



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS
CAMPUS PROF. DR. SÉRGIO JACINTHO LEONOR - ARRAIAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

APOLIANA DE JESUS TEIXEIRA

**CAMINHOS PERCORRIDOS POR UMA ACADÊMICA DE UM CURSO DE
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DO TOCANTINS PARA APRENDER
CÁLCULO IV**

Arraias, TO
2022

Apoliana de Jesus Teixeira

Caminhos percorridos por uma acadêmica de um curso de licenciatura em Matemática do Tocantins para aprender Cálculo IV

Monografia apresentada à Universidade Federal do Tocantins (UFT), Campus Universitário Prof. Dr. Sérgio Jacintho Leonor - Arraias, para obtenção do título de licenciada em matemática.

Orientador: Ivo Pereira da Silva

Arraias, TO

2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins

D326c de Jesus Teixeira, Apoliana.
Caminhos percorridos por uma acadêmica de um curso de licenciatura em Matemática do Tocantins para aprender Cálculo IV. / Apoliana de Jesus Teixeira. – Arraias, TO, 2022.
44 f.

Monografia Graduação - Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Universitário de Arraias - Curso de Matemática, 2022.
Orientador: Ivo Pereira da Silva

1. Educação Matemática. 2. Aprendizagem. 3. Cálculo IV. 4. Ensino do Cálculo. I. Título

CDD 510

TODOS OS DIREITOS RESERVADOS – A reprodução total ou parcial, de qualquer forma ou por qualquer meio deste documento é autorizado desde que citada a fonte. A violação dos direitos do autor (Lei nº 9.610/98) é crime estabelecido pelo artigo 184 do Código Penal.

Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFT com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Apoliana de Jesus Teixeira

**Caminhos percorridos por uma acadêmica de um curso de licenciatura em Matemática
do Tocantins para aprender Cálculo IV**

Monografia apresentada à UFT – Universidade Federal do Tocantins – Campus Universitário Dr. Sérgio Jacintho Leonor, Curso de Licenciatura em Matemática foi avaliado para a obtenção do título de licenciada em Matemática e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Data de aprovação: 28 /02 /2023

Banca Examinadora

gov.br

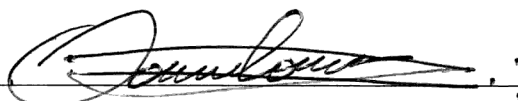
Documento assinado digitalmente
IVO PEREIRA DA SILVA
Data: 15/04/2024 09:35:33-0300
Verifique em <https://validar.itl.gov.br>

Prof. Dr. Ivo Pereira da Silva, UFT

gov.br

Documento assinado digitalmente
GISELE DETOMAZI ALMEIDA
Data: 16/04/2024 15:45:14-0300
Verifique em <https://validar.itl.gov.br>

Prof^a. Dr^a. Gisele Detomazi Almeida, UFT



Prof. Dr. Josimar de Sousa, UNEMAT

Dedico esta monografia a minha família, especialmente a minha mãe, por sempre estar comigo me motivando e ajudando nos pequenos detalhes, pois graças ao seu apoio pude chegar aqui neste momento.

AGRADECIMENTOS

A Deus por sempre estar do meu lado me fortalecendo e tudo é graças a Ele.

A minha mãe, Ana Mendes, porque nunca mediu esforços para me ajudar e se eu cheguei aqui foi graças a ela.

Ao meu pai, José Teixeira, que sempre esteve do meu lado me ajudando.

A minha irmã Luzia Teixeira, que mesmo distante me incentivava e me ajudou muito.

Ao meu professor e orientador Dr. Ivo Pereira da Silva, pelos inúmeros aprendizados, disponibilidade e pela orientação que contribuiu muito no meu desenvolvimento pessoal e profissional. Muito Obrigada!

As minhas irmãs Zilda Teixeira e Jozelia Teixeira, pelo apoio.

Aos meus primos Lucas Mendes, Luan Mendes e Marta Mendes, pelos 4 anos que passamos juntos, pelos momentos compartilhados e pelas ajudas nessa minha trajetória.

A Suelder Marques, por me incentivar, apoiar e não deixar eu desistir nos momentos difíceis. Obrigado por todos os momentos compartilhados.

A meu amigo Robson Robben, por sempre me apoiar, incentivar e por mostrar que momentos difíceis são necessários para amadurecermos.

A minha amiga de faculdade Mariane, pela amizade e pelos conselhos.

A todos os professores da Universidade Federal do Tocantins (UFT), Campus Universitário Dr. Sérgio Jacintho Leonor, que contribuíram diretamente para minha formação.

Aos professores participantes desta pesquisa, pela disponibilidade e contribuições.

Aos meus amigos da igreja, pela amizade e pelos momentos compartilhados.

Aos meus familiares, por acreditarem no meu potencial.

RESUMO

Essa pesquisa foi construída e desenvolvida em torno da questão problema: Que caminhos devem ser construídos para que eu possa aprender os objetos do conhecimento explícitos na ementa da disciplina de Cálculo IV no curso de licenciatura em Matemática- UFT-Arraias-TO? Na busca por respostas a tal questão foi seguido os princípios da pesquisa qualitativa de caráter historiográfico que utiliza o método de análise documental e da história oral para apresentação do resultado adquirido. O objetivo desta pesquisa foi evidenciar como foi realizada a construção do caminhos seguidos pela acadêmica para apreender os objetos do conhecimento explícitos na ementa da disciplina de Cálculo IV de um curso de licenciatura em Matemática. As situações vivenciadas na disciplina de Cálculo IV se tornaram a motivação para essa pesquisa e para ter um entendimento sobre como aprender Cálculo IV, foi necessário pesquisar sobre o ensino do cálculo diferencial e integral, integrais múltiplas, suas origens e seu desenvolvimento. Houve também a necessidade de realizar entrevistas com professores de Matemática que já ministraram a disciplina de Cálculo IV no curso de licenciatura em Matemática desde a implantação do PPC em 2010 até 2022. A busca pelo aprendizado do cálculo, a busca do melhor caminho para aprender, para além daquele apresentado pelo professor da disciplina, faz com que o estudante aprenda e quando se aprende o cálculo, aprende também a ensiná-lo e como é um curso de licenciatura os futuros professores precisa construir esse caminho conhecido como bagagem de conhecimento.

Palavras-chave: Educação Matemática. Aprendizagem. Cálculo IV. Ensino do Cálculo.

ABSTRACT

This research was constructed and developed around the problem question: What paths should be constructed so that I can learn the objects of knowledge explicit in the syllabus of the Calculus IV subject in the Mathematics degree course - UFT-Arraias-TO? In the search for answers to this question, the principles of qualitative research of a historiographic nature were followed, which uses the method of documentary analysis and oral history to present the final result acquired. The objective of this research was to highlight how the path followed by the academic was constructed to grasp the objects of knowledge explicit in the syllabus of the Calculus IV discipline of a degree course in Mathematics. The situations experienced in the Calculus IV discipline became the motivation for this research and to have an understanding of how to learn Calculus IV, it was necessary to research the teaching of differential and integral calculus, multiple integrals, their origins and their development. There was also a need to conduct interviews with Mathematics teachers who have already taught the Calculus IV subject in the Mathematics degree course since the implementation of the PPC in 2010 until 2022. The search for learning calculus, the search for the best way to learn, beyond that presented by the subject teacher, makes the student learn and when they learn calculus, they also learn how to teach it and what a degree course is like Future teachers need to build this path that is known as knowledge background.

Key-words: Mathematics Education. Learning. Calculus IV. Teaching Calculus.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Isaac Newton	16
Figura 2 – Gottfried Wilhelm	17
Figura 3 – imagem do vídeo 1	23
Figura 4 – Imagem do vídeo 2	24
Figura 5 – capa do caderno destinado às anotações do TCC	34
Figura 6 – Objetivos da disciplina de Cálculo I	35
Figura 7 – Objetivos da disciplina de Cálculo II	35
Figura 8 – Objetivos da disciplina de Cálculo IV	35
Figura 9 – Origem da Integral	36
Figura 10 – A integral: definição	37
Figura 11 – Integral: o cálculo de áreas	38
Figura 12 – A área abaixo de uma reta	38
Figura 13 – Explorando a Integral	38
Figura 14 – Entendendo a soma de termos	39
Figura 15 – Soma de Riemann	39
Figura 16 – Exemplo de integral	40
Figura 17 – Encontrando o fator comum	40

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

A.C	Antes de Cristo
AM	Antes do meio-dia
AVA	Ambiente Virtual de Aprendizagem
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
LEM	Laboratório de Ensino de Matemática
PM	Depois do meio-dia
PPC	Projeto Pedagógico do Curso
TCC	Trabalho de Conclusão do Curso
UFT	Universidade Federal do Tocantins

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área
e	Constante matemática
δx	Delta x
dA	Diferencial
$d\chi$	Diferencial em x
$f(\chi)$	Função
∞	Infinito
\int	Integral
x_i	Intervalos
\int_a^b	Integral definida
$\lim_{a \rightarrow b}$	Limite
n	Número de retângulos
Π	Pi
\rightarrow	Tende
\sum	Somatória

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	UMA BREVE HISTÓRIA DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL	15
2.1	O Cálculo: um pouco de sua história	15
3	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	20
3.1	Organização do caminho a ser seguida para realização das entrevistas:	
	O roteiro	21
3.1.1	O caminho do seguido para realização da entrevista com o professor Descartes	24
3.1.2	O caminho do seguido para realização da entrevista com o professor Mersenne	25
3.1.3	O caminho do seguido para realização da entrevista com o professor Fermat	25
3.1.4	O caminho do seguido para realização da entrevista com a professor Pascal .	26
3.1.5	O caminho do seguido para realização da entrevista com o professor Huygens	26
4	RESULTADOS OBTIDOS	27
4.1	Resultado da entrevista com o professor Descartes	27
4.2	Resultado da entrevista com o professor Mersenne	29
4.3	Resultado da entrevista com o professor Fermat	30
4.4	Resultado da entrevista com o professor Pascal	30
4.5	Resultado da entrevista com o professor Huygens	31
5	INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS	33
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	41
	BIBLIOGRAFIA	42

1 INTRODUÇÃO

Início este item apresentando a trajetória escolar vivida por mim, pois foi nesse caminhar que comecei a perceber que a Matemática se apresenta de diversas maneiras quando é ensinada a alguém. Essa trajetória começa com as lembranças da educação básica, que se iniciou na Escola Municipal Madre Gabriela, escola pública localizada na Fazenda Poções-Arraias-TO.

Na Escola Municipal Madre Gabriela cursei o ensino fundamental, iniciei meus estudos nessa escola em 2007 e terminei no ano de 2015. No ensino fundamental, tive professores que não tinham a formação específica na área e a escola não se encontrava em ótimo estado de conservação.

Entre os anos de 2016 até 2018 cursei o ensino médio na Escola Estadual Professora Zulmira Magalhães, localizada em Cana Brava-Arraias-TO. Enfrentei dificuldades para concluir essa etapa de minha formação, pois a escola se encontrava muito distante da minha residência e eu dependia do transporte público escolar. No ensino médio, tive apenas um professor de Matemática, o mesmo era formado na área, como a escola se encontrava no distrito de Arraias, as dificuldades, ficavam relacionadas ao transporte escolar.

Após a conclusão do Ensino Médio, estava ciente em cursar Licenciatura em Matemática. Fiz o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e usei a nota obtida neste exame para me inscrever na universidade para o curso que eu desejava. De princípio não fui aprovada, como eu queria ingressar no nível superior, ou seja, fazer uma faculdade, me inscrevi no curso de Turismo, fui aprovada! Porém, quando fui fazer minha matrícula, encontrei em um mural meu nome e neste constava que eu tinha sido aceita no curso de Licenciatura em Matemática. Não pensei duas vezes, me matriculei no curso de Licenciatura em Matemática.

Ao iniciar as aulas das disciplinas de cálculo na minha graduação em Licenciatura em Matemática percebi que precisava dedicar mais nos estudos, algo que para mim não era necessário na educação básica, pois com base nas minhas vivências no ensino fundamental e médio, acreditava que eu soubesse de Matemática. Com o caminhar pelo curso de Matemática senti algumas dificuldades para a compreensão dos conteúdos e estas se apresentavam em um nível mais elevado, pois não conseguia de princípio me familiarizar com os conteúdos. A primeira dificuldade ocorreu na disciplina de Matemática Básica II, ofertada no 2º período letivo, esta disciplina teve o objetivo aprimorar o conhecimento do aluno sobre trigonometria e números complexos, propiciando o desenvolvimento de seu raciocínio. Nesta disciplina, tive reprovação, porque não consegui entender o conteúdo, e essa reprovação me causou problemas, porque no 3º período letivo a mesma é pré-requisito de Cálculo I. Para eu poder fazer a disciplina de Cálculo I, era necessário ter a aprovação na disciplina de Matemática Básica II.

