UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS
CAMPUS UNIVERSITÁRIO PROF. DR. SÉRGIO JACINTHO LEONOR
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

EDILSON GALDINO SOARES DE MELO

OPERAÇÕES BANCÁRIAS: CONTEXTO HISTÓRICO E SUA RELAÇÃO COM O OBJETO DE CONHECIMENTO FUNÇÃO EXPONENCIAL

Arraias, TO
2022

Edilson Galdino Soares de Melo

Operações bancárias: Contexto histórico e sua relação com o objeto de conhecimento função exponencial

Monografia foi avaliada e apresentada à UFT – Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Universitário Dr. Sérgio Jacintho Leonor, Curso de Licenciatura em Matemática para obtenção do título de Licenciado em Matemática e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: Dr. Ivo Pereira da Silva

Arraias, TO

2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins

M528o Melo, Edilson Galdino Soares de.

Operações bancárias:: Contexto histórico e sua relação com o objeto de conhecimento função exponencial. / Edilson Galdino Soares de Melo. – Arraias, TO, 2022.

32 f.

Monografia Graduação - Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Universitário de Arraias - Curso de Matemática, 2022.

Orientador: Ivo Pereira da Silva

1. Educação. 2. Formação de professor. 3. Matemática. 4. Ensino contextualizado. I. Título

CDD 510

Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFT com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Edilson Galdino Soares de Melo

Operações bancárias: Contexto histórico e sua relação com o objeto de conhecimento função exponencial

Monografia apresentada à UFT – Universidade Federal do Tocantins – Campus Universitário Prof. Dr. Sérgio Jacintho Leonor Curso de licenciatura em matemática foi avaliado para obtenção do título de professor e aprovado em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Data de aprovação: 08/07/2022

Banca Examinadora:

gov.br Documento assinado digitalmente
IVO PEREIRA DA SILVA
Data: 12/07/2024 15:27:18-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Ivo Pereira da Silva (orientador), UFT

gov.br Documento assinado digitalmente
DAILSON EVANGELISTA COSTA
Data: 30/07/2024 17:29:00-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Dailson Evangelista Costa (examinador 1), UFT

gov.br Documento assinado digitalmente
JOSIMAR DE SOUSA
Data: 12/07/2024 15:47:17-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Josimar de Sousa (examinador 2), UNEMAT

Dedico este trabalho a Deus, aos meus pais Carlos e Marcia e a todos que contribuíram nessa jornada.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, pelo dom da vida, por me dar sempre forças necessárias para correr atrás dos meus objetivos, por ter me ajudado a enfrentar os momentos difíceis, por nunca me deixar desistir.

Agradeço a meus pais Carlos Galdino e Marcia Soares, dois guerreiros que sempre lutaram para dar o melhor a seus filhos. Chegar à conclusão de mais uma etapa em minha caminhada é graças a vocês que são tudo para mim.

Agradeço a minha irmã Lidiane Soares que sempre me apoiou a seguir em busca dos meus objetivos.

Agradeço aos meus familiares, pelo apoio e incentivo.

Agradeço aos meus colegas/amigos do curso de Licenciatura em Matemática, Rodrigo Pereira, Diogo Mattos, Wellington Almeida, Luan Mendes, Ana Carolina Soares, Marcio Junior Pereira, Alana Xavier, Samara Carvalho. A todos vocês, obrigado pelo apoio, carinho e companheirismo.

Gratidão ao meu orientador, prof. Dr. Ivo Pereira da Silva, que me aceitou como orientando, me deu todo o suporte necessário para desempenhar um bom trabalho, me fez despertar uma relação incrível pela Educação Matemática.

Agradeço a instituição UFT e aos professores do curso de Licenciatura em Matemática. Especialmente aos professores Ivo, Dailson, Mônica, Kaled, Adriano, Thiago e Janeisi, obrigado pela preocupação com a formação dos seus alunos e por irem sempre além do esperado para promover as aprendizagens.

RESUMO

Motivado a promover um ensino contextualizado da Matemática e visando criar um ambiente de aprendizagem mais significativo e envolvente, a pesquisa em questão foca na relação entre as operações bancárias e a função exponencial. O objetivo é refletir sobre o funcionamento das operações bancárias e permitir que tanto professores quanto alunos adaptem os conceitos matemáticos para seu uso e relevância no mundo real. No referencial teórico, foram utilizados os autores Mol (2013), Aranha (2006) e Varotto (2006) para entender o comércio e os aspectos históricos das operações bancárias, e Rossini (2006), Sá (2003), Oliveira (1997), Eves (2011) e Silva (2015) para sintetizar o contexto histórico das funções exponenciais. Portanto, para atingir a necessidade de contextualização e responder à questão problema da pesquisa, foi adotada uma abordagem qualitativa de caráter histórico, que permitiu ao pesquisador utilizar o conhecimento histórico da Matemática para complementar as informações atuais. Os resultados da pesquisa indicam que o conhecimento adquirido pode ser utilizado pelo professor para integrar as orientações da BNCC e criar Objetos de Aprendizagem (OAs). Reconhecendo a importância dos OAs no ensino de Matemática, o professor pode Integrar a Matemática envolvida nas operações bancárias, por meio de um estudo contextualizado que aborde dimensões culturais, sociais, políticas e psicológicas, destaca a necessidade de inovação pedagógica e a adoção de tecnologias. Esse enfoque não apenas torna o ensino mais relevante, como também ajuda a preparar os alunos para a aplicação prática dos conceitos matemáticos na vida cotidiana. Assim, a inovação pedagógica e o uso de tecnologias se tornam ferramentas essenciais para um ensino mais eficaz e adaptado às demandas contemporâneas.

Palavras Chaves: Matemática. Operações Bancárias. Função Exponencial.

ABSTRACT

Motivated to promote a contextualized teaching of Mathematics and aiming to create a more meaningful and engaging learning environment, the research focuses on the relationship between banking operations and exponential functions. The goal is to reflect on how banking operations work and to enable both teachers and students to adapt mathematical concepts for their practical use and relevance in the real world. In the theoretical framework, the works of Mol (2013), Aranha (2006), and Varotto (2006) were used to understand commerce and the historical aspects of banking operations, while Rossini (2006), Sá (2003), Oliveira (1997), Eves (2011), and Silva (2015) were used to synthesize the historical context of exponential functions. Therefore, to address the need for contextualization and respond to the research problem, a qualitative historical approach was adopted. This approach allowed the researcher to use historical knowledge of Mathematics to complement current information. The research results indicate that the acquired knowledge can be used by teachers to integrate BNCC guidelines and create Learning Objects (LOs). Recognizing the importance of LOs in Mathematics teaching, teachers can incorporate the mathematics involved in banking operations through a contextualized study that addresses cultural, social, political, and psychological dimensions. This highlights the need for pedagogical innovation and the adoption of technology. This approach not only makes teaching more relevant but also helps prepare students for the practical application of mathematical concepts in everyday life. Thus, pedagogical innovation and the use of technology become essential tools for more effective teaching adapted to contemporary demands.

Keywords: Mathematics. Banking Operations. Exponential Functions.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BC	Banco Central
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
OA	Objetos de Aprendizagem
PIBID	Programa Institucional de Iniciação à Docência
TDIC	Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação
UFT	Universidade Federal do Tocantins

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 9
2 COMÉRCIO: ASPECTOS HISTÓRICOS DA ORIGEM DAS OPERAÇÕES BANCÁRIAS 14
2.1 História do Comércio 14
2.2 Comércio no Brasil 17
3 CONTEXTO HISTÓRICO DAS FUNÇÕES EXPONENCIAIS 19
3.1 História da Função 19
3.2 Origem das Funções Exponenciais 22
3.3 Definição e Propriedades das Funções Exponenciais 24
3.4 Aplicações de Funções Exponenciais na Matemática Financeira 25
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS 29
REFERÊNCIAS 31

1 INTRODUÇÃO

A evolução exponencial das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) vêm transformando e inovando diversas esferas da sociedade, como por exemplo os bancos. Nos dias atuais, para realização das operações bancárias não há necessidade da pessoa se deslocar até banco físico, tais operações são feitas pelo modo remoto, com auxílio da *internet*.

