



UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE ARAGUAÍNA
MESTRADO NACIONAL PROFISSIONAL DE ENSINO DE FÍSICA

LÍDIA CRUZ DE ARAÚJO

**DIVULGAÇÃO CIENTÍFICA E TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA DO
EMARANHAMENTO QUÂNTICO COM APLICAÇÃO NO TEOREMA DE BELL**

Araguaína-TO

2021

UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE ARAGUAÍNA
MESTRADO NACIONAL PROFISSIONAL DE ENSINO DE FÍSICA

LÍDIA CRUZ DE ARAÚJO

**DIVULGAÇÃO CIENTÍFICA E TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA DO
EMARANHAMENTO QUÂNTICO COM APLICAÇÃO NO TEOREMA DE BELL**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, no Curso de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador:

Dr. Matheus Pereira Lobo

ARAGUAÍNA - TO

2020

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins

A663d ARAÚJO, LÍDIA.
DIVULGAÇÃO CIENTÍFICA E TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA DO
EMARANHAMENTO QUÂNTICO COM APLICAÇÃO NO TEOREMA
DE BELL. / LÍDIA ARAÚJO. – Araguaína, TO, 2021.
51 f.

Dissertação (Mestrado Profissional) - Universidade Federal do
Tocantins – Câmpus Universitário de Araguaína - Curso de Pós-
Graduação (Mestrado) Profissional Nacional em Ensino de Física,
2021.

Orientador: MATHEUS LOBO

1. Física Moderna e Contemporânea. 2. Emaranhamento quântico.
3. Divulgação científica. 4. Produto educacional. I. Título

CDD 530

TODOS OS DIREITOS RESERVADOS – A reprodução total ou parcial, de
qualquer forma ou por qualquer meio deste documento é autorizado desde
que citada a fonte. A violação dos direitos do autor (Lei nº 9.610/98) é crime
estabelecido pelo artigo 184 do Código Penal.

**Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica
da UFT com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).**

LÍDIA CRUZ DE ARAÚJO

**DIVULGAÇÃO CIENTÍFICA E TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA DO
EMARANHAMENTO QUÂNTICO COM APLICAÇÃO NO TEOREMA DE BELL**

Dissertação avaliada e apresentada à UFT – Universidade Federal do Tocantins – Campus de Araguaína, Curso de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Data de Aprovação: 26/07/2021

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente
 Matheus Pereira Lobo
Data: 09/10/2021 12:02:43-0300
Verifique em <https://verificador.iti.br>

Prof. Dr. Matheus Pereira Lobo (UFT-MNPEF)

Participação por videoconferência

Documento assinado digitalmente
 FERNANDA VITAL DE PAULA
Data: 14/10/2021 19:05:07-0300
Verifique em <https://verificador.iti.br>

Profa. Dra. Fernanda Vital de Paula (UFT-PROFMAT)

Participação por videoconferência

Documento assinado digitalmente
 NILO MAURICIO SOTOMAYOR CHOQUE
Data: 18/10/2021 10:19:30-0300
Verifique em <https://verificador.iti.br>

Prof. Dr. Nilo Maurício Sotomayor Choque (UFT-MNPEF)

Participação por videoconferência

"São as perguntas que movem o mundo."

Agradecimentos

- Agradeço à minha família, pelo amor, carinho e dedicação prestados a mim. Por estarem comigo sempre.
- Ao meu orientador, Dr. Matheus Pereira Lobo, sou grata pela paciência para ensinar e compreensão diante das dificuldades pessoais.
- Aos meus amigos externos e internos da pós-graduação, parte disso eu devo a vocês, obrigada.
- O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Resumo