Para não ficar com disciplinas pendentes, peguei a disciplina de Matemática Básica II novamente como disciplina de verão, como fiz somente essa disciplina, tive uma dedicação maior e assim consegui a aprovação. Enfim, como tive aprovação total do período, pude pegar todas as disciplinas ofertadas no 3º período letivo, inclusive Cálculo I, que teve por objetivo estudar as propriedades das funções de uma variável real, além de reconhecer problemas cujas

resoluções envolvem derivadas de funções de uma variável real.

Esse período foi de surpresas e grandes mudanças, pois se realizou em 2020.01, mesmo ano que começou a pandemia, com isso as aulas passaram a ser remotas, algo muito diferente do que estávamos acostumados. Uma grande mudança, tanto para os alunos quanto para os professores, pois ambas as partes tiveram que aprender a utilizar plataformas para criar os Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA).

No período letivo 2020.02, fiz as disciplinas de Cálculo II e III, como ambas tem como pré-requisito somente Cálculo I, pude fazer as duas disciplinas no mesmo período. Cálculo II, teve por objetivo conhecer métodos de integração, aplicar o Teorema Fundamental do cálculo, aplicar Integrais definidas para o cálculo de área e utilizar o conceito de limite para o Cálculo de Integrais impróprias, a mesma aconteceu de forma remota e a disciplina de Cálculo III, foi abordado Funções Vetoriais - Trajetórias, gráficos das Funções Vetoriais R^2 e no R^3 construídos no Geogebra, derivadas de funções Vetoriais, funções de duas variáveis reais, curvas de níveis e funções de três variáveis, limites e continuidade de funções de duas e três variáveis, derivadas parciais e derivadas de ordem superior e equação do Plano Tangente - Regra da Cadeia - derivação Implícita. A mesma ocorreu de forma remota.

Por fim a disciplina de Cálculo IV, fiz no período letivo 2021.01 pois adiantei, nesta foi abordado Integral de funções vetoriais, comprimentos de curvas, somas de Riemann, definição de Integrais duplas, propriedades da Integral dupla, teorema de Fubini, cálculo de volume abaixo de superfície, Integrais duplas em regiões gerais, Integrais duplas em coordenadas Polares, cálculo de área de superfície, Integrais triplas e Integrais triplas em coordenadas Polares.

Na disciplina de Cálculo IV, que por sua vez foi ofertada na modalidade do ensino remoto, as aulas foram realizadas na plataforma virtual Google Meet, apresentei um nível de dificuldade elevado, porque de certa forma o conteúdo era muito complexo. Penso que não tive uma concentração necessária como ocorre no ensino presencial, com isso não compreendia os conteúdos apresentados nas aulas, ou seja, na ementa da disciplina de Cálculo IV. Então, vi a necessidade de me aprofundar mais sobre os conteúdos desta disciplina e assim veio o interesse de pesquisar um modo onde eu pudesse aprender o que havia sido apresentado a mim nessa disciplina e apresentá-lo como o resultado dessa pesquisa na forma de um Trabalho de Conclusão de Curso.

O problema desta pesquisa surgiu a partir do momento vivenciado na disciplina de Cálculo IV e se configurou na pergunta: Que caminhos devem ser construídos para que eu possa aprender os objetos do conhecimento explícitos na ementa da disciplina de Cálculo IV no curso de licenciatura em Matemática- UFT-Arraias-TO?

Essa pergunta se fortaleceu nos posicionamentos de Lachini (2001) e nos objetivos propostos pela disciplina que consta no Projeto Pedagógico do Curso de Matemática (PPC), pois ao se tratar dos processos de ensino e aprendizagem de Cálculo, conforme Lachini (2001), dois objetivos são considerados essenciais para a formação do acadêmico. O primeiro é “habituar o estudante a pensar de maneira organizada e com mobilidade (LACHINI, 2001, p. 147)” e o segundo objetivo é “[...] estabelecer condições para que o estudante aprenda a utilizar as ideias

do Cálculo como regras e procedimentos na resolução de problemas em situações concretas” (LACHINI, 2001, p. 147).

Conforme o Projeto Pedagógico do Curso de Matemática-UFT, do Campus de Arraias-2010 o objetivo da disciplina Cálculo IV no curso é “desenvolver o conceito de múltiplas aplicações; cálculo vetorial de forma a propiciar o domínio de suas aplicações”. De acordo com o PPC-Matemática-UFT-Arraias (2010) a disciplina de Cálculo IV é ofertada no sexto período possui uma carga horária de 60 horas aulas e tem como pré-requisito a disciplina de Cálculo II. A ementa dessa disciplina se restringe à Integrais Múltiplas; Aplicações; Cálculo Vetorial e no curso de Licenciatura em Matemática da UFT-Arraias-TO.

Partindo dessa linha de pensamento construí o objetivo geral que consistiu em: Evidenciar como foi realizado a construção do caminho para apreender os objetos do conhecimento explícitos na ementa da disciplina de Cálculo IV no curso de licenciatura em Matemática. Os objetivos específicos consistiram em:

1. Perceber os pontos essenciais, as características principais que constitui a disciplina Cálculo IV (Integrais Múltiplas; Aplicações; Cálculo Vetorial) para que se torne possível pensar em uma prática organizada e com mobilidade.
2. Conhecer situações e condições onde se torna possível ocorrer as aplicações do Cálculo IV (Integrais Múltiplas e Cálculo Vetorial);
3. Descrever como a disciplina de Cálculo IV foi ensinada por cada professor entrevistado;
4. Evidenciar o conteúdo da disciplina de Cálculo IV que o professor entrevistado considera essencial;
5. Enfatizar a presença das tecnologias digitais na disciplina de Cálculo IV no curso de licenciatura em Matemática-UFT-Arraias-TO.

O trabalho está organizado em seis seções correlacionadas. A introdução, a primeira seção, apresentou por meio de sua contextualização o tema proposto neste trabalho. Da mesma forma foram estabelecidos os resultados esperados por meio da definição de seus objetivos e apresentadas as limitações do trabalho permitindo uma visão clara do escopo proposto.

Na segunda seção, apresenta uma breve fundamentação histórica do Cálculo Diferencial e Integral, como se desenvolveu no decorrer dos anos e alguns responsáveis por esse desenvolvimento.

A terceira seção, entendida como o segundo passo da construção do caminho construído para aprender Cálculo, traz os procedimentos metodológicos e a organização feita para a construção de o roteiro da entrevista que agregou mais informações que possibilitou a geração de sentido aos conteúdos dispostos na ementa da disciplina de Cálculo IV.

Na quarta seção são apresentados os resultados obtidos, ou seja, as opiniões dos professores relacionadas aos assuntos da entrevista.

Na quinta seção é apresentada a interpretação dos resultados e a contribuição destes para o meu aprendizado.

Na sexta seção, as considerações finais, nesta seção é apresentado o aprendizado obtido no campo da pesquisa acadêmica.

2 UMA BREVE HISTÓRIA DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

As disciplinas de Cálculo estão presentes em diversos cursos superiores, conforme Lachini (2001) está é considerada como a linguagem do paradigma científico e como instrumento primordial de pensamento para as mais variadas áreas do conhecimento, devido a essa consideração importante ela é colocada como matéria de grande importância e obrigatória em variados cursos de graduação.

Esse status de importância que as disciplinas de Cálculo possuem dentro dos cursos onde estão inseridas, “condiciona muitas vezes certo temor por parte dos estudantes, pois são essas disciplinas que irão dar a eles, as ferramentas necessárias para seu desenvolvimento durante o desenrolar do curso (COMETTI, 2018, p. 20)”, muitas vezes, as disciplinas de Cálculo demonstram ser um estorvo de muitos estudantes que ingressam nessa modalidade de ensino, como, por exemplo, nos cursos de Matemática, Engenharias e demais cursos que possuem essas disciplinas em suas grades curriculares.

O ensino do Cálculo é “representado” pelas dificuldades inerentes aos conceitos estudados nessa disciplina. Tais dificuldades, são geralmente de natureza histórico-epistemológica tendo em vista que se podem buscar as origens do Cálculo numa época que remonta cerca de vinte e cinco séculos, quando os gregos tentavam resolver o problema de determinação de áreas pelo processo, hoje conhecido como “método da exaustão”.

2.1 O Cálculo: um pouco de sua história

Os traços iniciais do Cálculo Integral encontram-se em trabalhos de Arquimedes (Séc. III a.C.), que visavam calcular áreas e volumes de diversas figuras geométricas, incluindo o círculo, a esfera e o cilindro (SILVA, 2011, p. 397). Conforme Cometti (2018), os trabalhos de Arquimedes chegaram por volta de 1540 na Europa Ocidental, mediante uma cópia feita no século IX, achada em Constantinopla. Com essa tradução disponível e com contribuições de outros matemáticos, o Cálculo Diferencial e Integral se desenvolveu.

Desse modo, o desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral não pode ser considerado um acontecimento isolado, pois muitos matemáticos deram sua contribuição. Grande (2013), diante dessa perspectiva, ressalta em sua fala que o cálculo não foi “atribuído a apenas uma pessoa, mas o resultado de estudos, métodos e teoremas que foram ao longo do tempo se aperfeiçoando e trazendo contribuições significativas”.

O Cálculo, apoiado pela Geometria Analítica, foi o maior instrumento matemático descoberto no século XVII. Ele se mostrou notavelmente poderoso e eficiente para atacar problemas insolúveis em tempos anteriores. Foi sua ampla e surpreendente aplicabilidade que atraiu o grosso dos pesquisadores em Matemática da época, resultando daí uma profusão de artigos pouco preocupados com o estado bastante insatisfatório dos fundamentos do assunto. (FULINI, 2016, p. 39-40).

O século XVII, de acordo com Fulini (2016), foi um grande marco para o surgimento do

Cálculo. Grandes estudiosos, como Cavalieri, Torricelli, Barrow, Descartes, Fermat e Wallis, preparavam o caminho, para que Newton e Leibniz chegassem à descoberta do Cálculo. Dois nomes importantes dessa época foram Pierre de Fermat e René Descartes, que simultaneamente fizeram a junção de Álgebra e Geometria, e produziram uma inovação notável, a Geometria Analítica.

Newton e Leibniz são considerados pioneiros na história do cálculo. Isaac Newton, nascido na aldeia de Woolsthorpe no dia de Natal de 1642, foi um cientista inglês, mais reconhecido como físico e matemático, embora tenha sido também astrônomo, alquimista, filósofo natural e teólogo, Newton faleceu em 1727. Sua grande contribuição para a Matemática foi o Método dos Fluxos, o seu trabalho de Cálculo usando métodos infinitesimais. (SOUZA, 2001. p. 21 apud FULINI, 2016, p. 42).

Figura 1 – Isaac Newton



Fonte: EVES, 2011. p. 437 apud FULINI, 2016, p. 42

A invenção do Cálculo foi o evento singular mais importante da Matemática desde que Euclides (século III a.C) reuniu a estrutura da geometria clássica em seus elementos, o Cálculo mudou para sempre o modo como os matemáticos pensavam e trabalhavam e seus métodos poderosos afetaram todos os ramos da ciência, pura e aplicada. No entanto, Newton (1643-1727), que tinha uma aversão ao envolvimento em controvérsias, não publicou seus resultados. Ele meramente comunicou, de forma informal, aos seus alunos e colegas mais chegados em Cambridge. (MAOR, 2008, p. 109 apud FULINI, 2016, p. 43 e 44).

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646- 1716), o grande gênio universal do século XVII e rival de Newton na invenção do cálculo, nasceu em Leipzig na Alemanha em 1646, filósofo, cientista, matemático e diplomata alemão, faleceu em 1716. Para Leibniz, a ideia central do Cálculo era a diferencial, que para ele, era uma diferença entre dois valores infinitamente próxima de uma variável. (FULINI, 2016, p. 4).

No desenvolvimento do Cálculo, Leibniz partiu de algumas premissas, como a característica generalis (características gerais), sequência de diferenças, triângulos característicos, a transmutação, sendo que as características gerais direcionaram os raciocínios de Leibniz, pois constituem uma linguagem matemática através de símbolos. Assim, ele pôde traduzir todos os seus raciocínios e argumentações. Essas características gerais foram muito

Figura 2 – Gottfried Wilhelm



Fonte: EVES, 2011. p. 442 apud FULINI, 2016, p.44

importantes para o desenvolvimento do Cálculo e se tornaram imprescindíveis para Leibniz em suas demonstrações. Segundo Leibniz, “uma vez traduzido um problema em linguagem matemática simbólica, a aplicação das regras conduzirá quase mecanicamente a sua solução”. (BARON, 1985. v 3, p. 43 apud FULINI, 2016, p. 44 e 45).