Esses novos modos de mexer com o dinheiro provocaram em mim a curiosidade de saber que Matemática está envolvida nessas operações bancárias e como aproveitar desse conhecimento para ensinar a Matemática na Educação Básica. Partindo dessa curiosidade, construímos o problema desta pesquisa que consistiu em saber: Como as operações bancárias se relacionam com o objeto de conhecimento Função Exponencial? Este problema se construiu a partir da necessidade que tive de entender como se utilizam os conhecimentos matemáticos (conceitos básicos de economia e finanças, taxas de juros, inflação, aplicações financeiras - rentabilidade e liquidez de um investimento- e impostos) nas operações bancárias. Logo, o objetivo geral desta pesquisa foi <u>construir uma reflexão sobre o funcionamento das operações bancárias</u>. Os objetivos específicos foram: a) entender como se originou e concretizou as operações bancárias; e b) estabelecer relações entre as operações bancárias e as funções exponenciais.

A definição do problema da pesquisa também teve influência do estudo que tive sobre a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), pois enquanto acadêmico do curso de Licenciatura em Matemática conheci e explorei a BNCC nos momentos da realização do estágio supervisionado. A BNCC estruturou a matemática para o Ensino Fundamental em cinco unidades temáticas (Números, Álgebra, Geometría, Grandezas e medidas, e Probabilidade e Estatística) e nesse documento o assunto referente a operações bancárias é citado na unidade temática Números. Esta unidade temática tem o objetivo de

> [...] desenvolver o pensamento numérico, que implica o conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades. No processo da construção da noção de número, os alunos precisam desenvolver, entre outras, as ideias de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem, noções fundamentais da Matemática (BRASIL, 2018, p. 268).

A unidade temática Números traz para o ensino da Matemática fatos sociais que envolvem o consumo, o trabalho e o dinheiro. Na BNCC é citado como sugestão de desenvolvimento de aulas com um caráter histórico onde se torna necessário o “[...] estudo do dinheiro e sua função na sociedade, da relação entre dinheiro e tempo, dos impostos em sociedades diversas, do consumo em diferentes momentos históricos, incluindo estratégias atuais de marketing (BRASIL, 2018, p. 269)". Quando indica essa maneira de trabalho, o objeto do conhecimento matemático precisa ser entendido dentro de um contexto para a sua estruturação e permanência na sociedade. O contexto

> [...] é nada mais que colocar ou procurar as circunstâncias em que algo ou uma ideia está inserida. [...] É saber ou explicar em que tempo, em que lugar ou circunstância ocorreu o que queremos explicar ou entender [...] O termo contexto é costumeiramente utilizado quando se quer referir a uma dada situação. Logo, quando se conhece o contexto significa ter melhores possibilidades para se aproximar de um determinado conhecimento, seja ele qual for. [...] contexto pode ser entendido por uma explicação do tempo e espaço em que um fenômeno acontece, a contextualização significa colocar as coisas em seu devido contexto. (BISERRA, 2013, p. 25-26)

Um estudo contextualizado que envolve as dimensões culturais, sociais, políticas e psicológicas, corroboram com a necessidade de inovar e adotar as tecnologias a favor do ensino da Matemática.

> A concepção da Educação Contextualizada busca entender que as pessoas constroem o conhecimento a partir do seu contexto, com relações mais amplas. Ou seja, a construção dos saberes se dá na relação das pessoas com o mundo, consigo mesmo e com os outros, e estabelecem uma relação dinâmica entre contexto sociopolítico e histórico-cultural. Sendo assim, o aluno aprende a mobilizar competências e se torna capaz de solucionar problemas com contextos apropriados (BISERRA, 2013, p. 25-26).

A contextualização pode proporcionar estratégias de ensino inovadoras tanto para o professor ensinar quanto para os alunos aprenderem.

> A contextualização no ensino tem como um de seus objetivos vincular os conhecimentos aos lugares onde foram criados e onde são aplicados, isto é, à vida real dos envolvidos. Para que a explicação de um determinado conteúdo possa ser trabalhada de maneira contextualizada faz-se necessária a utilização de exemplos que fazem parte do contexto de vida e utilização dos conhecimentos prévios já adquiridos pelos alunos, para que dessa maneira eles consigam desenvolver seus próprios conhecimentos de mundo. (BISERRA, 2013, p. 25-26)

A ideia de pensar em um ensino contextualizado da Matemática se justifica pela minha participação como aluno bolsista do Programa Institucional de Iniciação à Docência (PIBID[1]). Este programa tem como objetivo contribuir para a valorização do magistério, elevar a

[1] O PIBID é composto por um coordenador institucional, responsável pela gestão do projeto em cada instituição de ensino superior, coordenador de área responsável pela gestão de cada subprojeto nas instituições, os supervisores, que são os professores da educação básica pública que orienta e viabiliza as atividades dos bolsistas de iniciação à docência (ID) na escola. E os Pibidianos, que são a principal figura do PIBID, pois o programa foi desenhado para enriquecer sua formação prática.

qualidade da formação inicial de professores nos cursos de licenciatura, integrando educação superior e educação básica, baseia-se nos princípios e características da iniciação à docência.

O PIBID visa proporcionar aos discentes dos cursos de Licenciatura uma aproximação com o cotidiano da educação básica, ainda na primeira metade do curso, visando estimular, desde o início de sua formação, a observação e a reflexão sobre a prática profissional.

Nesse contato com o ambiente escolar por meio do PIBID tive a oportunidade de observar e refletir a respeito de como é ser um professor de Matemática. As primeiras impressões, os primeiros desafios, as primeiras situações que aconteceram na sala são de suma importância para a minha formação como professor de Matemática, o planejamento das atividades que contribuíram para o aprendizado dos alunos, as experiências adquiridas durante os 18 meses de desenvolvimento de atividades contribuíram para o conhecimento prático do ambiente escolar.

Percebi a importância que se tem de trabalhar um objeto do conhecimento (conteúdo) levando em consideração o seu contexto e a partir deste pensar em uma sequência de atividades. Estas atividades podem ser um aliado a um processo de ensino contextualizado da Matemática que "estimula a percepção de que povos e sociedades, em tempos e espaços diferentes, não são tributários dos mesmos valores e princípios da atualidade" (BRASIL, 2018, p. 399). Este pode ser um caminho que possivelmente irá promover uma mudança no cenário educacional, uma vez que trabalhando a partir da contextualização dos objetos do conhecimento da matemática, os alunos são

> [...] instigados a aprender a contextualizar. Saber localizar momentos e lugares específicos de um evento, de um discurso ou de um registro das atividades humanas é tarefa fundamental para evitar atribuição de sentidos e significados não condizentes com uma determinada época, grupo social, comunidade ou território. Portanto, os estudantes devem identificar, em um contexto, o momento em que uma circunstância histórica é analisada e as condições específicas daquele momento, inserindo o evento em um quadro mais amplo de referências sociais, culturais e econômicas.[...] Distinguir contextos e localizar processos, sem deixar de lado o que é particular em uma dada circunstância, é uma habilidade necessária e enriquecedora (BRASIL, 2018, p. 399).

