



UNIVERSIDADE FEDERAL DO NORTE DO TOCANTINS
CÂMPUS DE ARAGUAÍNA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

GEOMAX LOPES DE BRITO

**TEODOLITO CASEIRO COMO MATERIAL DIDÁTICO MANIPULÁVEL PARA O
ENSINO DE TRIGONOMETRIA**

Araguaína, TO

2023

GEOMAX LOPES DE BRITO

**TEODOLITO CASEIRO COMO MATERIAL DIDÁTICO MANIPULÁVEL PARA O
ENSINO DE TRIGONOMETRIA**

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal do Norte do Tocantins - UFNT, Centro de Ciências Integradas, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador (a): Prof. Me. Ricardo Sousa Santos

Araguaína, TO

2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins

B862t Brito, Geomax Lopes de.
Teodolito caseiro como Material Didático Manipulável para o ensino de Trigonometria. / Geomax Lopes de Brito. – Araguaína, TO, 2023.
55 f.

Monografia Graduação - Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Universitário de Araguaína - Curso de Matemática, 2023.
Orientador: Ricardo Sousa Santos

1. Aprendizagem. 2. Material didático manipulável. 3. Teodolito caseiro. 4. Razões trigonométricas. I. Título

CDD 510

TODOS OS DIREITOS RESERVADOS – A reprodução total ou parcial, de qualquer forma ou por qualquer meio deste documento é autorizado desde que citada a fonte. A violação dos direitos do autor (Lei nº 9.610/98) é crime estabelecido pelo artigo 184 do Código Penal.

Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFT com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

GEOMAX LOPES DE BRITO

**TEODOLITO CASEIRO COMO MATERIAL DIDÁTICO MANIPULÁVEL
PARA O ENSINO DE TRIGONOMETRIA**

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal do Norte do Tocantins - UFNT, Centro de Ciências Integradas, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Aprovada em 22 de março 2023.

Banca Examinadora



Documento assinado digitalmente
RICARDO SOUSA SANTOS
Data: 03/04/2023 11:53:39 -0300
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

Prof. Me. Ricardo Sousa Santos, UFNT



Documento assinado digitalmente
ADRIANO FONSECA
Data: 04/04/2023 13:42:35 -0300
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

Prof. Dr. Adriano Fonseca, UFNT



Documento assinado digitalmente
SINVAL DE OLIVEIRA
Data: 04/04/2023 08:35:11 -0300
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

Prof. Dr. Sinval de Oliveira, UFNT

**Araguaina, TO
2023**

Dedico essa monografia em memória da minha Vó Conceição e de minha Tia Dete, pois para elas era uma alegria imensa quando alguém da família ingressava na universidade.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais Gilda Lopes de Sousa e Elelis Francisco Brito que sempre permaneceram ao meu lado me apoiando ao longo da minha jornada, pois eles foram os pilares que me sustentaram até aqui.

A minha esposa Antônia Alves de Almeida ela compreensão e paciência demonstrada durante este período.

Agradeço ao meu orientador professor Mestre Ricardo Sousa Santos por aceitar conduzir o meu trabalho de pesquisa, pois acreditou no meu potencial para desenvolvê-lo e sempre esteve à disposição.

Também agradeço aos meus irmãos Leonardo Lopes de Brito, Karielle Lopes de Brito Amaro e Karita Lopes de Brito que sempre me apoiaram e torceram pelo meu sucesso.

Ao meu cunhado Leidiel Batista Amaro por sempre se disponibilizar ajuda dentro do que lhe era possível.

A todos os meus professores do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Norte do Tocantins pela excelência da qualidade técnica de cada um.

A todos que contribuíram direta ou indiretamente para realização deste trabalho.

RESUMO

Nesta monografia, nos envolvemos em uma discussão abrangente que aborda tópicos pertinentes ao ensino e aprendizagem da matemática na educação básica. Explorando o engajamento dos alunos na construção e uso de Material Didático Manipulável, oferecemos-lhes a oportunidade de discernir como os conceitos da Trigonometria se relacionam com a vida cotidiana. Utilizamos uma abordagem qualitativa para desenvolvimento da investigação que ocorreu no âmbito da disciplina Estágio III, onde o estagiário realizou aplicação de alguns pressupostos da aprendizagem matemática com uso de material didático manipulável em turma de 2º ano do ensino médio, com o objetivo de demonstrar como os teodolitos caseiros poderiam facilitar a compreensão das razões trigonométricas. Nossos resultados vão ao encontro das previsões teóricas de pesquisadores da Educação Matemática, que preconizam o uso de material didático manipulável para que o aluno da educação básica tenha um papel ativo no processo de ensino e aprendizagem, potencializando sua aprendizagem matemática e melhorando seu envolvimento com as atividades em sala.

Palavras-chaves: Aprendizagem; Material Didático Manipulável; Teodolito Caseiro; Razões trigonométricas.

ABSTRACT

In this monograph, we engage in a comprehensive discussion that addresses topics pertinent to the teaching and learning of mathematics in basic education. Exploring the students' engagement in the construction and use of Manipulable Didactic Material, we offer them the opportunity to discern how the concepts of Trigonometry relate to everyday life. We used a qualitative approach for the development of the investigation that took place within the scope of the Internship III discipline, where the intern applied some assumptions of mathematical learning with the use of manipulative didactic material in a 2nd year high school class, with the objective of demonstrating how the homemade theodolites could facilitate the understanding of trigonometric ratios. Our results are in line with the theoretical predictions of Mathematics Education researchers, who advocate the use of manipulable didactic material so that basic education students have an active role in the teaching and learning process, enhancing their mathematical learning and improving their involvement with the classroom activities.

Key-words: Learning; Manipulable Didactic Material; Homemade theodolite; Trigonometric ratios.

LISTA DE ILUSTRAÇÃO

Figura 1 - Egípcios formando o ângulo reto.....	20
Figura 2 - Elementos do triângulo retângulo.....	21
Figura 3 - Relações métricas entre triângulos	21
Figura 4 - Semelhança de triângulos	22
Figura 5 - Representação geométrica do teorema de Pitágoras.....	23
Figura 6 - Teodolito digital/Estação total.....	27
Figura 7 - Teodolito caseiro	29
Figura 8 - Alunos construindo teodolito.....	38
Figura 9: Tomando nota do processo de construção do teodolito.....	39
Figura 10: Passo a passo da construção do teodolito	40
Figura 11 - Colocando em prática	41
Figura 12 - Orientando para onde direcionar a mira	41
Figura 13 - Cálculo realizado pelo grupo 1	42
Figura 14 - Aluna fazendo ajuste da mira	43
Figura 15 - Cálculo realizado	43
Figura 16 - Pesquisa feita pelo grupo e suas constatações	44
Figura 17 - Aluna manipulando o teodolito	45
Figura 18: Gráfico	49

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Questionando os alunos sobre aula	46
Quadro 2: Respostas dos alunos	46
Quadro 3: Questionando a professora regente	47
Quadro 4: Respostas da professora	48

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

UFNT	Universidade Federal do Norte do Tocantins
MD	Material Didático
MDM	Material Didático Manipulável
GPS	<i>Global Positioning System</i> (Sistema de Posicionamento Global)
LEM	Laboratório de Ensino de Matemática
ATD	Análise Textual Discursiva
TO	Tocantins

Sumário

1. Introdução.....	14
1.1 Justificativa	16
1.2 Problema de pesquisa	16
1.3 Objetivos.....	16
1.3.1 Objetivo Geral	16
1.3.2 Objetivos Específicos	17
1.4 Delimitação de Escopo	17
2. Fundamentação teórica	18
2.1 Primeiros Registros da Trigonometria.....	18
2.2 Triângulo Retângulo e as Razões trigonométricas	19
2.3 Relações métricas no triângulo retângulo.....	21
2.4 Aplicações Cotidianas da Trigonometria.....	23
2.5 A utilização de materiais manipuláveis em sala de aula.....	25
2.6 Teodolito.....	26
2.7 Teodolito caseiro	28
3. Procedimentos Metodológicos	30
3.1 Abordagem	31
3.2 Instrumentos de produção de dados.....	32
3.2.1 Observação participante.....	32
3.2.2 Caderno de campo	33
3.2.3 Questionário.....	34
4. Desenvolvimento e Análise da Ação Pedagógica	35
4.1 Participantes da pesquisa	35
4.2 Categorização	36
4.3 Construção do Teodolito.....	37
4.4 Utilização do Teodolito nas aulas de Matemática	40
4.5 Percepção Docente e Discente do uso Teodolito nas aulas de Matemática.....	46
5. Considerações finais.....	50
6. Referências.....	52

7. Anexos	55
------------------------	-----------

1. Introdução

Muito se tem investido no desenvolvimento de pesquisas que buscam corroborar com a compreensão do processo de aprendizagem matemática. Estas investigações fundamentam o estabelecimento de métodos e metodologias de ensino que, por meio da aplicação, seja em trabalhos acadêmicos no contexto das universidades ou em momentos de estágios dos formandos de cursos de licenciatura, geram novas dúvidas, perguntas e aprendizagens relacionados à prática docente de futuros professores de matemática.

Neste sentido, entende-se que uma das vertentes assumidas como método de ensino utilizada no Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) é a do Material Didático Manipulável (MDM), que pode ser reconhecido como qualquer material utilizado para fins didáticos e oferece ao estudante a oportunidade da manipulação, seja ele um material concreto ou não (LORENZATO, 2012). Nesta perspectiva, concordamos com autor quando classifica os softwares didáticos como MDM, haja vista a possibilidade de interação do estudante com os mesmos.

O processo cognitivo é complexo e constitui-se de várias etapas que devem ser reconhecidas pelo profissional docente de tal forma que o faça explorar as mais variadas vertentes que corroborem com o aproveitamento da aprendizagem. Desta observação geral focalizamos nossa atenção para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática que, por ser uma ciência que exige do aprendiz certo grau de compreensão de eventos abstratos, demanda abordagens distintas que oportunizem uma melhor visualização de seus conceitos que podem resultar na potencialização da aprendizagem.

Imbuída de preocupações acerca do processo de ensino e aprendizagem a área da Educação Matemática abre e números leques de opções a serem exploradas pelo professor em sua prática em sala de aula. Dentre as alternativas presentes no contexto da Educação Matemática há a perspectiva de trabalho com materiais manipuláveis, que prestam auxílio à construção de conceitos e ainda possibilitam o reconhecimento ou aplicabilidade de tal conceito pelo estudante (LORENZATO, 2012).

Pesquisas da área da Educação Matemática apontam que para facilitar a compreensão dos alunos e apropriação do conteúdo, o ensino da Matemática deve estar articulado com situações voltadas para a resolução de problemas do nosso cotidiano. De acordo com Lorenzato (2012, p. 43) “as interações do indivíduo com o mundo possibilitam-lhe relacionar fatos, estruturar ideias e organizar informações, internalizando-os”. Diante disso, podemos

destacar a relevância destas propostas no que diz respeito à compreensão do estudante acerca da aplicação prática da trigonometria, mais especificamente da Trigonometria.

Portanto, investigamos como o teodolito pode ser usado como um auxílio prático de ensino para ajudar os alunos a aprender e compreender conceitos trigonométricos. O teodolito é um instrumento usado para medir ângulos em planos verticais e horizontais e outras aplicações trigonométricas, como levantamento, navegação, medição de distâncias, e ainda perpassa por outros conceitos introdutórios (ANDRADE; OLIVEIRA; PEREIRA, 2018).

A trigonometria é, obviamente, um ramo da geometria, mas difere da geometria de Euclides e dos antigos gregos por ser de natureza computacional. Por exemplo, a Proposição I.4 dos Elementos de Euclides trata do teorema da congruência ângulo-lado-ângulo onde afirma-se que um triângulo é determinado por quaisquer dois ângulos e o lado entre eles. Ou seja, se você quiser saber o ângulo restante e os dois lados restantes, tudo o que você precisa fazer é colocar o lado dado e os dois ângulos em suas extremidades, estender os outros dois lados até que eles se encontrem, e você tem o triângulo sem cálculos numéricos envolvidos (REIS, 2016).

Mas a versão trigonométrica é diferente. Se você tiver as medidas dos dois ângulos e o comprimento do lado entre eles, o problema é calcular o ângulo restante (o que é fácil, basta subtrair a soma dos dois ângulos de dois ângulos retos) e os dois lados restantes (o que é difícil). A solução moderna para cálculos de última geração é através da lei do seno (MEDEIROS, 2012).