Após a época de Newton e Leibniz, o progresso na fundamentação do Cálculo foi quase inexistente, por um período de quase 150 anos.

Em 1696 o francês Guillaume François Antoine (1661- 1704), o Marquês de L’Hospital quem publicou o primeiro livro sobre Cálculo, em 1699, sob o título *Analyse des infiniment petits, pour l’intelligence des lignes courbes*, que pode ser traduzido como “Análise dos infinitamente pequenos, para a compreensão das curvas”. Um dos assuntos do livro de L’Hospital é a apresentação de um método que permite calcular o valor limite de uma fração onde o denominador e o numerador tendem simultaneamente a zero ou ao infinito, que ficou conhecida como Regra de L’Hospital. O objetivo do autor com a sua obra era “... que o livro fosse um veículo para promover a compreensão das técnicas do cálculo diferencial”. (PICKOVER, 2011, p. 160 apud FULINI, 2016, p. 45)

De acordo com Kilhian (2012), Podemos dividir a evolução do Cálculo em quatro períodos principais, onde as ideias foram evoluindo e tomando forma.

1. OS ANTIGOS

- Pitágoras (580 - 500 a.C.): Teorema de Pitágoras para triângulos retângulos; irracionalidade de $2-\sqrt{2}$.
- Euclides (300 a.C): Organizou a maior parte da Matemática conhecida em seu tempo; Teorema de Euclides sobre números perfeitos; infinidade de números primos.
- Arquimedes (287 - 212 a.C.): Determinou tangentes, áreas e volumes, essencialmente por cálculo; determinou o volume e a superfície de uma esfera; centros de gravidade; espiral de Arquimedes; calculou π .
- Pappus (século IV): Centros de gravidade de sólidos e superfícies de revolução.

2. OS PRECURSORES

- Descartes (1596 – 1650): Considerado o descobridor da Geometria Analítica, introduziu algumas boas notações.
- Mersenne (1588–1648): Agilizou o fluxo de ideias; cicloide; primos de Mersenne.
- Fermat (1601–1665): Verdadeiro descobridor da Geometria Analítica; calculou e usou derivadas e integrais; fundou a Teoria dos Números; probabilidades.
- Pascal (1623–1662): Indução matemática; coeficientes binomiais; cicloide; Teorema de Pascal em geometria; probabilidades; influenciou Leibniz.
- Huygens (1629-1695): Catenária; cicloide; movimento circular; professor de Matemática de Leibniz (que aluno!, que professor!)

3. OS PRIMEIROS MODERNOS

- Newton (1642–1727): Inventou sua própria versão do Cálculo; descobriu o Teorema Fundamental; usou séries infinitas; virtualmente criou Astronomia e Física como ciências matemáticas.
- Leibniz (1646–1716): Inventou uma maneira mais aprimorada do Cálculo; descobriu o Teorema Fundamental; inventou muitas notações boas; professor dos irmãos Bernoulli.
- Os Bernoulli (James 1654- 1705, John 1667- 1748): Aprenderam Cálculo com Leibniz, desenvolveram e aplicaram-no exaustivamente; séries infinitas; John foi professor de Euler.
- Euler (1707- 1783): Organizou e desenvolveu o Cálculo bastante extensivamente; codificou a Geometria Analítica e a Trigonometria; introduziu os símbolos e , π , i , $f(x)$, $\sin(x)$, $\cos(x)$; séries e produtos infinitos; cálculo das variações; Teoria dos Números; topologia; Física-Matemática etc.
- Lagrange (1736- 1813): Cálculo das variações; mecânica analítica.
- Laplace (1749- 1827): Equação de Laplace; mecânica celeste; probabilidade analítica.
- Fourier (1768- 1830): Série de Fourier; equação do calor.

4. OS MODERNOS

- Gauss (1777–1855): Iniciou o rigor na análise com provas de convergência para séries infinitas; teoria dos números; números complexos na álgebra, análise e teoria dos números; geometria diferencial; geometria não euclidiana etc.
- Cauchy (1789–1857): Tratamento cuidadoso dos limites, continuidade, derivadas, integrais, séries; análise complexa.

- Abel (1802–1829): Série binomial; equação do quinto grau; cálculo integral; funções elípticas.
- Dirichlet (1805–1859): Convergência de série de Fourier; definição moderna de função; teoria analítica dos números.
- Liouville (1809–1901): Integrais e funções elementares; números transcendentos.
- Hermite (1822–1901): Transcendência de e ; matrizes hermitianas; funções elípticas.
- Riemann (1826–1866): Integral de Riemann; teorema do rearranjo de Riemann; geometria riemanniana; função zeta de Riemann; análise complexa.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa qualitativa de caráter historiográfico que utiliza o método de análise documental e da história oral foi adotada para o desenvolvimento dessa pesquisa.

Segundo Denzin e Lincoln,

[...] pesquisa qualitativa envolve uma abordagem interpretativa, naturalística do mundo. Isto significa que pesquisadores qualitativos estudam coisas em seu ambiente natural, afirmando fazer sentido de, ou interpretar, fenômeno em termos do significado que as pessoas atribuem para ele. (DENZIN; LINCOLN, 2000, p. 03 apud SOUZA, 2006, p. 79-80).

A metodologia da análise documental, conforme os autores Souza, Giacomoni (2021) compreende os documentos históricos como arquivos preservados que concedem voz às memórias de sujeitos imbricados em um contexto, resultados das ações destes sujeitos. Assim, nessa abordagem metodológica se relacionam a “[...] história construída da(s) memória(s) para o arquivo e do arquivo para a memória” (MAGALHÃES, 1998, p. 61 apud SOUZA, GIACOMONI, 2021, p. 144).

Com isso, a utilização da análise documental na construção historiográfica possibilita ao pesquisador colocar em questão e análise a produção, a intenção, o sentido e outros fatores atribuídos aos documentos históricos inseridos numa determinada conjuntura histórica. Segundo Souza (2011, p. 21 apud SOUZA; GIACOMONI, 2021, p. 144) permitem-se “[...] desdobrar as reflexões sobre o tempo vivido nesse espaço, produzindo uma historicidade possível dos indícios encontrados nos diferentes documentos.”

Para Souza (2006), a história oral ou “moderna história oral” como tem sido chamada por alguns pesquisadores, parece articular-se após a Segunda Guerra Mundial e, para Meihy, um trabalho só pode ser reconhecido nesta vertente se reconhece sua intenção e determina os procedimentos e a devolução pública dos resultados e segundo Gattaz (1998), parece haver uma concordância quanto ao nascimento da moderna história oral, que teria se dado em 1948 com o jornalista e historiador Alan Nevins (1890- 1971) num trabalho de entrevistas gravadas com “americanos importantes”, fundando o Oral History Research Office na Universidade de Columbia em Nova York e uma tendência que Gattaz chamou “História das Elites”. Entre as idéias difundidas pela Oral History Research Office está a fita como um meio provisório de constituição do documento e cuja transcrição, texto escrito e corrigido, era tida como documento original.

Dando continuidade, Souza (2006), a história oral apresenta de início, três possibilidades: preencher lacunas oriundas da inexistência de documentos escritos sobre determinado assunto, dialogar com as versões expressas em documentos já existentes ou constituir uma outra história a partir das versões apresentadas nas entrevistas, tendo acesso a perspectivas veladas pela pretensa “objetividade” dos documentos escritos e Segundo Meihy (2002), a história oral é dependente da eletrônica (gravadores, filmadoras, computadores, telefones) e, apesar de passar por uma fase necessariamente oral, ela se materializa em um

documento escrito “[...] é um recurso moderno usado para a elaboração de documentos, arquivamentos, e estudos referentes à experiência social de pessoas e de grupos. Ela é sempre uma história do, tempo presente” e também reconhecida como, história viva (MEIHY, 2005, p. 17).

Dessa forma, entende-se que a História Oral é uma maneira de registrar as experiências de vida de pessoas (ou grupos) a fim de preencher lacunas existentes tendo em vista que a formalização e documentação de fatos e acontecimentos são majoritariamente realizados por pessoas que possuem o mesmo ponto de vista ou que representavam exatamente sempre o mesmo grupo de pessoas.

3.1 Organização do caminho a ser seguida para realização das entrevistas: O roteiro

A disciplina de Cálculo IV do curso de Licenciatura em Matemática-UFT-Ararias-TO, tem como objetivo geral “Desenvolver o conceito de Integrais Múltiplas; aplicações; cálculo vetorial de forma a propiciar o domínio de suas aplicações (BRASIL¹, 2010, p. 78)”. Para atender esse objetivo a disciplina de Cálculo IV tem a ementa - “Integrais Múltiplas; Aplicações; Cálculo Vetorial (BRASIL, 2010, p. 78)”. Para se matricular na disciplina de Cálculo IV o acadêmico deve comprovar que foi aprovado na disciplina Cálculo II², pois esta é considerada pré-requisito.

Diante disso, busquei junto a coordenação do curso os nomes dos professores que haviam ministrado a disciplina de Cálculo IV desde a implantação do PPC-2010 vigente até os dias atuais. E desses professores que constavam na relação cedida pela coordenação do curso, cinco deles foram encontrados para a entrevista e seus nomes foram substituídos pelos nomes dos precursores do Cálculo (Descartes, Mersenne, Fermat, Pascal e Huygens) e desses professores nos interessava saber:

I - Sobre o objeto do conhecimento abordado na disciplina de Cálculo IV

1. Sabendo da existência da ementa da disciplina de Cálculo IV, quais dos objetos do conhecimento (conteúdos) da Matemática elementar são considerados essenciais para que o acadêmico tenha condições de desenvolver as atividades na disciplina de Cálculo IV?
2. Por que o Cálculo II é pré-requisito de Cálculo IV?
3. Por que a disciplina de Cálculo IV é tão importante na matriz curricular de um curso de licenciatura em Matemática?

¹ BRASIL. Resolução do Conselho de Ensino, Pesquisa e Extensão (CONSEPE) N.º 27/2010. Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática do campus universitário de Ararias. Palmas, 20 de outubro de 2010. Disponível em: <https://docs.uft.edu.br/share/s/MtgKUPXXTeOXpiKRVDVJ4WA>

² A disciplina de Cálculo 2 tem a ementa “Integral de Riemann. Teorema Fundamental do Cálculo. Técnicas de Integração. Aplicações de Integrais. Integrais Impróprias” e tem como objetivo geral “Desenvolver o conceito de integral, o Teorema Fundamental do Cálculo, as técnicas de integração de forma a propiciar o domínio de suas aplicações (BRASIL, 2010, p. 68)”.

4. Por que o cálculo é organizado em 4 etapas (disciplinas)? Poderia ser organizado em duas ou apenas uma etapa?

II - Sobre as estratégias³ de ensino criadas na disciplina de Cálculo IV

Entendo como estratégias as situações criadas e adotadas pelos professores para ensinar o conteúdo durante o processo de ensino e aprendizagem, pois

Uma boa aula depende de muitos fatores - de uma boa preparação, de uma forte inspiração por parte do professor, e também do interesse e disponibilidade manifestados pelos alunos. A capacidade de improviso e de resposta a situações inesperadas por parte do professor é decisiva, levando-o a tomar decisões em cada momento, e perante as circunstâncias concretas que se vão colocando. No entanto, isso não diminui a importância de uma preparação adequada da aula, que proporcione os elementos fundamentais para o seu desenvolvimento, a serem depois ajustados de acordo com as necessidades ditadas pelo evoluir dos acontecimentos (PONTE; QUARESMA; PEREIRA, 2015, p. 26)

Seguindo essa linha de pensamento o professor prepara uma atividade para que a partir desta os alunos dão sentido ao que é apresentado, uma vez que o professor tenta reunir na atividade “os objetos capazes de fazer emergir, se forem selecionados em função de uma tarefa a cumprir, uma noção ou um conceito, experimento, a cada vez, toda importância da ‘dosagem’ entre os documentos e as instruções (MEIRIEU, 1998, p. 55)”. Foi pensando nessa preparação e nas estratégias criadas por cada professor que as questões de número cinco a oito foram construídas.

5. A cada período letivo, há mudança da turma (dos acadêmicos), quais estratégias de ensino foram criadas no momento em que você professor(a) ministrou as aulas e que deram resultado no primeiro momento de uso?
6. Que lembranças o(a) professor(a) tem de “algo novo” que foi construído ao trabalhar a disciplina de Cálculo IV?
7. Qual objeto do conhecimento disposto na ementa da disciplina de Cálculo IV é possível realizar uma aplicação prática (aplicação da matemática na vida real)?
8. Há lembranças sobre a troca de conhecimentos no momento da relação professor-aluno ou aluno-professor? Pode nos contar como ocorreu essa relação?

