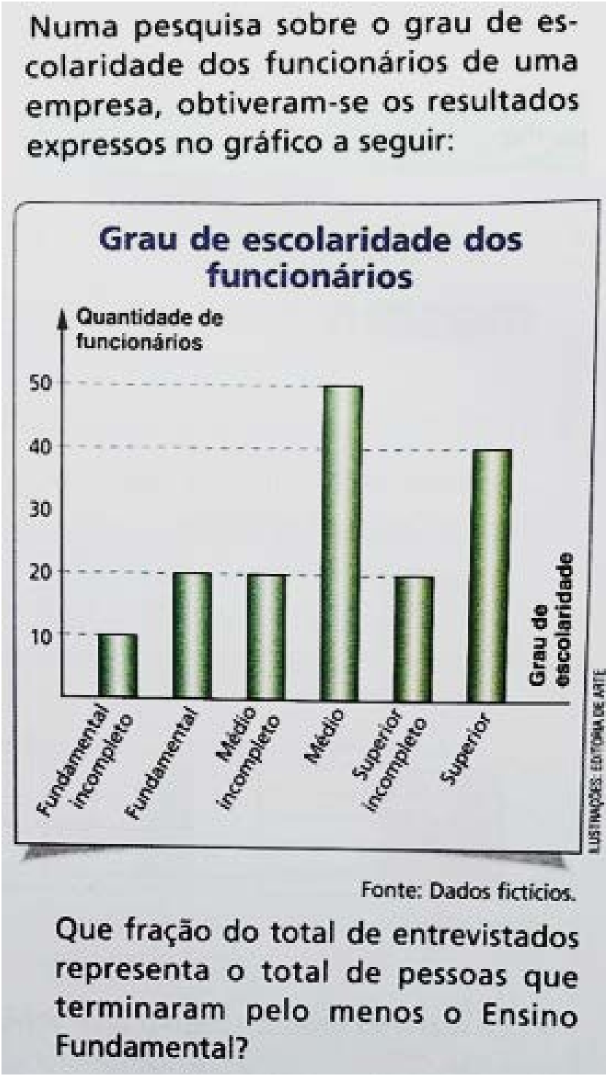
**Figura 3 –** Grandeza discreta tratada como contínua




**Fonte:** Júnior e Castrucci (2018, p. 137)

Na Figura 3, o enunciado propõe um problema com grandezas discretas (garrafas), enquanto a resolução sugerida utiliza modelos retangulares, típicos de grandezas contínuas. Essa alternância assistemática, quando não mediada pelo docente, configura-se como um obstáculo didático, pois compromete a coerência dos esquemas de partição mobilizados pelo estudante. A Figura 4 reproduz uma questão complexa, que mobiliza a fração em um contexto estatístico, por meio de um gráfico de barras.

**Figura 4 –** Fração associada à leitura de gráfico




**Fonte:** Júnior e Castrucci, (2018, p. 145).

A Figura 4 ilustra outra complexidade, relacionada à articulação entre a linguagem fracionária e a leitura de gráficos. A resolução da atividade exige o domínio de quantificadores lógicos, como "pelo menos", bem como a manipulação de frações até sua forma irredutível. No exemplo apresentado, a soma das quantidades resulta em 150, de um total de 160, o que corresponde à fração $\frac{150}{160}$, posteriormente reduzida a $\frac{15}{16}$ . José (2021) adverte que tais atividades demandam habilidades de conjectura e reflexão que, se ausentes no planejamento docente, podem configurar obstáculos didáticos ou, em última instância, ontogênicos, caso o nível de abstração exigido ultrapasse a maturidade cognitiva do estudante.

Em sua dissertação, embora privilegie uma análise consistente dos obstáculos epistemológicos conforme Bachelard (2005) e Brousseau (1989), José (2021) incorre em imprecisões teóricas quanto à TSD. O autor utiliza a expressão “teoria dos obstáculos didáticos” para referir-se à Teoria das Situações Didáticas e adota a nomenclatura híbrida “obstáculos didáticos de origem epistemológica”, em desacordo com a classificação proposta por Brousseau, que distingue obstáculos epistemológicos, didáticos e ontogênicos.

Por fim, apesar de constituir-se como uma pesquisa teórica, o trabalho de José (2021) oferece subsídios para o campo da Educação Matemática. Seus achados referentes ao desenvolvimento histórico da fração em diferentes civilizações, alinhados à identificação de imprecisões no livro didático, podem auxiliar docentes em formação inicial e em serviço no planejamento de situações de ensino de fração.

A dissertação de mestrado profissional em Educação em Ciências e Matemática, de Pinhal (2022), denominada “Aritmética de frações em livros didáticos brasileiros e japoneses”, foi elaborada no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), sob a orientação da Prof.ª Drª. Maria Alice Veiga Ferreira de Souza.

A pesquisadora baseou-se em pressupostos teóricos da Educação Matemática, Psicologia Cognitiva e Neurociência, apoiando-se em produções de Vergnaud, Powell, Siegler e Watanabe, de maneira a responder à seguinte questão de pesquisa: como livros didáticos brasileiros e japoneses orientam o ensino das quatro operações aritméticas com frações?

Em seu estudo, Pinhal (2022) definiu como objetivo geral compreender de que maneira os livros didáticos de Matemática brasileiros e japoneses orientam o ensino das quatro operações aritméticas com frações, identificando possíveis contribuições, limites e implicações para a aprendizagem de alunos em consonância com a literatura científica da Educação Matemática, Psicologia Cognitiva e Neurociência.

Como objetivos específicos, a autora estabeleceu: discutir as orientações curriculares para o ensino de frações indicadas em documentos oficiais do Brasil e do Japão à luz do que reza a comunidade científica específica; verificar a sequência de integração dos subconstructos de frações ao longo dos livros didáticos; investigar o uso de subconstructos para desenvolver a aritmética de frações; investigar como os livros didáticos orientam o ensino para desenvolvimento do conceito de unidade de medida no estudo de frações; examinar a predominância e diversidade de representações para desenvolver a aritmética de frações; investigar como os livros didáticos orientam a comparação de frações, equivalência de frações e o mínimo múltiplo comum; investigar como os livros didáticos orientam as quatro operações aritméticas com frações, adição, subtração, multiplicação e divisão.

A pesquisa, de caráter bibliográfico e abordagem qualitativa, foi organizada em nove capítulos. No primeiro, “Motivação para o estudo”, a autora apresenta sua vivência docente e as dificuldades epistemológicas que a motivaram a buscar o aprofundamento teórico no *stricto sensu*.

O segundo capítulo, “O contexto da pesquisa”, discorre acerca do livro didático no ensino da Matemática, discute de maneira sucinta as dificuldades no ensino das operações aritméticas com frações; e apresenta as diretrizes gerais do estudo, a questão e os objetivos. No terceiro capítulo, “Desafios para o ensino de frações e as dificuldades epistemológicas dos alunos: literatura relevante”, a autora realiza uma revisão de literatura de maneira a compreender os elementos que desafiam estudantes e professores ao operar com frações.

O “Referencial teórico” é apresentado no quarto capítulo, no qual são abordados o conceito de fração e as operações aritméticas sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1982). A pesquisadora discute a fração como: parte-todo, medida, razão, quociente, operador, resultado de uma medição; e da resolução de problemas dos tipos aditivo e multiplicativo.

Os “Métodos e procedimentos” são apresentados no quinto capítulo, no qual a pesquisadora detalha a escolha das coleções analisadas, uma brasileira e uma japonesa, ambas do Ensino Fundamental de primeiro e segundo segmentos. Explana em relação ao tipo de pesquisa, as categorias de análise, os procedimentos, e a justificativa.

O sexto capítulo, “Resultados, análises e discussão”, trata das orientações curriculares de ambos os países e analisa as similaridades e diferenças entre as obras. As “Considerações finais” compõem o sétimo capítulo, no qual são discutidas as fragilidades e os pontos favoráveis de cada coleção.

O oitavo capítulo traz as “limitações e indicações de continuidade da pesquisa”. Por fim, o nono capítulo apresenta o “Produto educacional”, um guia didático voltado ao ensino da aritmética de frações sob as perspectivas de medição, medida e parte-todo.

O estudo de Pinhal (2022) não aborda os obstáculos por meio da TSD; contudo, contribui de maneira significativa para esta pesquisa ao apresentar uma análise comparativa de livros didáticos brasileiros e japoneses no que se refere ao ensino da fração. A pesquisadora mobiliza um referencial teórico próprio, coerente com os objetivos de sua investigação, ainda que distinto daquele adotado nesta tese. Não foram elencadas estratégias docentes para a superação de obstáculos, uma vez que o estudo não contempla investigação empírica em sala de aula.

Baseando-se nos resultados apresentados pela pesquisadora, elaborou-se o Quadro 9, no qual se faz uma comparação entre os livros didáticos brasileiros e japoneses.