Apresentamos uma transposição didática com o intuito de preencher a lacuna existente entre a divulgação científica e a parte técnica de um tópico específico da Física Moderna e Contemporânea (FMC). Utilizamos algumas diretrizes da Aprendizagem Baseada em Problemas na Transposição Didática. O tópico escolhido foi o teorema de Bell. Primeiro, discorremos sobre um importante pré-requisito para o teorema mencionado, que é o emaranhamento, uma propriedade quântica de extrema importância para a computação quântica e para o teleporte, por exemplo. O emaranhamento foi apresentado em um nível de divulgação científica e, também, sua definição formal. Em seguida, enunciamos, discutimos e provamos o teorema de Bell. A demonstração foi feita a partir de representações gráficas das probabilidades envolvidas. Além da dissertação, produzimos um produto educacional intitulado “Orientações para o estudo de Física Moderna e Contemporânea”, que serve de apoio pedagógico para o ensino de FMC em qualquer série do Ensino Médio e está disponível na internet sob a licença *Creative Commons*. O produto está dividido em três partes, uma dedicada ao professor, outra contendo um roteiro destinado ao aluno e, por fim, um algoritmo de resolução relacionado ao emaranhamento quântico de partículas. Para a análise dos resultados de sua aplicação, levou-se em consideração aspectos qualitativos na avaliação dos trabalhos produzidos pelos alunos, bem como a parte quantitativa na resolução do algoritmo. Utilizamos um questionário on-line para a análise dos dados referentes à aplicação do produto educacional. Acreditamos que este trabalho contribui de forma significativa para a divulgação do conhecimento científico na educação básica e pode proporcionar um complemento na formação dos educandos com o intuito de despertar neles a curiosidade científica, vendo na Física uma possibilidade para sua atuação profissional.

Palavras-chave: Física Moderna e Contemporânea; emaranhamento quântico; teorema de Bell; divulgação científica; transposição didática; produto educacional.

Abstract

We present a didactic transposition in order to fill the gap between scientific outreach and the technical part of a specific topic in Modern and Contemporary Physics (MCP). We use some guidelines from Problem Based Learning in Didactic Transposition. The topic chosen was Bell's theorem. First, we talk about an important prerequisite for the theorem, which is entanglement, a quantum property of extreme importance for quantum computation and for teleportation, for example. Entanglement was presented at a level of scientific outreach and with its formal definition as well. We then state, discuss, and prove Bell's theorem. The demonstration was made from graphical representations of the probabilities involved. In addition to the dissertation, we produced an educational product entitled "Guidelines for the study of Modern and Contemporary Physics", which serves as a pedagogical support for teaching MCP in any high school grade and is available on the internet under the Creative Commons license. The product is divided into three parts, one dedicated to the teacher, another containing a script for the student and, finally, a resolution algorithm related to the quantum entanglement of particles. To analyze the results of its application, qualitative aspects were taken into account in the evaluation of the work produced by the students, as well as the quantitative analysis in the resolution of the algorithm. We use an online questionnaire to analyze the data regarding the application of the educational product. We believe this work can contribute significantly to the dissemination of scientific knowledge in basic education, providing a complement in the training of students in order to raise scientific curiosity in them, seeing in Physics a possibility for their professional career

Keywords: Modern and Contemporary Physics; quantum entanglement; Bell's theorem; scientific outreach; didactic transposition; educational product.

Lista de ilustrações

Figura 1 – O ciclo de aprendizagem na ABP (modificado de Hmelo-Silver). Fonte (LOPES, et. al. 2019 p.51 [8])	15
Figura 2 – Esquema da trajetória do Saber na Transposição Didática. Fonte: (MENEZES, et. al., 2008, p. 1193 [10]).	17
Figura 3 – Quinta conferência - 1927: Elétrons e fótons. Fonte: (wiki, 2019).	19
Figura 4 – efewerw	31
Figura 7 – Representação da probabilidade de B e C serem iguais. Fonte: adaptado de (MACCONE, 2013, p.856) [29].	34
Figura 8 – Prova da desigualdade de Bell. Fonte: adaptado de (MACCONE, 2013, p.856) [29].	35
Figura 9 – Raciocínio da construção da desigualdade de Bell. Fonte: adaptado de (MACCONE, 2013, p.856) [29].	35
Figura 10 – Momentos de como foi organizada as aulas.	42
Figura 11 – Sugestões de portais que apresentam artigos, dissertações e teses.	43
Figura 12 – Perguntas entregues para cada grupo de estudo.	44
Figura 13 – Resolução pelos alunos dos problemas propostos.	45
Figura 14 – Texto produzido pelos alunos.	46
Figura 15 – Banners produzido durante a aplicação do produtor.	47
Figura 16 – Texto sobre antimatéria produzido pelos alunos.	48
Figura 17 – Banner relacionado ao texto Antimatéria.	49
Figura 18 – Pesquisas e estudos em portais de divulgação científica.	50
Figura 19 – A frequência pelo estudo ou pesquisa de tópicos científicos.	51
Figura 20 – Nível de dificuldade dos textos estudos durante a pesquisa.	51
Figura 21 – Portais de busca para o estudo de conhecimento científico.	52
Figura 22 – Como o roteiro ajudou na hora de estudar os tópicos de Física Moderna e Contemporânea.	52
Figura 23 – Descrição dos alunos relacionada à aplicação do produto.	53