III - Sobre as minhas explorações na disciplina de Cálculo IV

Quando comecei o meu Projeto de TCC, não compreendia os conteúdos apresentados na ementa da disciplina de Cálculo IV. Então, para buscar respostas ao problema desta pesquisa foi necessário da minha parte fazer um levantamento bibliográfico e também uma revisão bibliográfica, assistir videos aulas e resolver questões relacionadas aos conteúdos. Foi a partir dos meus estudos que iniciei uma compreensão a respeito dos conteúdos dispostos na ementa da disciplina.

³ <https://youtu.be/mTFgoCtp9eU>

Mediante tal situação gravei duas vídeo aulas, O vídeo 1⁴ foi gravado no dia 24 de novembro de 2022, e o vídeo 2⁵ foi gravado no dia 16 de dezembro de 2022, e iniciei a apresentação desses vídeos no dia 20 de dezembro de 2022 aos professores que lecionaram a disciplina de Cálculo IV na intenção de receber orientações/contribuições para melhoria da aula apresentada, conseqüentemente para o meu entendimento da disciplina. Logo construí a questão nove do roteiro da entrevista. Na data 20 de dezembro de 2022 apenas dois professores que eu já mantinha o contato receberam os vídeos os demais professores receberam assim que iniciamos a conversa sobre a pesquisa ocorreu.

Figura 3 – imagem do vídeo 1



Fonte: Autorial, 2022

É interessante ressaltar que para gravação do vídeo 1 eu não tinha muita noção de como gravar uma vídeo aula tanto é que gravei o mesmo sozinha em uma sala de aula com apenas ou auxílio de um tripé, já o vídeo 2 contei com a ajuda da minha prima para fazer a gravação o mesmo foi gravado no Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), antes de fazer esse segundo vídeo assisti algumas vídeo aulas para desse modo ter um noção do conteúdo e realizar a gravação da aula.

Foi a partir dos estudos para gravação dessas vídeos aulas que consegui construir a questão nove da entrevista.

9. No momento em que abordei a definição de integral, não consegui de primeira entender o que a mesma representava. Então, qual caminho é mais indicado para

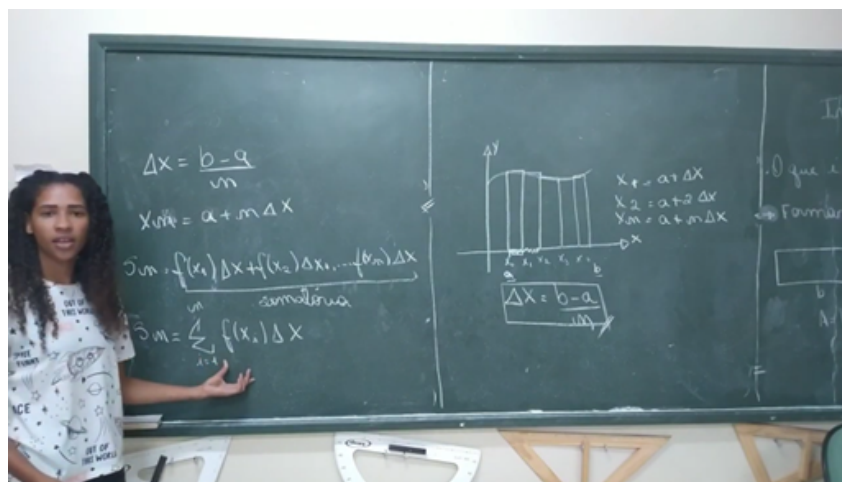
apresentar a fórmula $\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x$ para os alunos?

IV - Sobre as tendências da Educação Matemática e a disciplina Cálculo IV

⁴ <https://drive.google.com/file/d/1YPI0ycogZ-FpCn5gQP9J0gGkSQCPm3Sj/view?usp=sharing>

⁵ <https://drive.google.com/file/d/1tPeKg2THLUYPQhj8ps56XjZsWsEdIi0/view?usp=sharing>

Figura 4 – Imagem do vídeo 2



Fonte: Autoral, 2022

Criei este tópico por ter estudado a disciplina eletiva intitulada Tendências em Educação Matemática e esta disciplina oportunizou uma diversidade de metodologias que poderiam ser utilizadas para ensinar e aprender matemática.

10. Há possibilidade de abordar os objetos do conhecimento dispostos na ementa desta disciplina por meio da História da Matemática?
11. Há possibilidade de utilizar as tecnologias no ensino do Cálculo IV?
12. Há possibilidade de utilizar experiências do cotidiano no ensino do Cálculo IV? Fazendo com que os alunos sejam mais participativos nas aulas

3.1.1 O caminho do seguido para realização da entrevista com o professor Descartes

De princípio mandei um e-mail para o professor Descartes falando um pouco sobre a pesquisa que estou desenvolvendo e como ele já havia ministrado a disciplina de Cálculo IV solicitei um encontro para poder realização da primeira conversa da entrevista, então por e-mail mesmo ele me respondeu colocando em disponibilidade e marcando um encontro de forma virtual dia 22 de dezembro de 2022 às 18:00 pm. às 16:30 pm desse mesmo dia ele entrou em contato comigo por e-mail remarcando o encontro para às 19:00, pois ele estava compondo uma banca examinadora de Trabalho de Conclusão sendo assim as 18:00 ficava muito em cima e ele não conseguiria assistir meus vídeos antes do encontro.

Às 18:30 ele compartilhou comigo o link do nosso encontro, entrei na sala faltando 10 minutos antes do encontro começar. O professor Descartes entrou. Conteí com o auxílio do meu notebook e do celular para fazer a gravação de voz da entrevista (na qual foi autorizada pelo professor). Inicieí a entrevista perguntando qual foi o motivo fazer a graduação e a pós graduação na área da matemática, em seguida pedi para que o professor Descartes relatasse como foi a sua atuação do mesmo em sala de aula da disciplina de Cálculo IV, foi uma entrevista leve e divertida nos sentimos à vontade para conversarmos.

3.1.2 O caminho do seguido para realização da entrevista com o professor Mersenne

O primeiro contato para a realização da entrevista ocorreu via e-mail, na ocasião enviei mensagem para o professor Mersenne falando um pouco sobre a pesquisa que estava desenvolvendo e por ele ter ministrado a disciplina de Cálculo IV no curso a contribuições do mesmo seria importante para a pesquisa. solicitei um encontro para poder realizar uma entrevista onde ele iria relatar como foi a sua atuação nesse período, de imediato ele já se disponibilizou passando seu número de whatsapp para marcarmos um dia e encontrarmos na faculdade.

Entrei em contato com ele e marcamos o encontro presencial no dia 15 de Dezembro de 2022 às 9:30 AM na sua sala na UFT-Arraias. Cheguei na faculdade por volta das 9:15AM, logo após o professor Mersenne chegou e pediu somente para aguardar ele distribuir as provas para os alunos deles. Em seguida ele me chamou para entrar na sala e sentar próximo da sua mesa para assim começarmos a nossa conversa, tive o auxílio do meu celular para fazer a gravação da entrevista (na qual foi autorizada pelo professor) e um caderno para suporte e anotações.

A entrevista ocorreu de forma muito leve e divertida, pode-se dizer, o professor confessou que de princípio estava um pouco nervoso com as perguntas, porém no decorrer da entrevista ele foi ficando a vontade, então fiz algumas perguntas e tirei algumas dúvidas relacionadas ao ensino do Cálculo IV e com isso conclui a entrevista e voltei para minha casa.

3.1.3 O caminho do seguido para realização da entrevista com o professor Fermat

Meu primeiro contato com o professor Fermat ocorreu pessoalmente na faculdade, estava estudando sobre integrais LEM (Laboratório de Ensino de Matemática) e ao tentar resolver um integral, cheguei a um ponto que não consegui desenvolver, para a minha sorte e coincidência o professor Fermat passava na hora, então corri atrás dele e pedi ajuda, o mesmo se prontificou na mesma hora me ajudar. Então nos direcionamos para sua sala, onde me explicou que o ponto no qual eu não desenvolvia, era de colocar as constantes da somatória em evidência, com isso consegui desenvolver o restante da integral na presença dele e assim tirava algumas dúvidas que surgiam.

Aproveitando a oportunidade falei um pouco sobre a pesquisa que estava desenvolvendo e como não é diferente dos outros este também já havia ministrado a disciplina de Cálculo IV. Logo o mesmo se pois disponível para colaborar, então combinamos que entraria em contato via email depois para marcarmos como funcionaria a entrevista.

No dia 13 de dezembro de 2022, entrei em contato com o professor Fermat via email, solicitando para marcarmos um dia para nossa entrevista, então o mesmo me perguntou se teria como eu mandar as perguntas. Falei que era possível sim, com isso iria organizar o roteiro com as perguntas e enviar.

No dia 27 de janeiro de 2023 entrei em contato com o professor por email e encaminhei o roteiro com as perguntas, como não recebi um retorno no dia 01 de fevereiro de 2023 entrei em contato novamente enviando o roteiro, porém até o momento não recebi um retorno.

3.1.4 O caminho do seguido para realização da entrevista com a professor Pascal

O primeiro contato com o professor Pascal ocorreu pessoalmente na faculdade, falei um pouco sobre a pesquisa que estava desenvolvendo e como não é diferente dos outros este também já havia ministrado a disciplina de Cálculo IV.

Solicitei um encontro para poder realizar a entrevista o mesmo se disponibilizou imediatamente, com isso mandei email marcando um encontro virtual, como era importante essa entrevista com a professor para dar continuidade na minha pesquisa, então entrei em contato com a professor via email, no período de férias, no dia 27 de janeiro de 2023 pedindo autorização para mandar mensagem em seu telefone pessoal e para marcarmos um encontro virtual, no dia 28 de janeiro de 2023 e tive um retorno do professor autorizando, conversamos e marcamos o encontro para o dia 01 de fevereiro de 2023 às 18 horas via teleconferência.

A entrevista ocorreu de forma muito leve e divertida, pois tanto eu como o professor Pascal nos sentimos à vontade, então fiz algumas perguntas e tirei algumas dúvidas relacionadas ao ensino do Cálculo IV.

3.1.5 O caminho do seguido para realização da entrevista com o professor Huygens

O primeiro contato com professor Huygens foi via email, na mensagem enviada a ele sobre a minha e solicitei um encontro para poder realizar uma entrevista, o mesmo se disponibilizou de imediato até marcamos um encontro no Google Meet, porém aconteceu alguns imprevistos e não pode ser realizado. Passado algum tempo entrei em contato com o professor solicitando o encontro. No dia 06 de fevereiro de 2023 ele me retornou e então marcamos o encontro para o dia 07 de fevereiro de 2023 às 10 horas.

A entrevista ocorreu na data marcada, fiz algumas perguntas e tirei algumas dúvidas relacionadas ao ensino do Cálculo IV.

4 RESULTADOS OBTIDOS

Nesta seção, são apresentados os resultados obtidos com esta pesquisa. Para iniciar, apresento os resultados das entrevistas com os professores que ministram aulas da disciplina de Cálculo IV.

4.1 Resultado da entrevista com o professor Descartes

No dia 14 de Dezembro de 2022 às 22:15 pm, tive uma reunião com o professor Descartes presencialmente na UFT, depois que fiz a apresentação da pesquisa falamos um pouco sobre o ensino do Cálculo IV, a diferença do remoto para o presencial, ou seja, o quanto foi mais complicado ensinar Cálculo em tempos de pandemia, pois o professor não tinha o contato direto com o aluno e conseqüentemente não tinha o controle da aula, pois não sabiam que os alunos estavam realmente presentes nas aulas e prestando atenção. Aproveitando esse momento de fala do professor Descartes, falei sobre as dificuldades que tive em entender os objetos de conhecimento e concentrar nas aulas no ensino remoto e sendo assim desencadeou o interesse por essa pesquisa.

Como já estava muito tarde, nossa conversa foi breve, porém ficou combinado de procurar ele para fazer a entrevista (perguntas sobre a atuação dele na disciplina de Cálculo IV) no período entre 19/12/2022 a 22/12/2022) ou a partir do dia 1º de fevereiro.

No dia 22 de dezembro de 2022 às 19:00 pm, ocorreu de forma virtual através do teleconferência a entrevista com o professor Descartes relacionado com o tempo que ele ministrou a disciplina de Cálculo IV.

De acordo com o professor, o certo é fazer as disciplinas de Cálculo cada uma em um período, porque querendo ou não um sempre vai depender do outro. Com relação à redução das quatro disciplinas de cálculos para duas depende da instituição.