Um outro motivo que apresentou como justificativa foi ter participado como aluno da disciplina Informática Aplicada ao ensino de Matemática ofertada no curso de licenciatura em Matemática (UFT-Arraias) no semestre letivo 2019/1. Percebi que o contato diário com a tecnologia na atualidade exige que não se tenha apenas aulas expositivas nas escolas, cabendo ao professor estar atento para uma reflexão acerca da utilização de todo tipo de tecnologia que possa contribuir com o processo educativo, pois

> [...] a utilização das tecnologias no processo educativo proporciona novos ambientes de ensinar e aprender diferentes dos ambientes tradicionais, e as reais contribuições das tecnologias para a educação surgem à medida que são utilizadas como mediadoras para a construção do conhecimento (ALMEIDA, 2007, apud GARCIA, 2013, p. 32).

O último motivo que trago como justificativa foi a vivência minha no Estágio Supervisionado, principalmente as etapas que foram desenvolvidas no período da pandemia (2020-2021). Nesta etapa do estágio os professores (orientadores e supervisores) e estagiários utilizaram das TDIC tanto para a preparação quanto para o desenvolvimento das aulas de Matemática na Educação Básica. Considerei uma ótima oportunidade para que eu, professor em formação, pudesse desenvolver habilidades, até então conhecidas apenas no campo teórico, que contribuíram demasiadamente para o meu crescimento profissional, por permitir conhecer a realidade da minha área de atuação.

O período que vivi no estágio possibilitou o entendimento que existem situações que surgem durante o percurso do processo de ensino aprendizagem. E, para estarmos preparados para enfrentar todas as situações que surgirem durante tal percurso, faz-se necessário estarmos em constante aperfeiçoamento, ser flexível para podermos adaptar a tais situações buscando conhecimento tanto da profissão docente quanto do saber sobre as TDIC, para que desse modo seja possível sair das situações inusitadas construindo sequências de atividades que despertem cada vez mais o interesse e participação do aluno para que o mesmo tenha condições de enfrentar as situações que surgirem durante a sua vida em sociedade.

Para atender a necessidade da contextualização e consequentemente responder a questão problema para o desenvolvimento desta pesquisa foi adotada a pesquisa qualitativa de caráter histórico, onde para (Kirk & Miller, 1986) objetividade em pesquisa qualitativa implica entender um mundo de realidades empíricas que se coloca diante do pesquisador. Nesse sentido, nem todas as interpretações são igualmente válidas ou aceitas. Haveria, então, um compromisso intelectual mediante os pesquisadores se dispõem coletivamente a interpretar essa realidade empírica, por meio de melhorias parciais e incrementais no atendimento da questão. Essas melhorias viriam, tipicamente, por meio da identificação de ambigüidades em visões anteriores claras ou em casos.

Para Mendes,

> Um certo conhecimento da história da matemática deveria se constituir em uma parte indispensável da bagagem de conhecimentos matemático em geral e do professor de qualquer nível de ensino (primário, secundário ou superior). No caso deste último, não só com a intenção de que se possa utilizar a história da matemática como instrumento em seu próprio ensino, mas primariamente porque a história pode lhe

> proporcionar uma visão verdadeiramente humana da matemática, da qual o matemático pode estar, também, muito necessitado (MENDES,et.al, 2006, p. 15).

O professor pode usar todo o conhecimento explorado a partir da história da matemática para somar com as informações dadas na atualidade, uma vez que retraçar o percurso histórico é uma tentativa de dar base às informações apresentadas atualmente.

> [...] A história é escrita constantemente não apenas porque descobrimos fatos novos, mas também porque nossa perspectiva sobre o que é um fato histórico muda, ou seja, sobre o que é importante do ponto de vista do processo histórico. À medida que passamos a conhecer e compreender o desenvolvimento da sociedade em sua trajetória de transformação, aprendemos novos meios de compreender e explicar um mesmo fenômeno. [...] A história, então, passa a ter uma função decisiva na construção da realidade matemática se considerarmos que é com base nessa história que teremos uma rede de fatos cognitivos elaborados e praticados em diversos contextos socioculturais. (MENDES,et.al, 2006, p. 81).

O percurso histórico construído pelo professor a partir de uma pesquisa histórica

> [...] permite-nos estabelecer um diálogo entre o conhecimento aprendido e disseminado mecanicamente, a memória da prática manipulativa que utiliza os objetos matemáticos, os textos, os documentos, os relatos da prática e outros registros, de um modo geral, que os armazenam para torná-los públicos. Partindo dessa possibilidade, é possível utilizarmos a matemática produzida por outros povos, e em outras épocas, para produzir novas matemáticas, compará-las com a produção anterior e ampliar o corpo de conhecimento já existente. Essa dinâmica implica armazenar, selecionar e dispor de informações matemáticas conforme as necessidades em diferentes contextos e épocas, o que perpassa a produção sociocultural de cada sociedade. Nesse movimento, percebemos que o indivíduo não é um observador passivo e, por esse motivo, sempre adiciona suas impressões ao conhecimento experienciado. (MENDES, 2006, p.79-80).

Para uma melhor compreensão acerca da temática e do estudo proposto, esta pesquisa foi organizada em quatro seções. A primeira seção traz a introdução já exposta. Na segunda seção tratou-se dos principais aspectos acerca das Operações Bancárias, partimos de uma contextualização histórica da atividade comercial. Ao longo desta seção, apresenta ainda um breve histórico do desenvolvimento do comércio no Brasil.

Nesta seção, exploramos o "Contexto Histórico das Funções Exponenciais", começando pela contextualização histórica do conceito de função. Discutiremos a evolução do conceito de função, destacando momentos e figuras-chave que contribuíram para seu crescimento e amadurecimento. Em seguida, abordaremos a definição e as propriedades das funções exponenciais, assim como suas aplicações na matemática financeira.

Na quarta seção ficou destinada as "Considerações Finais".

2 COMÉRCIO: ASPECTOS HISTÓRICOS DA ORIGEM DAS OPERAÇÕES BANCÁRIAS

Nesta seção está sendo apresentado os aspectos das Operações Bancárias, a partir de uma contextualização histórica da atividade comercial que iniciou na antiguidade com o mecanismo do escambo, a criação das primeiras moedas, o desenvolvimento do comércio no Brasil até chegar à modernização dos dias atuais como, por exemplo, o pagamento via pix, onde a transação acontece em segundos e de modo remoto.

2.1 História do Comércio

A atividade comercial é realizada desde a antiguidade e sendo praticada em diversos locais do mundo, por vários povos e civilizações. Tudo se iniciou com

> [...] a noção matemática mais simples: o processo de contagem. Ele começou a ser desenvolvido pelo ser humano muito antes de haver escrita ou civilização, [...] as habilidades de contagem precedem qualquer desenvolvimento matemático mais sofisticado e sua compreensão é um passo inicial essencial para uma abordagem histórica da matemática. [...] O processo de contagem é algo sofisticado e não se trata de algo instintivo ou inato. Seu início aconteceu quando o homem desenvolveu a capacidade de comparar conjuntos de objetos e estabelecer entre eles uma correspondência um a um (MOL, 2013, p. 13).

Essa atividade comercial evoluiu conforme a evolução humana em sociedade, os povos passaram “[...] de uma vida primitiva para uma vida em sociedade, incorporou novos desafios sociais e econômicos. Novas demandas surgiram na organização do espaço, nas técnicas de produção e nas relações de natureza comercial (MOL, 2013, p. 13).”