Sumário

1	INTRODUÇÃO	9
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	11
2.1	Divulgação científica	11
2.2	Aprendizagem Baseada em Problemas	13
2.3	Transposição Didática	16
3	FÍSICA MODERNA E CONTEMPORÂNEA	18
3.1	Marco histórico da Física Moderna e Contemporânea	18
3.2	Física Moderna e Contemporânea na Educação Básica	20
4	EMARANHAMENTO	22
4.1	Emaranhamento – Divulgação Científica	22
4.2	Emaranhamento	26
4.3	Teorema de Bell	28
4.4	Teorema de Bell: informações importantes	30
4.5	Prova do Teorema de Bell	30
5	METODOLOGIA	38
5.1	Metodologias de Ensino	38
5.2	Local da Pesquisa	38
5.3	Métodos Utilizados	38
5.4	Os dados	39
6	RESULTADOS E DISCUSSÕES	41
6.1	Aplicação do Produto – parte do aluno	41
6.2	Análise dos dados: parte dois do produto educacional	43
6.3	Aplicação: parte três do produto educacional	49
6.4	Análise dos dados: questionário <i>on-line</i>	50

7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	54
	REFERÊNCIAS	56
8	APÊNDICE – PRODUTO EDUCACIONAL	60

1 INTRODUÇÃO

A busca pelo conhecimento em Física traz relatos desde a antiguidade, passando pela Grécia Antiga, chegando à Idade Média, caminhando por longos anos até chegar à consolidada Física Clássica. Apenas no final do século XX, sente-se os impactos das novas descobertas e questionamentos e tem-se o marco da Física Moderna.

Com as descobertas da Física Moderna, vem o avanço científico e tecnológico, com isso o conhecimento cresce e passa a ser divulgado de forma quase que instantânea, hoje se tem acesso a informações a um clique de distância.

Diante de todo o avanço, o currículo de Física do Ensino Médio ainda é voltado somente para Física Clássica, logo existe uma necessidade de atualização do currículo para que todos tenham, desde o início de sua formação, o contato com linguagens técnicas e científicas. Em um dos seus trabalhos sobre Física Moderna no Ensino Médio, Ostermann e Moreira (2000)[1] destacam que a inserção desse tópico pode levar o aluno a reconhecer a Física como um empreendimento humano e mais próxima da realidade dele, possibilita ao aluno maior interesse pela pesquisa científica, e para o professor pode até ser mais divertido o processo de ensino-aprendizagem. O educador não pode se apegar ao argumento popular que os conceitos de Física Moderna são abstratos e difíceis, pois os alunos apresentam dificuldade até mesmo nos conceitos clássicos.

O ensino de Física Moderna e Contemporânea (FMC) vai além disso, ele ajuda o aluno a construir interesse, fica mais distante das pseudociências e das teorias contra a ciências construídas na pós-modernidade [1]. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (2018, p.539) [2] espera que o aluno do Ensino Médio desenvolva algumas habilidades e competências como “analisar situações-problema e avaliar aplicações do conhecimento científico e tecnológico e suas implicações no mundo (...)”, e que ao final seja capaz de falar sobre em diferentes contextos.