Para o professor Descartes o cálculo é temido por três motivos:

1. Influência dos alunos que já reprovaram sobre os novatos na disciplina.
2. A percepção de que a disciplina é muito difícil e contém conceitos impossíveis.
3. Os conteúdos são novos, não vistos na educação básica.

A tecnologia ajuda no Cálculo IV em termos de visualização, mas o professor acredita que o aluno deve buscar essa visualização por conta própria, pois o essencial é fazer os cálculos. Aplicar a prática é possível o tempo todo, mas é necessário ter uma equação como base.

Em relação à fórmula $\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x$ é necessário fazer exemplos separados e explicar passo a passo. A derivada é uma ferramenta poderosa em sua definição e ampliações.

Algumas frases do professor Descartes:

- “O principal atributo no curso de cálculo é calcular.”
- “Ser um professor mediano, ou seja, ajudar os alunos, porém não muito.”
- “Entender sua turma e assim aplicar as coisas.”
- “Não existe aula só teoria, é necessário lista de exercícios para serem trabalhados nas próximas aulas.”

Se apoiar totalmente na tecnologia é totalmente negativo, ou seja, o professor senta e fica lendo slides, porém ler um livro isso o aluno pode fazer. Entretanto, usar a tecnologia de menos ajuda em relação a mostrar algumas “figuras”. O processo de aprendizagem envolve exemplos, ou seja, o professor em si vê o mesmo trabalhando, colocando a mão na massa, ou seja, lá na frente no quadro resolvendo cálculos e querendo ou não se você gosta de matemática e vê isso na sua frente te empolga muito.

Motivação pela graduação e motivo que motivou a especialização: O professor Descartes sinalizou que desde de criança sempre gostou da Matemática e para ele a matemática tem sentido, tudo se prova. Na escolha pela graduação teve opções de ir para medicina ou engenharia por influência da família, mas ficou na dúvida entre Matemática e Física. Sempre gostou mais da física, porém optou pela matemática por coisas que leu e por causa de ter conhecido físicos que fizeram o doutorado na matemática. Então chegou a conclusão que a Matemática está em tudo e que a mesma é a base para resolver questões da Física.

“Quando se entra na matemática é muito difícil sair, porque uma coisa sempre envolve a outra.”

Depois que fiz todas as perguntas o professor fez algumas contribuições em relação as vídeos aula que eu havia compartilhado com o mesmo e assim encerramos nosso encontro.

Contribuições do professor Descartes em relação aos vídeos:

- Em relação da revisão realmente precisa recapitular o Cálculo II.
- Só pode interpretar a integral como área somente quando ela for positiva (então deve falar que tem área com sinal).
- Usar “limite” em vez de “lim”.
- Falar “geometricamente” em vez de “geograficamente”.
- Não é necessário denotar símbolos.
- Soma de Riemann será preciso dar uma revisada uma olhada no conceito.
- Evitar usar o sinal de implica com frequência.
- Melhorou bastante de uma vídeo aula para a outra.

4.2 Resultado da entrevista com o professor Mersenne

No dia 15 de Dezembro de 2022 às 9:39 a.m., tive uma reunião com o professor Mersenne, onde apresentei para ele a pesquisa que desenvolvia e expliquei o motivo de procurá-lo para conversar.

Desde disso fiz algumas perguntas relacionadas à sua atuação na disciplina de Cálculo IV, o mesmo ministrou a disciplina de Cálculo IV em 2014/02. Com base em suas respostas pude perceber que não é tão simples ministrar aulas de cálculo, pois muitas das vezes vai ser necessário a mudança da metodologia, pois a mesma precisa se adequar à turma. Nesse momento de conversa entramos no assunto de utilizar experiências dos alunos na sala de aula e é possível utilizar essa metodologia na disciplina de Cálculo IV, um exemplo seria calcular o volume de uma piscina irregular ou até mesmo de um morro.

De acordo com o professor, um dos motivos do cálculo ser tão temido na graduação é pelo fato do mesmo não ser tão clássico como a Geometria, por ser algo “novo” assusta as pessoas.

Conforme o professor Mersenne, um professor que se aprofunda e estuda o cálculo de certa forma ele tem uma confiança na hora de ministrar suas aulas, então o conselho que o professor Mersenne me deu foi “estude cálculo, pois o mesmo é muito importante até para a continuação dos estudos lá fora”.

Contribuições do professor Mersenne em relação aos vídeos. Vídeo 1:

- O nome do símbolo é somatório (e não isso aqui rrsrsr);
- Interpretação geométrica da integral definida, e não geograficamente;
- Área abaixo da curva significa entre o eixo x e a curva, e não “debaixo da curva”;
- Quando está ao quadro, fica muito de costas, tem que treinar e escrever sem ficar o muito tempo assim, um recurso é parar a gravação escrever;
- Quando editou (para exemplificar) e colocou a visualização do geogebra, quebrou a sequência, eu aconselho dois vídeos distintos (mesmo que “linkados”), até a captação do som altera;
- O mesmo vale para a integral a uma variável (conceito e aplicação) e integral a duas variáveis (dupla), penso que pode ser vídeo separado; exceto quando está apenas fazendo atividades de aplicação;
- Na integral definida simples (ou a uma variável) faltou a resolução usando a antiderivada (Teorema Fundamental do Cálculo);
- Treinar falar integral e não integral ou integro (é treino de dicção mesmo);
- Assim sugiro que o mesmo vídeo 1, pode ser refeito, em dois ou mais para melhorar a sua apresentação acerca do seu trabalho;

- Como manifestei no email: parabéns e sucesso (depois de muito trabalho que terá);

4.3 Resultado da entrevista com o professor Fermat

Não foi possível finalizar a entrevista.

4.4 Resultado da entrevista com o professor Pascal

No dia 01 de fevereiro de 2023 às 18:00 pm, ocorreu de forma virtual através da teleconferência a entrevista com o professor Pascal.

De acordo com o professor Pascal, os conhecimentos básicos que um aluno deve ter para entender Cálculo IV são: integral, fatoração, equações, gráficos de funções, noção espacial de geometria, plano cartesiano, álgebra linear. Além do mais deve-se já ter avançado pelo os outros três cálculos e ainda de acordo com o professor Pascal, infelizmente, os alunos demonstram um certo nível de dificuldades em relação a isso.

Em relação à organização do cálculo em disciplinas o professor Pascal começa falando do seu curso que foi anual, onde é somente dois cálculos e em um ano consegue avançar muito, pois tem uma continuidade maior e sobre o modo de como foi, ou seja, se você não soubesse algo, e fosse necessário, o aluno tinha que se virar para solucionar tal necessidade. Já aqui na Universidade por ser uma cidade pequena de certa forma os professores acabam encontrando uma realidade diferente e assim vê a necessidade de fazer uma complementação em uma grande parte do curso.

Para o professor Pascal a divisão em quatro períodos acaba tendo vários cortes, então o mesmo acredita que pode dividir até em três, pois em menos não teria como trabalhar os conteúdos, para dividir em menos, alguns conteúdos deveriam ser divididos com outras disciplinas similares. Falamos um pouco sobre como a pandemia afetou o presencial e como o modo presencial é melhor.

Sobre o fato do cálculo ser importante no curso, conforme o professor Pascal os cálculos que vemos no curso podem ser trabalhados no ensino médio e o próprio conhecimento do professor nunca pode estar limitado ao que ele vai explicar.

Para o professor Pascal um professor de matemática precisa estar sempre evoluindo, pois se nossa fonte de conhecimento for a mesma que o aluno irá buscar, então teremos uma dupla limitação onde iremos ensinar menos para o aluno.

O cálculo não usamos só para ensinar matemática é usado também para aprender, ensinar física. Não se pode pensar no cálculo fora, pois ele está presente em várias coisas, precisamos avançar o quanto pudermos. O ideal, conforme o professor, é sempre aprendermos mais do que vamos ensinar.

De acordo com a professor alguns livros de cálculo já trás a história da matemática, ou seja, como surgiram algumas coisas. Mas nem sempre vai ser possível pois às vezes não tem uma história específica, se tem as propriedades e conseqüentemente os teoremas. Porém ele ressalta

que quando possível é interessante sim trazer a história. A preocupação não é se perguntar tanto o porquê disso e sim entender o que posso fazer com isso e onde aplicar.

O professor pensa que o “medo” dos alunos em relação a disciplina de Cálculo IV e esse certo temor esteja de certa forma relacionada a algo que não aprendeu na educação básica, ou seja, o medo do que falta é maior que o do novo.

Em relação a tecnologia o professor Pascal é super a favor, pois conforme a mesma disse a tecnologia além da visualização muitas das vezes conseguimos fazer cálculos exatos usando a mesma, porém por mais avançada que seja a tecnologia é limitada. Com isso o professor Pascal ressalta que a tecnologia é essencial, porém não devemos nos acomodar com ela, ou seja, ficar dependente. Então se o computador consegue fazer um cálculo, não devemos só pegar e copiar, temos que entender o porquê daquilo ser daquele modelo. O professor Pascal ressalta mais uma vez a importância de ter domínio sobre o conteúdo que será ensinado aos alunos.

Por fim, o professor Pascal fala sobre o quanto é bom relacionar o conteúdo com o que o aluno já conhece, assim ajuda na compreensão. Um exemplo citado é calcular o volume da base usando figuras conhecidas.

Frase destacada: “Mesmo usando exemplos do cotidiano é necessário o aluno entender os conceitos formais do determinado conteúdo”.

Dicas dadas pelo professor Pascal para as considerações finais:

- O que desenvolvi e aprendi durante o meu trabalho?
- Até onde posso ir com esse trabalho?

Motivação pela graduação e motivo que motivou a especialização: O professor Pascal comentou que sempre gostou da matemática desde de criança e para ele a matemática tem sentido, em alguns momentos pensou em fazer Psicologia e por na família já ter muitos professores a família queria que ele fizesse outra coisa, porém sua vontade sempre foi estudar a matemática e quando chegou no ensino médio aí que teve a certeza. O professor Pascal comenta que quando prestou vestibular por não ter acesso a internet de certa forma não tinha acesso a outros cursos. A mesma até agradece o fato de o curso não ser tão concorrido e assim pode ingressar.

4.5 Resultado da entrevista com o professor Huygens

No dia 07 de fevereiro de 2023 às 10:00 am, ocorreu de forma remota através do Google Meet a entrevista com o professor Huygens de acordo com o professor, os conhecimentos básicos que um aluno deve ter para entender a ementa de Cálculo IV são: conhecimento técnicos e teóricos de Cálculo II, visão geométrica, técnicas de integrações de uma variável.

Em relação ao uso da tecnologia no ensino do cálculo o professor fala que colabora muito e até cita a utilização de softwares para auxílio na visualização geometricamente, algo que foi utilizado pelo mesmo algumas vezes quando ministrou a disciplina. Ainda ressaltou sobre não

ter nenhuma disciplina que ensine como utilizar os softwares então alguns alunos apresentam algumas dificuldades e nessa hora eles precisam ser autônomos.

Ainda de acordo com o professor Huygens o cálculo é importante, pois além do curso ser de licenciatura o mesmo abre um leque para os alunos que pretendem seguir nos estudos. Entretanto não é porque o curso vai formar professores para a educação básica que eles devem ficar amarrados na educação básica, o professor deve ter uma bagagem de conhecimentos.

O cálculo se torna uma disciplina às vezes mais complicada, porque além da parte teórica, na prática tem muitas técnicas e formas de chegar na solução de problemas então vai se tornando mais complicado.

Conforme o professor Huygens o Cálculo IV é uma disciplina que tem um grande índice de reprovação e muitas das vezes os alunos não optam em fazer ou aqueles que solicitam não tem o pré-requisito.

Ainda de acordo com o professor em outros modelos do PPC do curso já teve apenas três cálculos, só que precisava de uma carga horária maior e isso depois de um tempo não ficou interessante, então mudou para quatro cálculos assim dividindo de uma forma mais eficiente distribuindo os conteúdos pode perceber que os alunos tiveram um entendimento maior nas disciplinas.

Uma grande justificativa de Cálculo II ser pré-requisito de Cálculo IV é o fato de certa forma ser uma continuidade pois em Cálculo IV é abordado integral e em Cálculo II integrais múltiplas, funções de várias variáveis e assim acaba retomando aquilo já visto em Cálculo II.

É possível trazer objetos de conhecimento para a realidade do aluno e fazer isso faz muito sentido na matemática aproximar do cotidiano e é algo também bem questionável pois é complexo. Porém nesse sempre aplicações no cotidiano vai coincidir com a realidade do aluno, com isso fazer essa aproximação não se torna uma regra.

Não é incomum ter que mudar a metodologia por dificuldades apresentadas por parte dos alunos, muitas vezes tem que mudar, pois chega em um certo ponto que você percebe que o aluno não está entendendo ou produzindo como esperado. Porém é necessário ficar atento para não fugir dos conteúdos e correr o risco de perder a disciplina.