**Quadro 9** – Comparativo entre livros didáticos brasileiros e japoneses no ensino de frações

| Aspecto analisado | Livros didáticos brasileiros | Livros didáticos japoneses |
|---|---|---|
| Articulação com o currículo | O currículo brasileiro distribui o ensino de fração do 4º ao 8º ano, ao longo de um período temporal equivalente ao japonês, porém com uma progressão menos segmentada. Diferentes significados e operações são introduzidos em anos próximos, o que reduz a distinção conceitual entre os tópicos. | O currículo japonês organiza o ensino de fração do 2º ao 6º ano, também ao longo de um período temporal semelhante. Entretanto, a progressão ocorre de maneira gradual e sistemática, com clara separação entre tipos de operações e significados das frações. |
| Sequência das operações aritméticas | As operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de frações são apresentadas com menor diferenciação conceitual entre seus casos particulares. | As operações são introduzidas em momentos distintos, diferenciando adição e subtração com denominadores iguais e diferentes, bem como multiplicação e divisão de fração por número inteiro e de fração por fração. |
| Significados de fração | Predominância do significado parte-todo ao longo da coleção, com inserção posterior da razão e do operador. O significado medida não é explicitamente trabalhado. | Utilização consistente dos significados parte-todo e medida como condutores das operações aritméticas, com apoio recorrente da fração unitária e da reta numérica. |
| Fração como operador | A multiplicação de número inteiro por fração é tratada como uma extensão da multiplicação de números inteiros, apoiada na ideia de adição repetida. | A noção de operador é mobilizada para sustentar a compreensão da multiplicação de frações, assumindo papel central no desenvolvimento do conceito. |
| Razão | A razão é introduzida no 6º ano, após a equivalência de frações, | A fração como operador desempenha papel relevante no desenvolvimento do tópico |

| Aspecto analisado | Livros didáticos brasileiros | Livros didáticos japoneses |
|---|---|---|
| | sem que esta seja tratada como pré-requisito conceitual. | razão, conforme observado também na literatura especializada. |
| Construção da unidade de medida | A unidade é construída principalmente por meio de representações parte-todo discretizadas, sem explorar a flexibilidade da unidade de medida. | O conceito de unidade de medida é desenvolvido inicialmente a partir da parte-todo e, posteriormente, por meio do significado medida, com uso de medidas de área e capacidade. |
| Uso da reta numérica | A reta numérica é utilizada principalmente para indicar o posicionamento de números fracionários. | A reta numérica é utilizada como apoio conceitual para a compreensão da fração, das operações aritméticas e da equivalência. |
| Representações utilizadas | Predomínio de representações geométricas parte-todo, independentemente do contexto das situações-problema. | Uso diversificado de representações contínuas, associadas à reta numérica, para apoiar o raciocínio. |
| Equivalência de frações | Uso de representações geométricas discretizadas e equivalência sempre em relação à mesma unidade de medida. | Uso de representações contínuas envolvendo medidas de capacidade, também com equivalência de unidade fixa. |
| Ênfase pedagógica | Predomínio de um enfoque procedimental, com insuficiência de discussões conceituais que sustentem os algoritmos da multiplicação e divisão de frações. | Ênfase na reflexão, na discussão conceitual e na apresentação de múltiplas estratégias de resolução, influenciada pela abordagem do Lesson Study. |

**Fonte:** Adaptado de Pinhal (2022)

O Quadro 9 revela disparidades na organização curricular, na mobilização de significados ‘subconstructos’, nas representações e na ênfase pedagógica conferida ao conceito de fração. Sob o crivo da TSD, diagnosticam-se obstáculos didáticos e epistemológicos que condicionam a gênese do saber fracionário.

No tocante à articulação curricular, observa-se que, apesar da similaridade no tempo de escolarização entre os países, a progressão nos livros brasileiros caracteriza-se por menor segmentação conceitual. A introdução concomitante de múltiplos significados e operações tende a diluir as distinções conceituais imprescindíveis à estruturação do conhecimento. Em conformidade com Brousseau, tal sobreposição obstaculiza a constituição de situações adidáticas estáveis; o discente não dispõe do tempo pedagógico necessário para consolidar seus esquemas de ação antes de ser compelido a novas exigências cognitivas. Configura-se, desse modo, um obstáculo de origem didática, no qual conhecimentos insuficientemente estabilizados são mobilizados de maneira precária em contextos heterogêneos.

A ordenação das operações aritméticas constitui outro ponto de vulnerabilidade. Nos livros nacionais, a apresentação indiferenciada dos casos de adição, subtração, multiplicação e divisão privilegia uma abordagem pautada em algoritmos universais. Essa estrutura consolida um obstáculo didático, na medida em que o contrato didático induz o estudante à busca por procedimentos prescritos pelo professor, sem considerar as condições de validade de cada operação. Para Brousseau, a solidez da aprendizagem pressupõe situações nas quais o *milieu* ofereça retroações diferenciadas ao estudante, permitindo-lhe validar estratégias previamente à institucionalização do saber.

Quanto aos significados, a predominância do tipo parte-todo nos livros brasileiros circunscreve o campo de situações passíveis de exploração. A carência de um trabalho sistemático com o significado da medida dificulta a percepção da fração como número, o que reforça interpretações ancoradas na contagem de unidades discretas. Esse fenômeno caracteriza um obstáculo epistemológico persistente: o discente reduz a fração à contagem das partes constituintes e negligencia a relação de grandeza com o inteiro de referência. Em contrapartida, a abordagem japonesa, ao articular os significados parte-todo e medida, expande o repertório situacional e fomenta a construção de significados mais abrangentes.

A noção de fração como operador também revela disparidades significativas. Nos livros brasileiros, a multiplicação de inteiros por frações é frequentemente abordada como extensão da multiplicação de números naturais, ancorada na adição repetida. Tal perspectiva mantém o estudante preso a esquemas prévios, o que obstaculiza a compreensão da fração como transformação de uma quantidade. No que tange à TSD, essa abordagem configura um obstáculo associado ao contrato didático, uma vez que induz o estudante a transpor procedimentos familiares para contextos nos quais eles carecem de adequação conceitual. Em contrapartida, a centralidade conferida à noção de operador nos livros japoneses fomenta a ruptura desse contrato e a necessária reorganização dos esquemas de ação.

A construção da unidade de medida constitui outro ponto de atenção. A preponderância de representações discretizadas nos livros brasileiros favorece a discretização do contínuo e compromete a flexibilidade da unidade. Conforme adverte Brousseau, essa trajetória dificulta a apreensão da equivalência e das operações, pois o estudante perde a referência do inteiro originalmente estabelecido. A exploração sistemática de grandezas como área e capacidade, característica da abordagem japonesa, expande o *milieu* didático e fornece os elementos necessários para a superação desse obstáculo.

O emprego da reta numérica igualmente descortina concepções distintas. Nos livros brasileiros, esse recurso amiúde restringe-se à localização pontual de frações, sem assumir protagonismo na construção do conceito. Essa subutilização limita o potencial da reta como meio de validação e comparação. Na perspectiva de Brousseau, a reta numérica constitui um suporte fundamental para a consolidação da fração como número, pois permite que o estudante estabeleça relações de ordem, equivalência e magnitude de forma autônoma e adidática.

Por fim, a ênfase pedagógica predominante nos livros brasileiros denota um viés procedimental, marcado pela institucionalização precoce de algoritmos de multiplicação e divisão. Esse movimento abrevia as oportunidades de reflexão conceitual e reforça a dependência do discente diante das prescrições docentes. Em oposição, a abordagem japonesa privilegia a discussão e a reflexão coletiva, criando condições favoráveis para que a validação dos saberes emane da interação do estudante com o objeto de conhecimento.

A dissertação de Simões (2022), intitulada “Formação continuada para professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental envolvendo frações”, foi desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), sob a orientação da Prof.ª Dr.ª Clarissa de Assis Olgini. O estudo fundamenta-se, entre outros referenciais, em Vergnaud (1986;1993) e Brousseau (1983), com o intuito de responder à seguinte questão de pesquisa: quais são as contribuições para o planejamento docente quando os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental participam de uma formação continuada, na área de Matemática, envolvendo a temática “Frações”?

O objetivo geral da obra consiste em investigar as contribuições para o planejamento docente de uma formação continuada que envolve o estudo do conceito de frações com um grupo de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental no município de Taquara/RS.

Como objetivos específicos, a autora propõe: investigar o tema da formação continuada de professores que ensinam Matemática e o conteúdo de frações, visando ao planejamento, ao desenvolvimento e à análise de um processo formativo junto a um grupo de professores; identificar os principais objetos de conhecimento e habilidades presentes na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e nos referenciais do município de Taquara/RS relacionados ao tema da pesquisa; pesquisar possíveis obstáculos epistemológicos ou didáticos que interferem no ensino de frações; e identificar as possíveis contribuições e limitações de uma formação continuada envolvendo o assunto pesquisado.

Do ponto de vista metodológico, a pesquisa adota métodos mistos, de natureza quali-quantitativa e descritiva, estruturando-se como um estudo de caso. A dissertação organiza-se em sete capítulos e inicia-se com a introdução, que traz a motivação para o estudo e uma breve apresentação da obra. No primeiro capítulo, “A pesquisa”, a autora discorre acerca da justificativa fundamentada em produções do Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES; nele, são apresentados os objetivos, geral e específicos. O segundo capítulo, “Formação de professores”, aborda o contexto histórico, o conhecimento profissional e o desenvolvimento docente.

No terceiro capítulo, “O ensino de frações”, a pesquisadora expõe o conceito de fração com base em Vergnaud (1993), discorre sobre as dificuldades históricas e discute os significados de fração: parte-todo, medida, quociente, razão, operador multiplicativo e número. O quarto capítulo, “A noção de obstáculos epistemológicos”, introduz a discussão dos obstáculos epistemológicos segundo Gaston Bachelard e, na sequência, trata dos obstáculos na Educação Matemática com Brousseau.

Os “Aspectos metodológicos” compõem o quinto capítulo, no qual se detalha o estudo de caso realizado com o grupo de professoras. No sexto capítulo, intitulado ‘Organização da formação continuada’, a pesquisadora apresenta os cinco encontros da formação por meio de quadros sinópticos. O sétimo e último capítulo, “Análise dos dados”, descreve o perfil das participantes e discute os dados referentes ao ensino de fração. Por fim, apresenta-se a “Conclusão”, que não é listada como capítulo.