Todos os cálculos trigonométricos requerem medição de ângulos e cálculo de alguma função trigonométrica. As funções trigonométricas modernas são seno, cosseno, tangente e seus recíprocos, mas na trigonometria grega antiga, o acorde, uma função mais intuitiva, era usado (REIS, 2016). A principal aplicação da trigonometria em culturas passadas, não apenas na Grécia antiga, é na astronomia. O cálculo de ângulos na esfera celeste requer um tipo diferente de geometria e trigonometria do que no plano. A geometria da esfera era chamada de "esférica" e formava uma parte do *quadrivium* de estudo.

Vários autores, incluindo Euclides, escreveram livros sobre esféricas e o nome atual para este assunto é "geometria elíptica". A trigonometria aparentemente surgiu para resolver problemas colocados em esféricas em vez de problemas colocados em geometria plana. Assim, a trigonometria esférica é tão antiga quanto a trigonometria plana (MEDEIROS, 2012).

Após destacar alguns períodos, áreas e aplicações da trigonometria, entendemos que o desenvolvimento desta pesquisa, pode contribuir com a formação acadêmica em curso no que tange a abordagem de temas relevantes à comunidade com alternativa metodológica que

potencialize a construção de conceitos da trigonometria, bem como sua aplicação em situações do cotidiano de estudantes da educação básica.

Por fim, elucidamos que este trabalho foi realizado no decurso da Disciplina de Estágio III, do Curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal do Norte do Tocantins (UFNT). A unidade escolar concedente integra a rede estadual de ensino, situada no município de Araguaã – TO, onde tivemos como público-alvo uma das turmas da 2ª série do Ensino Médio do ano letivo de 2022.

1.1 Justificativa

Esta investigação se justifica pela motivação de reconhecer a importância da aplicação prática da trigonometria, uma vez que ela possibilita a memorização, compreensão conceitual e capacidade de resolução de problemas. Além disso, auxilia os alunos a terem uma melhor compreensão do mundo, uma vez que muitas das estruturas naturais da Terra se assemelham a triângulos. Embora a trigonometria seja mais aplicável para triângulos retângulos, ela também pode ser usada para outros tipos de triângulos (KLEIN, 2011).

Os teodolitos são usados principalmente para levantamentos topográfico, mas também podem ser usados nas seguintes aplicações: Navegação; Meteorologia; Disposição de cantos e linhas de construção; Medição de ângulos de layout e linhas retas; Alinhamento de paredes de madeira; formando painéis; Colunas de encanamento ou cantos de construção (SANTOS, 2014). Consequentemente, pode-se visualizar a aplicabilidade da matemática escolar, anseio comum a maior parte dos estudantes da educação básica, tanto que muitos se posicionam resistentes ao estudo da matemática justamente por não notar uma aplicabilidade dos conceitos estudados.

1.2 Problema de pesquisa

Buscando contribuir com a compreensão do conhecimento matemático referente à trigonometria, mais especificamente acerca das razões trigonométricas que delimitam a problemática de investigação, definiu-se como questão de pesquisa: **Em que perspectivas, o teodolito caseiro contribui com a aprendizagem de razões trigonométricas no triângulo retângulo?**

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

A partir das indagações apresentadas temos como objetivo geral descrever como o teodolito caseiro contribui para a aprendizagem de razões trigonométricas no triângulo retângulo.

1.3.2 Objetivos Específicos

A busca por aproximações a respostas referentes à questão de pesquisa nos fez estabelecer os seguintes objetivos específicos:

- Construir o teodolito;
- Usar o teodolito em sala de aula;
- Demonstrar aplicações da trigonometria na vida real;
- Avaliar como se dá processo de aprendizagem com a utilização do teodolito.

1.4 Delimitação de Escopo

Com o propósito de responder ou aproxima-se das questões inerentes e alcançar o objetivo delimitado esta monografia foi dividida em capítulos, sendo que o **1º capítulo** apresenta uma introdução, em que discorremos sobre trabalho realizado. O **2º capítulo** destinou-se à Fundamentação Teórica que corrobore com os conceitos abordados. No **3º capítulo** foi dedicado à descrição dos Procedimentos Metodológicos. No **4º capítulo** realizou-se a Análise de Dados com emprego da técnica de Análise Textual Discursiva e, por fim, no **5º capítulo** apresentamos as Considerações Finais que manifestam as compreensões sobre o processo como um todo.

2. Fundamentação teórica

O percurso trilhado neste capítulo apresenta de maneira geral a Trigonometria em seu contexto histórico, as observações iniciais acerca do triângulo retângulo, as relações estabelecidas entre seus lados e ângulos, para então exemplificar algumas situações do cotidiano que se pode explorar no contexto da sala de aula e assim potencializar a aprendizagem matemática.

2.1 Primeiros Registros da Trigonometria

Assim como diversos conhecimentos matemáticos, a trigonometria tem seu surgimento indefinido e nem mesmo pode ser considerada como trabalho de um único indivíduo ou civilização, como muitos outros ramos da Matemática. No entanto, seu surgimento pode ser reconhecido na civilização grega, onde foram encontrados estudos proeminentes que se assemelham ao que então passou-se a definir como Trigonometria.

A palavra trigonometria refere-se a um ramo específico da matemática e tem como fundamento etimológico a escrita grega, a partir de três radicais, a saber: *tri* (*três*), *gōnon* (ângulo), e *metron* (medida). Como o nome sugere, a trigonometria lida principalmente com as medidas de ângulos de triângulos. Em particular, está definindo e usando as relações e razões entre ângulos e lados em triângulos.

A principal aplicação é, portanto, resolver situações relacionadas a estes entes matemáticos, mais especificamente, naqueles que reconhecemos como triângulos retângulos, porém seus resultados também podem ser aplicáveis a qualquer outro tipo de triângulo (REIS, 2016), ou ainda problemas do cotidiano em que se pode fazer uso em busca de soluções.

Ao longo da história, alguns intelectuais argumentaram em seus escritos, mesmo de uma forma não explícita, discutindo métodos que correspondem a determinadas propriedades trigonométricas, por exemplo:

[..] Nas obras de Euclides não há trigonometria no sentido escrito da palavra, mas há teoremas equivalentes a leis e fórmulas trigonométricas específicas. As proposições II.12 e II.13 de *os elementos*, por exemplo as leis de co-senos para ângulos obtuso e agudo respectivamente, enunciadas em linguagem geométrica em vez de trigonométrica, e são provadas por método semelhante ao usado por Euclides para o teorema de Pitágoras (BOYER, 1996 p.108).

Hiparco de Nicéia (180-125 a. C.) foi um astrônomo grego, por muito chamado como pai da trigonometria. Segundo Leite (2016, p.15) por volta 150 a. C. o “astrônomo criou a primeira tabela de cordas, a qual associou a corda de um arco, ao ângulo central correspondente em um círculo de raio arbitrário”. É provável que Hiparco tenha imaginado usar um círculo de

360° graus ao criar sua tabela de cordas, inspirado na astronomia babilônica. Ainda de acordo com Leite (2016, p. 15) “não se sabe como Hiparco fez sua tabela de cordas, pois suas obras se perderam”. Para muitos ele foi um símbolo da transição entre a astronomia babilônica e o trabalho ptolomaico¹.

Portanto, infere-se que manuscritos de diferentes culturas/nações podem ter se perdido ao longo da história, o que nos impede de cravar o momento, local e responsável pelo surgimento da Trigonometria, entretanto, nota-se que seus primeiros registros aconteceram ainda nas primeiras civilizações.

2.2 Triângulo Retângulo e as Razões trigonométricas

Um triângulo é definido como Triângulo Retângulo quando um de seus ângulos internos é reto, ou seja, mede 90° (IEZZI, 2013). Podemos reconhecer alguns elementos no Triângulo Retângulo, portanto, os dois lados que formam o ângulo reto são chamados de catetos, e o lado oposto ao ângulo reto é chamado de hipotenusa. (ENRICONI; SEIBERT, 1997).

As relações estabelecidas entre os lados e ângulos triângulo retângulo são definidas como razões trigonométricas e assumindo três delas como básicas, seno, cosseno e tangente, pode-se estudar outras. Dado um triângulo retângulo, pode-se encontrar qualquer uma destas razões relacionadas aos ângulos internos, exceto para o de 90° (LINDEGGER, 2000).

Há muitas maneiras de encontrar os comprimentos dos lados ausentes ou as medidas dos ângulos em um triângulo retângulo. A resolução de problemas relacionados ao triângulo retângulo pode acontecer a partir das definições instituídas pelas razões trigonométricas ou pela aplicação do Teorema de Pitágoras. Este processo é chamado de resolução de um triângulo retângulo.

A resolução do triângulo retângulo pode ser útil à resolução de uma variedade de problemas do cotidiano, como a construção de uma rampa para cadeirantes, que não pode ser executada indiscriminadamente, pois deve obedecer a padrões pré-estabelecidos que possibilitem sua utilização por cadeirantes desacompanhados (ENRICONI; SEIBERT, 1997).

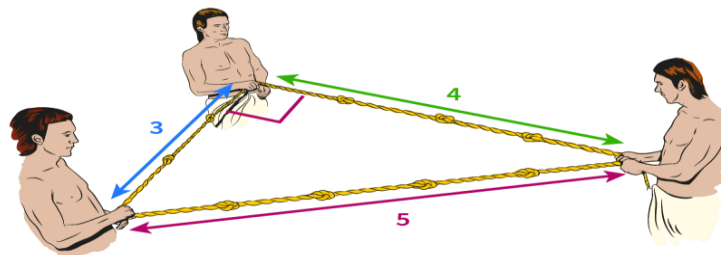
A partir dos lados do triângulo retângulo pode-se encontrar o valor de qualquer uma das razões trigonométricas, e para isso não necessariamente precisa-se de calculadora, caso não haja necessidade de encontrar valores exatos, quando valores aproximados são suficientes para resolução do problema em observação (LINDEGGER, 2000).

¹ O trabalho de Ptolomeu sobre trigonometria é considerado o trabalho mais significativo e importante da antiguidade. Para mais detalhes indicamos Leite (2016) no seu trabalho de conclusão de curso (TCC), Universidade Federal da Paraíba.

O triângulo retângulo é um polígono relevante, pois qualquer polígono pode ser decomposto em triângulos retângulos. Conhecidos pelo fato de os ângulos serem retos (90°), os triângulos retângulos são amplamente utilizados na engenharia e na arquitetura. Milhares de anos atrás, os egípcios usavam triângulos com lados 3, 4 e 5 para formar ângulos retos com cordas.

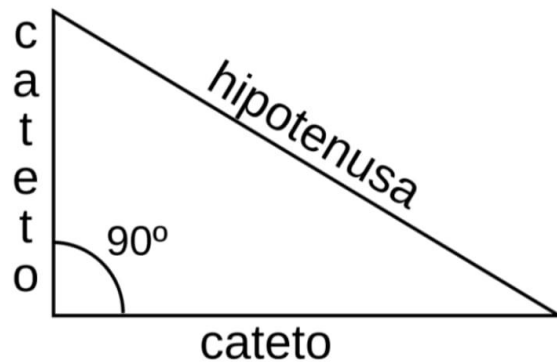
Segundo Contador (2008) o teorema de Pitágoras e o número π , embora não estejam presentes nos papiros conhecidos, talvez tenham sido usados mesmo que inconscientemente, pois topógrafos quando queriam dividir terras e medir ângulos retos, usavam a regra 3, 4 e 5, mas sem um conhecimento aprofundado da teoria, fato exemplificado na Figura 1.

Figura 1 - Egípcios formando o ângulo reto



Fonte: Derivando a Matemática

Na Figura 2 ilustra-se o triângulo retângulo, com caracterização de cada um de seus elementos. Seu maior lado é chamado de hipotenusa e seus outros dois lados, definidos anteriormente como catetos.