Ao longo do tempo, muitas mudanças ocorreram, pois conforme Varoto (2006), tudo iniciou com o escambo. “O escambo foi o primeiro tipo de troca que as pessoas experimentaram na história da humanidade”, isso ocorreu, de acordo com Aranha (2006), há cerca de cinco mil anos nas civilizações fluviais que são: “[...] a Mesopotâmia (às margens dos rios Tigre e Eufrates), o Egito (“uma dádiva do Nilo”), a Índia (rios Indo e Ganges) e a China (rios Yang Tsé e Hoang-Ho) (ARANHA, 2006, p. 46)”.

A primeira sociedade registrada foi a Mesopotâmia, esta é

> Considerada o berço da civilização, a Mesopotâmia compreende um conjunto de povos que viveram nos vales dos rios Tigres e Eufrates, no que hoje corresponde ao território do Iraque e regiões adjacentes da Síria, Turquia e Irã, no período que se estende aproximadamente do ano 3500 a.C. até o começo da era cristã. [...] Na Mesopotâmia, a vida urbana floresceu, a técnica e os artefatos evoluíram a partir do

> domínio da metalurgia e a engenharia teve progressos nos métodos de construção e no desenvolvimento de sistemas de irrigação e de controle de cheias. Pela primeira vez na história surgiu uma economia de larga escala. (MOL, 2013, p. 16).

As técnicas praticadas na atualidade que se configuram como as ferramentas tecnológicas que facilitaram as práticas das pessoas nos dias atuais, iniciaram com a civilização babilônica, pois estes

> [...] desenvolveram um extenso conhecimento de cálculos e medidas, que se aplicava, sobretudo, a problemas de natureza econômica e comercial: câmbio de moedas, troca de mercadorias, taxas de juros simples e compostos, cálculos de impostos e problemas de divisão de colheitas (MOL, 2013, p. 16).

O mecanismo do escambo surgiu quando o homem deixou de ser nômade e passou a cultivar a terra, com o domínio das técnicas agrícolas as comunidades começaram a produzir mais que o necessário para o consumo e o que excedia era trocado com outras comunidades.

> Além dos mesopotâmios, egípcios, hindus e chineses, outros povos se sucederam nas regiões do Oriente Médio e do Oriente Próximo, ora ocupados com o pastoreio e levando vida nômade, ora dedicados ao comércio e à navegação. São eles, os hebreus, os medas, os persas e os fenícios, que constituíram civilizações florescentes no segundo e primeiro milênio a. C. (ARANHA, 2006, p. 47).

Assim surgiu esse primeiro contato com o comércio, com a troca que as pessoas experimentaram, por meio do escambo, onde se trocava um produto por outro, um produto por um serviço e sua equivalência era negociada a cada transação. Com o aumento do fluxo de transações, esse modelo começou a se tornar inviável para a demanda transacional da época, que se encontrava em expansão.

Um estudo histórico feito pelo museu dos valores do banco central (sem data), intitulado origem e evolução do dinheiro, mostrou que como dinheiro ainda não existia, várias mercadorias foram utilizadas fazendo o papel de moeda de troca ao longo do tempo, como o sal, que foi impulsionado pelos navegadores e teve um importante papel nesse início de utilização de determinado bem como moeda. “Os escribas tinham a função de registrar inclusive as transações comerciais, e foi desse modo que ficamos sabendo da intensa atividade comercial internacional dos mesopotâmios (ARANHA, 2006, p. 57).”

No século VII a. C. a necessidade de possuir um dinheiro durável e fácil de transportar levou a invenção das primeiras moedas no reino da Lídia, onde fica a atual Turquia, facilitando as trocas comerciais, e daí alguns povos começaram a se destacar no comércio tais como os Fenícios.

> Os fenícios destacaram-se como exímios navegadores excelentes negociantes, e a intervenção do alfabeto[2] facilitava enormemente os registros das transações comerciais. A simplificação da escrita contribuiu para que ela deixasse de ser monopólio de uma minoria e perdesse aos poucos o caráter sagrado (ARANHA, 2006, p. 51).

Já na Idade Média, o comércio era facilitado por grandes rotas de transporte e estradas estabelecidas entre as cidades. Entre 1096 e 1270, as Cruzadas trouxeram à Europa um momento de prosperidade comercial.

Quando os cruzados voltaram das lutas nas terras orientais, trouxeram consigo luxos como tapetes persas, porcelana chinesa, tecidos finos e especiarias (cravo, canela, pimenta, etc.), e desconheciam esses refinamentos na Europa. Ao estabelecer postos comerciais nessas regiões mais remotas, os europeus abriram novos eixos comerciais entre o Ocidente e o Oriente.

As principais rotas comerciais corriam ao longo do Mediterrâneo e estavam sob o controle de cidades como Gênova, Veneza, Pisa, Constantinopla, Barcelona e Marselha. Nos mares Báltico e do Norte, seu território se estendia a cidades como Hamburgo, Bremen e Flandres (Holanda).

Com o tempo, os centros das cidades tornaram-se mais importantes do que as áreas rurais. Os negócios aumentaram ali, os artesãos abriram suas próprias oficinas e os comerciantes começaram a realizar feiras para vender seus produtos. Por esta razão, o uso de moedas tornou-se essencial no lugar de escambo e troca de mercadorias. Isso permitiu o surgimento das primeiras empresas bancárias responsáveis pelo comércio de câmbio e empréstimos com juros.

Todos esses movimentos fizeram com que o dinheiro se tornasse cada vez mais importante e que a terra e a produção agrícola deixassem de ser a base da prosperidade europeia. Gradualmente, comerciantes e banqueiros cada vez mais prósperos começaram a alcançar status social mais elevado e sede de poder político. A burguesia, com seu prestígio, aproximou-se do rei e emprestou-lhe dinheiro em troca de políticas que favorecessem o comércio. Ao mesmo tempo, os senhores feudais estavam endividados, em grande parte devido aos altos custos das Cruzadas.

No século XV, os europeus viviam em uma nova ordem socioeconômica: o capitalismo comercial. Essas mudanças políticas, sociais, econômicas e religiosas marcaram a transição da Idade Média para a era moderna.

---

[2] O alfabeto fenício https://youtu.be/EQy-Q7ADc54

Sob a proteção do comercialismo e do crescente comércio internacional, surgiram as primeiras bolsas de valores e empresas mercantis. Mas havia um elemento que ganhava cada vez mais peso na política e na economia: a banca. Por esse motivo, novos instrumentos de crédito foram desenvolvidos, tais como: A letra de câmbio que é o documento que obrigou uma pessoa ou banco a pagar uma dívida, a nota promissória que é documento que especifica a promessa de pagamento dentro de um determinado período de tempo e o crédito, onde o recebimento de um empréstimo permitia ao comerciante realizar sua atividade econômica e obter uma rentabilidade com a qual lucraria e devolveria o valor emprestado. Por sua vez, os credores receberam juros sobre o valor emprestado, além do bom ou mau desempenho do negócio.

Atualmente, se for preciso comprar alguma “coisa”, há inúmeros lugares que se pode encontrar essa determinada “coisa”, seja em feiras, supermercados, lojas, shoppings e outros. Se a pessoa não quiser sair de sua casa, existe a opção de comprar determinada “coisa” via internet nas lojas virtuais. Portanto, vem a questão sobre a maneira que a pessoa pode pagar.

Para pagar por um produto, até poucos anos atrás, era de costume popular usar o dinheiro, cheque ou cartão. Porém, atualmente está sendo usado o pagamento eletrônico instantâneo criado pelo Banco Central do Brasil (BC), que é conhecido como *pix*. Nesta operação os recursos financeiros são transferidos de uma conta para outra em poucos segundos.