O estudo empírico realizado por Simões (2022) ocorreu por meio de uma formação continuada em formato virtual, em razão das restrições impostas pela pandemia de COVID-19, embora tenha sido inicialmente planejada para o formato presencial. Para a realização da formação, foram utilizadas as plataformas Google Meet, para os encontros síncronos, e o Moodle, como ambiente de disponibilização de atividades e avaliações; para o armazenamento das gravações dos momentos síncronos, utilizou-se o Google Drive.

Ao todo, realizaram-se cinco encontros síncronos, com duração média de duas horas e meia cada, totalizando, juntamente com as atividades assíncronas, uma carga horária de 20 horas. Nos encontros, foram discutidos a BNCC e o documento curricular orientador do município de Taquara, com ênfase nas habilidades previstas para os estudantes do 4º e 5º anos do Ensino Fundamental no que se refere ao conteúdo de fração.

Conforme Simões (2022), 54,2% das professoras participantes responderam que não haviam participado de estudos de formação continuada em Educação Matemática, e 41,7% afirmaram que nunca haviam trabalhado com o conteúdo de fração nos anos iniciais.

Durante a formação, abordaram-se os obstáculos epistemológicos e didáticos segundo Brousseau e Bachelard. Ao serem questionadas acerca de possíveis obstáculos no trabalho com a fração, as participantes apontaram: (i) a falta de domínio conceitual do professor e a utilização de estratégias únicas de ensino, caracterizadas pelas docentes como obstáculos didáticos; (ii) dificuldades dos estudantes com as operações de multiplicação e divisão envolvendo números naturais; e (iii) o conhecimento prévio dos números naturais como obstáculo à compreensão da fração.

Verifica-se, contudo, que o não domínio das operações de multiplicação e divisão por parte dos estudantes do 4º e 5º anos não se configura, a priori, como um obstáculo nos termos da TSD.

Em relação às estratégias para a superação dos obstáculos identificados, as participantes indicaram a necessidade de: (i) ampliação dos momentos formativos, com vistas à superação de limitações relacionadas aos conteúdos matemáticos e ao aprimoramento do planejamento e da prática docente; e (ii) utilização de recursos didático-metodológicos, como jogos, materiais manipulativos e resolução de problemas, de modo a favorecer a apreensão dos significados de fração pelos estudantes.

Observa-se, por fim, que a autora utiliza expressões como “obstáculo didático de origem epistemológica”, “obstáculo didático de origem didática” e “obstáculo didático de origem ontogênica”, em vez da classificação proposta por Brousseau, que distingue obstáculos epistemológicos, didáticos e ontogênicos. Tal opção terminológica evidencia uma imprecisão conceitual no tratamento dos obstáculos no âmbito da TSD.

A análise da última dissertação examinada encerra o percurso da revisão bibliográfica e ratifica a existência de elementos recorrentes no corpus desta investigação, tanto no que concerne às estratégias de superação indicadas quanto às imprecisões conceituais no tratamento dos obstáculos à aprendizagem da fração. Tais aspectos reforçam a necessidade de transcender a descrição individual das pesquisas, avançando para uma leitura integradora e dialética do material analisado.

Na seção subsequente, intitulada “Constatações do Estudo”, procede-se à sistematização dos obstáculos e das estratégias de superação identificadas. Esse movimento analítico busca não apenas catalogar regularidades e padrões interpretativos, mas também submetê-los ao crivo da Teoria das Situações Didáticas.

# 5 CONSTATAÇÕES DO ESTUDO

## 5.1 Obstáculos identificados

Neste estudo, analisaram-se os obstáculos epistemológicos e didáticos que incidem no processo de compreensão da representação fracionária dos números racionais, com base nas dissertações de Ferreira (2014), Alves (2018), José (2021), Pinhal (2022), Simões (2022) e nas teses de Miranda (2016) e Nogueira (2020). Depreende-se que tais obstáculos emergem da complexa interação entre os significados de fração mobilizados, as tipologias de grandezas envolvidas e a própria organização do sistema didático; elementos que, por sua natureza interdependente, não podem ser compreendidos isoladamente.

Notou-se, na análise das produções, uma lacuna teórica quanto à distinção entre grandezas intensivas e extensivas, o que restringe o debate às grandezas contínuas e discretas. A síntese dos obstáculos diagnosticados, articulada aos demais elementos, é apresentada no Quadro 10.

**Quadro 10** – Obstáculos verificados nas produções analisadas

| Tipo de obstá-culo | Obstáculo | Significados de fração mobilizados | Tipos de grandezas | Manifestação típica | Leitura pela TSD (análise) |
|---|---|---|---|---|---|
| Epistemológico | Viés dos números naturais | Número; operador | Discretas; extensivas | Interpretação da fração como justaposição de dois naturais independentes. Comparações e operações baseadas em critérios do domínio discreto. | O saber dos naturais, eficaz em seu domínio, atua como obstáculo. O *milieu* não produz retroações que invalidem esse critério. Exige situações que forcem a passagem às dialéticas de formulação e validação. |
| Epistemológico | Fração não reconhecida como número | Número; medida | Contínuas; extensivas | Recusa em aceitar a fração como quantidade única e localizável. Dificuldade com frações equivalentes ou maiores que a unidade (1). | O contrato prévio permite operar simbolicamente sem estatuto numérico. Situações adidáticas devem exigir decisões numéricas (ordenar, medir) validadas diretamente pelo *milieu*. |

| Tipo de obstá-culo | Obstáculo | Significados de fração mobilizados | Tipos de grandezas | Manifestação típica | Leitura pela TSD (análise) |
|---|---|---|---|---|---|
| Didático | Predominância do significado parte-todo | Parte-todo | Contínuas; extensivas | Restrição da fração à divisão de figuras geométricas em partes congruentes, sem articulação com os demais significados. | O *milieu* exíguo favorece estabilizações locais. A ausência de variáveis didáticas que convoquem novos significados impede a reconstrução conceitual nas dialéticas. |
| Epistemológico | Discretização do contínuo | Medida; parte-todo | Contínuas tratadas como discretas | Tratamento de grandezas contínuas via contagem elementar de partes. Perda do controle sobre a unidade e o inteiro de referência. | O estudante transmuta o meio contínuo em discreto para agir. O *milieu* deve preservar propriedades de conservação e devolver respostas que invalidem a simples contagem. |
| Didático | Partições não equitativas | Parte-todo; medida | Contínuas; extensivas | Divisão de figuras em partes desiguais sem que o discente perceba a invalidade da fração. | Há ação sem controle conceitual. A validação precisa ser interna ao *milieu*, exigindo critérios explícitos de igualdade e conservação do inteiro de referência. |
| Epistemológico | Equivalência fracionária não compreendida | Número; razão; operador | Contínuas e discretas; extensivas | Inabilidade em reconhecer que diferentes registros simbólicos podem expressar a mesma quantidade ou ponto na reta. | Sem um *milieu* que permita testar transformações, o estudante restringe-se a regras empíricas. A validação deve ocorrer por transformações controladas e articuladas. |
| Didático | Operações com frações sem significado | Operador; número | Extensivas | Aplicação mecânica de algoritmos e regras memorizadas sem conexão com a essência da situação-problema. | O contrato didático valoriza a execução de regras. Requer-se um *milieu* que confira sentido às operações, permitindo validação pela coerência interna da situação. |

| Tipo de obstá-culo | Obstáculo | Significados de fração mobilizados | Tipos de grandezas | Manifestação típica | Leitura pela TSD (análise) |
|---|---|---|---|---|---|
| Didático | Dependência do professor (contrato prescritivo) | Todos | Todas | Busca por pistas e confirmações externas; resistência em assumir o risco do erro ou a incerteza da resolução. | A ruptura do contrato exige devolução e sustentação do trabalho no *milieu*. Sem isso, não se consolida a autonomia intelectual do estudante. |

**Fonte**: Produções analisadas

Os dados do Quadro 10 revelam que os obstáculos identificados corroboram, em sua maioria, a prevalência do conhecimento dos números naturais como referencial hegemônico. Esse modelo, intrinsecamente associado a grandezas discretas e extensivas, atinge tanto estudantes dos anos finais da primeira fase do Ensino Fundamental, 4º e 5º anos, quanto estudantes do início da segunda fase, 6º ano, e mostra-se resistente quando a situação didática demanda o manejo de grandezas contínuas. Ao lidar com comprimentos ou áreas, o estudante tende a operar a discretização do contínuo e a converter a medida em contagem de partes. Tal procedimento, embora funcional no domínio dos naturais, mostra-se insuficiente no tratamento da fração, uma vez que dissolve o controle da unidade de referência e compromete a apreensão do significado de razão entre grandezas.

Essa constatação sugere que o estudante ainda não assimilou a propriedade de conservação do inteiro, atributo intrínseco às grandezas extensivas contínuas. A superação desse obstáculo exige situações em que a medida, e não a contagem, constitua a condição para a resolução, sobretudo quando o *milieu* não devolve retroações claras que invalidem a contagem como critério de validação.

A fração, sob o significado de razão, mobiliza grandezas intensivas, o que requer maior esforço cognitivo. O ensino pautado exclusivamente no significado parte-todo, associado a grandezas extensivas contínuas, tende a manter o estudante alheio à lógica das grandezas intensivas e dificulta a compreensão da fração como número e operador. Enquanto as grandezas extensivas permitem composição direta, as intensivas exigem um controle relacional mais sofisticado.