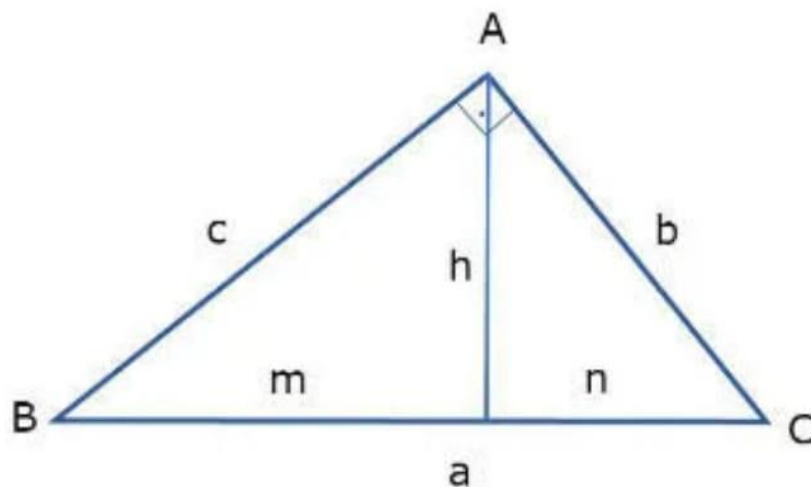
Figura 2 - Elementos do triângulo retângulo

Fonte: Lucas Rogério Masotti

Muito utilizado no cálculo de áreas, o triângulo retângulo tem área definida pela metade do produto dos seus catetos (lados menores).

2.3 Relações métricas no triângulo retângulo

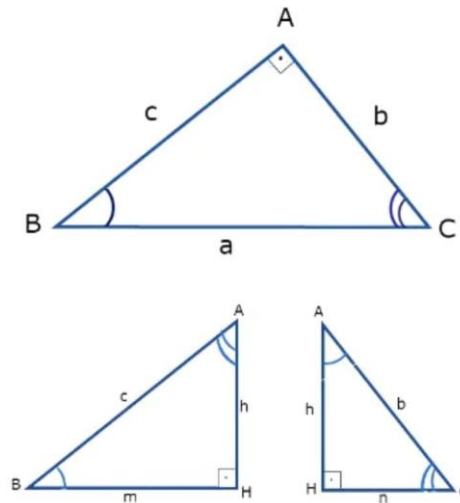
Uma aplicação da semelhança de triângulos é a relação métrica em triângulos retângulos, usando fórmulas inter-relacionadas para medir os lados e as alturas dos triângulos. As alturas relativas das hipotenusas de um triângulo retângulo ABC dividem-no em dois triângulos retângulos semelhantes a ele e entre si. Como podemos ver:

Figura 3 - Relações métricas entre triângulos

Fonte: Rosimar Gouveia

A representação dos triângulos no mesmo plano pode dificultar a comparação entre os triângulos formados a partir da divisão do triângulo maior, porém a utilização do material manipulável pode ajudar a superar esta dificuldade, portanto, apresenta-se na Figura 4 a dissociação das figuras afim de facilitar a visualização das relações de semelhança.

Figura 4 - Semelhança de triângulos



Fonte: Rosimar Gouveia

As relações métricas da semelhança de triângulos:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{HB}}{\overline{BA}} \rightarrow \frac{c}{a} = \frac{m}{c} \rightarrow c^2 = am \quad (\text{I})$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{HA}}{\overline{AC}} \rightarrow \frac{c}{a} = \frac{h}{b} \rightarrow ah = bc \quad (\text{II})$$

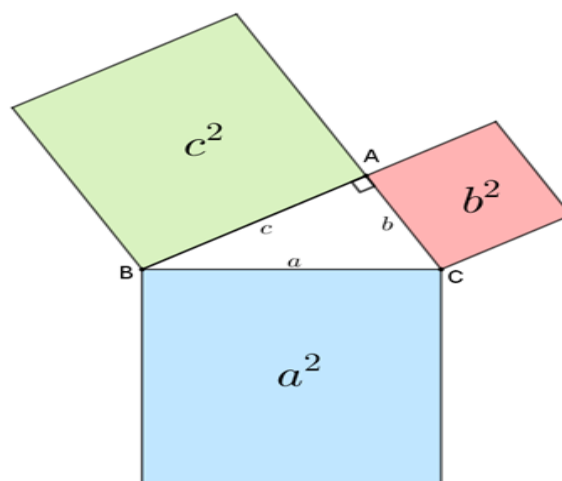
$$\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{HC}}{\overline{AC}} \rightarrow \frac{b}{a} = \frac{n}{b} \rightarrow b^2 = an \quad (\text{III})$$

$$\frac{\overline{HB}}{\overline{BA}} = \frac{\overline{HA}}{\overline{AC}} \rightarrow \frac{h}{m} = \frac{n}{h} \rightarrow h^2 = mn \quad (\text{IV})$$

Após realizar a soma do I e III obtém-se o Teorema de Pitágoras $a^2 + b^2 = c^2$, pois em um triângulo retângulo a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa.

Apresentação do Teorema de Pitágoras na forma algébrica talvez possa dificultar seu entendimento, no entanto, o uso do MDM pode auxiliar na compreensão de tal, com esse objetivo criou-se a Figura 5.

Figura 5 - Representação geométrica do teorema de Pitágoras



Fonte: Marcelo Lopes Vieira

Mesmo pessoas que não tem conhecimento minucioso no que diz respeito à Matemática, a menção a Pitágoras certamente ativa sua memória retomando lembranças do conhecido teorema de Pitágoras, portanto entendemos que este trabalho pode dar sentido ao que, muito provavelmente, foi decorado na época de estudante.

Para Leite (2016, p. 12) mesmo que o Teorema de Pitágoras tem seu nome é possível que tal “já fosse conhecido pelos babilônios”, no entanto, ele Pitágoras foi primeiro a demonstrá-lo.

2.4 Aplicações Cotidianas da Trigonometria

Pesquisas apontam que para facilitar a compreensão dos alunos e apropriação do conteúdo, o ensino da matemática deve estar articulado com situações voltadas para a resolução de problemas do cotidiano. Diante disso, podemos destacar a relevância do aluno compreender a aplicação prática da trigonometria.

Este ramo da matemática tem muitas aplicações, algumas podem ser reconhecidas facilmente e outras mais técnicas que utilizamos mesmo sem reconhecer. Elas vão desde problemas, como calcular a altura ou distância entre objetos, até o sistema de navegação por satélite (GPS), astronomia e geografia. Graças às funções seno e cosseno que compreendemos

o movimento da luz, vibração, som e pêndulos. Todos esses são exemplos de fenômenos periódicos harmônicos (MEDEIROS, 2012).

Outros campos da ciência e da engenharia fazem usos de conhecimentos da trigonometria e funções trigonométricas, em suas descrições, explicações e descobertas, dentre as quais destacamos: música, acústica, eletrônica, medicina (nas imagens médicas), biologia, química, meteorologia, engenharia elétrica, mecânica e civil, até economia. Enfim, as funções trigonométricas estão realmente ao nosso redor (MEDEIROS, 2012).

Desenvolvida principalmente para fins de navegação, a trigonometria é usada por sistemas de satélites e no campo da astronomia. Também utilizado nas indústrias aeronáutica e naval, levantamentos terrestres, oceanografia e cartografia tem como objetivo mensurar distâncias com precisão (BUGS et al, 2020).

Existem muitas aplicações diretas da trigonometria nas atividades da vida diária. Uma dessas aplicações é uma estrutura mecânica como um edifício ou uma ponte. A planta de seu plano envolve muitos conceitos trigonométricos onde são feitas as medições necessárias, permitindo assim determinar ângulos e lados desconhecidos, formando-se uma parceria perfeita na arquitetura moderna (WEGNER; BAUMGARTEN, 2019). Tendo em vista que suas aplicações também são usadas na produção musical. Durante a condução de ondas sonoras, as identidades trigonométricas seno e cosseno entram em jogo, onde suas leis básicas são aplicadas. Ela também é uma convidada silenciosa, quando condutores ou produtores medem as ondas sonoras. Em alguns casos, os painéis são usados para fazer as ondas sonoras rebaterem nas paredes (BUGS et al, 2020).

Tendo desempenhado um papel importante na imagem de computador é amplamente utilizado para gerar imagens detalhadas e complexas nas telas destas máquinas. O processo de geração dessas imagens é conhecido como triangulação. Neste processo, vários conceitos trigonométricos são usados (WEGNER; BAUMGARTEN, 2019).

Uma das aplicações mais famosas e importantes da trigonometria é a medição da altura de montanhas. A altura do muito popular Monte Everest também foi medida usando o conceito trigonométrico 'trigonometria e sombras' (WEGNER; BAUMGARTEN, 2019).

Alguns dos outros campos que usam trigonometria ou funções trigonométricas são Eletrônica, Biologia, Imagiologia Médica (Tomografia Computadorizada e Ultrassonografia), Química, Teoria dos Números, Criptologia, Metrologia, Oceanologia, Compressão de Imagem, Fonética, Economia, Engenharia (Elétrica, Mecânica, Civil), Computação Gráfica, Cartografia, Cristalografia e Desenvolvimento de Jogos (COSTA et al, 2009).

2.5 A utilização de materiais manipuláveis em sala de aula

Autores como, Januário (2008) e Lorenzato (2012) apontam o uso de materiais manipuláveis em sala de aula como alternativa para promoção de uma aprendizagem ativa e significativa com os alunos. A utilização desses materiais permite que os alunos visualizem e manipulem o objeto, promovendo melhor compreensão dos processos inerentes aos princípios mais abstratos da matemática (SILVA 2021). Através dos dados de rastreamento é possível verificar a evolução da compreensão dos alunos quanto ao assunto.

Considera-se que a utilização do material manipulável favorece o desenvolvimento da compreensão dos conteúdos pelos alunos e o potencializa (SANTOS, 2015).

Para Januário (2008, p.5) essa é uma prática metodológica que pode ser verificada perante

[...] análise de algumas publicações, é que desde a infância, utilizam-se objetos para representar alguns cálculos, conforme ocorre nas escolas de Educação Infantil, em que crianças aprendem de forma lúdica, manipulando objetos e fazendo associações. Porém, com o decorrer do tempo, professores e alunos distanciam-se dos recursos manipuláveis, gerando muitas vezes ensino e, conseqüentemente, aprendizagem sem significados, pois não há uma associação entre a teoria e a prática.

Dessa forma, entendemos o Material Didático Manipulável como ferramenta capaz de potencializar o desenvolvimento do aluno, uma vez que seu uso tende a despertar a curiosidade do mesmo, uma forma de deixar as aulas de Matemática mais atraentes.

Lorenzato comenta em *live* na plataforma *on-line* YouTube² sobre o processo de aprendizagem ao se referir como algo que pode ser classificado em níveis: ouvir/ver/manipular/falar/escrever, etc. Para o autor existem alguns tipos de professores, sendo eles: o mostrador de resultado “esse é do tipo quer mostrar para o aluno que ele sabe” e outro, do tipo que “propicia aprendizagem para o aprendiz, tendo em vista que o aluno é quem tem que construir passo a passo no seu ritmo, seu vocabulário, o que chamamos de compreensão”.

No decorrer da palestra ainda exemplifica alguns tipos de materiais que, em nossa compreensão, na sala de aula podem atuar como MDM, aqui destacamos: embalagem de sorvete (para aprendizagem de cálculo de volume do cone); uma pequena bola (para relacionar o volume da esfera com o volume do cilindro); objeto que possibilita visualizar o teorema de Pitágoras (com manipulação de material que se move entre os quadrados dos catetos e o quadrado da hipotenusa, possibilitando assim a visualização da igualdade entre as áreas); latinha de cerveja (volume do cilindro); cone de papelão e etc. além desses MDM supracitados

² Disponível no link <https://www.youtube.com/watch?v=ehnjzVwrDc&t=2616s>.

tem o que já é de nosso conhecimento como material didático, jogos, computador, material dourado entre e números outros. Como dito a uma vasta gamas de materiais didático que podem potencializar o ensino de Matemática.

Esse intelectual nos mostrou que com o uso de simples materiais podemos proporcionar aos nossos alunos uma aula de matemática satisfatória, a partir da manipulação, experimentação e investigação. Tendo em vista que o aluno possa construir seu próprio conhecimento.

Neste sentido, visando a utilização de MDM que corrobore com a aprendizagem de trigonometria para estudantes da educação básica, observou-se no teodolito potencialidades específicas para a construção de conhecimentos abordados na trigonometria.

O teodolito é um instrumento de precisão comumente utilizado em levantamento, para medir a altura de objetos que não podem ser medidos facilmente, como edifícios. Desta forma, elencamos algumas medições que podem ser realizadas com o uso do teodolito:

- Medir a altura de objetos como árvores;
- Voos de foguetes;
- Medir o ângulo formado pela elevação de uma árvore e o ponto no solo em que é feita a sua medição;

Usando trigonometria - a tangente do ângulo encontrado será igual à altura da árvore dividida pela distância ao qual você se encontra da árvore - você pode encontrar a altura da árvore. Ambos os exemplos contribuem como um recurso didático para explicar ao aluno o conteúdo, dá a eles a possibilidade de reconhecer que o conhecimento matemático não é puramente abstrato, mas tem uma aplicação prática.