2.2 Comércio no Brasil

O comércio propriamente dito nasce, no Brasil, a partir das formações populacionais nas primeiras vilas litorâneas, orientado quase que totalmente para a exportação. (VAROTTO, 2006, p. 87). Inicialmente, o comércio do Brasil era limitado, importando escravos, principalmente produzindo e exportando açúcar, e depois exportando ouro, joias e várias outras mercadorias. A Companhia Geral do Comércio foi fundada em 1649 e foi responsável pela organização e modernização do comércio do Brasil, até o ano 1720.

Até o ano de 1808, a produção era essencialmente autossuficiente, pois o comércio era restrito dentro da colônia e focado nas exportações. A chegada da família real, e dos consequentes mercadores europeus, trouxe grandes mudanças no perfil do comércio local. A fácil disponibilidade de produtos europeus mudou os hábitos das pessoas.

Na década de 1870, o café tornou-se um dos principais produtos de exportação do país, provocando muitas mudanças na sociedade brasileira e enfatizando a substituição do trabalho escravo pelo assalariado. Os recursos arrecadados foram usados para construir ferrovias, exportar e construir sistemas financeiros e comerciais compostos por casas exportadoras e bancárias.

O processo de industrialização foi acompanhado pela crescente urbanização dos grandes centros. Em função do grande aumento da população e da carência de alimentos, as pessoas passaram a ter acesso aos gêneros de primeira necessidade em feiras livres, mercados, armazéns de secos e molhados e com vendedores ambulantes. Havia também as cadernetas, tradicional modo de crédito desenvolvido pelo comércio.

Com o processo de modernização surge um novo formato de loja para o setor supermercadista, os hipermercados que passam a incorporar, além de alimentos, eletrodomésticos. Com o rápido avanço da automação de lojas na década de 1990, o advento da Internet levou ao surgimento de lojas virtuais onde os clientes podem usar seus computadores para comprar e receber mercadorias sem sair de casa.

3 CONTEXTO HISTÓRICO DAS FUNÇÕES EXPONENCIAIS

As funções exponenciais têm uma história rica e uma ampla gama de aplicações práticas, logo nesta seção será apresentado a história da função a origem das funções exponenciais, suas propriedades e até suas aplicações modernas.

3.1 História da Função

É importante estudar o desenvolvimento do conceito de função no decorrer da história da Matemática, assim podemos identificar que as definições apresentam um longo processo de formação de ideias, generalizações e compreensão gradativa, que buscou respaldo no pensamento científico e filosófico.

A história do conceito de função se divide em três principais etapas, segundo *Youschkevich* (apud Rossini, 2006): a) Antiguidade: os estudos em casos de dependência entre duas quantidades não levou a criação de funções; b) Idade Média: cada caso concreto de dependência entre duas quantidades era traduzido por uma descrição verbal ou por um gráfico, mais que por uma fórmula; e c) Idade Moderna: a classe das funções analíticas tornou-se a principal classe utilizada sendo que, uma função analítica era geralmente expressa por meio de soma de séries infinitas.

> O método analítico fez uma revolução na matemática por causa de sua extraordinária eficácia assegurando ao conceito de função um lugar central em todas as ciências exatas. Contudo, por volta da metade do século XVIII, essa interpretação de funções, como expressões analíticas, revelou-se inadequadas. Isso levou a introdução de uma nova definição Geral de função que será mais tarde universalmente aceita na análise matemática. (Youschkevitch,1981, apud ROSSINI, 2006, p. 32).

Seguindo o raciocínio de classificação adotado por Youschkevitch, iremos discorrer sobre a história do desenvolvimento do conceito de função. Na Antiguidade quando o homem visando o controle de seu rebanho, passou a associar uma pedra para cada animal que saía para o pasto, assim cada pedra representava um animal, fazendo com que os criadores tivessem uma noção de quantos animais estavam fora. Segundo Sá (2003), essa relação de dependência entre as pedras e os animais pode ser encarada como uma relação funcional.

Por volta de 2000 a. C., os babilônios construíram tabelas em argila que indicavam a correspondência entre as colunas da tabela. Semelhante aos babilônios, os egípcios também construíram tabelas, na sua maioria em papiros, que segundo Boyer (apud Sá, 2003) apresentavam o resultado de investigações empíricas ou, na melhor das hipóteses, generalizações que eram o resultado da indução incompleta de casos mais simples para casos mais complicados. Tais tabulações, ainda que nessa época construídas de forma empírica, mais tarde acabariam se tornando fundamentos matemáticos para o desenvolvimento da Astronomia.

Em Alexandria, os astrônomos confeccionaram tábuas de cordas, equivalentes às tábuas dos senos utilizando teoremas da geometria. A mais antiga tábua de cordas, encontra-se no *Almagest* do astrônomo Claudius Ptolomeu, cujos trabalhos apresentam uma grande quantidade de tábuas astronômicas. Nessas tábuas de quantidade que equivalem às funções racionais e também funções irracionais de seno.

Apesar de existirem exemplos na antiguidade que indicam a presença das dependências funcionais usadas em atividades do dia-a-dia da época, o pensamento matemático não criou nenhuma noção geral de função.

Na Idade Média com o intuito de conceituar os exemplos citados na antiguidade, a noção de função, segundo Oliveira (1997), aparece pela primeira vez de forma mais genérica, nas escolas de filosofia natural em Oxford - Reino Unido - e a de Paris, pois até então cada problema era tratado de maneira isolada. Os matemáticos da época focaram os estudos em fenômenos como calor, luz, densidade, distância, velocidade, etc.

De acordo com Rossini (2006), o Francês Nicole Oresme (1323-1382) desenvolveu a teoria das latitudes e longitudes das formas. Oresme utilizou as coordenadas para representar a velocidade em função do tempo.

> Para traçar o gráfico da velocidade em função do tempo de um corpo que se move com aceleração constante, Oresme marcou pontos, representando instantes de tempo (ou longitudes) e, para cada instante, traçou perpendicularmente à reta das longitudes, um segmento de reta (latitude), cujo o comprimento representava a velocidade. (ROSSINI, 2006, p. 35)

A partir da teoria desenvolvida por Oresme, percebemos que a representação gráfica de uma função através de latitudes e longitudes foi de suma importância para chegar-se ao atual plano cartesiano. Na Idade Moderna outros cientistas também contribuíram para o estudo da noção de função. Galileu Galilei (1564-1642) introduziu o quantitativo nas representações gráficas. Segundo Oliveira (1997), diferentemente de Oresme, os gráficos de Galileu, apesar de serem muitas vezes parecidos, resultam da experiência e da medida.

No século XVI, surgiu com François Viète (1540-1603) a ideia de se estudar uma equação geral que representasse uma classe inteira de equações, que fez uma distinção entre os parâmetros (valores conhecidos) e variáveis (valores desconhecidos). Viète usou vogais para representar variáveis e consoantes para representar parâmetros.

Somente após a criação dos logaritmos é que o método analítico de introduzir as funções por meio de fórmula e equações começa a ganhar destaque na pesquisa teórica, em trabalhos de Pierre Fermat (1601-1665) e René Descartes (1596-1650), aplicaram a nova algebra à geometria. Cada um à sua maneira, apresentaram o analítico de introduzir funções, iniciando, assim, uma nova era para a evolução da Matemática.