Constata-se fragilidade na coordenação entre diferentes tipos de grandezas, fator que intensifica a dificuldade em reconhecer frações equivalentes ou compreender frações impróprias. Sem situações que exijam a validação dessa estabilidade das relações, o estudante permanece preso a critérios perceptivos ou numéricos locais, o que sinaliza uma limitação que transcende a representação simbólica. Entende-se que a validação deve ocorrer no próprio *milieu*, por meio de transformações que preservem a razão, como ampliações e reduções proporcionais.

Os obstáculos didáticos também emergem na articulação entre os significados de fração e os tipos de grandezas. A predominância de tarefas com grandezas contínuas extensivas, associadas ao significado parte-todo, delimita um campo de experiência restrito. Quando o estudante enfrenta situações que demandam o uso de grandezas discretas ou intensivas, como frações de coleções, operadores sobre quantidades ou razões entre medidas, as estratégias previamente estabilizadas perdem a validade. Essa ruptura, se desprovida de um processo de devolução adequado, suscita insegurança e dependência em relação ao professor.

Essa dependência, marca de um contrato didático prescritivo, acentua-se quando o estudante carece de critérios internos ao *milieu* para validar suas ações. Em situações que mobilizam grandezas intensivas, por exemplo, a validação não ocorre de maneira imediata nem perceptiva, pois exige argumentação e controle relacional. Caso a validação permaneça centrada na autoridade docente, o estudante não se envolve nas situações de formulação e validação, o que restringe a construção do conhecimento.

O uso de materiais manipulativos, quando bem articulado, potencializa a compreensão das relações entre grandezas. No entanto, quando utilizado sem mediação conceitual, o recurso reforça a leitura extensiva e concreta, o que obstrui a transição para significados mais abstratos, como razão e medida. Para cumprir sua função no âmbito da TSD, o material deve integrar o *milieu* antagonista, de modo a viabilizar o teste de hipóteses e a análise das retroações produzidas pelas ações do estudante.

A fragilidade da argumentação matemática demonstra que a institucionalização dos saberes relativos às grandezas permanece parcial e local. Validar a fração em seus múltiplos significados de medida, razão ou operador exige a explicitação dos critérios que a definem como número racional. Esse processo de institucionalização requer a nomeação das grandezas envolvidas, a explicitação das relações de conservação e o estabelecimento dos limites de validade das estratégias empregadas.

Sob uma perspectiva complementar, Miranda (2016) define o Obstáculo Didático Institucional como a coexistência de diferentes epistemologias educacionais entre os dois segmentos do Ensino Fundamental brasileiro. Tal descompasso resulta num obstáculo didático para o estudante, visto que a formação docente, os livros didáticos e a própria epistemologia institucional não se estruturam de maneira conexa ou interdependente. Consequentemente, a aprendizagem da fração sofre rupturas significativas durante a transição entre essas etapas escolares.

A análise desses obstáculos evidencia que a compreensão da fração depende de uma arquitetura didática que articule, de maneira intencional, os significados de fração e as tipologias de grandezas. À luz da TSD, a superação de tais obstáculos implica organizar situações em que o estudante confronte seus esquemas iniciais, e perceba a insuficiência de estratégias pautadas exclusivamente em grandezas discretas e extensivas.

> Dessa forma, o obstáculo não desaparece com a aprendizagem de um novo conhecimento. Pelo contrário, opõe resistência a sua aquisição, a sua compreensão, retarda sua aplicação, subsiste em estado latente e reaparece súbito, em especial no contexto anterior, quando as circunstâncias o permitem. (Brousseau, 2008, p. 50).

A coordenação de novos esquemas operatórios deve sustentar a transição para a fração enquanto objeto matemático multifacetado, permitindo que o estudante estabeleça uma relação de validação com o *milieu* sem a dependência direta do professor. Tal percurso exige tempo pedagógico e uma institucionalização criteriosa, capaz de conferir estabilidade e generalidade aos conhecimentos em vias de abstração.

## 5.2 Estratégias para a superação dos obstáculos verificados

As estratégias voltadas à superação dos obstáculos, identificadas no corpus desta análise, encontram-se sistematizadas no Quadro 11. Tais estratégias não se limitam a propostas metodológicas isoladas; constituem, antes, recorrências analíticas, que emergem da intersecção entre os obstáculos diagnosticados e as intervenções didáticas julgadas pertinentes. Sob esse prisma, o Quadro 11 consolida tendências e convergências na literatura stricto sensu acerca do tema, o que possibilita a visualização de como diferentes pesquisas enfrentam problemáticas congêneres e indicam percursos didáticos análogos.

**Quadro 11 – Estratégias indicadas por docentes participantes das pesquisas analisadas**

| Obstáculos | Estratégias indicadas nas produções analisadas | Observações à luz da TSD |
|---|---|---|
| Predominância do significado parte-todo | Proposição de sequências didáticas que mobilizem múltiplos significados de fração (medida, operador, quociente e razão) em situações-problema diversificadas. | A diversificação dos significados de fração amplia o *milieu* e favorece as dialéticas de ação, formulação e validação, o que evita a cristalização de esquemas conceituais únicos e insuficientes. |
| Analogias indevidas com os números naturais | Elaboração de situações que gere conflitos cognitivos e forcem o confronto entre concepções prévias e as retroações do *milieu*. | O erro é tratado como obstáculo epistemológico; sua superação exige a resistência do *milieu*, cujas retroações evidenciam a inadequação da transposição de propriedades dos naturais. |
| Dificuldade de transição entre representações | Uso intencional de materiais manipulativos, gráficos e reta numérica, por meio de mediação reflexiva. | O material não deve apenas ‘ilustrar’ a resposta; deve atuar como parte integrante do *milieu* adidático, permitindo que o estudante aja sobre o objeto matemático sem a validação imediata do professor. |
| Dependência do professor (Contrato didático tradicional) | Organização de situações adidáticas e incentivo à autonomia investigativa, com foco na mitigação de efeitos como o Topaze. | A ruptura do contrato didático vigente é pressuposto para a devolução, processo no qual o estudante aceita a responsabilidade epistemológica pela resolução e validação da tarefa. |
| Ênfase excessiva em procedimentos algorítmicos | Priorização da discussão conceitual acerca da formalização técnica, com apresentação de múltiplas estratégias e posterior institucionalização. | A institucionalização ocorre após as fases adidáticas, conferindo estatuto de saber social e científico às produções e descobertas validadas pelos estudantes. |
| Obstáculos de origem didática (Livros Didáticos) | Curadoria crítica e complementação do material didático com situações contextualizadas, históricas ou que explorem variáveis didáticas ausentes. | O professor reformula a sistemática pedagógica ao reconfigurar o *milieu*, neutralizando transposições didáticas insuficientes ou ambíguas presentes nos manuais. |
| Descontinuidade entre epistemologias institucionais | Planejamento articulado entre os segmentos escolares e formação docente focada na natureza da fração enquanto número racional. | A TSD permite diagnosticar o obstáculo institucional ao evidenciar as rupturas no contrato didático e as exigências cognitivas conflitantes ao longo da escolarização. |
| Fragilidade na argumentação e na explicação | Incentivo à verbalização e ao debate coletivo, promovendo o confronto de estratégias entre pares. | A situação de validação é central para a autonomia do estudante; ela permite a transição da ‘verdade de fato’ para a ‘verdade provada’ por meio da legitimação lógica do saber. |
| Uso mecânico de materiais concretos | Planejamento que articule a manipulação empírica à abstração, evitando generalizações precipitadas ou superficiais. | O professor regula a função do material para que este não substitua o pensamento matemático, servindo apenas como suporte para a gênese de novos esquemas operatórios. |

**Fonte**: Produções analisadas

O Quadro 11 demonstra que as estratégias indicadas nas produções analisadas guardam, em larga medida, coerência teórica com os obstáculos identificados no Quadro 10**,** especialmente sob a exegese da TSD de Brousseau. Tal convergência, todavia, não é automática: sua eficácia reside na maneira como as estratégias são operacionalizadas no interior das situações didáticas**.**

**A predominância do significado parte-todo,** por exemplo, constitui um obstáculo de natureza didática que circunscreve a compreensão da fração a um campo limitado, frequentemente associado à partição de figuras geométricas. A proposição de sequências didáticas que explorem a fração em seus diferentes significados: medida, operador, quociente, razão e número; revela-se pertinente, por ampliar o *milieu* e introduzir variáveis didáticas capazes de desestabilizar modelos mentais excessivamente localizados. A coerência dessa estratégia reside, contudo, na condição de que tais significados não sejam meramente expostos, mas se tornem necessários para a resolução dos problemas**.**

De igual modo, os **obstáculos epistemológicos derivados de analogias indevidas com os números naturais** evidenciam a persistência de saberes prévios, que, embora eficazes em domínios anteriores, mostram-se disfuncionais no campo dos racionais. “A analogia é uma excelente ferramenta heurística, quando utilizada sob a responsabilidade de quem a aplica. Porém seu emprego na relação didática é, na verdade uma maneira temível de produzir efeitos Topaze” (Brousseau, 2008, p. 84).

Nesse sentido, as intervenções pautadas em conflitos cognitivos alinham-se à TSD, ao reconhecerem o erro como elemento constitutivo da aprendizagem. Entretanto, conforme postula Brousseau, não é o conflito em si que promove a aprendizagem, mas o feedback que emerge da interação com o *milieu*. A resposta objetiva da situação deve invalidar a estratégia inadequada. Assim, a validade da estratégia pressupõe a construção de situações nas quais as propriedades dos naturais falhem de maneira explícita, compelindo o estudante à reformulação de suas ações e à busca por novas validações.