Em relação a História da Matemática, em muitos casos não tem a história em si como certa fórmula surgiu. Porém é importante, pois a partir dela entendemos como as coisas evoluíram e chegaram no que conhecemos hoje.

Por ter uma extensão de conceitos é normal retornar e ter que explicar cada passo de como a fórmula, $\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x$ se constitui.

Motivação pela graduação e motivo que motivou a especialização: Sempre gostou da matemática desde de criança. Então o interesse de ampliar mais seus conhecimentos na área das exatas fez com que optasse por seguir nessa área.

5 INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS

Para iniciar a seção apresento os resultados que eu obtive em relação ao planejamento dos meus estudos para que os mesmos tivessem sentido para mim, ou seja, montei um esquema de estudos e desenvolvi atividades que fizeram com que eu aprendesse o necessário para entender a disciplina de Cálculo IV.

No curso de Licenciatura em Matemática a qual eu pertenço o estudo do Cálculo Diferencial e Integral é subdividido em quatro disciplinas: Cálculo I, II, III e IV. As disciplinas do Cálculo enfatizam as ideias estruturantes da Ciência Matemática e seus significados, de forma que o conhecimento conceitual propicie a formalização da linguagem matemática, suas aplicações e relações com outras áreas.

Em relação a distribuição do Cálculo Diferencial e Integral em disciplinas depende muito do PPC e da instituição que está vinculado, pois deve-se levar em consideração a modalidade que o curso superior está organizado (anual ou semestral), a carga horária, a divisão de conteúdos, pois o Cálculo se trata disciplina complexa com muitas técnicas e formas de chegar na solução que por sua vez deixa a disciplina mais complicada.

O caminho mais recomendado é fazer as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral cada uma em seu respectivo período, porque diretamente ou indiretamente um está ligado com o outro. Seguindo esse caminho os alunos podem adquirir os conhecimentos básicos: integral, fatoração, equações, gráfico de funções, plano cartesiano, álgebra linear, visão geométrica e conhecimentos técnicos e teóricos de Cálculo II, pois o Cálculo II é pré-requisito de Cálculo IV, ou seja, o Cálculo IV é continuidade de Cálculo II.

O aluno deve ver quais contribuições essas disciplinas têm para a educação básica, compreendendo-as não como um conjunto de regras práticas aplicadas, mas sim como um campo de conhecimento (PPC-Matemática-UFT-Arraias, 2010, p. 40). De posse dessa informação, busquei o sentido que conteúdos que estão na ementa da disciplina de Cálculo IV, tem para mim, essa busca foi um tanto delicada, porém possível de ser concluída. Para afirmar tal situação me fundamento em Meirieu (1998) quando o mesmo discute “Aprender..., sim, mas como?”, este autor afirma que quando o aluno consegue dar sentido ao que está sendo apresentado nas disciplinas ocorre o processo de aprendizagem, pois

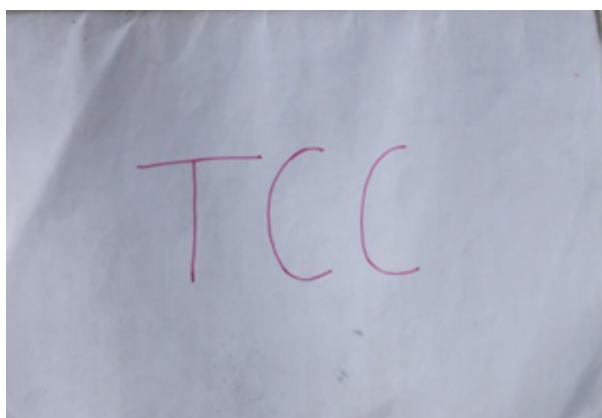
[...] uma aprendizagem se realiza quando um indivíduo toma informação em seu meio em função de um projeto pessoal. Nesta interação entre as informações e o projeto, as primeiras só são desvendadas graças ao segundo e o segundo se torna possível graças às primeiras; a aprendizagem, a compreensão verdadeira, só ocorrem então através dessa interação, não são senão essa interação, ou seja, são a criação de sentido. [...] Haverá, na verdade, situação de aprendizagem efetiva, quando o sujeito colocar em ação os dois elementos um sobre o outro de maneira ativa e finalizada. (MEIRIEU, 1998, p. 54)

No que diz respeito ao planejamento dos meus estudos fiz um levantamento bibliográfico, para que desso modo fosse possível uma a revisão bibliográfica.

Mediante tais informações tive acesso a inúmeros vídeos aulas com diferentes professores nos quais pude assistir cada vídeo aula e resolver as questões relacionadas aos conteúdos de Derivadas.

Essa estratégia de estudo adotada exigiu que eu montasse um caderno (figura 5) para o desenvolvimento da pesquisa do TCC. Esse caderno foi fundamental para o meu aprendizado, uma vez que a medida que conseguia uma informação era no cader que essa informação era registrada.

Figura 5 – capa do caderno destinado às anotações do TCC

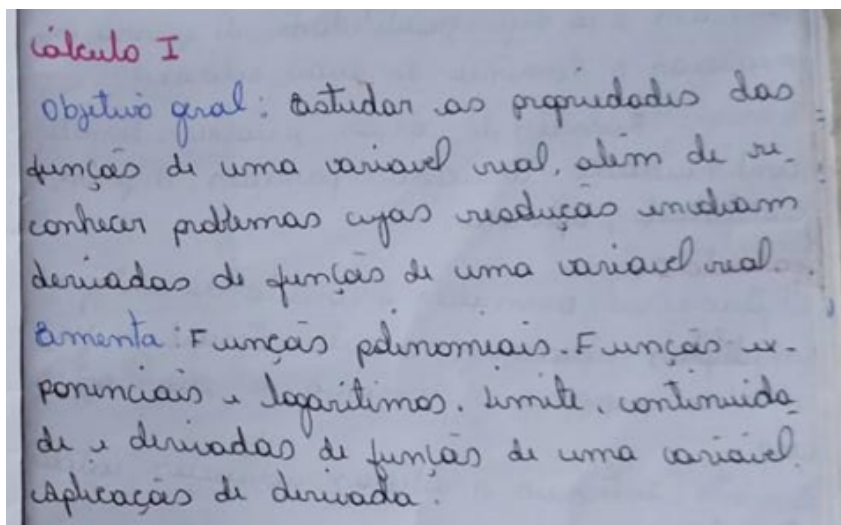


Fonte: Autoral, 2022

Apresento na sequência de parágrafos desta seção como se deu a apropriação das informações obtidas. Foi a partir da estratégia montada para meus estudos que iniciei uma compreensão a respeito dos conteúdos dispostos na ementa da disciplina de Cálculo IV, isso foi possível devido eu ter criado vínculo com o projeto de pesquisa, essa afirmação vai ao encontro do posicionamento de Meirieu (1998) que afirma que o sujeito só entra em contato com as coisas, pois é criada uma relação é gerado vínculo com ela, ou seja, “[...] Só entro em contato com coisas, porque crio vínculos com ela e esse vínculo é precisamente constituído pelas ideias que delas tenho, pelo projeto e pelas informações que já tive sobre elas (MEIRIEU, 1998, p. 58)”.

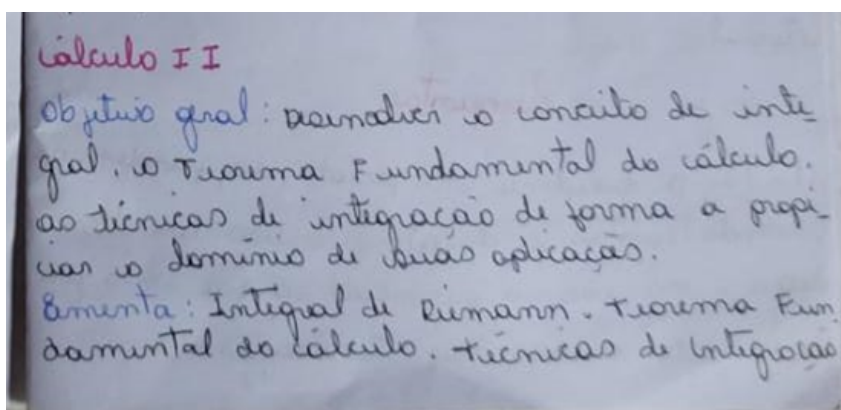
Um meio que o aluno pode entrar em contato com o que é trabalhado no cálculo e atingir os objetivos propostos para cada disciplina (figura 6, 7 e 8) é separá-la em seus respectivos períodos, pois assim poderão construir uma interação entre aquilo que já sabe com as informações que irá receber.

Figura 6 – Objetivos da disciplina de Cálculo I



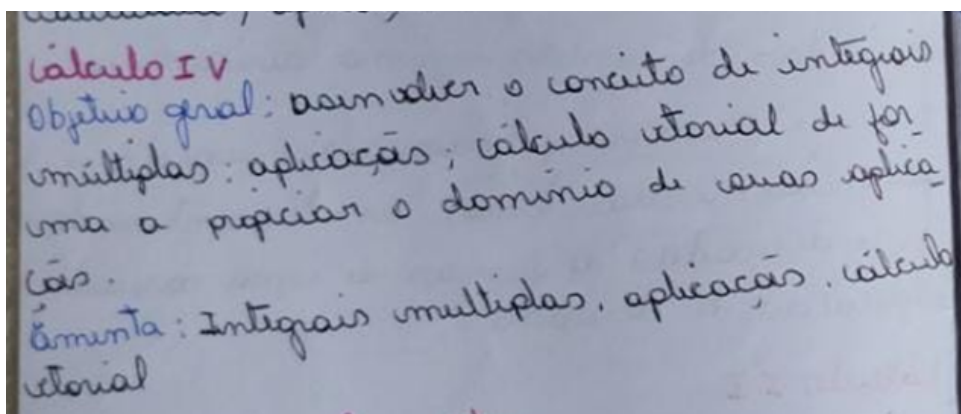
Fonte: Autoral, 2022

Figura 7 – Objetivos da disciplina de Cálculo II



Fonte: Autoral, 2022

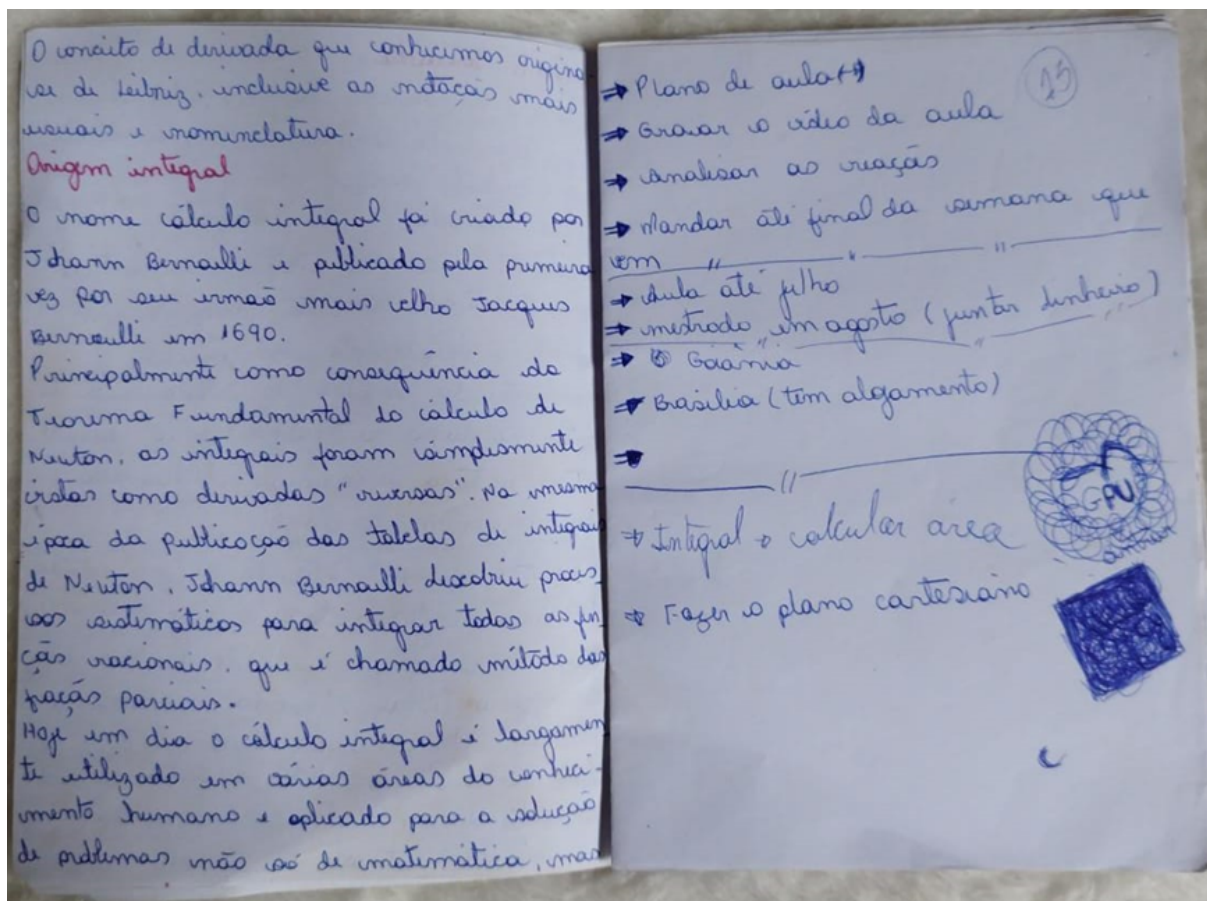
Figura 8 – Objetivos da disciplina de Cálculo IV



Fonte: Autoral, 2022

No que diz respeito à revisão de literatura, as leituras foram sobre o Ensino do Cálculo e sua origem, figura 9.