Para que o aluno conquiste tais habilidades é necessário que durante a sua formação ele se confronte com algum tipo de material que o possibilite desenvolver tais habilidades. Nesse sentido, tópicos de FMC, podem ser uma boa ferramenta para isso, como: estado de Bell; entropias; as contribuições de Stephen Hawking; gravidade quântica em loop; qubit, entre outras.

Uma outra competência destacada na habilidade 3 descrita na BNCC (2018, p.545)[2], é esperado que o aluno seja capaz de “construir questões, elaborar hipóteses, previsões e estimativas, empregar instrumentos de medição e representar e interpretar modelos explicativos, dados e/ou resultados experimentais para construir, avaliar e justificar conclusões (...)”.

Habilidades como essas objetivadas pela BNCC podem ser o ponto de partida para inserção da Física Moderna e Contemporânea já no Ensino Médio, pois um conhecimento científico baseado em novas descobertas pode levar à participação nas aulas ou até mesmo despertar interesse para a vida científica.

O objetivo desta pesquisa é desenvolver um produto educacional para auxiliar no processo de ensino-aprendizagem de Física Moderna e Contemporânea para alunos do Ensino Médio. Para a produção desse roteiro de ensino-aprendizagem, foram utilizados conhecimentos relacionados à divulgação científica [3], aprendizagem baseada em problemas [8] e transposição didática [11].

O produto educacional foi organizado em forma de roteiro de estudo, composto por diversas sugestões para professor e aluno e apresenta o papel de cada durante o processo da construção do conhecimento. Todos os elementos do produto foram organizados para que o aluno pense, pesquise, repense, discuta, organize-se e aprenda.

Este trabalho faz parte do Programa de Pós-Graduação em Física, Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF), da Universidade Federal do Tocantins (UFT), Araguaína (TO), e surgiu da necessidade de inserir desde a educação básica Tópicos de FMC.

Este trabalho está dividido em seis capítulos, organizados em Introdução, que foi realizado um apanhado geral do que será abordado, Revisão Bibliográfica, em que pode ser encontrado as citações dos principais autores que dão veracidade a este trabalho na parte educacional. Em seguida, é feita uma abordagem sobre Física Moderna e Contemporânea, seguido de um estudo sobre emaranhamento quântico, posteriormente tem-se a metodologia, onde é descrito o percurso metodológico desde o local da pesquisa até a análise dos dados, resultados e discussões.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Divulgação científica

A produção científica e tecnológica vem crescendo potencialmente de uma forma significativa. Hoje é possível analisar o comportamento de partículas muito pequenas, até de grandes astros cósmicos. As pessoas modificaram a forma de se comunicar, de se informar, até mesmo de como fazer e divulgar a ciência. Diante de todo esse novo cenário científico e tecnológico, está realmente acontecendo uma boa Divulgação Científica (DC) para que o conhecimento chegue a grande maioria das pessoas? Os alunos da educação básica estão acessando este conhecimento?

Um dos principais papéis desenvolvidos pela divulgação científica é o de levar o conhecimento científico de uma forma mais acessível para um grupo que não é da área, mas tem interesse em se relacionar com o que vem sendo construído e estudado pelos cientistas. Já em 1985, Bueno acreditava que “a divulgação científica compreende a utilização de recursos, técnicas e processos para vinculação de informações científicas e tecnológicas ao público em geral” [3].

O processo para produção de materiais de divulgação científica é baseado na transposição de uma linguagem mais complexa e muitas vezes matematizada para uma linguagem mais usual sem desvalorizar o conhecimento e estudos realizados, para que uma pessoa com formação básica consiga acompanhar a leitura e compreender, visando um público mais amplo.

A divulgação científica pode ter diferentes objetivos, como educacional, cívico ou mobilização popular. A divulgação para fins educacionais muitas vezes pode ser confundida com educação científica, pois ela busca informar a lógica da produção científica, relacionar fenômenos, e visa estimular a curiosidade pela busca de novos conhecimentos. A cívica busca informar o cidadão sobre os avanços científicos e tecnológicos e impactos sociais e ambientais. A de mobilização popular procura gerar um debate onde outras pessoas possam contribuir de alguma forma [4].