A **dificuldade de transição entre representações discretas e contínuas** encontra, no uso de materiais manipulativos e da reta numérica, uma resposta potencialmente adequada. Todavia, a TSD adverte para um risco recorrente: quando o recurso didático antecipa a resposta ou direciona excessivamente a ação, ele deixa de configurar um *milieu* adidático e passa a reforçar o contrato didático tradicional. A coerência desta estratégia exige que o material funcione como um *milieu* antagonista, capaz de oferecer resistência às ações do estudante e demandar decisões, formulações e provas autênticas.

No tocante à **dependência do professor** e à expectativa de respostas imediatas, as estratégias que preconizam a organização de situações adidáticas, o trabalho colaborativo e a mediação via questionamentos revelam pleno alinhamento aos pressupostos de Brousseau. A ruptura do contrato didático prescritivo é condição essencial para que o estudante assuma a responsabilidade epistemológica pela resolução dos problemas. Todavia, essa ruptura não ocorre de maneira espontânea; exige um processo de devolução sustentado, sob o risco de o discente interpretar a ausência de respostas como uma lacuna na orientação pedagógica.

Quanto à **prevalência de procedimentos algorítmicos**, exemplificada pela regra do ‘inverter e multiplicar’, a superação reside na priorização da discussão conceitual seguida da institucionalização. Na TSD, essa ordenação cronológica é imperativa: a institucionalização só adquire sentido quando sucede às fases de ação, formulação e validação, operando a síntese e a formalização dos conhecimentos produzidos pelos estudantes. Caso contrário, o algoritmo impõe-se como uma norma externa e arbitrária, o que reforça obstáculos didáticos e epistemológicos.

Os **obstáculos advindos de uma adoção acrítica do livro didático** manifestam-se, primordialmente, em contextos artificiais e na escassez de situações-problema genuínas. Na perspectiva da TSD, esse obstáculo não reside no artefato em si, mas na configuração do *milieu* que ele estrutura. Quando o livro didático oferece situações excessivamente diretivas, cujos exemplos resolvidos antecipam estratégias e resultados, o *milieu* perde seu caráter antagonista e deixa de produzir retroações que impulsionem o desequilíbrio cognitivo e a subsequente acomodação do saber. Nesse cenário, a complementação do livro didático com problemas de natureza histórica ou contextualizada mostra-se coerente, contanto que tal iniciativa transcenda a mera substituição de contextos superficiais. O cerne da intervenção, em conformidade com as teses de Brousseau, reside na capacidade de as situações propostas criarem necessidade matemática. Isso exige confrontar o estudante com problemas cuja resolução não possa ser obtida pela simples reprodução de modelos prévios. Por conseguinte, o docente assume o papel de arquiteto da aprendizagem ao manipular variáveis didáticas estratégicas, como a tipologia das grandezas, a complexidade da tarefa e os mecanismos de validação intrínsecos ao *milieu*, a fim de restaurar a natureza investigativa do conhecimento.

A **descontinuidade entre epistemologias** institucionais, especialmente na transição entre segmentos escolares, constitui um obstáculo estrutural cujos efeitos sobre a aprendizagem são profundos, embora amiúde invisíveis ao discente. Tal ruptura manifesta-se quando a fração, inicialmente abordada apenas sob a relação parte-todo, passa a ser exigida como número, operador ou razão, sem o devido encadeamento lógico. No que tange aos fundamentos da TSD, esse fenômeno configura uma mudança abrupta do contrato didático, carente de explicitação ou negociação; o estudante é compelido a novas expectativas de ação e validação, sem que o *milieu* tenha sido progressivamente ajustado para sustentar tal transição. A estratégia de planejamento articulado, aliada à formação docente focada na natureza numérica da fração, permite que os múltiplos significados emerjam como respostas a problemas sucessivos, e não como redefinições arbitrárias do objeto matemático.

A **fragilidade na validação e na argumentação** evidencia-se quando o estudante, embora obtenha êxito procedimental, mostra-se incapaz de justificar suas escolhas ou confrontá-las com seus pares. Esse obstáculo didático decorre diretamente da supressão da dialética de validação no sistema de ensino. Na perspectiva de Brousseau, a validação é componente constitutivo da situação didática; quando o contrato valoriza exclusivamente o resultado final, desvanece-se a necessidade de defesa lógica de suas escolhas. As estratégias que fomentam verbalização e o debate coletivo reinscrevem a argumentação como ‘regra do jogo’. Nesse cenário, o professor descentraliza o papel de juiz da verdade, ao organizar situações em que o próprio *milieu*, incluindo a alteridade dos colegas, exerce a função de validação.

O **uso mecânico de materiais concretos** constitui um obstáculo didático particularmente sutil, por ser frequentemente associado a práticas pretensamente inovadoras ou motivadoras. Todavia, quando o material manipulativo serve apenas à ilustração ou como suporte para a imitação de procedimentos, ele reitera o que Bachelard denomina obstáculo da experiência primeira, obstruindo a construção de abstrações matemáticas.

Nas produções investigadas, a discussão acerca das tipologias de grandezas limitou-se à dicotomia entre o discreto e o contínuo, sem a devida integração às estratégias de superação indicadas. No entanto, depreende-se que muitos dos obstáculos diagnosticados derivam precisamente da sobreposição entre esses domínios, bem como da hegemonia das grandezas extensivas sobre as intensivas. As grandezas discretas, intrinsecamente vinculadas à contagem, fomentam estratégias pautadas nos números naturais e reforçam o viés naturalista quando transpostas de modo acrítico para o campo fracionário.

Em contrapartida, as grandezas contínuas, como comprimento, área ou capacidade, exigem o controle da unidade de medida e a apreensão da fração enquanto relação. Quando o ensino opera a discretização do contínuo, por exemplo, ao tratar de áreas meramente como agregados de partes contáveis, evidencia-se um obstáculo epistemológico que compromete a compreensão da unidade e do inteiro de referência.

De igual modo, a predominância de grandezas extensivas, nas quais a fração exprime uma parcela de um todo mensurável, dificulta o acesso às grandezas intensivas. Nestas, a fração atua como razão, taxa ou operador de uma quantidade, independentemente da magnitude absoluta do todo. A escassez de situações que mobilizem grandezas intensivas obstaculiza o reconhecimento da fração em sua natureza de operador multiplicativo ou número racional, o que sedimenta a fragmentação conceitual.

Sob a exegese da TSD, a seleção da grandeza não é um ato neutro; constitui, antes, uma variável didática determinante. Situações que articulam diferentes tipos de grandezas expandem o *milieu* e geram retroações mais robustas, ao compelir o estudante a transcender esquemas baseados exclusivamente na contagem ou partição geométrica. Por conseguinte, a coerência entre obstáculos e estratégias exige, necessariamente, a intencionalidade na seleção das grandezas mobilizadas.

As análises realizadas evidenciam que os obstáculos e as estratégias identificados nas produções examinadas não se configuram de maneira isolada; ao contrário, organizam-se em torno de regularidades didáticas recorrentes. Estas referem-se à mobilização dos significados da fração, à natureza das grandezas envolvidas e às condições de validação no *milieu*. Tal constatação justifica a seção seguinte, na qual se propõe uma releitura analítica dos obstáculos verificados, aprofundando a compreensão dos mecanismos que sustentam as dificuldades persistentes no ensino dos números racionais na forma fracionária.

## 6 OBSTÁCULOS DIDÁTICOS – UMA RELEITURA

A leitura transversal das pesquisas evidencia que muitos dos obstáculos identificados não se manifestam de maneira estanque. Ao contrário, revelam-se como efeitos recorrentes de configurações didáticas análogas, caracterizadas por escolhas reiteradas na organização das situações de ensino, na seleção restrita das grandezas mobilizadas, na predominância de determinados significados da fração e na fragilidade das condições de validação facultadas pelo *milieu*. Embora recebam nomenclaturas distintas na literatura analisada, esses obstáculos compartilham uma lógica didática comum, que tende a se reproduzir no interior do sistema de ensino.

Ressalte-se que tais obstáculos didáticos tendem a manifestar-se com maior intensidade entre os estudantes dos anos finais da primeira etapa do Ensino Fundamental, especialmente no 4º e 5º anos, bem como no início da segunda etapa, no 6º ano. Nesse período, os estudantes ainda se encontram em um momento de transição conceitual, no qual esquemas anteriores, frequentemente ancorados no pensamento aritmético elementar, entram em tensão com novas exigências cognitivas.

A partir do 7º ano, observa-se, em geral, um movimento progressivo de superação desses obstáculos. Esse avanço decorre da conjugação de diferentes fatores: a mediação mais sistemática do professor, a evolução das estruturas cognitivas dos estudantes e um *milieu* mais estruturado, capaz de oferecer resistências e retroações mais pertinentes. Tais condições favorecem a reorganização dos esquemas de pensamento, permitindo aos estudantes uma apropriação mais consistente dos conceitos matemáticos tratados.

Nesse sentido, a presente seção propõe uma releitura analítica e integradora que agrupa obstáculos previamente discutidos em três eixos de caráter estruturante. Esta sistematização não visa à simplificação, tampouco à substituição das categorizações clássicas da TSD. Busca-se, em contrapartida, condensar em eixos interpretativos mais abrangentes os padrões de resistência observados, conferindo visibilidade à articulação entre obstáculos de naturezas distintas, na dinâmica das situações de ensino.