2.6 Teodolito

O teodolito é um instrumento óptico que pode medir ângulos entre quaisquer pontos predeterminados ao longo de um plano horizontal e vertical. Tem sido tradicionalmente usado para levantamento de terrenos, mas também tem para a construção de edifícios e infraestruturas, bem como outras aplicações mais especializadas como meteorologia e lançamento de foguetes (ANDRADE de et al., 2017). A Figura 6 mostra um teodolito digital ou estação total como também é conhecido.

Figura 6 - Teodolito digital/Estação total



Fonte: Presidência Peru/Juan Pablo Azabache

O teodolito possui um telescópio que pode ser girado tanto na horizontal como na vertical e possibilitando leituras angulares que indicam a orientação do telescópio. Eles também podem ser usados para relacionar o primeiro ponto avistado através do telescópio com a detecção de outros pontos da mesma posição. Esses ângulos podem ser medidos com um incrível grau de precisão (até micro radianos ou segundos de arco). E a partir dessas leituras, pode-se traçar um plano ou colocar objetos de acordo com um projeto já existente.

Os teodolitos modernos evoluíram para o que é conhecido como “ estações totais ”, que permitem medir distâncias e ângulos eletronicamente e podem ser armazenados em um computador para processamento posterior (ANDRADE; OLIVEIRA; PEREIRA, 2018). Combinando as funções de um prumo óptico (também chamado de prumo) e um nível de bolha, incorporando um conjunto de círculos graduados que podem ser usados para determinar os ângulos horizontais e verticais, necessários para o levantamento, o prumo óptico garante que o instrumento seja colocado próximo à vertical exata acima do ponto de pesquisa, enquanto o nível de bolha embutido garante que o dispositivo esteja nivelado com o horizonte. Os círculos graduados (um vertical e um horizontal) permitem medir ângulos, para que você possa pesquisar pontos específicos (NASCIMENTO; SANTOS; SILVA, 2015).

Os teodolitos são usados principalmente para levantamento, mas também podem ser usados nas seguintes aplicações: Navegação; Meteorologia; Disposição de cantos e linhas de construção; Medição de ângulos de layout e linhas retas; Alinhamento de paredes de madeira; formando painéis; Colunas de encanamento ou cantos de construção (SANTOS, 2015). Os teodolitos podem ter muitas vantagens em comparação com outros tipos de instrumentos de nivelamento.

A trigonometria encontra suas raízes em problemas práticos enfrentados pelas pessoas no dia a dia. Os estudiosos sobre a luz da teoria, por outro lado, se esforçam para explicar e definir conceitos estabelecidos, usando linguagem científica.

2.7 Teodolito caseiro

A partir do conhecimento da teoria que fundamenta a construção e utilização do teodolito pode-se fazer algumas adaptações e confeccionar um Teodolito Caseiro, que ao ser utilizado em sala de aula pode ser reconhecido como um MDM. Os materiais utilizados podem ser reciclados e o resultado final não demandar alto custo.

A Figura 7 ilustra um teodolito caseiro confeccionado por mim³ usando os conhecimentos adquiridos quando trabalhava em uma marcenaria situada na cidade de Araguaína – TO. Como pode notar esse instrumento é bem rudimentar, tendo como matéria prima principal a madeira, essa encontrada no quintal de casa que aproveitamos, dobradiças de portas velhas encontradas pela vizinhança, parafusos, transferidor, sendo esse o único objeto que compramos, os demais foram uma garimpada na caixa de ferramenta, um verdadeiro processo de reciclagem. O que vai ao encontro com a compreensão de Lorenzato (2012, 2020) ao afirmar que o material didático não está limitado a produtos industrializados e construídos especificamente para o ensino de matemática. Neste mesmo sentido o autor afirma que o processo de construção do MDM também provoca aprendizagem.

Durante a construção do teodolito foi necessário falar com senhor que é dono de uma pequena movelaria para utilizar seus maquinários, mostrei um vídeo a ele que encontrei no *YouTube* e disse que planejava construir algo semelhante, ele se mostrou entusiasmado e ao mesmo tempo curioso, tanto que fez questão de auxiliar na confecção do teodolito. Após finalizar a construção do teodolito ensinei o dono da movelaria a manuseá-lo, ele disse: *que não imaginava, que como instrumento simples tivesse tal finalidade.*

³ A escrita em primeira pessoa se caracteriza por ser uma construção própria enquanto professor estagiário.

Figura 7 - Teodolito caseiro



Fonte: Registro do autor

Este teodolito tem uma altura de 1,45 m (um metro e 45 centímetros), deste modo descrevemos o material utilizado no processo de construção:

- 3 pedaços de tabua que forma o tripé de sustentação com as seguintes dimensões 1,20 x 6,7 x 2 (um metro e vinte centímetro de comprimento e seis vírgula sete de largura e dois de espessura);
- Base no formato hexagonal de lados 10 cm (dez centímetro) e 2 cm (dois centímetro de espessura);
- 2 pedaços de tabua em formato retangular 25 x 5 x 2 (vinte e cinco de comprimento e cinco de largura e dois de espessura);
- 1 pedaços tabua na forma retangular 23,5 x 2,2 x 2 (vinte e três vírgula cinco de comprimento e dois vírgula dois de largura e dois de espessura);
- 1 pedaço de tabua com 5 x 2,7 x 4 (cinco de comprimento e dois vírgula sete de largura e quatro de espessura);
- 4 parafusos de 3,5 x 30 mm (cabeça chata);
- 1 parafusos de ¼ e sua respectiva porca;
- 1 parafuso tipo francês de 5/16 e sua respectiva porca;
- 1 transferidor de 360°;
- 1 nível de bola.
- 1 laser

3. Procedimentos Metodológicos

No desenvolvimento de um trabalho científico é vital que se faça confirmação das informações contidas em qualquer pesquisa ou relatório científico, implementando procedimentos e mecanismos. Para Santos (2021, p.59) isso se aplica a qualquer campo das ciências, “naturais, exatas ou sociais”, esses são os princípios do método científico.

O método científico é reconhecido como um passo necessário à obtenção de informações, quando se trata de assuntos pertencentes às ciências naturais. Marconi; Lakatos (2003, p.83) asseguram que, “nem todos os ramos de estudo que empregam estes métodos são ciências”. Todos eles seguem um formato semelhante e usam termos comuns, “mas não há ciência sem o emprego de métodos científicos” (MARCONI; LAKATOS 2003, p. 83).

Na busca pelo avanço científico, áreas de pesquisa em desenvolvimento devem se sustentar na aplicação da metodologia científica considerando seus critérios característicos. Neste sentido, Santos (2021, p.59) afirma que, “a pesquisa na área de ensino de Ciências e Matemática, que por sua vez, faz parte do processo educativo, se enquadra no campo das Ciências Sociais”, e deve cuidar dos pressupostos estabelecidos pela área.

Nessa perspectiva, o mesmo autor afirma que, “a pesquisa na área de ensino de Ciências e Matemática, que por sua vez, faz parte do processo educativo, se enquadra no campo das Ciências Sociais” (SANTOS, 2021, p.59) e que “...o método científico em pesquisas na área de Ensino, requer uma metodologia específica, que atenda aos parâmetros que contribuem com a credibilidade e confiabilidade”.

Deste modo concordamos com a definição exibida por Marconi; Lakatos (2003, p. 83) na qual se referem ao método científico como sendo um “conjunto das atividades sistemáticas e racionais que, com maior segurança e economia, permite alcançar o objetivo - conhecimentos válidos e verdadeiros -, traçando o caminho a ser seguido, detectando erros e auxiliando as decisões do cientista”, sendo que estes são adaptáveis à realidade do contexto de investigação.

Neste capítulo, portanto, apresentamos a atividade sistemática, racional definida acima por Marconi; Lakatos (2003), adotada na realização desta pesquisa, que constitui a forma como se estabelece o trabalho científico, organizado por teoria e argumentos de sustentação, cientificamente válidos, que podem apoiar a descoberta de evidências e usar a inteligência para buscar engenhosidade nessa estrutura para que, apoiada em um teodolito caseiro, possa dar alguma contribuição ao processo de ensino de trigonometria.

3.1 Abordagem

A pesquisa na área de ensino de Matemática, segundo Santos (2021), exige elevado nível de complexidade, pois trata-se não só de ensino, mas de aprendizagem matemática que já é um constructo complexo, portanto não pode ser facilmente medido em termos de tamanho ou quantidade, esse campo depende da coleta de dados que não se aplica a dados estatísticos. Segundo Santos (2021, p. 60)

[...] este fator exige que a abordagem do pesquisador seja direcionada à qualidade específica da variável em tratamento, o que a torna uma pesquisa qualitativa. No entanto, vale ressaltar que em pesquisas da mesma área também utilizam-se de uma metodologia que leva em conta tanto a qualidade como a quantidade de determinadas variáveis.

Várias ferramentas, incluindo tipos de observações e entrevistas, são empregadas nos métodos de pesquisa qualitativa. Normalmente, um grupo de participantes é usado para desenvolver uma característica comum. O trabalho de Yin (2016) destaca a importância dessa abordagem, enfatizando sua profundidade e amplitude.

A diversidade do que se chama pesquisa qualitativa, devido a sua relevância para diferentes disciplinas e profissões, desafia qualquer um a chegar a uma definição sucinta. Uma definição muito curta parecerá excluir uma ou outra disciplina. Uma definição muito ampla parecerá inutilmente global. Na verdade, o termo pesquisa qualitativa pode ser como os outros termos do mesmo gênero – por exemplo, pesquisa sociológica, pesquisa psicológica, ou pesquisa educacional. Dentro de sua própria disciplina ou profissão particular, cada termo implica um amplo conjunto de pesquisa, abrangendo uma diversidade de métodos altamente contrastantes (YIN, 2016 p. 27).

Yin (2016, p. 24) faz a seguinte afirmação “a pesquisa qualitativa continua sendo um campo multifacetado de investigação, marcado por diferentes orientações e metodologias”, os estudos qualitativos referem-se a um exame aprofundado de um determinado assunto. Estes estudos estão definidos como qualquer estudo que enfoca um fenômeno ou assunto específico e é de natureza qualitativa referido como objeto de um estudo qualitativo e criar um trabalho que atenda aos padrões da investigação científica, aderindo aos parâmetros definidos para qualquer investigação científica, cuidados e atenção adequados são necessários.

Para compreender adequadamente este trabalho, é preciso entender os métodos utilizados para investigá-lo. A consideração dessas ideias levou à criação deste trabalho. Sustentar as características da pesquisa qualitativa em desenvolvimento é crucial para este trabalho, “a pesquisa qualitativa abrange condições contextuais – as condições sociais, institucionais e ambientais em que as vidas das pessoas se desenrolam” (YIN, 2016, p. 28). entretanto, apresentamos os relatos dos participantes que compartilharam seus pensamentos e

perspectivas sobre o uso de Teodolito Caseiro como uma ferramenta para auxiliar no ensino de trigonometria.

Segundo Yin (2016, p. 28) “a pesquisa qualitativa difere por sua capacidade de representar as visões e perspectivas”. A pesquisa visa combinar a teoria com a vida cotidiana, examinando como os teodolitos caseiros ajudam os alunos a praticar trigonometria nas aulas de Matemática. Portanto, empregar uma abordagem qualitativa para explorar como essa ferramenta beneficia os alunos em educação Matemática é uma decisão justificável. Ao fazer isso, esperamos tornar aprendizagem mais acessível e significativa para os alunos, enquanto praticamos aplicações do conteúdo que aprendem em situações que podem ou não fazer parte do seu cotidiano, mas que são perceptíveis por onde andam.

Antes de selecionar um método de pesquisa, o pesquisador deve primeiro considerar vários critérios. Isso inclui o objetivo pretendido da abordagem e os tipos de pesquisa mais viáveis para alcançá-lo. Após definir uma abordagem, Santos (2021, p. 61) afirma que, “o pesquisador deve assumir o tipo de pesquisa que o conduzirá a possibilidades de solução à sua problematização”. Isso porque o objetivo que ele busca alcançar precisa ser considerado a forma mais conveniente de alcançá-lo.

3.2 Instrumentos de produção de dados

Durante algumas aulas com uso do instrumento teodolito caseiro, observou-se abrangência das ideias e dos assuntos estudados. Listamos alguns desses tópicos: trabalho coletivo, diálogo, cooperação, interação, aprendizagem lúdica, resolução de problemas e aplicação no cotidiano.