Desde o século XVIII, existem relatos de DC para o público em geral. Os europeus se apresentavam em anfiteatros com várias máquinas, exposições com demonstrações e palestras de Física, Química e Medicina. Viajavam cidades com essas exposições e até mesmo países

[5]. Não só ocorreram apresentações, como foram publicados livros destinados à divulgação científica para leigos. Algumas obras como “O Matemático”, Euler publicou entre 1768-72, em três volumes, o livro “Cartas a uma Princesa da Alemanha”, o livro *Worlds in the making* do químico e prêmio Nobel Svante Arrhenius é publicado em 1908” [5].

A divulgação científica não é apenas uma ponte entre o conhecimento científico e o leigo, ela também faz a comunicação entre os cientistas de um modo geral, pois muitos textos são destinados a um público que possui um conhecimento acadêmico para compreensão do mesmo, logo é importante não ver a divulgação científica como uma atividade apenas para leigos [5].

Existem diversos meios de DC, pode-se destacar alguns como: os museus e centros de ciências, os livros e a mídia digital. Os mais tradicionais são os museus e centros de ciências, estes desenvolvem uma atividade com diversos objetivos, desde mostrar a natureza do homem e sua evolução, demonstram de uma forma sistemática a evolução da ciência e tecnologia, e fazem com que o telespectador se sinta participante do processo científico.

Os livros de divulgação que existem procuram apresentar um olhar sobre a ciência e a tecnologia, utilizando uma linguagem que leve o leitor a ler a próxima página, pode-se destacar livros bem populares como as diversas obras de Carl Sagan [6]. Carvalho (2017) destaca sobre os impactos dos livros de divulgação científica produzido pelos próprios cientistas, afirmando que

“Autores-cientistas” como estes vêm garantindo, nas últimas décadas, o espaço da divulgação científica em listas de *best-sellers* de todo o mundo, além de nomes como Stephen Hawking, Richard Dawkins e Yuval Noah Harari, cuja obra *Sapiens* figura entre os 20 livros mais vendidos no Brasil em 2017, segundo levantamento parcial do site *Publish News*, especializado no mercado editorial [6].

Quando o livro publicado é produzido pelo próprio cientista, diminui as possibilidades de erros conceituais e agrega maior valor à obra, porém, é necessário ressaltar que escrever textos de divulgação científica não é uma tarefa fácil, devido aos vícios da linguagem acadêmica que muitos autores possuem. Além dos livros tradicionais, podem ser encontrados no mercado outros tipos de livros, os livros em formato de histórias em quadrinhos, que apresentam o mesmo rigor conceitual de um livro tradicional, como os livros do autor Masaharu Takemura.

Um outro meio é a mídia digital, que tem a função de facilitar a troca de informações entre o conteúdo e o usuário, é uma das ferramentas mais utilizadas para divulgação científica atualmente. Os portais que apresentam os textos científicos (artigos acadêmicos) em sua mai-

oria são produzidos pelos próprios cientistas, outros portais apresentam em forma de notícias científicas, texto esses produzidos em uma linguagem mais acessível para um público em geral.

Dentro desse eixo, existem grandes revistas científicas, como o *American Journal of Science* (1818), o *Scientific American* (1845), a *Nature* (1869), *Physics World* (1899) e a *Science* (1880). No Brasil, existem portais que divulgam notícias científicas, como o “Inovação Tecnológica” (1999), que apresenta notícias de forma atualizada e organizada sem perder a qualidade das referências.

A importância da divulgação científica pode se destacar em vários pontos, como a “formação de cidadãos conscientes e atuantes no novo modelo de sociedade que se deseja [6]”, onde o cidadão pode analisar de forma crítica o que vem sendo desenvolvido pela ciência e tecnologia e quais os impactos na sua vida, além de alfabetizar cientificamente e tecnologicamente muitos alunos, dando-os a possibilidade de se interessar pela vida científica.