Essa releitura apoia-se em obras acadêmicas que abordam a temática sob diferentes perspectivas teóricas e empíricas (Kieren, 1980; Behr *et al*., 1983; Silva, 2005; Campos; Magina; Nunes, 2006; Nunes;Bryant, 1997) para assumir explicitamente um caráter de reinterpretação. Tal movimento não pretende sobrepor-se às contribuições precedentes, mas sim contribuir com o campo em discussão.

Os três obstáculos aqui propostos emergem do diálogo entre o referencial brousseauniano, a revisão analítica das produções selecionadas e a literatura correlata. Cada eixo sintetiza um conjunto de obstáculos que, embora descritos de maneira fragmentada nos estudos examinados, operam de modo integrado, restringindo o trânsito do estudante pelas dialéticas de ação, formulação, validação e institucionalização. Trata-se, portanto, de obstáculos que transcendem as dificuldades cognitivas individuais do estudante, enraizando-se na própria arquitetura didática do ensino da fração.

Ao explicitar esses obstáculos didáticos sob uma perspectiva estrutural, pretende-se oferecer uma chave de leitura que aprofunde a compreensão acerca de lacunas persistentes na aprendizagem fracionária e, concomitantemente, subsidie o planejamento de situações didáticas que respeitem a densidade epistemológica dos números racionais.

## 6.1 Obstáculo da homogeneização dos significados da fração

Sob o referencial da TSD, a homogeneização dos significados da fração configura-se como um obstáculo didático específico, alicerçado na premissa implícita de que as múltiplas facetas da fração, parte-todo, medida, razão, operador, quociente e número, seriam naturalmente equivalentes ou intercambiáveis no processo de ensino. Na prática escolar, esse obstáculo manifesta-se, sobretudo, pela hegemonia do significado parte-todo, que passa a operar como esquema interpretativo dominante e não problematizado.

Ao internalizar que $\frac{3}{4}$ denota invariavelmente ‘três partes de um todo dividido em quatro porções de mesma quantidade’, o estudante tende a transpor esse esquema para situações de natureza distinta. Tal transposição não ocorre por inadequação cognitiva, mas porque o ensino frequentemente legitima esse significado como suficiente e universal.

Essa homogeneização torna-se visível quando o estudante enfrenta uma tarefa do tipo: ‘determine $\frac{3}{4}$ de 20’. A estratégia recorrente consiste em dividir 20 em quatro grupos iguais e selecionar três deles. Embora essa ação conduza ao resultado correto

(15), ela o faz sem que a fração seja compreendida como um operador multiplicativo. O êxito numérico mascara a ausência de uma interpretação funcional da fração, pois o *milieu* valida a resposta final sem discriminar o estatuto conceitual da estratégia empregada. Nesse cenário, o contrato didático reforça o esquema parte-todo, mesmo quando a situação demandaria a compreensão da fração como uma transformação da quantidade inicial.

Os limites dessa estabilização revelam-se em contextos que exigem maior abstração. Em situações como ‘um desconto de $\frac{3}{4}$ do valor de uma taxa’ ou ‘uma receita foi reduzida para $\frac{3}{4}$ da quantidade original’, a interpretação figurativa de parte-todo deixa de ser operatória. Nesses casos, não há um ‘todo visível’ a ser particionado, mas uma relação de escala que transforma um valor de referência. O estudante, então, depara-se com a insuficiência de seus esquemas iniciais. Na perspectiva da TSD, esse conhecimento se constitui como um obstáculo justamente por ser localmente eficaz: ele funciona em um amplo conjunto de situações escolares, o que lhe confere resistência à substituição, mesmo quando se mostra inadequado em novos domínios.

No entendimento da TSD, o uso indiscriminado de um único sentido da fração não decorre de uma limitação cognitiva do estudante, mas de um *milieu* pouco diferenciado. Brousseau postula que a aprendizagem acontece por meio da contradição entre a ação do sujeito e as retroações do *milieu*. Contudo, na homogeneização dos significados, essa contradição é anestesiada: o sistema didático aceita o sucesso procedimental em detrimento da clareza epistemológica.

A superação desse obstáculo requer a arquitetura de situações adidáticas de ruptura, nas quais a mobilização exclusiva do significado parte-todo resulte em erros observáveis ou em estratégias insuficientes. Somente pela resistência efetiva do *milieu* o estudante poderá reformular seus esquemas, reconhecendo a polissemia da fração e os limites de validade que caracterizam cada um de seus significados.

## 6.2 Obstáculo da neutralização da grandeza

A neutralização da grandeza configura-se como um obstáculo didático quando as situações de ensino omitem ou secundarizam a natureza das grandezas envolvidas, reduzindo a atividade matemática à manipulação estritamente simbólica de frações. Sob a ótica da TSD, esse obstáculo compromete a funcionalidade do *milieu*, uma vez que a grandeza mobilizada constitui um dos principais elementos responsáveis por gerar retroações significativas.

Uma manifestação recorrente desse obstáculo ocorre quando se solicita ao estudante a comparação entre as frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$, sem qualquer explicitação do referente unitário, sem a indicação do 'meio de quê?' ou 'um terço de quê?'. Nessa ausência de ancoragem na grandeza, muitos estudantes concluem que $\frac{1}{3}$ é maior que $\frac{1}{2}$, apoiando-se no critério naturalista segundo o qual 3 > 2. Nesse vácuo referencial, o *milieu* revela-se silencioso: ele não oferece resistências ou contradições que permitam ao estudante refutar sua hipótese inicial, perpetuando o erro por falta de ancoragem empírica ou lógica na grandeza.

Outra evidência desse obstáculo aparece em enunciados como: 'João percorreu $\frac{3}{4}$ do caminho'. Quando a extensão total do caminho é mantida invariante ou sequer mencionada, o estudante é induzido a tratar a fração como um valor autônomo, dissociado da grandeza à qual se refere. Nesses casos, a validação da resposta não se apoia na conservação da grandeza, mas em uma decodificação simbólica desprovida de controle sobre a escala ou a proporção envolvida.

Na perspectiva de Brousseau, a aprendizagem da fração requer situações em que a grandeza atue como variável didática. Por exemplo, ao comparar $\frac{1}{2}$ de uma barra de chocolate pequena com $\frac{1}{3}$ de uma barra maior, o desequilíbrio cognitivo provocado pela percepção visual força o estudante a reconhecer que a fração, isoladamente, não determina a quantidade. É a interação entre fração e grandeza que produz sentido matemático. A neutralização da grandeza impede essa retroação, confinando o estudante a critérios sintáticos ou perceptivos.

A superação desse obstáculo demanda, portanto, o planejamento de situações em que a natureza da grandeza seja explicitamente mobilizada e em que a validação dependa do controle da unidade, da escala ou da razão envolvida, restituindo ao *milieu* sua função reguladora.

### 6.3 Obstáculo da visualidade dominante

O obstáculo didático da visualidade dominante emerge do predomínio de representações icônicas, principalmente de modelos geométricos bidimensionais que, ao serem reiteradamente mobilizados no ensino, passam a funcionar como critério implícito de validação das ações do estudante. Embora o suporte visual desempenhe um papel relevante na introdução do conteúdo de fração, sua centralidade excessiva conduz a uma hipertrofia do registro figural, em detrimento da construção do objeto matemático em sua dimensão abstrata, relacional e numérica.

Esse obstáculo manifesta-se, com particular vigor, na transição para frações impróprias. O estudante, habituado a reconhecer frações apenas no interior de um ‘todo’ visível e delimitado, como círculos ou retângulos, tende a considerar representações como $\frac{5}{4}$ ou $\frac{7}{3}$ como entes matemáticos inválidos ou anômalos. Nessas circunstâncias, a ausência de um modelo visual familiar obstrui a compreensão da fração como um número racional que pode exceder a unidade, revelando a fragilidade de um saber baseado apenas na percepção imediata.

Outra manifestação desse obstáculo reside na dificuldade de reconhecer a equivalência entre configurações visuais distintas de uma mesma fração. Quando duas representações diferentes de $\frac{1}{2}$, por exemplo, uma partição vertical e outra horizontal, não são identificadas como equivalentes, isso evidencia que a validação do estudante se apoia na congruência perceptiva das figuras e não na invariância da razão entre grandeza e unidade. Esse fenômeno pode ser interpretado via TSD como uma indulgência do *milieu*: o sistema aceita respostas baseadas no reconhecimento de padrões visuais, dispensando o estudante de mobilizar critérios matemáticos de conservação e equivalência.

Brousseau adverte que, quando o *milieu* ‘mostra’ a resposta por meio da evidência visual, ele deixa de funcionar como um *milieu* adidático. A visualidade dominante antecipa conclusões e inibe a dialética de formulação, uma vez que o estudante aprende a ‘ver’ a fração como um desenho, mas fracassa em pensá-la como um número que representa uma quantidade e é dotado de propriedades operatórias e posicionais. A figura, em vez de ser um suporte à abstração, torna-se um obstáculo ao pensamento relacional, pois reduz a complexidade do racional à estática da imagem.

A superação deste obstáculo demanda a diversificação dos registros de representação semiótica (fracionária, decimal, figural) e a proposição de situações nas quais a evidência visual imediata seja insuficiente ou contraditória. Tarefas que exijam a localização de frações na reta numérica, a comparação de grandezas sem suporte figural direto ou a justificativa teórica da equivalência forçam o deslocamento da validação do plano perceptivo para o plano conceitual. Assim, o *milieu* recupera seu caráter antagonista, exigindo que o estudante abandone a passividade da observação para engajar-se em uma atividade intelectual de controle relacional, argumentação e validação matemática.