Diante de um espaço repleto de informações diversas, é necessário que o pesquisador se concentre em suas questões de pesquisa, focando-se na teoria por trás da pesquisa e se prepare para as possíveis adversidades do ambiente real, que não é especialmente preparado para a pesquisa. Além dos aspectos acima, um código de ética é condição necessária para a realização da investigação.

Com uma melhor compreensão dos requisitos para o desenvolvimento de dados, passamos a identificar suas fontes. Portanto, as apresentamos: Observação participante; Caderno de campo, e; Questionário; para em seguida discutir brevemente nossa compreensão de cada uma, assim, apresentamos estes tópicos e sua aplicação no desenvolvimento desta pesquisa.

3.2.1 Observação participante

A observação é uma prática de captação de informações usada em amplitude em pesquisas qualitativas. Perante a variedade de tipos de observação faremos uso da que, Yin (2015, p.119) chama de *Observação participante*, nesse contexto você não é apenas um espectador do processo, mas, “em vez disso, você pode assumir vários papéis na situação do trabalho de campo e participar realmente das ações sendo estudadas”.

Para Yin (2015) a observação participante acarreta ocasiões raras para reunir informações, mas também pode esconder obstáculos. Nesse mesmo contexto Marconi; Lakatos (2003, p. 194) apresentam como um dos obstáculos para o observador participante o “fato de exercer influência no grupo, ser influenciado por antipatias ou simpatias pessoais, e pelo choque do quadro de referência entre observador e observado”. Marconi; Lakatos (2003) aponta modalidade de observação participante: Natural em que o observador faz parte do mesmo ambiente investigado.

E na busca por alcançar nosso objetivo que descrevemos outro instrumento de produção Caderno de Campo.

3.2.2 Caderno de campo

Para Charlton (2010) os cadernos de campos são diferentes de agendas, pois não há restrições quanto ao uso das páginas e o usuário pode estar a vontade para registrar as observação que corroborem com a investigação. A arte de escrever muitas vezes envolve exercícios de deslocamento que permitem resultados imprevisíveis. Com a ajuda de diversas ferramentas e a orientação de um instrutor qualificado, tanto a prática contínua quanto a descontínua são utilizadas para obter uma sensação de fluidez e coerência no trabalho escrito. Essa abordagem pode resultar em uma ampla gama de estilos de escrita, incluindo aqueles que podem se desviar de estruturas mais tradicionais.

Segundo Magnani (1997, p. 3) caderno de campo pode ser considerado como uma ferramenta de pesquisa.

[...]Ao registrar, na linha dos relatos de viagem, o particular contexto em que os dados foram obtidos, permite captar uma informação que os documentos, as entrevistas, os dados censitários, a descrição de rituais, - obtidos por meio do gravador, da máquina fotográfica, da filmadora, das transcrições - não transmitem.

Ainda segundo Magnani (1997, p. 3) “Caderno evoca e supõe um estado de aprendiz, daquele que, por nada saber, tudo anota, não deixa passar nada”. Esse deve ser um cuidado em que os iniciantes têm que se tomar.

Considerando a evidência de que as organizações possuem um processo de aprendizagem que cultiva uma vantagem competitiva e permite antecipar as consequências de suas ações em relação ao resultado pretendido, um conceito em discussão é a natureza cíclica desse processo. Este sistema facilita uma abordagem orientada para a ação, que então leva a uma discussão para refinar ainda mais o procedimento de aprendizagem (IOZZI, 1997).

Apoiado pelas teorias destes autores e tendo ciência das vantagens e desvantagens que são empregadas por esse método de pesquisa e com o objetivo de mostrar confiabilidade e veracidade que se pautamos nas teorias citadas a priori.

3.2.3 Questionário

Diante da vasta variedade de técnicas que são utilizadas na produção de dados, o questionário talvez seja uma das mais expressivas. Definida por Gil (2008, p. 121) como sendo uma “técnica de investigação composta por um conjunto de questões que são submetidas a pessoas com o propósito de obter informações sobre conhecimentos, crenças, sentimentos, valores, interesses, expectativas, aspirações, temores, comportamento presente ou passado”.

Assim, esta técnica de recolha informação da realidade é valia para nós nesta investigação, quer ao nível da aprendizagem, quer do questionamento à sua volta, e sendo a base sobre a qual se constrói este trabalho. Lembrando-se que a descrição detalhada do questionário se destina a transmitir a objetividade da pesquisa.

Segundo Gil (2008), uma característica importante da utilização desse método de pesquisa é a capacidade de atingir uma maior extensão territorial e, conseqüentemente, um maior número de participantes. Isso ocorre porque você pode enviar o questionário ao participante.

Apoiado à teoria de Gil (2008), desenvolvemos dois questionários, um para os alunos participantes do estudo e outro para o professor da turma. Durante a elaboração destes questionários foi utilizada a plataforma *Google Forms*, incluímos as questões elaboradas e em seguida enviamos o *link* para um grupo de *WhatsApp* que criamos para isso, incluindo todos os participantes do estudo. Ao clicar no *link*, eles têm acesso imediato ao questionário para que possam respondê-lo.

4. Desenvolvimento e Análise da Ação Pedagógica

Para tratamento de dados desta pesquisa assumimos pressupostos da Análise Textual Discursiva (ATD) definida por Moraes; Galiuzzi (2006, p. 120), como a técnica que requer disciplina e rigor, além da alegria do trabalho, a criatividade e originalidade, pois a “construção do novo é sempre insegura, exigindo ao máximo a criatividade, processo ao mesmo tempo rigoroso, prazeroso e gratificante”. Devido à sua versatilidade a ATD requer o entendimento do seu usuário, que no decorrer do processo poderá sofrer alterações.

No trabalho com ATD o pesquisador deve mergulhar de cabeça no estudo, tirando suas próprias conclusões e forçando suas ideias sobre o material. Ele também deve refazer periodicamente as mesmas seções repetidamente, a fim de melhorar seus resultados. Para Moraes; Galiuzzi (2006, p.122) neste método permite ao pesquisador a,

[...] capacidade de observar e de refletir é consequência da operação do sujeito como sistema vivo, sistema auto-poiético, fundamentado na linguagem, possibilitando permanentes reconstruções de elementos anteriormente construídos. O contato com a realidade, feito pela linguagem, exige interpretação do sujeito, em que este precisa deixar sua marca. É impossível observar os fenômenos de fora. Concorde-se com Moraes (2004, p. 242) quando afirma que “sabemos por experiência própria, que em toda tradução existe alguma traição e que em toda interpretação existe reconstrução por parte daquele que interpreta”. Isso se aplica muito apropriadamente à análise textual discursiva, pois “é impossível fazer uma pesquisa na qual se almeje a neutralidade do pesquisador e a objetividade da análise. Toda análise é subjetiva, fruto da relação íntima do pesquisador com seu objeto pesquisado”

Ainda de acordo com Moraes; Galiuzzi (2006, p. 122) “O processo da análise textual discursiva é um constante ir e vir, agrupar e desagrupar, construir e desconstruir”. De antemão entende-se que o processo de construção da aprendizagem, constitui na arte de se movimentar perante as adversidades que se encontra durante sua elaboração, como afirma Moraes; Galiuzzi (2006, p.122) “é um processo em que o pesquisador movimenta-se com as verdades que tenta expressar”. A ATD esclarece as ideias inerentes a um processo por meio de lacunas emergenciais que são criadas por sua organização.

Reconhecendo a importância da sustentabilidade em nossa pesquisa, damos o devido crédito aos participantes que desempenharam um papel integral em seu desenvolvimento. Portanto, a seção seguinte compreende um relato detalhado sobre os participantes da pesquisa.

4.1 Participantes da pesquisa

Tendo em vista que essa pesquisa foi realizada durante o estágio supervisionado, na disciplina de Estágio III, do Curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal do Norte do Tocantins (UFNT) na qual a unidade concedente foi uma escola da rede estadual de ensino, situada no município de Araguanã – TO, essa pesquisa teve como público-alvo uma das turmas da 2ª série do ensino médio matutino, formada por 28 (vinte e oito) alunos, na faixa etária dos 17 anos, sendo que os mesmos são residentes da zona urbana. Os estudantes oriundos da zona rural são locados nas turmas do período vespertino.

Dos 28 alunos que formam a turma 23 (vinte e três) frequentam regularmente as aulas e desse quantitativo apenas 16 (dezesesseis) participaram da pesquisa. Devido os feriados que antecederam as aulas. Em uma conversa com a professora titular ela me disse que: *quando tem feriados antecedentes e posteriores as aulas poucos são os alunos que vem para escola.*

Após um diálogo com a professora regente da turma ficou decidido que dividiríamos a sala em dois grupos, e que apresentaríamos aos alunos o instrumento Teodolito, falando de suas finalidades. Durante apresentação fez-se perguntas aos alunos, sendo elas: Se algum deles já conhecia o teodolito? Ou se já tinham visto algo semelhante? Um dos alunos disse que: “já tinha visto algo semelhante, mas não fazia ideia do que era ou pra que servia”.

Em seguida realizou-se outra pergunta para turma: Se no trajeto deles até a escola, eles não tinham visto os trabalhadores que faziam a manutenção da rodovia dentro e fora da cidade utilizando tal objeto? Logo vários alunos responderam que “sim”. Seguimos aula com esse diálogo entre professor e aluno e entre eles mesmo.

As observações não foram restritas somente as atividades em sala, mas também se expandiu para o ambiente extraclasse, que será exposto adiante, assim concordamos que “estas observações podem ser tão valiosas que você pode até mesmo considerar fotografar o local do trabalho de campo” (YIN, 2015, p. 119). Seguindo tal orientação citada, criamos as Figuras que complementam este capítulo.

4.2 Categorização

Orientados pelos teóricos citados supracitados, entendemos que o aprendizado se dá aliando teoria e prática, possibilitando ao aluno a construção do conhecimento. Nesta perspectiva, as observações iniciais fizeram emergir duas categorias a serem analisadas, enquanto a terceira pode ser notada no decorrer das práticas pedagógicas.

Desta forma, determina-se a primeira categoria de análise: **a construção do teodolito.** Nesta abordagem, pretende-se demonstrar a participação e empenho dos alunos na realização da atividade.

Nesse processo, o professor desempenha um papel diferente do que é empregado no âmbito do ensino tradicionalista, o qual o aluno é visto como um receptor do conhecimento que lhes é transmitido.

No movimento observado nesta unidade, professor e estudante passam a se comprometer com o aprendizado de tal forma que seus papéis, durante o desenvolvimento da atividade proposta, se sobrepõem. Nesta perspectiva concordamos com que Santos; Costa; Alves (2020, p. 259) afirmam que, “tais papéis são indissociáveis e possuem outras compreensões, não havendo espaço para descrevê-los separadamente, uma vez que cada atitude ou intervenção do professor gera uma ação do estudante, levando este à aprendizagem”.

Com base nesse entendimento, destacamos a segunda categoria de análise desta pesquisa: **utilização do teodolito nas aulas de matemática**. Dada a possível contribuição de tal objeto para a compreensão de conceitos matemáticos aplicados. O teodolito é utilizado na prática da trigonometria, mas pouco em sala de aula. Por isso, se fez necessário uma demonstração de como utilizar a ferramenta teodolito caseiro para os alunos, que posteriormente se responsabilizariam pela manipulação da mesma.

Nessa perspectiva, dentro do processo de aprendizagem para Santos; Costa; Alves (2020, p. 259) o docente continua exercendo o papel importante, “No entanto, com uma mudança de postura, deixando aquela praticada na sala de aula tradicional, para assumir uma condição de estimulador do pensamento e interventor no processo ao notar que pode potencializar a aprendizagem”.

Concluimos a discussão apresentada deste capítulo com apresentação de resultados que explicitam a percepção do professor e dos alunos quanto ao uso do teodolito caseiro no ensino de trigonometria. Entendemos o *feedback* dos participantes da pesquisa sendo um aspecto de relevância no processo formativo do professor de Matemática que pretendo ser. Deste modo apresenta-se a seção: **Percepção Docente e Discente do uso do Teodolito nas aulas de Matemática**.