2.2 Aprendizagem Baseada em Problemas

A Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP), na língua inglesa “Problem-Based Learning (PBL)”, foi aplicada no Canadá em 1969 no curso de Medicina, depois chegou aos Estados Unidos, em 1970. No Brasil, os trabalhos de maiores impactos utilizando esta metodologia foram nos cursos de Medicina, em 1997. Hoje existem diversos trabalhos publicados utilizando a ABP em vários cursos e níveis da educação.

A ABP é uma estratégia que relaciona o aluno a questões do mundo real. Os estudantes e professores analisam, compreendem e propõem soluções para problemas, visando que o aluno desenvolva habilidades e competências desejadas no início do planejamento do professor [7].

Durante a aplicação da ABP, o aluno é o protagonista da sua aprendizagem. Trop e Sage (2002) descrevem algumas características básicas da Aprendizagem Baseada em Problemas como envolver o aluno em uma situação problema, possibilita a formação do aluno de uma forma conectada e relevante, além de criar um ambiente no qual o professor passa a atuar como orientador, facilitando um maior desenvolvimento por parte do aluno [8].

A estrutura básica da ABP pode ser dividida em três momentos (Fig. 1), onde no primeiro se formula e analisa o problema, dentro desse primeiro momento pode-se formular hipóteses, fornecer ideias, identificar o que realmente importa no problema. Já o segundo momento se

destaca como a oportunidade de estudo individual, onde os alunos vão buscar informações para resolução do problema, no terceiro e último momento todos se reúnem e compartilham suas ideias, se o problema não for solucionado, inicia-se novamente o ciclo [8].

Em sua obra, Torp e Sage (2002, p. 22 e 23) destacam alguns elementos importantes para a ABP, como:

A situação problemática é apresentada primeiro e serve como centro e contexto organizador para aprender.

A situação problemática tem características comuns:

- É mal-estruturada e confusa.
- Muitas vezes muda com o acréscimo de novas informações.
- Não se resolve facilmente ou com uma fórmula.
- Não resulta em uma resposta correta.

Os alunos são solucionadores ativos de problemas; os professores são cognitivos e metacognitivos, orientadores.

A informação é compartilhada, mas o conhecimento é uma construção pessoal do aprendiz.

A avaliação é um autêntico companheiro para a problema e processo. Uma unidade ABP não é necessariamente interdisciplinar, mas é sempre integrativa.

A ABP utiliza várias estratégias do construtivismo¹, onde a atuação do professor é parecida com a de um treinador de futebol, atuando nas laterais enquanto seus alunos são os jogadores que estão atuando em campo, o professor orienta. A participação do professor durante o processo da construção do conhecimento é de suma importância, ele aponta os erros e possibilidades para os alunos.

No Ensino Médio, a ABP pode seguir os seguintes passos, o professor escolhe um assunto contido no currículo escolar ou pertinente para o momento do processo de ensino-aprendizagem, os estudantes precisarão ler textos complexos, resolver cálculos (se necessário) e montar estratégias para solução do problema, o fim dessa sequência acontece quando o professor analisa se os alunos desenvolveram as habilidades estimadas no início da atividade [7, 8].

A avaliação tem como objetivo diagnosticar se durante o processo de ensino realmente a aprendizagem se consolidou. Na ABP assim como em outras avaliações, é necessário que desde o início da aula o aluno esteja ciente dos seus objetivos de aprendizagem, para que ele e o professor

¹ “(...) uma ideia; melhor, uma teoria, um modo de ser do conhecimento ou um movimento do pensamento que emerge do avanço das ciências e da Filosofia dos últimos séculos.” (BECKER, 2009, p. 2).