Os obstáculos didáticos sistematizados nesta investigação corroboram que as dificuldades inerentes à fração transcendem a ausência de domínio técnico ou a incompreensão procedimental. Tais entraves vinculam-se, sobretudo, à arquitetura das situações didáticas e aos critérios de legitimidade que orientam a validação das ações no interior do *milieu*. A homogeneização dos significados, a neutralização da grandeza e a visualidade dominante evidenciam os mecanismos pelos quais o dispositivo de ensino pode, ainda que de maneira não intencional, mitigar a densidade epistemológica do número racional, engessando esquemas de ação cuja eficácia restringe-se a domínios locais.

Ao explicitar esses obstáculos, não se pretende instituir categorias normativas rígidas. A identificação desses eixos estruturantes permite compreender que estratégias aparentemente exitosas resultam, em muitos casos, em aprendizagens frágeis e excessivamente dependentes de suportes contextuais. Mais do que catalogar erros, esta análise permite decifrar a persistência de certas concepções que resistem a intervenções pedagógicas convencionais por estarem enraizadas em um contrato didático que privilegia o produto final em detrimento dos processos de construção e validação do saber.

É sob o amparo dessa problematização que reconfigura a relação entre estudante, professor e conhecimento, que se encaminham as considerações desta investigação.

# 7 CONSIDERAÇÕES, LIMITAÇÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

A investigação desenvolvida nesta tese propôs-se a discutir a influência dos obstáculos identificados no processo de compreensão dos números racionais em sua representação fracionária. O estudo fundamentou-se em uma revisão bibliográfica analítica de dissertações e teses nacionais produzidas entre 2014 e 2024, examinadas sob a ótica da TSD de Guy Brousseau e em interlocução com a epistemologia de Gaston Bachelard. Partiu-se da hipótese de que a dificuldade de estudantes em compreender os números racionais, em sua forma fracionária, é intrínseca a obstáculos epistemológicos e didáticos.

Os resultados verificados indicaram que a persistência de dificuldades relativas às frações mantém vínculo estreito com a estabilidade de esquemas de caráter naturalista e com a predominância de configurações didáticas que limitam a circulação dos estudantes pelas dialéticas de ação, formulação, validação e institucionalização. Entre os obstáculos de maior recorrência, destacaram-se: (i) a transferência indevida de critérios do domínio dos números naturais, por exemplo, comparar denominadores como ‘maior denominador implica maior quantidade’; (ii) a instabilidade do estatuto numérico da fração, com repercussões na ordenação, na localização na reta numérica e na interpretação de frações superiores à unidade; (iii) processos de discretização do contínuo, frequentemente acompanhados pela perda de controle da unidade de referência; (iv) fragilidades na compreensão da equivalência fracionária, usualmente reduzida a um procedimento formal em detrimento de seu caráter relacional; e (v) a centralidade de execuções algorítmicas desprovidas de sentido matemático, reforçadas por contratos didáticos prescritivos e por regimes de validação ancorados na autoridade docente.

A discussão revelou, ainda, que a compreensão da fração se mostra particularmente sensível quando a natureza das grandezas permanece pouco tematizada. A tensão entre grandezas discretas e contínuas, somada à reduzida mobilização de grandezas intensivas, tais como razões, taxas e operadores, configurou-se como um aspecto preocupante. Em contextos nos quais o ensino permanece circunscrito ao significado parte-todo em grandezas extensivas contínuas, observa-se restrição do campo de experiências necessário à consolidação da fração como medida, número, razão e operador.

Sob a perspectiva da TSD, tal configuração corresponde a um *milieu* insuficientemente diferenciado, incapaz de produzir retroações que invalidem estratégias localmente eficazes, embora conceitualmente inadequadas no domínio dos racionais.

No conjunto das produções examinadas, as estratégias de superação de dificuldades apresentaram convergência com a lógica da TSD quando concebidas como organização de situações, e não como técnicas isoladas. Entre essas estratégias, observaram-se: diversificação de significados da fração; a proposição de tarefas de comparação e decisão desvinculadas de cálculo imediato; a exploração de múltiplos registros de representação, com ênfase na reta numérica; a incorporação intencional de materiais enquanto componentes do *milieu;* e a valorização de processos coletivos de validação argumentativa. Todavia, a análise indicou que a eficácia dessas propostas depende menos de sua presença nominal e mais das condições de operacionalização. Na ausência de variáveis didáticas que tornem matematicamente necessário outro significado da fração, tende a ocorrer apenas uma alteração superficial do contexto, preservando-se os mesmos esquemas interpretativos.

Essa constatação adquire relevância particular ao se considerar a natureza pedagógica dos materiais didáticos nas práticas escolares. A utilização de um mesmo livro didático por diferentes professores não implica uniformidade nas aprendizagens, uma vez que os efeitos didáticos dependem fundamentalmente da organização das situações, das variáveis didáticas efetivamente mobilizadas, do funcionamento do *milieu* e do contrato didático instaurado. O material, nessa perspectiva, não determina a situação didática; ele constitui apenas um de seus componentes possíveis. Distinções nas decisões didáticas, ainda que apoiadas em tarefas formalmente idênticas, podem produzir diferentes configurações do *milieu*, contrastes nos regimes de validação e oportunidades desiguais de reconstrução conceitual.

Nesse enquadramento, situações que explicitam a relação entre fração e unidade de referência, bem como aquelas que envolvem frações de quantidades não inteiras, assumem papel estratégico. Ao tornar necessárias coordenações proporcionais e operatórias, tais situações favorecem a diferenciação do *milieu* e tensionam esquemas interpretativos estabilizados. Sob essas condições, a divisão de frações pode emergir como problema matematicamente significativo, associado à composição e à inversão de operadores, em vez de se apresentar como regra formal desancorada de sentido. A aprendizagem, portanto, não decorre da introdução de novos procedimentos, mas da reorganização das relações que o sistema didático torna necessárias e validáveis.

Como contribuição autoral, esta tese propôs a sistematização de três obstáculos didáticos estruturantes: homogeneização dos significados, neutralização da grandeza e visualidade dominante, concebidos como eixos interpretativos capazes de articular entraves recorrentes sem reduzir a complexidade do fenômeno. Esses obstáculos explicitam mecanismos por meio dos quais o dispositivo didático pode mitigar a densidade epistemológica do número racional: (i) quando um único significado, em particular o parte-todo, assume estatuto universal; (ii) quando a natureza da grandeza e o referente da unidade permanecem implícitos, produzindo um *milieu* silencioso; e (iii) quando a imagem opera como critério privilegiado de validação, bloqueando a transição do reconhecimento perceptivo ao controle relacional e numérico.

As discussões evidenciaram, ainda, que parcela significativa das tensões identificadas ultrapassa o âmbito das interações locais e se articula a dimensões institucionais, conforme sugerido por Miranda (2016) ao discutir o obstáculo didático institucional. Tal constatação torna-se visível na descontinuidade entre epistemologias escolares, na assimetria dos processos formativos docentes e na organização curricular que antecipa algoritmos e naturaliza validações procedimentais. Nesse contexto, sustenta-se que a superação de obstáculos no ensino da fração exige menos a adição de atividades e mais a reconfiguração de situações didáticas: explicitação das grandezas em jogo, controle rigoroso da unidade e da escala, diversificação de significados com necessidade matemática e institucionalização da validação como dimensão constitutiva do saber.

Essa própria leitura, entretanto, delimita o alcance interpretativo das conclusões apresentadas, conduzindo à explicitação das limitações da investigação, inscritas no quadro das escolhas teóricas e metodológicas. A opção por uma revisão bibliográfica analítica definiu um campo empírico composto por produções cujas construções teóricas e recortes metodológicos já se encontravam estruturados por seus respectivos autores. Nesse sentido, a análise privilegiou a reconstrução interpretativa de resultados e problematizações previamente elaborados, em lugar da observação direta de situações didáticas. Tal configuração estabelece um horizonte próprio de validade, no qual as inferências devem ser compreendidas em consonância com a natureza documental do corpus. As interpretações situam-se, portanto, no plano das regularidades teóricas e didáticas identificáveis nas produções examinadas, particularmente no que concerne às descrições do *milieu*, às formas de devolução e às condições de validação relatadas.

A constituição do corpus, embora conduzida mediante critérios explícitos, também circunscreve o alcance das conclusões. A heterogeneidade da produção acadêmica brasileira, expressa na pluralidade de referenciais e contextos, não se esgota em recortes delimitados. Assim, as regularidades identificadas devem ser interpretadas como tendências analíticas situadas, cuja relevância reside na inteligibilidade teórica que o estudo realizado oferece.

Outra delimitação relevante refere-se ao grau de explicitação das categorias da TSD nos estudos tratados. A variabilidade na descrição das situações, do *milieu*, das variáveis didáticas e dos regimes de validação condicionou a granularidade das reconstruções interpretativas. Cumpre assinalar que as proposições desenvolvidas nesta tese, em especial a sistematização dos obstáculos didáticos estruturantes, situam-se no plano teórico-interpretativo. Tais construções, embora ofereçam quadros de inteligibilidade para entraves recorrentes, estão abertas à validação empírica e ao refinamento conceitual em investigações subsequentes.

Essas delimitações indicam direções para o aprofundamento de pesquisas futuras. A ampliação do universo empírico, mediante a incorporação de produções internacionais, poderá tensionar as regularidades identificadas e examinar a estabilidade dos obstáculos em diferentes culturas didáticas. Mostra-se igualmente fecunda a articulação entre revisão analítica e investigação empírica de sala de aula, permitindo examinar, com maior precisão, a dinâmica das retroações e as transformações do contrato didático.