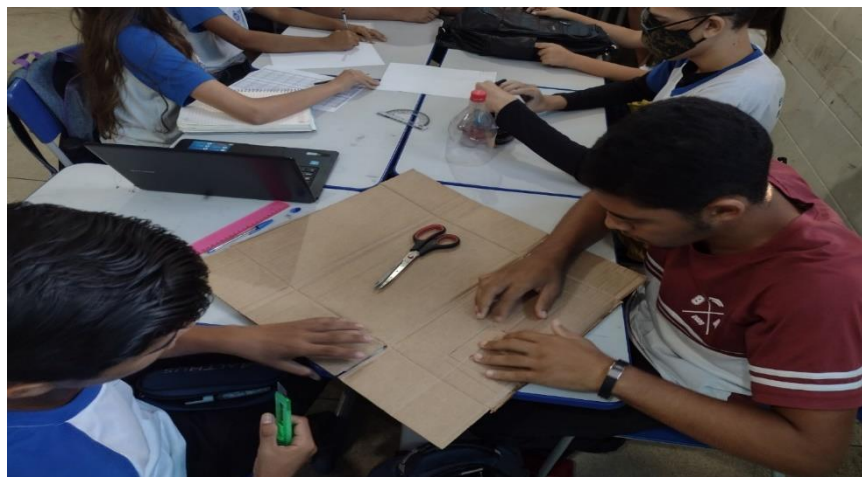
Sob a orientação dos teóricos que fundamentaram esta investigação, desenvolveu-se o diálogo apresentado nos seguintes temas, buscando conexões entre teoria e observação, tendo em vista que cada tema envolve uma unidade de análise.

4.3 Construção do Teodolito

A ação pedagógica desenvolvida sugere que a discussão dos dados produzidos obedeça a ordem cronológica dos acontecimentos, portanto iniciamos etapa a partir da construção do teodolito.

Como mencionado anteriormente a sala foi dividida em dois, a figura 8 mostra o grupo 1. Sendo eles estudantes da 2ª série do ensino médio da Escola Estadual Machado de Assis do município de Araguañã-TO, durante o processo de construção do teodolito, depois de terem recebido as instruções necessárias para realizar atividade proposta.

Figura 8 - Alunos construindo teodolito



Fonte: Registro do autor

No decorrer dessa atividade observou-se alguns elementos que destacamos: coletividade, cooperação, diálogo, foco, envolvimento e aprendizagem. Sabemos que ensinar matemática é algo desafiador, neste sentido, Zilkha (2014, p. 8) afirma que, “é um desafio diário para professores que encontram muita resistência por parte de seus alunos”. Nesse sentido, Lorenzato (2012) diz que a implementação de novas metodologias é indispensável, tendo convicção que todo o foco do processo seja o aluno.

Para promover habilidades, pensamento crítico e melhorar o desempenho cognitivo em Matemática, é crucial utilizar materiais apropriados em sala de aula. Uma dessas ferramentas é o teodolito caseiro, que o professor pode utilizar para dar instruções mais claras e envolventes, desmistificando o assunto. Isso é particularmente importante, pois ensinar matemática pode ser uma tarefa assustadora para os educadores.

Segundo (BELTER. *et. al.* 2018) “as dificuldades encontradas no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, as quais, muitas vezes, são desencadeadas pelo desgosto à disciplina”. Objetivo do uso desse instrumento é auxiliar o aluno no desenvolvimento do seu conhecimento. podendo o mesmo ser construído na sala de aula pelos alunos, devido sua confecção ter um custo financeiro baixo, dispendo da utilização de materiais recicláveis. Bem como permitir ao aluno fazer investigação matemática e elaborar questões, tema que será abordado mais adiante.

Em determinado momento da atividade integrantes de um do grupo discutiam entre si, pois um membro tinha dito “que o transferidor era um compasso”, então a professora titular pediu que eu explicasse o que era um transferidor. Seguimos a partir deste questionamento: “o que seria um transferidor?”. Chama atenção este fato de os estudantes não saberem diferenciar dois instrumentos básicos e tradicionais para o ensino de matemática, entretanto, vale ressaltar é que esses alunos passaram dois anos sem frequentar o ambiente escolar, devido a pandemia causada pela COVID-19, isso pode justificar o ocorrido. Isso nos levou a crer que possivelmente surgir mais questões, mas que ficaram restritas aos grupos pois como dito anteriormente a sala foi dividida em dois grupos. Percebemos que a capacitação dessa indagação levantada dentro deste grupo só foi possível pela proximidade da professora titular do grupo em questão. No entanto surgir algumas inquietação, mas no que se refere a construção do teodolito por exemplo: com que altura devemos fixar o transferidor da base? Como devemos posicionar a haste da mira? Nesse ritmo conseguimos orientá-los no sentido de dá continuidade na construção do teodolito.

Portanto, podemos dizer que os mesmos deram um salto na sua vida escolar, saindo do 8º ano do ensino fundamental para a 2ª série do ensino médio. Tendo em vista que durante o período em que estavam afastados da escola, e que o método de ensino adotado pela foi o dirigido, onde os pais ou responsáveis a cada 15 dias (quinze dias) iam até a unidade escolar buscar o material de estudo de seus filhos.

Figura 9: Tomando nota do processo de construção do teodolito

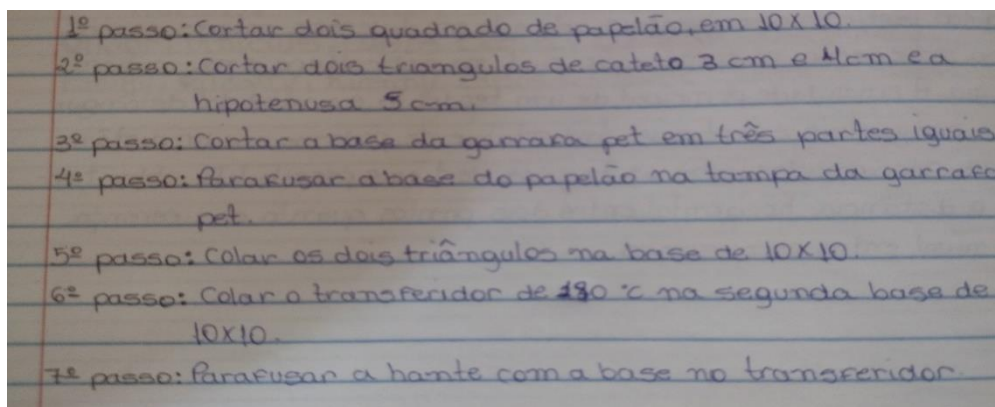


Registro: próprio autor

A Figura 8 ilustra os estudantes tomando nota do processo de construção do teodolito caseiro/rudimentar, atividade essa desenvolvida durante a aula. Os próprios alunos definiram

os papéis de cada um durante a elaboração da atividade, dessa forma todos contribuíram no desenvolvimento da mesma.

Figura 10: Passo a passo da construção do teodolito



Registro: próprio autor

A Figura 9 ilustra cada passo adotado na construção do teodolito, destacado pelo grupo 1. Pode-se ver claramente que no processo de construção os alunos já passam a fazer uso de alguns conceitos matemáticos como: o triângulo pitagórico 3, 4 e 5, figuras geométricas e a proporcionalidade que pode se notar quando eles cotam a garrafa em partes iguais. Dessa forma os estudantes já vão se familiarizando com o conteúdo matemático.

4.4 Utilização do Teodolito nas aulas de Matemática

O ensino da matemática é um desafio diário para os professores dessa disciplina. Sendo ela considera o calcanhar de Aquiles o temor dos estudantes, sabe-se também que muitas vezes o próprio professor torna a disciplina assustadora. Seguindo essa ideia Lorenzato (2012) defende a implementação de novas abordagens no tratamento da disciplina, com o propósito de deixá-la mais atraente para os alunos, ao invés de se restringir a aula tradicional. Lorenzato (2012, p. 40) pontua ainda que:

[...] as novas demandas sociais educativas apontam para a necessidade de um ensino voltado para promoção do desenvolvimento da autonomia intelectual, criatividade e capacidade de ação, reflexão e crítica pelo aluno. Para tanto, faz-se necessário a introdução da aprendizagem de novos conhecimentos e de metodologias que, baseadas na concepção de o aluno deve ser o centro do processo de ensino-aprendizagem, reconheça, identifique e considere seus conhecimentos prévios como ponto de partida e o prepare para realizar-se como cidadão em uma sociedade submetida a constate mudanças.

Entendemos, a partir deste pressuposto, que o uso do teodolito caseiro em sala de aula, contribui com a aprendizagem, tendo em vista a sua aplicabilidade na aula, onde os estudantes

podem construir seu próprio instrumento de aprendizagem, e conseqüentemente colocar em prática os conceitos Matemáticos adquiridos. A utilização deste recurso tende a proporcionar aos alunos uma aula mais significativa, pois facilita a abstração do assunto, uma vez que, manipulação do teodolito atribuiu uma melhor cognição sobre o conceito de razões trigonométricas, pois o mesmo possibilita aos estudantes pôr em prática seus conhecimentos.

Na aula seguinte, após finalizar a confecção do teodolito, chegou a hora de praticar Matemática com este instrumento. No primeiro momento essa aplicação foi realizada dentro das dependências da unidade escolar, pois o tempo não permitiu que fossemos para outro espaço, por esse motivo se fez necessárias três aulas para concluir atividade. Então decidimos descobrir a altura aproximada de uma determinada estrutura dentro da escola.

Figura 11 - Colocando em prática



fonte: professora Elaine/Instagram @eemaaraguana

Figura 12 - Orientando para onde direcionar a mira



Registro: próprio autor

As Figuras 10 e 11 ilustram o momento em que um grupo de alunos está recebendo orientações de como manusear o teodolito, essa etapa da atividade se deu dentro do ambiente escolar. Aqui os alunos fizeram a coleta de dados, que posteriormente seriam usados nos cálculos matemáticos, ou seja, razões trigonométricas dentro da sala, para chegar ao resultado procurado.

Com o intuito de descobrir a altura de uma determinada estrutura, guiados pelos conceitos de razões trigonométricas, seno, cosseno e tangente. Esse foi o momento em que eles colocaram em prática os conhecimentos adquiridos recentemente na disciplina. Após realizar a coleta de dados necessárias o grupo foi conduzido de volta sala de aula, e foram realizar os cálculos.

Figura 13 - Cálculo realizado pelo grupo 1

The image shows a student's handwritten work on lined paper. On the left side, under the heading 'Dados:', the following values are listed: $a = 22^\circ$, $d = 7,94$, and $P = 1,40$. On the right side, the student uses the tangent function: $tg = \frac{CO}{ca}$. They then substitute the values: $tg = \frac{0,424}{7,94} = \frac{X}{7,94}$. Solving for X, they find $X = 3,36$. Finally, they add the previously measured height P to X: $X = 3,36 + 1,40 =$ and conclude with $X = 4,76 \text{ m.}$

Registro: Próprio autor

A Figura 12 apresenta o cálculo detalhado feito pelo grupo, que buscava descobrir a altura de uma determinada estrutura dentro da escola. À esquerda estão descritos os dados coletados com uso do teodolito. Após essa fase de “teste” ficou combinado com a turma que na semana seguinte eles iriam realizar uma atividade de campo utilizando o teodolito.

Figura 14 - Aluna fazendo ajuste da mira

Fonte: professora Elaine/Instagram @eemaaraguana

A Figura 13 apresenta uma aluna utilizando o teodolito construído por eles em sala de aula, essa atividade foi realizada em uma praça próxima a escola, aqui eles coletaram os dados para descobrir a altura da igreja católica da cidade de Araguaã - TO. Essa aluna se posicionou com seu teodolito a uma distância de 15,90 (quinze metros e noventa centímetros) da igreja, em seguida fez a mira ou tiro ao ponto desejado como podemos ver na figura. Após realizar a coleta de dados voltamos para dentro da unidade escolar e em sala o grupo foi fazer os cálculos necessários para descobrir a altura da igreja, vale lembrar que foi disponibilizado para cada grupo uma tabela trigonométrica, que auxiliou os alunos na realização dos cálculos.