Newton introduziu as noções básicas de função por meio da cinemática. Segundo Oliveira (1997) a palavra função foi usada, pela primeira vez em 1673 por Leibniz, no trabalho intitulado "*Methodus tangentiuninversa, seu de fonctionibus"*. E com Bernoulli aparece a primeira definição explícita de função como expressão analítica. "Chamamos à função de uma grandeza variável uma quantidade composta de qualquer maneira que seja desta variável e constantes" (OLIVEIRA, 1997, p.19).

No século XVIII, Leonhard Euler (1707-1783) foi figura importante no desenvolvimento do conceito de função, implantando a notação $f(x)$ usada para uma função de x:

> Leonhard Euller (1707-1783) nascido em Bâle na Suíça, foi aluno de Bernoulli, definiu funções no sentido analítico, segundo o qual uma função não necessita unicamente de uma expressão analítica e ele também introduziu o símbolo $f(x)$ (SÁ, 2003, p.7).

Segundo OLIVEIRA (1997), em meados do século XIX, Dirichlet propõe uma definição ampla de função que se aproxima a noção moderna de uma correspondência entre dois conjuntos de números, entretanto, o conceito para "conjunto" e "número" ainda não haviam sido estabelecidos. Já no fim deste mesmo século e início do século XX os cursos de análise matemática usavam a definição geral dada por Hankel, que se baseou em Dirichlet.

> Diz-se que y é uma função de x se a cada valor de x de um certo intervalo, corresponde um valor bem definido de y sem que isto exija entretanto que y seja definido sobre todo intervalo pela mesma lei em função de x, nem mesmo que y seja definido por uma expressão matemática explícita de x. (OLIVEIRA, 1997, p. 21).

No século XX, destaca-se o nome de Nicolas Bourbaki, nome de um suposto autor francês que assinou várias obras, porém acredita-se que seria um grupo de matemáticos. De acordo com Sá (2003), o grupo Bourbaki definiu função da seguinte maneira:

> Sejam E e F dois conjuntos, distintos ou não. Uma relação entre uma variável x de E e uma variável y de F, chama-se relação funcional em y , ou relação funcional de E em F, se, qualquer que seja x E, existe um elemento y de F, e somente um, que esteja na relação considerada com x. Dá-se o nome de função à operação que associa a todo

> elemento x E o elemento y F que encontra na relação dada com x; diz-se que y é o valor da função para o elemento x, e que a função está determinada pela relação funcional considerada. Duas relações funcionais equivalentes determinam a mesma função (SÁ, 2003, p.13).

Nesse sentido, a definição de Bourbaki, além de trazer a questão da unicidade de y, faz uma distinção entre relação funcional e função. A primeira expressão é empregada para a relação de variação existente entre os elementos de dois conjuntos, já a segunda é utilizada para determinar a operação que associa os elementos x de um conjunto com os elementos y de outro, e que uma função é determinada pela relação funcional estabelecida entre esses elementos.

Em resumo, é possível perceber que, desde a antiguidade, surgiram diferentes concepções de função, seja na maneira de olhar o objeto matemático, seja no modo de utilizá-lo ou enfatizar suas propriedades. Contudo, toda essa diversidade de ideias respaldadas no pensamento científico e filosófico contribuiu com a evolução do conceito desse objeto matemático, desencadeando as definições que temos nos dias atuais.

A notação $f(x)$ utilizada por Euller é também a mais utilizada nos dias atuais, tanto por professores como pelos alunos. Também é muito utilizada noção de função através de conjuntos, proposta por Bourbaki.

3.2 Origem das Funções Exponenciais

O processo histórico de evolução da Matemática, principalmente entre a antiguidade e a idade Média está ligado à evolução de outras ciências. Na idade moderna, aconteceu uma significativa expansão do conhecimento científico e tecnológico de diversas áreas como geografia, cartografia, comércio, astronomia e física, que muito contribuiu para o surgimento e afirmação de conceitos e teorias matemáticas.

Um desses conceitos, e aqui em evidência, foi o conceito de função, e em especial o de função exponencial. Cabe ressaltar que para tal conceito chegar à definição que hoje é utilizada e difundida, o seu desenvolvimento aconteceu de forma gradativa ao longo da história, a partir de estudos de importantes nomes da matemática, como já apresentados nessa pesquisa.

Atualmente, entende-se por função toda relação de dependência, em que uma incógnita depende do valor da outra. A função denominada como exponencial possui essa relação de dependência e sua principal característica é que a parte variável representada por x se encontra no expoente: $f(x) = a^x$, daí sua denominação exponencial, sendo importante também ressaltar que a base a é um valor real constante, isto é, um número real.

O conceito de função exponencial está atrelado ao conceito de logaritmo, já que esse é sua representação inversa. Acontece que, cronologicamente, a ideia de logaritmo antecede ao próprio conceito de função, como afirma EVES (2011):

> Hoje em dia, um logaritmo é universalmente considerado como um expoente; assim, se $n = b^x$, dizemos que x é o logaritmo de n na base b. Dessa definição, as leis dos logaritmos decorrem imediatamente das leis dos expoentes. Uma das incongruências da história da matemática é que os logaritmos foram descobertos antes de se usarem expoentes (EVES, 2011, p. 346).

Sabendo disso, para melhor contextualização da própria função exponencial, torna-se importante também apresentar a origem dos logaritmos. O domínio acerca de técnicas de cálculo que resultaram na formalização dos exponenciais remete aos tempos babilônicos, ao utilizarem um sistema de base sexagesimal, encontrado exposto em algumas tábuas de argila babilônica em que eles registravam suas escalas. Em muitas dessas tábuas pode-se ver a aparição de potências sucessivas de um dado número e que em muito se assemelham às tabelas atuais de logaritmos.

> Muitos processos aritméticos eram efetuados com a ajuda de várias tábuas. Das 400 tábulas matemáticas cerca de metade eram tábuas matemáticas. estas últimas envolvem tábuas de multiplicação, tábuas de inversos multiplicativos, tábuas de quadrados e cubos e mesmo tábuas de exponenciais. Quanto a estas, provavelmente eram usadas, juntamente com a interpolação, em problemas de juros compostos (EVES, 2011, p. 60).

Sendo assim, o conceito de função exponencial que é dependente do conceito de potência, portanto, está ligado ao conceito de logaritmo. Todavia, é no século XVII, após de John Napier revelar sua invenção dos logaritmos, vários outros matemáticos se debruçaram no estudo dos logaritmos e na evolução conceito de função, consequentemente das funções exponenciais.

Em particular na Astronomia, Laplace afirmou que a invenção dos logaritmos “ao diminuir o trabalho, dobrou a vida dos astrônomos”, (EVES, 2011, p. 346). Na Itália, os logaritmos foram introduzidos por Bonaventura Cavaliere. Já Johannes Kepler e Edmund Wingate realizaram o mesmo trabalho na Alemanha e França, respectivamente.

O desenvolvimento científico e tecnológico da época fazia surgir uma necessidade de criação de teorias e ferramentas que facilitasse a solução de problemas relacionados às grandes quantidades de dados numéricos e os cálculos envolvendo números grandes. Dessa maneira, era necessária uma resolução que facilitasse tal atividade. Foi com essa motivação que Napier começou seus estudos sobre logaritmos, que segundo Eves (2011) duraram cerca de 20 anos.

Napier obteve inspiração em trabalhos anteriores a ele, sobretudo em Arquimedes, por volta de 287–212 a.c, e Stifel (1487 – 1567), ambos trabalhavam com potências sucessivas de um dado número (SILVA, 2015). Arquimedes em sua tentativa de prever o tamanho do universo afirmava que trabalhava com grandezas superior à dos grãos de areia presentes no universo. Já Stifel estabeleceu uma relação entre a progressão geométrica e os expoentes dos respectivos termos, prenunciando assim, de quase um século a invenção dos logaritmos.