O fortalecimento do eixo institucional apresenta-se como dimensão incontornável, integrando análises micro e macrodidáticas para ampliar a compreensão dos mecanismos que sustentam ou reconfiguram os obstáculos no ensino dos números racionais.

Em conclusão, as evidências coligidas e as análises empreendidas ao longo desta investigação permitiram o atendimento ao objetivo geral proposto. Esse percurso culminou na sistematização apresentada na Seção 5, especificamente no Quadro 10, no qual são explicitados os obstáculos epistemológicos e didáticos que permeiam e, por vezes, restringem a compreensão dos números racionais em sua escrita fracionária. A partir do escrutínio das produções analisadas e da subsequente elaboração da síntese integradora, considera-se que a questão de pesquisa que norteou este trabalho foi devidamente respondida, oferecendo uma visão consubstanciada acerca da complexidade inerente aos obstáculos estudados.

## REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Editora UFPR, 2007.

ALVES, Thalita Thó Rodrigues. **A aprendizagem das frações e seus obstáculos**. 67 f. 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Departamento de Matemática, Universidade Federal da Paraíba. João Pessoa, 2018.

BACHELARD, Gaston. **A Formação do Espírito Científico**: contribuição para uma psicanálise do Conhecimento. Tradução Estela dos Santos Abreu. 5ª reimpr. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BACHELARD, Gaston. **A filosofia do não; O novo espírito científico; A poética do espaço**; seleção de textos de José Américo Motta Pessanha; traduções de Joaquim José Moura Ramos. . . (*et al.). —* São Paulo: Abril Cultural, 1978. (Os pensadores).

BEHR, Merlyn J.; LESH, Richard; POST, Thomas R.; SILVER, Edward A. Rational number concepts. In: LESH, Richard; LANDAU, Marsha (ed.). **Rational Number Concepts. Acquisition of Mathematics Concepts and Processes**, p. 91 - 125. New York: Academic Press, 1983.

BROUSSEAU, Guy**. Introdução ao estudo das situações didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. Apresentação de Benedito Antônio da Silva. Tradução Camila Bórgea. São Paulo: Ática, 2008.

BROUSSEAU, Guy. Fondements et Méthodes de La Didactique des Mathématiques. In: Recherches em **Didactique des Mathématiques**, v. 7, n. 2, p. 33-115. 1986.

BROUSSEAU, Guy. Les obstacles épistémologiques, problèmes et ingénierie didactique. In G. Brousseau, **Théorie des situations didactiques**. Grenoble La Pensée Sauvage. p. 115-160, 1998.

BROUSSEAU, Guy. Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques. In N. Bednarz & C. Garnier (Eds.), **Construction des savoirs, Obstacles et Conflits**. Montréal: CIRADE Les éditions Agence d’Arc inc. p. 41-63, 1989.

BROUSSEAU, Guy. Les obstacles epistemologiques et les problemes en mathématiques. In: Recherches en Didactique des Mathématiques, v. 4, n. 2, p. 165-198, 1983.

CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; MAGINA, Sandra; NUNES, Terezinha. O **professor polivalente e a fração: conceitos e estratégias de ensino.** Educação Matemática Pesquisa, v. 8, n. 1, p. 125-136, 2006.

CERVO, Amado L.; BERVIAN, Pedro A.; SILVA, Roberto da. **Metodologia científica**. 6 ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2014.

ECHER, Isabel Cristina. A revisão de literatura na construção do trabalho científico. In: **Revista Gaúcha de Enfermagem**, Porto Alegre, v. 22, n. 2, p. 5-20, jul. 2001.

FERREIRA, Edinalva Rodrigues. **Ensino de Frações na Educação de Jovens e Adultos:** obstáculos didáticos e epistemológicos. 2014. 184 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social.** 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

JOSÉ, Wander Alberto. **Obstáculos epistemológicos inerentes ao conceito de fração**. 2021. 114 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal do Tocantins, Palmas. 2021.

JÚNIOR, José Ruy Giovanni; CASTRUCCI, Benedicto. **A Conquista da Matemática**: 6º ano do Ensino Fundamental. 4. ed. São Paulo: FTD, 2018.

KIEREN, Thomas E. **The rational number construct—its elements and mechanisms**, in Thomas. E. Kieren (ed.), Recent Research on Number Learning, ERIC/SMEAC, Columbus, p. 125-150, 1980.

LAVILLE, Christian; DIONNE, Jean. **A Construção do Saber:** manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas. Tradução Heloísa Monteiro e Francisco Settineri. Porto Alegre: Artmed; Belo Horizonte: Editora UFMG, 1999.

MAGINA, Sandra; CAMPOS, Tânia. **A Fração nas Perspectivas do Professor e do Aluno dos Dois Primeiros Ciclos do Ensino Fundamental**. Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 21, n. 31, pp. 23-40, 2008.

MINAYO, Maria Cecília de Souza. Ciência, Técnica e Arte: o desafio da pesquisa social. In: Maria Cecília de Souza Minayo (Org.). **Pesquisa Social:** teoria, método e criatividade. 21. ed. Petrópolis: Vozes, 2002.

MIRANDA, Werventon dos Santos. **Estudando o obstáculo didático sob a ótica da teoria antropológica do didático**. 2016. 115 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas). Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2016.

NOGUEIRA, Fernanda. **Obstáculos epistemológicos e didáticos relacionados a frações:** um estudo com alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental. 2020. 248 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica, São Paulo. 2020.

PINHAL, Daiane Vieira de Rezende. **Aritmética de frações em livros didáticos brasileiros e japoneses**. 2022. 205 f. Dissertação (Mestrado). Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória. 2022.

SCHUBRING, Gert. **Os números negativos:** exemplos de obstáculos epistemológicos? São Paulo: editora Livraria da Física, 2018.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do Trabalho Científico**. 24. ed. São Paulo: Cortez, 2016.

SILVA, Maria José Ferreira da. **Sobre a introdução do conceito de número fracionário**. 1997. 245 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1997.

SILVA, Maria José Ferreira da. **Investigando saberes de professores do ensino fundamental com enfoque em números fracionários para quinta série.** 2005. 302 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

SIMÕES, Diovana Guerra**. Formação continuada para professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental envolvendo frações**. 2022. 164 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Luterana do Brasil, Canoas. 2022.

VERGNAUD, Gérard. **Multiplicative structures.** In: HIEBERT, J.; BEHR, M. (Ed.). Research agenda in mathematics education: number concepts and operations in the middle grades. Hillsdale: Lawrence Erlbaum, 1988.

VERGNAUD, Gérard. **La théorie des champs conceptuels**. Recherches en Didactique des Mathématiques, v. 10, n. 2/3, p. 133–170, 1990.

VERGNAUD, Gérard. **The nature of mathematical concepts**. In: NUNES, T.; BRYANT, P. (Ed.). Learning and teaching mathematics: an international perspective. Hove: Psychology Press, 1997.

## Anexo

### Ficha de Leitura das Teses e Dissertações[4]

Autor: Prof. Dr. Iran Abreu Mendes

<table>
<tr><td>Nº</td><td>Tipo de material:</td><td>Número de páginas:</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ano da defesa:</td><td>Local do material consultado:</td></tr>
<tr><td colspan="2">Programa/Instituição</td><td>Ano da publicação:</td></tr>
<tr><td colspan="2">Autor(a):</td><td>Orientador:</td></tr>
<tr><td colspan="3">Título:<br>Referência (ABNT):</td></tr>
<tr><td colspan="3">Resumo /Palavras-Chave: um parágrafo curto que explique o trabalho lido. O resumo não deve o mesmo presente no trabalho lido; deve ser elaborado pelo pesquisador, conforme seus objetivos e interesses.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Eixo temático (formação de professores, ensino de matemática, epistemologia da matemática, entre outras)</td></tr>
<tr><td colspan="3">Objeto de estudo:</td></tr>
<tr><td colspan="3">Questões de pesquisa:</td></tr>
<tr><td colspan="3">Objetivo geral:</td></tr>
<tr><td colspan="3">Objetivos específicos:</td></tr>
<tr><td colspan="3">Descrição dos capítulos (sumário) breve comentário</td></tr>
<tr><td colspan="3">Fonte utilizadas conforme a bibliografia (primária, secundária, principal, de referência, de primeira mão etc.)</td></tr>
<tr><td colspan="3">Recorte espaço-temporal da dissertação/tese</td></tr>
<tr><td colspan="3">Como a dissertação/tese está escrita na série temporal/espacial?</td></tr>
<tr><td colspan="3">Tema central da dissertação/tese construída</td></tr>
<tr><td colspan="3">Tema secundário para o tema central para compor o cenário.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Quais os conceitos que sustentam o referencial teórico do trabalho</td></tr>
<tr><td colspan="3">Fundamentação Teórica (como é abordado no texto para explicar o objeto de estudo)</td></tr>
<tr><td colspan="3">Caracterização do Método da pesquisa (método e procedimento)</td></tr>
<tr><td colspan="3">Categorias conceituais abordadas no trabalho:</td></tr>
<tr><td colspan="3">Principais resultados apontados:</td></tr>
<tr><td colspan="3">Comentários pessoais:</td></tr>
<tr><td colspan="3">Apreciação geral:<br>Após a leitura e preenchimento da ficha de caracterização do trabalho, cada leitor deverá fazer uma síntese reflexiva sobre as ideias presentes na ficha, na forma de um texto de uma lauda</td></tr>
</table>

[4] Esta ficha pode ser adaptada para a leitura de livros, artigos e outros trabalhos escritos, de acordo com os objetivos e interesses de cada pesquisador, desde que seja sempre citado o nome do autor da ficha.