Figura 15 - Cálculo realizado

$$\begin{aligned} 0,700 &= X \\ 15,90 \\ X &= 11,13 \\ X &= 11,13 + 1,40 \\ X &= 12,53 \text{ m.} \end{aligned}$$

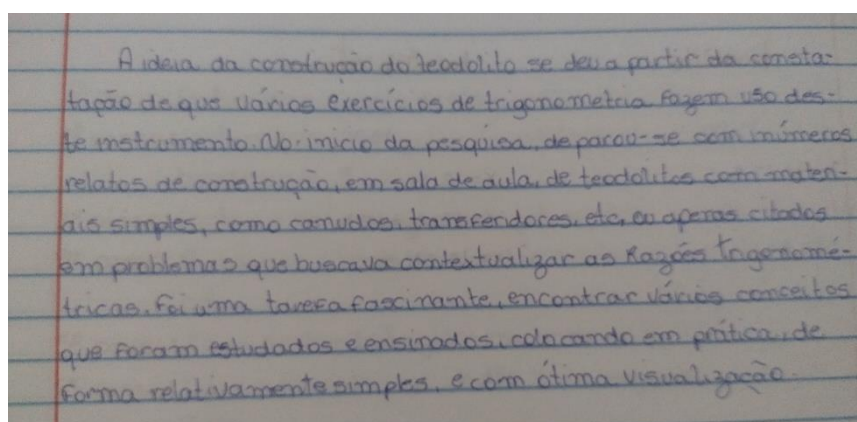
Registro: Próprio autor

A Figura mostra o cálculo detalhado realizado pelos alunos ao qual tinham como objetivo descobrir a altura da igreja. Aqui a altura do teodolito é de 1,40 m, a distância é de 15,90 m, e o ângulo é de 35° graus e assim como no cálculo anterior eles utilizaram a razão trigonométrica, (tangente igual cateto oposto sobre cateto adjacente).

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{C.O}{C.A}$$

Após todo esse processo foi designado aos grupos que eles buscassem saber mais sobre o teodolito, essa parte da atividade eles realizaram em casa, pois não havia tempo suficiente para tal atividade, além disso a escola não dispõe de laboratório de informática para realização da tarefa e o uso de celulares é proibido.

Figura 16 - Pesquisa feita pelo grupo e suas constatações



Registro: Próprio autor

A Figura 15 mostra as constatações dos alunos do grupo em relação ao uso do teodolito como instrumento de apoio. Podemos ver o quanto eles gostaram e se identificaram com a abordagem que foi utilizada na aula, pois tiveram a oportunidade de pôr em prática os conceitos adquiridos de forma simples, através da experimentação da manipulação e da construção.

Entendemos que essas são condições, quando alinhadas a parte teórica, permitem ao aluno uma aprendizagem mais relevante, tendo em vista, que eles passaram por todo um processo de construção do conhecimento sendo eles: parte teórica, visualização, construção, experimentação prática e aplicação na vida real, aspectos que convergem às afirmações de Lorenzato (2012). Dessa forma, o aluno passa construir seu próprio conhecimento uma vez que ele é foco central, e professor faz o papel de condutor, estimulando a desenvolver suas concepções diante do que lhes propostos.

As anotações realizadas pelo outro não foi possível ser mencionadas nesta pesquisa pelo seguinte fato, devido os participantes deste grupo não entregar suas transcrições sobre atividade em questão. Mas todos os 16 (dezesesseis) alunos que responderam o questionário realizaram tal atividade, juntamente com a professora titular cobramos o grupo que entregassem suas anotações, mas os mesmo sempre tinha uma desculpa para dá do tipo: o aluno responsável pela

a escrita da atividade não finalizou, não passou a limpo ou esqueceu trazer para aula eles sempre deram alguma desculpa, e de fato não apresentaram sua atividade como era para ser. No entanto o processo de construção realizados por eles foi semelhante ao do que destacamos a diferença foi o transferidor utilizado, pois um grupo utilizou o de 180° e outro o de 360° graus, os demais passos adotados são praticamente os mesmos. Como pode se ver na Figura 17, onde aluna está manuseando o teodolito.

Figura 17 - Aluna manipulando o teodolito



Registro: Próprio autor

A uma curiosidade entre os dois teodolitos que é como encontrar o ângulo que será utilizado na realização do cálculo, pois diferentemente do utilizado pela aula do grupo 1 na figura 14, esse requer um certo cuidado pois o ângulo que se encontra ao fazer a mira terá a finalidade de descobrir o ângulo que será utilizado para encontrar a altura do objeto em questão. Isso porque o ângulo obtido ao fazer a mira é que o observador estivesse no topo da estrutura que ele quer descobrir altura ou seja na vertical, para descobrirmos altura desta estrutura precisa-se conhecer o ângulo visto na horizontal exemplo: utilizando-se do da figura 17 obtemos o seguinte ângulo 68° a uma distância de 7,94 metros e queremos saber altura desta estrutura, sabendo que a soma dos ângulos interno de um triângulo é igual a 180° .

A partir desta informações e sabendo que estamos trabalhando com triângulo retângulo portanto já se sabe que o ângulo reto é igual 90° . Agora para encontrar o ângulo que faremos uso nos cálculo onde o objetivo é descobrir altura da estrutura realizaremos primeiro a seguinte

operação: $x + 90^\circ + 68^\circ = 180^\circ$ desta forma isolamos o $x = 180^\circ - 158^\circ$ logo $x = 22^\circ$. Agora conhecendo o ângulo podemos realizar os cálculos como pode ser visto na figura 13. A figura 14 mostra aluna do grupo um utilizado o teodolito que tem o transferidor de 360° sendo que eles construíram o teodolito que usa o transferidor de 180° . Isso ocorrer pelo fato de que na hora de realizar os cálculos eles teriam que fazer a operação descrita no paragrafo

anterior, eles não estavam conseguindo processar essa parte então todos optaram em fazerem uso dos mesmo instrumento.

4.5 Percepção Docente e Discente do uso Teodolito nas aulas de Matemática

Com o objetivo de conhecer a percepção dos participantes desta pesquisa foi elaborado um pequeno questionário, onde levantamos questões sobre a utilização do teodolito em sala de aula. Assim criamos quadro 1.

Quadro 1: Questionando os alunos sobre aula

Unidade de análise	Questões
Alunos	(1) Você conseguiu identificar, durante a construção e utilização do teodolito, algum conteúdo usado na disciplina de matemática? Se, sim: Quais você lembra?
	(2) Qual foi sua maior dificuldade durante a construção e utilização do teodolito?
	(3) Você acredita que aprendeu o conteúdo estudado com esse material?

Fonte: Próprio autor

Observa-se no Quadro 1 as questões que direcionamos aos alunos, a fim de captar suas opiniões com relação a aula propriamente dita. Tal questionário foi elaborado e enviado a eles via *WhatsApp*. Esse instrumento de levantamento de dados nos possibilita fazer dessas manobras, tendo em vista, que permitir ter um alcance maior de participantes como citado no a priori.

Partindo deste pressuposto criamos um segundo quadro que contém as falas dos alunos em resposta as questões apresentadas no Quadro 1.

Quadro 2: Respostas dos alunos

Unidade de análise	Questão 1	Questão 2	Questão 3
Aluno 1	Sim todas	Quase não tive	Sim, como o melhor professor
Aluno 2	O conteúdo de seno, cosseno e tangente	Não teve grandes dificuldades	Sim, acredito

Aluno 3	Ângulos	Nenhuma	Sim
Aluno 4	Medir os ângulos	Nenhuma	Sim

Fonte: Próprio autor

Esse foi respondido por 16 alunos, no entanto aqui elencamos apenas as respostas de quatro deles, pelo motivo de serem semelhantes como pode-se ver. Diante deste cenário podemos observar que as respostas dos alunos vão ao encontro com as afirmações teóricas que sustentam este trabalho. E que durante atividade os estudantes identificar alguns conteúdos: seno, cosseno, tangente, ângulos e medidas de ângulos os quais já tinham visto a priori, assim relatados por eles e apresentaram uma boa desenvoltura na realização da atividade, e o mais importante é que eles compreenderam o conteúdo como eles mesmo relatam. Diante das respostas obtidas em relação a questão dois, e tendo ciência do contexto geral da turma, notamos que tal questionário deveria ter sido levantado dentro da sala de aula onde o professor poderia ter feito mais indagações aos alunos, pois como dito a priori eles tiveram dificuldades em trabalhar com o teodolito de que usava o transferidor de 180° . Mas, como o tempo não era nosso aliado e a professora titular já tinha alertado sobre tal, pois já tínhamos que implementar um novo conteúdo. Neste contexto notamos como é difícil para o professor trabalhar com outros método de ensino, um vez que o próprio sistema educacional não te dar suporte para trabalhar, deixando-o restrito ao calendário curricular. No entanto, em buscar de corroborar nossa investigação, também procurou-se saber o ponto de vista da professora regente. Dessa forma criamos o quadro 3.

Quadro 3: Questionando a professora regente

Unidade de análise	Questões
Professora	(1) Qual sua percepção da turma, em relação à aprendizagem matemática, durante a aula com o uso do teodolito caseiro?
	(2) Qual sua avaliação geral da aula com uso do teodolito caseiro para o ensino de trigonometria?
	(3) Cite três (ou mais) pontos positivos e negativos sobre o desenvolvimento da aula com uso deste tipo de material didático:

Fonte: Próprio autor

As questões apresentadas no Quadro 3, tem o objetivo de confirmar as nossas indagações sobre a utilização do material didático teodolito em sala de aula. Tendo em vista que está professora teve uma visão privilegiada, pois acompanhou o desenvolvimento de todo processo. Nesse sentido o Quadro 4 mostra as suas respostas sobre tais perguntas.

Quadro 4: Respostas da professora

Unidade de análise	Questão 1	Questão 2	Questão 3
Professora	A turma interagiu bastante e gostaram muito da aula prática.	Aula bem rica, proveitosa e com boa visualização da turma.	Positivo: participação da turma, um melhor entendimento do conteúdo. Negativo: explicar o conteúdo primeiro antes da aula prática.

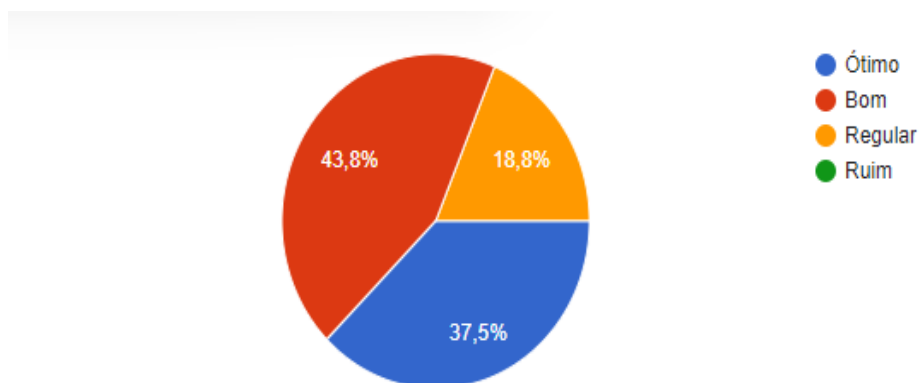
Fonte: Próprio autor

Podemos notar na fala da professora que a aula utilizando o material didático manipulável teodolito teve boa aceitação, além de proporcionar um melhor entendimento aos alunos sobre o conteúdo. Para Lorenzato (2012, p. 21) “o MD pode ser um excelente catalizador para o aluno construir seu saber matemático.”

Os pontos positivos alavancados pela professora vão ao encontro com a teoria que dá aporte a esta pesquisa, tendo em vista que o MD possibilita ao aluno uma melhor compreensão do que está sendo proposto. Mas, não simples trabalhar outras de ensino como já mencionado anteriormente.

O ponto negativo mencionado pela professora é valioso para nós, levando-nos a refletir sobre nossas práticas de ensino. Entretanto vale ressaltar que a mesma já havia ministrado o conteúdo de razões trigonométricas e ainda aplicado uma avaliação sobre tal. Mesmo assim realizou-se uma breve revisão desta temática, mas como destacamos anteriormente os estudantes tiveram dificuldades em compreender que o ângulo encontrado por eles ao manusear o teodolito da figura 17 não seria realmente o que eles usariam na realização dos cálculos. Infelizmente, devido às limitações de tempo e a necessidade de cumprir currículo, não pudemos nos aprofundar neste tópico antes de passar para o novo conteúdo. Isso destaca uma luta comum para os professores que muitas vezes não conseguem explorar os assuntos com maior profundidade. Como estagiário, testemunhei isso em primeira mão.

Ainda dentro dessa fase de indagações aos participantes foi elaborada mais uma questão destinadas aos alunos, sendo ela: Como você classifica a aula de matemática com o uso do teodolito? Nesse sentido figura mostra o que os alunos acharam sobre tal.