Dessa maneira, ainda de acordo com SILVA (2015), para montar suas tabelas, Napier pensou nos logaritmos como valores de uma sequência geométrica, escrevendo os expoentes de maneira a formar uma faixa contínua de valores. Todavia, Napier não tinha em mente o conceito de base de logaritmo que hoje temos, o que faz com que seus estudos sejam substancialmente diferentes dos logaritmos com os quais hoje trabalha-se habitualmente.

Paralelo e posteriormente, o atravessamento do conceito de logaritmo na própria evolução do conceito de função fez com que se chegasse ao que hoje conhecemos como função exponencial, já citada ao longo deste trabalho é tema principal de sua abordagem.

Conta à lenda que um rei solicitou aos seus súditos que lhe inventassem um novo jogo, a fim de diminuir o seu tédio. O melhor jogo teria direito a realizar qualquer desejo. Um dos seus súditos inventou, então, o jogo de xadrez. O Rei ficou maravilhado com o jogo e viu-se obrigado a cumprir a sua promessa. Chamou, então, o inventor do jogo e disse que ele poderia pedir o que desejasse. O astuto inventor pediu então que as 64 casas do tabuleiro do jogo de xadrez fossem preenchidas com moedas de ouro, seguindo a seguinte condição: na primeira casa seria colocada uma moeda e em cada casa seguinte seria colocado o dobro de moedas que havia na casa anterior. O Rei considerou o pedido fácil de ser atendido e ordenou que providenciasse o pagamento. Tal foi sua surpresa quando os tesoureiros do reino lhe apresentaram a suposta conta, pois apenas na última casa o total de moedas era de 2^{63}, o que corresponde a aproximadamente, $9223300000000000000 = 922331x10^{18}$. Não se pode esquecer ainda que o valor entregue ao inventor seria a soma de todas as moedas contidas em todas as casas. O rei estava falido!

A lenda nos apresenta uma aplicação de funções exponenciais, especialmente da função $y = 2^x$.

3.3 Definição e Propriedades das Funções Exponenciais

As funções exponenciais podem ser classificadas como crescentes ou decrescentes dependendendo de a base a ser maior ou menor que 1.

Definição: Dado um número real a, tal que $0 < a \neq 1$, chamamos função exponencial de base a a função f de R em R que associa a cada x real o número a^x.

Em símbolos: $f: R \to R$

$$x \to a^x$$

Exemplo 1: Considerando a função exponencial $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, determine o valor de $f(2)$.

Resolução: Temos,

$$f(2) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 2} = \frac{1}{4}.$$

Concluímos, assim que a imagem da função $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ para $x = 2$ corresponde a $\frac{1}{4}$.

As restrições $a > 0$ e $a \neq 1$ dadas na definição anteriormente exposta, são necessárias, pois na medida em que $a = 0$ e x negativo, não existiria a^x e, logo não teríamos uma função definida em R, assim como também não teríamos uma função definida em R para $a < 0$ e $\frac{1}{2}$. Em outro caso, se $a = 1$ e x qualquer número real, então $a^x = 1$, o que indicaria função constante.

Dessa maneira, fixado $0 < a \neq 1$, para quaisquer $x, y \in R$ a função $f: R \to R^+$ dada por $f(x)\ a^x$ deve ser definida de modo a possuir as propriedades fundamentais citadas a seguir.

Propriedades:

(1) $a^x . a^y = a^{x=y}$

(2) $a^1 = a$

(3) se $a > 1$ A função é crescente.

(4) se $0 < a < 1$ a função $f(x) = a^x$, é decrescente.

(5) a função $f: R \to R$, definida por $f(x) = a^x$, é limitada superiormente.

(6) A função exponencial é injetiva.

(7) A função exponencial é contínua.

(8) A função exponencial $f: R \to R^+$, $f(x) = a^x$,com $a \neq 1$, é sobrejetiva.

(9) A função exponencial é bijetiva, logo, admite função inversa.

3.4 Aplicações de Funções Exponenciais na Matemática Financeira

A matemática financeira é um campo da matemática que estuda a variação do dinheiro ao longo do tempo. Historicamente, tem sido associado ao desenvolvimento do comércio, que surgiu da necessidade do homem em realizar transações financeiras não somente no tempo presente, mas também pensando no futuro. A presença dela no cotidiano em situações mais simples, como por exemplo, o desconto à receber quando realizada uma compra com pagamento à vista.

Algumas situações comerciais, como lucro e prejuízo e diversas outras que fazem parte do dia-a-dia, como aumentos e descontos sucessivos, financiamentos para compra de bens, empréstimos e aplicações financeiras, exigem um conhecimento mais apurado das diversas implicações que abrangem o uso da matemática financeira. Uma das noções de fundamental importância para resolver situações do cotidiano, como por exemplo, decidir por uma compra à vista ou a prazo, é a noção de juros. Os juros são a importância que uma pessoa (ou empresa) paga por usar uma quantia de dinheiro de outra pessoa durante um período de tempo. O processo de formação de juros é conhecido como regime de capitalização. Há dois regimes de capitalização, juros simples e juros compostos.

A Matemática Financeira pode ser associada a outros conceitos matemáticos, como as funções, intimamente ligadas às aplicações nos regimes de juros simples e compostos.

Os juros simples crescem linearmente, podemos relacionar a uma função afim. Diferente dos juros simples o juro composto é acumulativo, ou seja, calculado juro em cima de juro, este tende a aumentar rapidamente com o decorrer do tempo o que leva a relacioná-lo com o conceito de função exponencial.

Sendo o mais usado nas transações financeiras, os juros compostos se traduzem simplesmente como a capitalização de quantias que ocorre sempre em relação ao período anterior considerado. Pela relação já mencionada com as funções exponenciais, o cálculo do montante (soma do capital principal mais os juros acumulados) proveniente dos juros compostos é feito através de uma expressão do tipo $M = C.(1+i)^n$, em que C é o valor do capital inicial aplicado durante n unidades de tempo à taxa i (em porcentagem) por unidade de tempo.

Abaixo veremos como chegar à fórmula para se calcular juros compostos

Ao fim de um período de aplicação tem-se um montante

$$M1 = C + Ci = C(1 + i).$$

Ao fim de dois períodos de aplicação tem-se um montante de

$$M2 = M1 + iM1 = C(1+i) + iC(1+i) = C(1+i)(1+i) = C(1+i)^2.$$

Ao fim de três períodos de aplicação tem-se um montante de

$$M3 = M2 + iM = C(1+i)^2 + iC(1+i)^2 = C(1+i)^2(1+i) = C(1+i)^3.$$

Uma vez que, ao final de cada período a taxa de juros atua sobre o montante acumulado no período anterior, vemos que ao final de n períodos de aplicação o montante acumulado é de:

$$M = C.(1+i)^n$$

Portanto, em função do tempo, o montante acumulado em uma aplicação no regime de juros compostos é uma função do tipo exponencial.

Exemplo 2: Pedro abriu uma conta em um banco e aplicou um capital de R$200,00, que está sujeito ao regime de juros compostos. Sabendo que a taxa de juros mensal do banco é de 0,19%, qual será o montante que Pedro receberá no primeiro, segundo, terceiro e quarto mês?