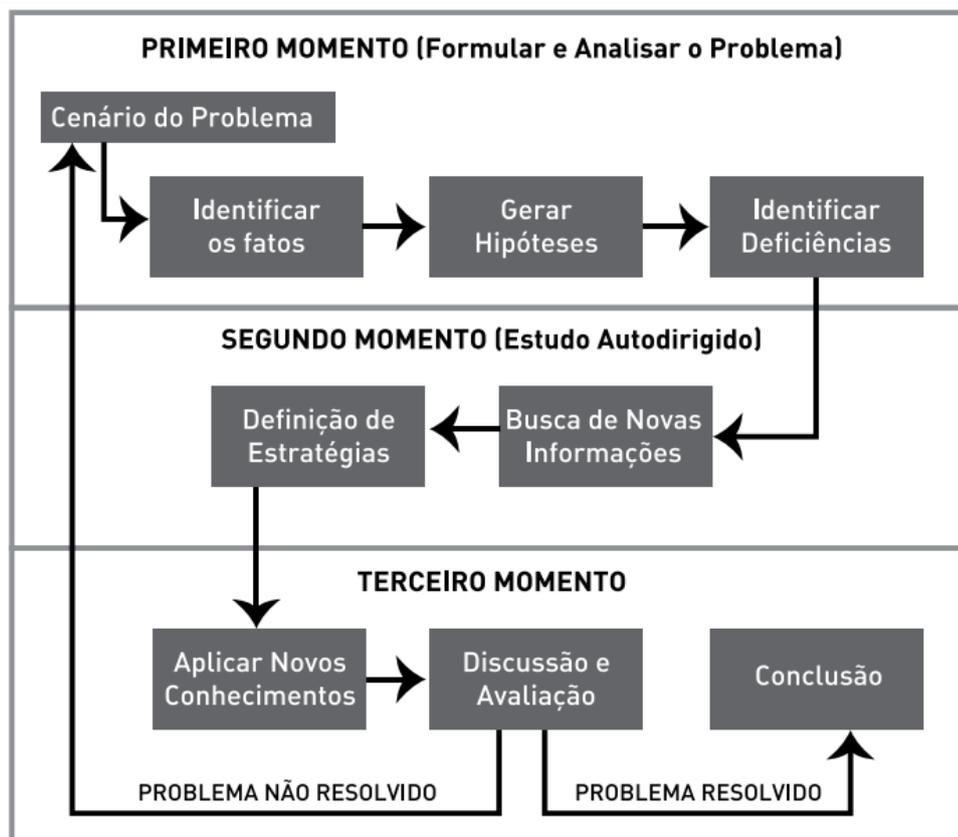


Figura 1 – O ciclo de aprendizagem na ABP (modificado de Hmelo-Silver). Fonte (LOPES, et. al. 2019 p.51 [8])

estejam conscientes dos seus papéis no processo de ensino-aprendizagem. É importante usar uma linguagem acessível, e recordar, quando necessário, os objetivos da aprendizagem, Camargo (2019, p.121) destaca em seu trabalho os pontos sobre avaliação na Aprendizagem Baseada em Problemas.

A avaliação deve considerar a capacidade de observação, reflexão, criação, julgamento, comunicação, convívio, cooperação, decisão e ação. Assim, o processo avaliativo estará dentro de um contexto em que o aluno se torne, de modo gradativo e contínuo, capaz de pensar de forma autônoma e de gerir o seu próprio processo de aprendizagem. Se o fim principal da ABP é envolver o conhecimento dos alunos e a forma como eles aplicam esses conhecimentos e o desenvolvimento de habilidades, essencialmente, o que devemos levar em consideração é: onde os alunos se encontram na aprendizagem, aonde queremos que eles cheguem e o que deve ser feito para que cheguem lá [9].

Durante esse processo, cabe ao professor criar um ambiente onde todos possam expor suas ideias, acompanhar toda a produção do trabalho dos alunos. Já o aluno precisa cooperar uns com os outros e ser o protagonista da sua própria aprendizagem [9].

Na hora de elaborar as perguntas e organizar o planejamento, Camargo (2019, p. 126) [9] ressalta que é importante o professor fazer três questionamentos, “O que eu quero que meus alunos aprendam? Como eu quero que eles aprendam? Como vou saber se eles aprenderam?” [7]. Elabore suas perguntas de forma clara e de acordo com os seus objetivos de aprendizagem, observando que os alunos devem apresentar no final do processo.