Figura 9 – Origem da Integral

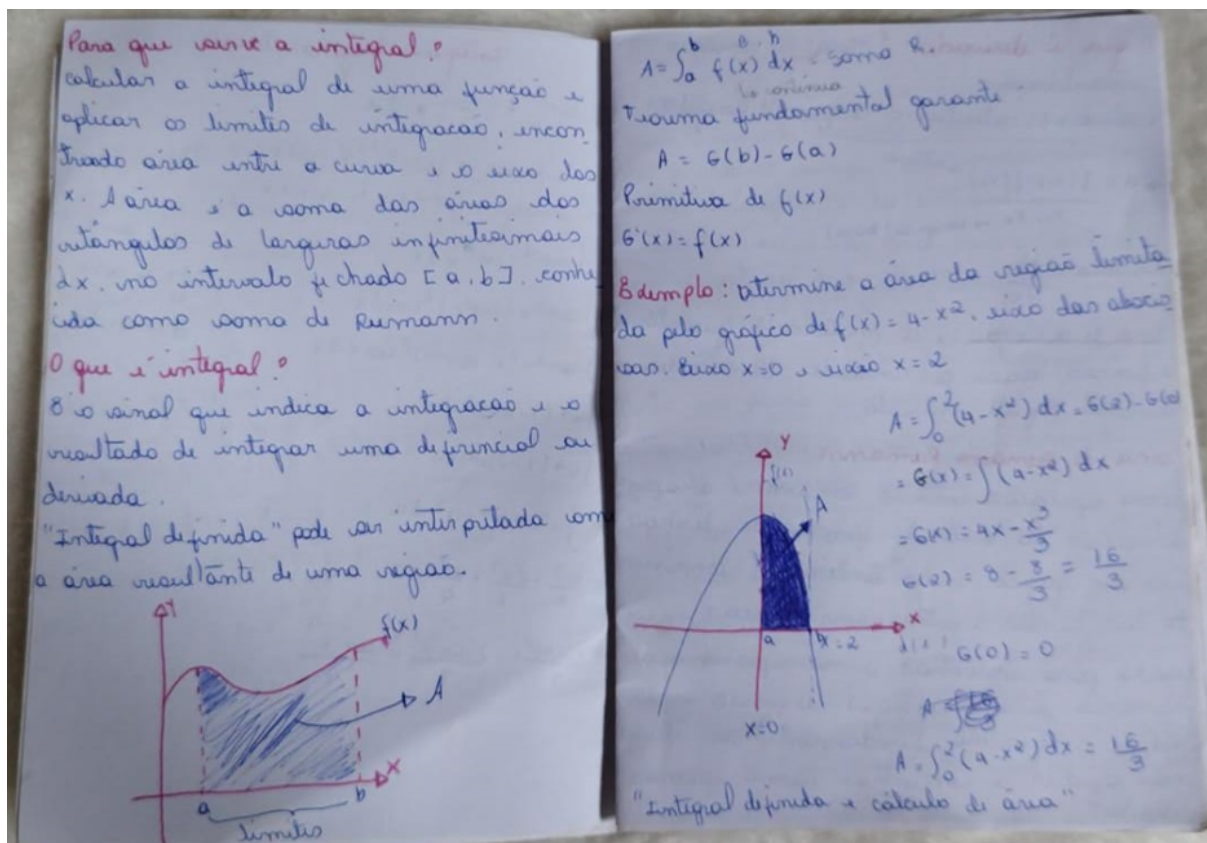


Fonte: Autoral, 2022

Procurei investigar pesquisas relacionadas à disciplina de Cálculo IV porém não obtive muito sucesso, mesmo assim segui adiante. Com base nos resultados obtidos, pude perceber que conteúdos expostos na disciplina de Cálculo IV, muitas das vezes não tem uma história em si, ou seja, são propriedades, que conseqüentemente chega em teoremas e assim vai acontecendo seu desenvolvimento, então nem sempre é possível trazer a história específica de cada objeto. Porém quando for possível se torna viável apresentar, pois a partir dela pode-se entender como as coisas evoluíram e chegaram no que conhecemos hoje.

Ficou claro para mim que por ser uma disciplina de cálculo, muitas das vezes os objetos de conhecimento não tem uma história em si, ou seja, se faz necessário apresentar as definições (figura 9), os conceitos e os teoremas de modo que gere sentido dos mesmos para os alunos e sempre que for possível é interessante trazer, pois assim de certa forma terá uma compreensão do objeto de conhecimento.

Figura 10 – A integral: definição

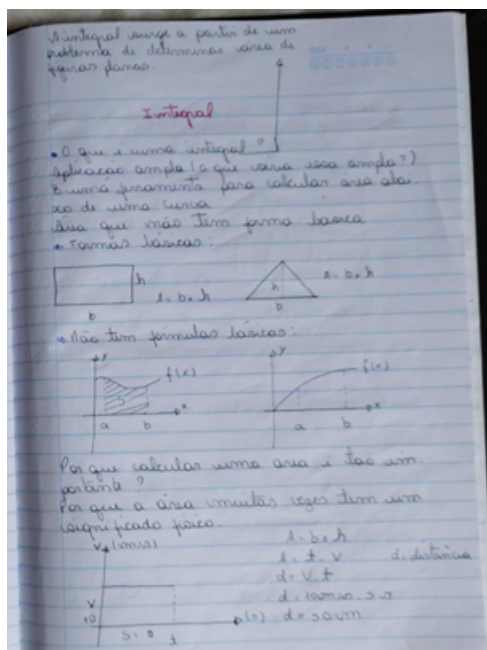


Fonte: Autoral, 2022

O cálculo, ao contrário da geometria euclidiana, figura 9 e 10, têm seu desenvolvimento mais recente, ou seja, para muitos alunos é “algo novo”, pois vem conhecê-lo apenas na universidade, logo a aplicação dos conteúdos, na prática, se torna bem mais rigoroso, porém quando se trata da disciplina de Cálculo IV para fazer essas aplicações na prática se faz necessário uma base, ter uma base por ser algo complexo e, nesse caso falando de Cálculo IV seria uma equação, ou simplesmente poderíamos relacionar o conteúdo estudado com alguma situação do aluno, fazendo com que o aluno entenda os conceitos formais do conteúdo.

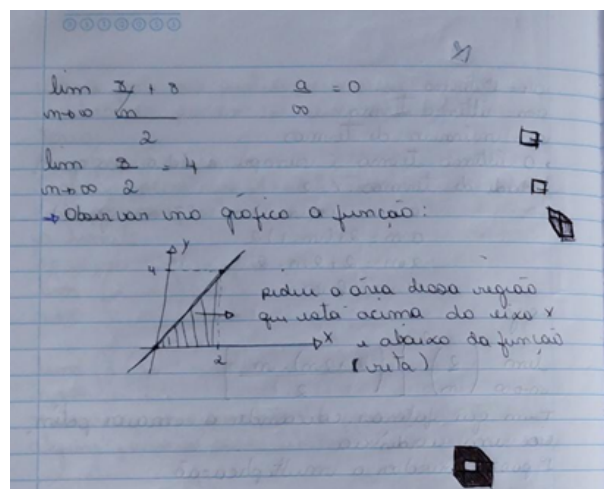
O fato do Cálculo não ser visto na Educação Básica, pode causar no aluno um determinado “medo”, pois se cria uma sensação que está faltando algo, ou seja, o medo de não saber, não ter visto, com isso em alguns casos por ser o que nunca vimos sofremos algumas influências de pessoas que já viram os conteúdos, que podem ser positivas ou negativas e tanto por parte dos conteúdos abordados na disciplina ou sobre os professores que a ministram.

Figura 11 – Integral: o cálculo de áreas



Fonte: Aural, 2022

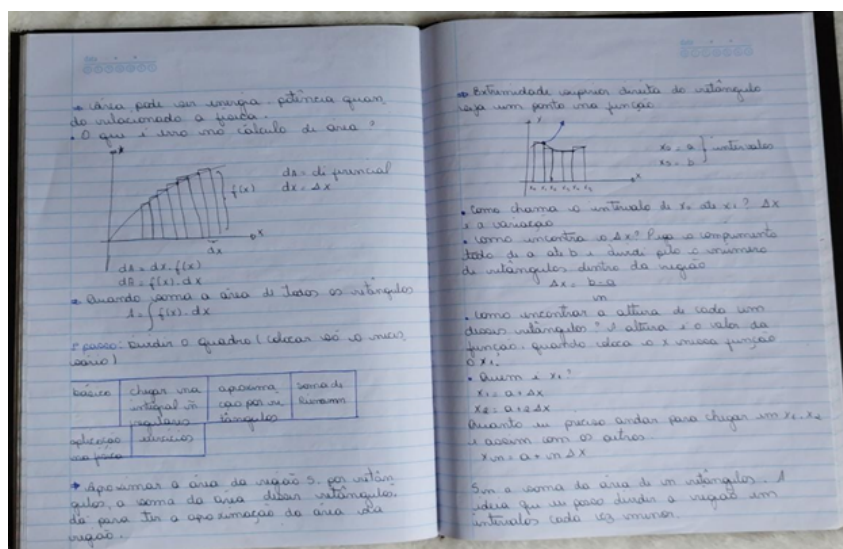
Figura 12 – A área abaixo de uma reta



Fonte: Aural, 2022

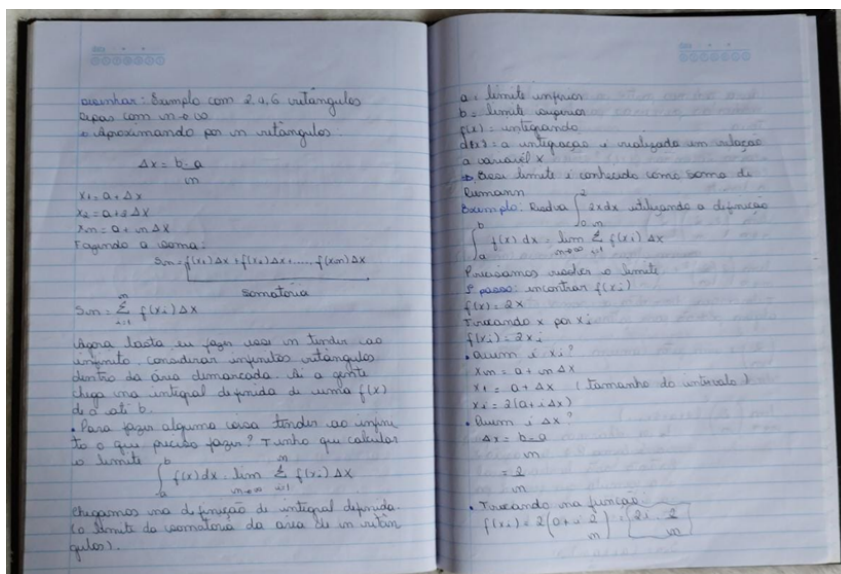
No ensino da disciplina de Cálculo IV, a tecnologia é voltada mais para a necessidade de visualização (figura 10,11, 12 e 13) com a utilização de alguns softwares, entretanto essa utilização pode complicar o desenvolvimento da disciplina, pois em alguns casos os alunos não sabem e não consegue utilizar esses softwares e para não atrasar o desenvolvimento da disciplina se faz necessário uma autonomia por parte dos alunos para aprender sozinhos, já que na matriz curricular do curso pesquisado não tem uma disciplina especificamente para ensinar utilizar software. Um software recomendado, que utilizei durante minha pesquisa, foi o Geogebra, com ele podemos combinar Geometria, Álgebra, tabelas, gráficos, Estatísticas e cálculos.