Solução:

Sabe-se que a fórmula para calcular o montante é $M = C(1+i)^n$ onde:

$$M = Montante, C = Capital, i = taxa\ de\ juros\ \ e\ n = tempo$$

No primeiro mês:

$$M = 200(1+0{,}19)^1$$
$$M = 200(1{,}19)^1$$
$$M = R\$238{,}00$$

No segundo mês:

$$M = 200(1+0{,}19)^2$$
$$M = 200(1{,}19)^2$$
$$M = 200\ (1{,}4161)$$
$$M = R\$283{,}22$$

No terceiro mês:

$$M = 200(1+0{,}19)^3$$
$$M = 200(1{,}19)^3$$
$$M = 200(1{,}685159)$$
$$M = R\$337{,}03$$

No quarto mês:

$$M = 200(1+0{,}19)^4$$
$$M = 200(1{,}19)^4$$
$$M = 200(2{,}00533921)$$
$$M = R\$\ 401{,}06$$

Portanto, o montante que Pedro receberá será aproximadamente R$200,38 no primeiro mês, R$200,76 no segundo mês, R$201,14 no terceiro mês e R$201,52 no quarto mês. Esses cálculos demonstram o efeito dos juros compostos ao longo do tempo, mesmo com uma taxa de juros relativamente baixa.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante o desenvolvimento desta pesquisa e levando em consideração a minha formação enquanto professor de matemática, consigo perceber o quanto isso mudou a minha concepção diante da educação matemática como também diante da profissão que irei exercer aplicando os conhecimentos adquiridos até aqui, considerando a importância de levar o contexto para a sala de aula.

Uma consideração que pude obter com essa pesquisa é que o professor pode usar todo esse conhecimento desta pesquisa para somar com as informações dadas pela BNCC e criar Objetos de Aprendizagem (OA). O professor sabendo da importância da utilização dos OA em aulas de matemática, podem estar criando e desenvolvendo-o no ensino da Matemática Financeira, focado nas operações bancárias, pois se trata de um assunto de longas datas e que a maioria das pessoas fazem o uso.

A participação no PIBID e a realização do estágio supervisionado no curso de Licenciatura em Matemática e o desenvolvimento desta pesquisa foi muito importante para que eu pudesse perceber e entender o que é ser um professor de Matemática, o contato com a escola e as observações das aulas de Matemática, a aplicação das atividades nas Escolas já me possibilitou a ter um novo olhar para a sala de aula, pois antes o único contato que eu já tive numa sala era como aluno, agora como um professor em formação, já estou olhando para a profissão como um futuro professor com uma maturidade maior.

Os desafios que surgiram durante a realização desta pesquisa, assim como em outros superados no desenvolver do curso de Licenciatura em Matemática são elementos de suma importância, porque é a partir deles que posso ir construindo minha própria identidade profissional e adquirir um pouco mais de segurança e sensação de capacidade para exercício da carreira docente.

Esses conhecimentos que percebi durante o momento que realizei esta pesquisa podem ser utilizados em sala de aula e em todo o ambiente escolar, pois o professor como componente do processo de expansão das TDIC, precisa entendê-la nos diversos contextos, inclusive no banco e trazer toda essa bagagem para as suas aulas.

Por se tratar de um dos tópicos matemáticos com a maior gama de aplicações em outras áreas de conhecimento, como a Matemática Financeira destacada nesta pesquisa. A função exponencial ganha relevância em seus principais aspectos do processo de ensino quando se pensa em um ensino contextualizado da Matemática, evidenciado por sua relação com os juros compostos, muito presente na vida das pessoas envolvendo o uso do dinheiro, o que torna relevante uma maior exploração na sala de aula.

REFERÊNCIAS

ARANHA, Maria Lucia de Arruda. **História da Educação e da Pedagogia**. 3ª. ed.. São Paulo: Moderna, 2006

BISERRA, Aloisio João. **Contextualização**: possíveis relações entre o olhar de professores de matemática e os livros didáticos adotados. 2013. 192 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Educação, Cuiabá, 2013. Disponível em: https://ri.ufmt.br/bitstream/1/884/1/DISS_2013_%20Aloisio%20Jo%c3%a3o%20Biserra.pdf, acesso em: 22 abr. 2022.

BORENSTEIN, Miriam Susskind; ALTHOFF, Coleta Rinaldi. **Pesquisando o passado**. Rev. Bras. Enferm. 1995 Abr-Jun; 48 (2):144-9. Disponível em: https://www.scielo.br/j/reben/a/NFF39pmdZGtCcyTTvtnbkyn/?format=pdf&lang=pt, acesso em 05 abr. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular***:* Educação é a Base. Versão final, Brasília, DF, 2018.

CHAGAS, Rafael Barbosa. **O Aumento Da Participação Do E-Commerce No Brasil**: Uma Mudança na Preferência Na Forma De Consumo. 2017. Monografia (Bacharelado em Ciências Econômicas) - Universidade Federal Fluminense, Campo dos Goytacazes, 2017.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**; tradução Hygino H. Domingues. 5a ed. - Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/6081521/mod_resource/content/1/%28Saunders%20Series%29%20Domingues%2C%20Hygino%20Hugueros_%20Eves%2C%20Howard%20-%20Introdu%C3%A7%C3%A3o%20%C3%A0%20hist%C3%B3ria%20da%20matem%C3%A1tica-Editora%20da%20Unicamp%20%282004_2008%29.pdf, acesso em 29 mar. 2022.

GARCIA, Fernanda W. **A importância do uso das tecnologias no processo de ensino-aprendizagem**. São Paulo: Batatais, v. 3, n. 1, p. 32. 2013. Disponível em: https://intranet.redeclaretiano.edu.br/download?caminho=upload/cms/revista/sumarios/177.pdf&arquivo=sumario2.pdf, acesso em 19 fev. 2021.

MACHADO, S. R. A. ; ARAUJO NETO, A. P. de. **PESQUISAS EM HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO BRASIL**: UM OLHAR A PARTIR DOS ANAIS DO 16º SNHCT. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática, [S. l.], v. 7, n. 19, p. 57–73, 2020. DOI: 10.30938/bocehm.v7i19.2753. Disponível em: https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/2753. Acesso em: 5 abr. 2022.

MENDES, I. A. ; FOSSA, J. A. ; VALDÉS, J. E. N. **A história como um agente de cognição na educação matemática**. Porto Alegre: Sulina, 2006.182 p.

MIGUEL, A; MIORIM, M. A. **História na Educação Matemática**: propostas e desafios. 2. ed. Belo Horizonte: autêntica editora,2011. 208 p.

MOL, Rogério Santos. **Introdução à história da matemática**. Belo Horizonte : CAED-UFMG, 2013. 138 p.

OLIVEIRA, Nanci. **Conceito de função. Uma abordagem do processo ensino aprendizagem.** Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática). PUC-SP, São Paulo, 1997.

RIBEIRO, R. J. S.; Silva, Wallace G. **Desenvolvimento de Objeto Virtual de Aprendizagem para o Ensino de Espaço e Forma.** 2019. 44f. Trabalho de conclusão de curso - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás. Inhumas, 2019.

ROSSINI, Renata. **Saberes Docentes sobre o tema função:** Uma inbestigação da Praxilogia. 2006. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2006.

SÁ, Pedro Franco de, SOUZA, Glageane da Silva; SILVA, Isaac DAyan Bastos da. **A connstrução do conceito de função: Alguns dados históricos.** Traços, Belém. v. 6, n. 11, p. 81-94, 2003.

SILVA, Ricardo José Aguiar. **Contextos e Aplicações das Funções Exponenciais no Ensino Médio:** Uma Abordagem Interdisciplinar. 20015. Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Campos dos Goytacazes, 2015.

VAROTTO. Luís Fernando. **História do varejo**. Revista GV-executivo v. 5 n. 1 (2006): fevereiro-abril. Disponível em: https://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/gvexecutivo/article/view/34379/33176. Acesso em abril de 2022.