Figura 18: Gráfico

Fonte: *Google Forms*

Na Figura 16, é possível notar que a maior parte dos alunos, classificou a aula como boa ou ótima sendo que o número de respostas foram 16 (dezesesseis), sendo 7 (sete) como bom, 6 (seis) ótimo e 3 (três) como regular, deste modo entendemos que aulas deste tipo são capazes de mobilizar e envolver os estudantes de tal forma que a aprendizagem pode ser potencializada. Em concordância com a colocação de Lorenzato (2012) ao afirmar que devemos elaborar aulas que desenvolvam o interesse dos alunos em participar. No entanto, não é fácil existem inúmeros fatores que podem se apresentar como empecilho para tal.

[...] é fácil constatar que a própria política educacional emanada pelos governos federal, estaduais ou municipais geralmente não preconiza ou orienta os educadores ao uso do MD; que raras são as escolas de ensino fundamental ou médio que possuem LEM; que poucas são as instituições responsáveis pela formação de professores que ensinam seus alunos a usarem MD (LORENZATO, 2012, p. 34).

Nessa perspectiva, professores e futuros professores devemos encontrar formas de ensinar Matemática, que proporciona o gosto pela disciplina e possibilite aos nossos alunos melhor compreensão dos conteúdos aplicados.

5. Considerações finais

No ponto de partida desta pesquisa apresentou-se argumentos que apontam para desenvolvimentos de novas metodologias de ensino da Educação Matemática. Diante do cenário em que se encontra o ensino educacional, não só, nas áreas das exatas, mas, em outros ramos de ensino, o quão é desafiador para o professor trabalhar, devido aos inúmeros obstáculos que são postos, quando o assunto Material Didático, materiais esses que auxiliam o professor e ajuda no desenvolvimento dos alunos.

No decorrer da apresentação dos dados, observam-se as previsões teóricas relacionados ao Laboratório de Ensino de Matemática, na perspectiva de Lorenzato (2012). Nota-se também que a aprendizagem Matemática, mais especificamente, as razões trigonométricas no triângulo retângulo acontecem desde a construção do MDM até sua manipulação, a partir de exemplos aplicáveis em algumas áreas de conhecimento.

Outros aspectos relevantes desta perspectiva de ensino referem-se ao trabalho em conjunto realizado pelos estudantes durante a construção do MDM. Acreditamos que este aspecto não está restrito ao trabalho com teodolito, mas se estende a outros tipos de materiais que podem ser explorados para construção de outros conceitos Matemáticos.

Durante todo o processo de pesquisa buscou-se descrever o uso do teodolito caseiro como ferramenta de ensino. Onde defende-se o uso de materiais didáticos manipuláveis no ensino, como descrito no capítulo de fundamentação teórica desta pesquisa, que entendemos que devemos fazer uso de outras metodologias de ensino, e encontrar formas de deixar as aulas de Matemática mais interessantes para os alunos, e que eles possam construir o conhecimento através da experimentação, prática e fazerem a associação entre a prática e teoria.

Portanto, ressaltamos a importância de utilização do MDM no processo de ensino e aprendizagem da matemática, tendo ciência que este tipo de material, que pode ser até mesmo uma simples embalagem de sorvete, tem potencial considerável de impactar positivamente a aprendizagem matemática. Por fim, acreditamos que esta pesquisa pode dar suporte aos professores e futuros professores da Educação Básica que pretendem trabalhar o ensino da Matemática fazendo uso de materiais didáticos manipuláveis. Uma sugestão que deixamos é que ao final de todo processo seja aberto um espaço para que os alunos expressem suas conclusões sobre atividade.

A praticidade dessa atividade desperta a curiosidade dos alunos e os estimula a se engajar nas aulas. Infelizmente, exige muito tempo e esforço dos educadores, um luxo que muitos não têm. O professor deve experimentar pessoalmente o material que será utilizado em

sala de aula, sem descuidar das lutas cotidianas da sala de aula ou das limitações impostas pelo sistema educacional.

6. Referências

ALVES, Deive Barbosa. SANTOS, Ricardo Sousa; COSTA, Dailson Evangelista. O Papel do Professor e do Estudante em Ambiente Construcionista de Aprendizagem. **REMATEC**, v. 15, p. 252-265, 7 out. 2020.

ANDRADE, Susana Bertozzi Tavares de *et al.* **Medindo alturas inacessíveis**: aplicações com o teodolito caseiro e virtual no estudo da trigonometria. Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. 2017

ANDRADE, Maria Helena de; OLIVEIRA, Rannyelly Rodrigues de; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Um recurso histórico para estudos iniciais de trigonometria: apresentando o teodolito. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 5, n. 13, p. 66-76, 2018.

BELTER, Andreia. *et. al.* O uso do Teodolito no estudo das Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo. **Revista Insignare Scientia - RIS**, v. 3, n.5. Set/Dez. 2020.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. Revista por Uta C. Merzbach; tradução Elza F. Gomide – 2ª ed. São Paulo: Blücher, 1996

BUGS, Cristhian Augusto *et al.* Do experimento à experimentação: metodologia ativa no ensino de trigonometria. **Revista Monografias Ambientais**, v. 19, p. 4, 2020.

CHARLON, Maria de Lourdes Pratini. **OS Cadernos de Campo de Roger Bastide**. História: Questões & Debates, n. 53, p. 85-119 ed. UFPR. Curitiba, jul./dez. 2010.

CONTADOR, Paulo Roberto Martins. Matemática, uma breve história. 3. ed. Livraria da Física. São Paulo. 2008.

COSTA, Sayonara Salvador Cabral *et al.* O ensino da trigonometria subsidiado pelas teorias da aprendizagem significativa e dos campos conceituais. 2009.

DERIVANDO A MATEMÁTICA. **Teorema de Pitágoras e explicações**. Disponível em: <<http://www.ime.unicamp.br/~apmat/teorema-de-pitagoras/>>. Acesso em: 27 abril 2023.

ENRICONI, Maria Helena Selbach; SEIBERT, Tania Elisa. Uma análise da construção de conceitos trigonométricos. Salão de Iniciação Científica (9.: 1997: Porto Alegre). **Livro de resumos**. Porto Alegre: UFRGS, 1997., 1997.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. - São Paulo: Atlas, 2008.

GOUVEIA, Rosimar. **Relações Métricas no Triângulo Retângulo**. Toda Matéria. Disponível em: <<https://www.todamateria.com.br/relacoes-metricas-no-triangulo-retangulo/>>. Acesso em 27 abril 2023.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de matemática elementar 1**: conjuntos, funções. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.

IOZZI, Rodolfo Verano. **A Quinta Disciplina**: Caderno de Campo. RAE, v. 37, n.4, Out/Dez. 1997.

JANUARIO, Gilberto. Materiais Manipuláveis: uma experiência com alunos da Educação de Jovens e Adultos. In: **Primeiro Encontro Alagoano de Educação Matemática**. Anais... I EALEM: Didática da Matemática: uma questão de paradigma. Arapiraca: SBEM-AL, 2008.

KLEIN, Ms Marjúnia Édita Zimmer. O ensino da trigonometria subsidiado pela teoria da aprendizagem significativa e pela teoria dos campos conceituais. In: XIII conferência interamericana de educação matemática. 2011.

LEITE, Lindevânia de Almeida. **Breve história da Trigonometria**. Trabalho de conclusão de curso (TCC) – Departamento de Matemática Curso de Licenciatura em Matemática a Distância Universidade Federal da Paraíba. 2016.

LINDEGGER, Luiz Roberto de Moura. **Construindo os conceitos básicos da trigonometria no triângulo retângulo**: uma proposta a partir da manipulação de modelos. Dissertação (Mestrado) – PUCSP. Programa: Matemática.2000.

LORENZATO, Sergio. **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Autores Associados. 3ª ed. Campinas. São Paulo. 2012.

MAGNANI, José Guilherme Cantor. O (velho e bom) caderno de campo. **Revista Sexta-feira** n. 1, maio de 1997, São Paulo.

MARCONI, Maria de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos de metodologia científica**. 5. ed. S: Atlas, 2003. 311 p.

MASOTTI, Lucas Rogério. **Progressão Aritmética e Triângulos**: Descobrimo a hipotenusa de um triângulo retângulo com seus lados em P.A. Disponível em: <<http://www.lucasrogeriomasotti.com.br/2012/03/progressao-aritmetica-e-triangulos.html?m=1>>. Acesso em 27 abril 2023.

MEDEIROS, Suzany Cecilia da Silva. **Elaboração de uma sequência didática sobre os conceitos geométricos preliminares ao estudo da trigonometria**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. 2012.

MORAES, Roque; GALIAZZI, Maria do Carmo. Análise textual discursiva: processo reconstrutivo de múltiplas faces. **Revista Ciência e Educação**, v. 12, n. 1, p. 117-128, 2006.

NASCIMENTO, Antônio Rodrigues Filho do; SANTOS, Roberto Evangelista dos. Silva, Terezinha de Jesus E. dos Santos. **Aplicações do Teodolito Caseiro e Virtual no Ensino da Trigonometria**. Trabalho de conclusão de curso (TCC) – Colegiado de Matemática de Educação a Distância Universidade Federal do Amapá, Vitória do Jari, 2015.

PERU, Presidência. **Viaje a la Región Huancavelica**. Disponível em: <<https://www.flickr.com/photos/presidenciaperu/49522806176/>>. Acesso em: 27 abril 2023.

REIS, Fabiana dos. **Uma visão geral da trigonometria: história, conceitos e aplicações.** 2016. 84 p. dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – Área de Concentração: Matemática), Universidade Estadual de Pontal Grossa, 2016.

SANTOS, Danyell Gomes Silva et al. Estudo de áreas em levantamento planimétrico por caminhamento e irradiação em teodolito digital e analógico. **Revista Brasileira de Geomática**, v. 2, n. 1, p. 2-7, jan/jun.2014.

SANTOS, Luiz Anderson de Moraes. **Utilização de material concreto no ensino de matemática: Uma experiência com o teodolito caseiro no ensino de trigonometria.** 2015. 88 p. dissertação (Mestrado) – Mestrado Profissional em Rede Nacional – PROFMAT. Fundação Universidade Federal de Rondônia -UNIR, Porto Velho, 2015.

SANTOS, Ricardo Sousa. **O Laboratório de Robótica da Escola SESI: Ambiente Construcionista de Aprendizagem Matemática.** 2021. 126 p. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação Mestrado Acadêmico Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal do Tocantins, Araguaína, 2021.

SILVA, Manoela Alves. Teodolito caseiro: construindo significados para conceitos das razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente). Com a Palavra, o Professor, v. 6, n. 14, p. 16-24, 2021.

VIEIRA, Marcelo Lopes. **O teorema de Pitágoras | enunciado, demonstrações e história.** Disponível em: < <https://matematicasimplificada.com/teorema-de-pitagoras/>>. Acesso em: 27 abril 2023.

WEGNER, Alexandre; BAUMGARTEN, Renato Luiz. TRIGONOMETRIA NA PRÁTICA, INOVANDO O MODO DE SER PROFESSOR. 4 e 5 de dezembro de 2019.

YIN, Robert K. **Estudo de Caso: planejamento e métodos.** 5. ed. Porto Alegre: Bookman, 2015. 290 p. Cristhian Matheus Herrera.

YIN, Robert K. **Pesquisa Qualitativa do Início ao Fim.** Porto Alegre: Penso, 2016. 286 p. (E-PUB). Daniel Bueno.

ZILKHA, Esther. **Utilização do Geogebra na Construção de Instrumentos Teodolito.** PROFMAT – IMPA. Rio de Janeiro. 2014.

7. Anexos

✓ AUTORIZAÇÃO DE USO DE IMAGEM

SECRETARIA DA
EDUCAÇÃO

TOCANTINS



Escola Estadual Machado de Assis
End.: Avenida Aureliano Ribeiro, Nº. 1228
Setor: Centro, C.E.P.: 77.855-000
☎ Telefone: 0(XX)63-3428-1112, Araguaã - Tocantins
✉ machadoassis@ue.seduc.to.gov.br

Declaramos para os devidos fins que a senhora MARIA BETANIA FERNANDES DA SILVA, mãe da aluna RIANNY ANTONIETA FERNANDES CUNHA MARTINS, estudante da turma 33.01/MAT. autorizou o uso da imagem da referida aluna no Trabalho de Conclusão de Curso do acadêmico Geomax Lopes de Brito, que será apresentado para a conclusão do Curso de licenciatura em Matemática.

Por ser verdade firmamos a presente declaração.

Araguanã, 10 de março de 2023

Assistente administrativo

Escola Estadual Machado de Assis

Escola Estadual Machado de Assis
Lei de Criação nº 8.408/78
Av. Aureliano Ribeiro, 1128 - Centro
CEP: 77855-000 - Araguaã - Tocantins