Figura 13 – Explorando a Integral



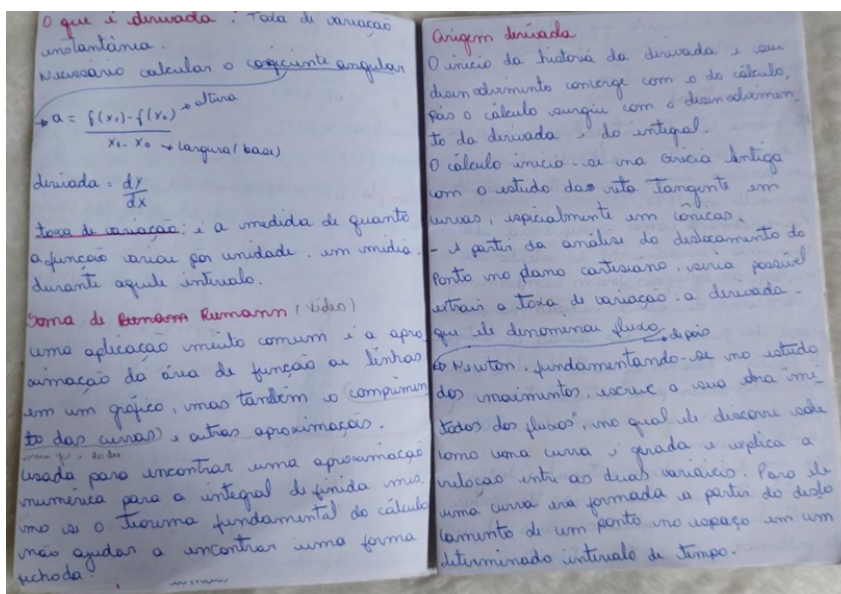
Fonte: Aural, 2022

Figura 14 – Entendendo a soma de termos



Fonte: Autoral, 2022

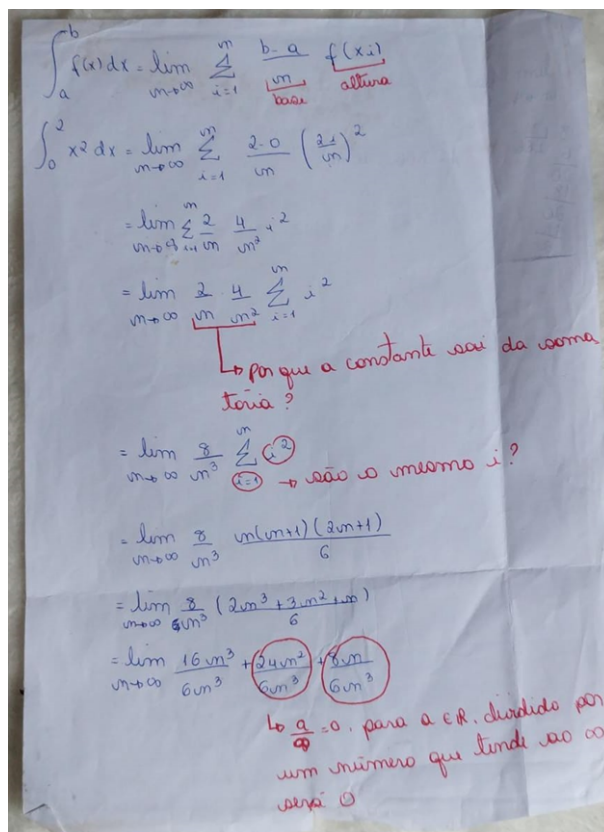
Figura 15 – Soma de Riemann



Fonte: Autoral, 2022

Pelos objetos de conhecimento presente na disciplina de Cálculo IV serem complexos, muitas vezes resolver questões relacionadas, traz um certo nível de dificuldade. Como havia mencionado, em um certo momento da minha pesquisa onde estava desenvolvendo uma integral (figura 16).

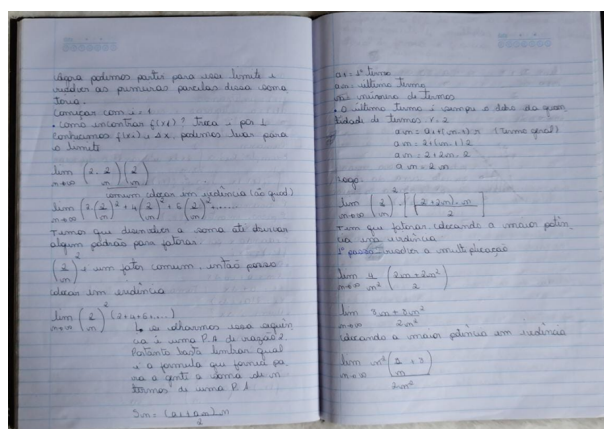
Figura 16 – Exemplo de integral



Fonte: Autorial, 2022

Cheguei em um ponto que não conseguia proceder. Foi aí que pedi ajuda para o professor Fermat, onde o mesmo me explicou que o ponto no qual eu não desenvolvia, era de colocar as constantes da somatória em evidência, com isso consegui desenvolver o restante da integral na presença dele e a partir daí desenvolver o estudo do fator comum (figura 17).

Figura 17 – Encontrando o fator comum



Fonte: Autorial, 2022

Então pude perceber a importância da explicação de cada parte de uma integral, fórmula, porque são muitos mecanismos presentes em cada uma.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após estudos e, principalmente, da motivação da pesquisa nascida das situações vividas na disciplina de Cálculo IV, a questão que direcionou a pesquisa, Que caminhos devo seguir para apreender os objetos de conhecimento explícitos na ementa da disciplina de IV no curso de licenciatura em Matemática?, foi sendo respondida a partir das interpretações que permitiram apresentar a estratégia que pode ser criada para apreender os objetos do conhecimento explícitos na ementa da disciplina de Cálculo IV.

Penso que ao evidenciar a história e como ocorreu o meu aprendizado dos objetos do conhecimento da disciplina de Cálculo IV pode ser um meio de conhecer os modelos de dar aulas e também uma concepção que criei sobre o ensino da referida disciplina. Tal narrativa poderia servir de base para possíveis leitores desenvolverem uma concepção própria de professor que ensina Matemática que não se restringe às apresentadas nesta pesquisa que considero “concluída”. Por fim, ressalto a possibilidade de pesquisas futuras, relacionadas ao ensino da disciplina de Cálculo IV, com o ponto de vista dos alunos.

O aprofundamento do estudo no cálculo, faz com que nos tornamos mais confiantes para uma busca do melhor caminho para aprender, para além daquele apresentado pelo professor da disciplina, porque o nosso conhecimento não fica limitado. A partir do momento que se aprende o cálculo, aprende também a ensiná-lo e como é um curso de licenciatura os futuros professores precisa construir esse caminho que é conhecido como bagagem de conhecimento.

Nessa construção ficou claro que o estudante ao vivenciar suas próprias situações e refletir sobre situações vividas por terceiros, o mesmo pode tirar as suas conclusões. Outro ponto observado foi que nem sempre será possível fazer o uso da tecnologias digitais nas aulas de Matemática, porém é importante o aluno ter autonomia em relação às tecnologias, pois quando se deparar com a necessidade de utilizá-las os mesmos não devem apresentar dificuldades.

É importante ressaltar que por mais que a tecnologia digitais ajude, tanto o professor e o aluno, os mesmos não podem ficar dependente da mesma, pois o ser humano tem a necessidade da presença do outro, por exemplo, explicando o conteúdo. A relação aluno-professor, professor-aluno é essencial para a aprendizagem, principalmente do cálculo que é aprender a trabalhar com os números, pois o principal atributo no curso de cálculo é calcular.

BIBLIOGRAFIA

BARON, Margaret E. *Coleção Curso de História da Matemática: Origem e Desenvolvimento do Cálculo*. Trad. José Raimundo Braga Coelho. Editora Universidade de Brasília, 1985.

BRASIL. Resolução do Conselho de Ensino, Pesquisa e Extensão (CONSEPE) N.º 27/2010. Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática do campus universitário de Arraias. Palmas, 20 de outubro de 2010. Disponível em: <https://docs.uft.edu.br/share/s/MtgKUPXXTe0XpiKRDVJ4WA>, acesso em mar. 2022.

COMETTI, Márcio Antônio. *Discutindo o ensino de integrais múltiplas no cálculo de várias variáveis: contribuições do geogebra 3D para a aprendizagem*. 2018. 193 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Departamento de Matemática. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática.

DENZIN, Norman K.; LINCOLN, Yonna S. The discipline and practice of qualitative research. In: DENZIN, Norman K.; LINCOLN Yonna S. (Org). *The handbook of qualitative research*. 2 ed. London, 2000. p. 1-28.

EVES, Howard. *Introdução à história da matemática*. Tradução HYGINO H. Domingues. 5ª ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2011.

FULINI, Márcio Antônio. *História do cálculo diferencial e integral*. 2016. Monografia (Licenciatura em Matemática a Distância). Universidade Federal de São João Del-Rei, São João Del-Rei, 2016.

GATTAZ, André Castanheira. Meio século de história oral. Nêho-História: História Oral em Debate. São Paulo: Núcleo de Estudos de História Oral. São Paulo, 1998. p. 21-34.

GRANDE, André Lúcio. *Um estudo epistemológico do teorema fundamental do cálculo voltado ao seu ensino*. 2013. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.

KILHIAN, Kleber. Panorama da história do cálculo. 2012. Disponível em: <https://www.obaricentrodamente.com/2012/03/panorama-da-historia-do-calculo.html>. Acesso em outubro de 2022.

LACHINI, Jonas. (orgs.) *Educação Matemática: A prática educativa sob o olhar de professores de Cálculo*. Belo Horizonte: Fumarc, 2001, p. 146-189. Disponível em: <http://www.sbemrasil.org.br/files/Boletim21.pdf>.

MAGALHÃES, Justino Pereira de. Um apontamento metodológico sobre a história das instituições educativas. In: SOUSA, Cinthia Pereira de; CATANI, Denice Bárbara. (Orgs.).

- Práticas educativas, culturas escolares, profissão docente*. São Paulo: Escrituras, 1998. p. 51-69.
- MAOR, Eli. *e: A história de um número*. Tradução de Jorge Calife. 4ª ed. Rio de Janeiro: Record, 2008.
- MEIHY, José Carlos Sebe Bom. *Manual de história oral*. 4º edição. São Paulo: Loyola, 2000.
- MEIHY, José Carlos Sebe Bom. *Manual de História Oral*. São Paulo: Edições Loyola, 2002.
- MEIHY, José Carlos Sebe Bom. *Manual de história oral*. 5º edição. São Paulo: Loyola, 2005.
- MEIRIEU, P. *Aprender... sim, mas como?* 7. ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.
- PICKOVER, Clifford A. *O livro da matemática*. Kerkdriel, Holanda: Librero, 2011.
- PONTE, João Pedro da; QUARESMA, Marisa; PEREIRA, Joana Mata. É mesmo necessário fazer planos de aula? *Revista Educação e Matemática*, Lisboa: 2015. Disponível em: <https://em.apm.pt/index.php/em/issue/view/135>.
- SILVA, Benedito Antonio. Diferentes dimensões do ensino e aprendizagem do Cálculo. *Educ. Matem. Pesq*, São Paulo, v.13, n.3, p. 393-413, 2011.
- SILVA, Maria Deusa Ferreira da. *Problemas e modelos que contribuíram com o desenvolvimento do cálculo diferencial e integral: gregos e Newton*. 2010. 239 f. Tese (Doutorado em educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Centro de Ciências sociais aplicadas. Natal, RN, 2010.
- SOUZA, José Edimar de. *Trajetória de professores de classes multisseriadas: memórias do ensino rural em Novo Hamburgo/RS (1940 a 2009)*. 2011. 346f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Vale do Rio dos Sinos – Unisinos, São Leopoldo, 2011.
- SOUZA, José Edimar de; GIACOMINI, Cristian. Análise documental como ferramenta metodológica em história da educação: um olhar para pesquisas locais. *Cadernos CERU, Série 2*, Vol. 32, n. 1, jun. 2021. Disponível em: <https://www.revistas.usp.br/ceru/article/download/189278/174832/508161>. Acesso em maio de 2022.
- SOUZA, Luzia Aparecida. *História Oral e Educação Matemática: um estudo, um grupo, uma compreensão a partir de várias versões*. 2006. 313 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Luzia Aparecida de Souza. Rio Claro. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/91070/souza_la_me_rcla.pdf?sequence=1. Acesso em junho de 2022.

SOUZA, Veriano Cantinin de. *A origem do Cálculo Diferencial e Integral*. Rio de Janeiro: 2001.