2.3 Transposição Didática

O estudo sobre Transposição Didática se iniciou com Michel Verret, em 1975. Mas, somente em 1980 é popularizado pelo matemático Yves Chevallard, que retoma a ideia de Verret inserindo agora no contexto da Didática da Matemática. Em seu trabalho, Brockington e Pietrocola (2005)[11] afirmam que Chevallard define a Transposição Didática (TD) como:

(...) um instrumento eficiente para analisar o processo através do qual o saber produzido pelos cientistas (o Saber Sábido) se transforma naquele que está contido nos programas e livros didáticos (o Saber a Ensinar) e, principalmente, naquele que realmente aparece nas salas de aula (o Saber Ensinado) (BROCKINGTON; PIETRECOLA, 2005, p. 388).

Como foi citado, Chevallard defende três patamares para o saber: Saber Sábido, Saber a Ensinar e Saber Ensinado, como é ilustrado na Fig. 2 [10]. Todos trazem de alguma forma o conhecimento externo durante a produção de novos conhecimentos e todas essas pessoas que participam da construção desse “novo” conhecimento estão na *noosfera* (“todo personagem ou instituição social, econômica e política que influencia nas transformações sofridas pelo saber”[11]). Em geral, ela é composta por livros didáticos, pais de alunos, professores, entre outros [11].

O Saber Sábido (Saber Científico) é definido como “um saber que é desenvolvido por cientistas nos institutos de pesquisas, e que passa pelo julgamento da comunidade científica, com suas normas e regras próprias” (BROCKINGTON; PIETRECOLA, 2005, p. 393), este saber é encontrado muitas vezes em revistas especializadas, congressos ou artigos. Produzido por uma comunidade específica.

O Saber a Ensinar (Saber a Ser Ensinado) é o que aparece nos programas, livros didáticos e materiais institucionais, este é um dos pilares mais conflituosos, pois é quando cada um tenta impor seus interesses de alguma forma [11].

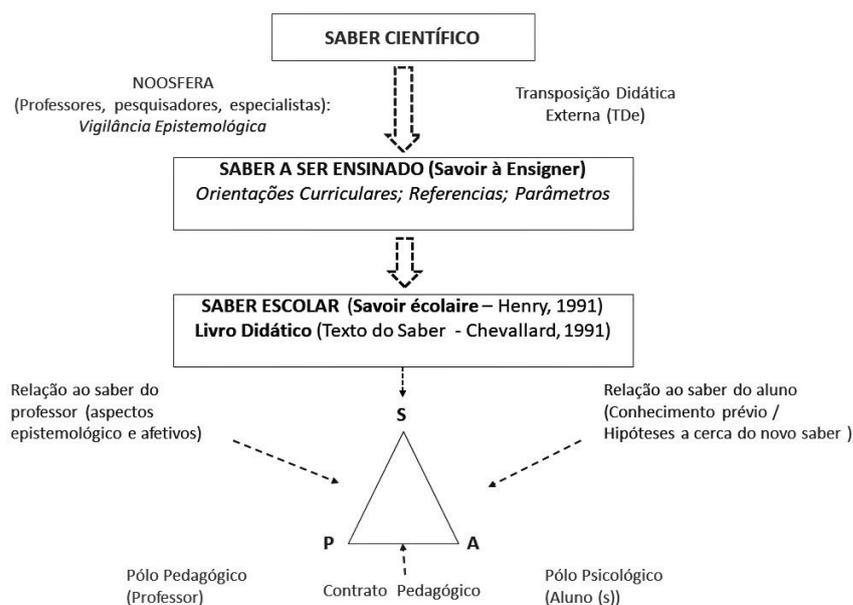


Figura 2 – Esquema da trajetória do Saber na Transposição Didática. Fonte: (MENEZES, et. al., 2008, p. 1193 [10]).

Por fim, o Saber Ensinado (Saber Escolar), baseado no Saber a Ensinar é realmente o que chega em sala de aula, onde existe a valorização da prática do professor e acontece a transposição, o qual o professor é mediador do conhecimento [11].

A Transposição Didática deve permitir a aprendizagem de conceitos, caso contrário, ela não pode ser legitimada. Isso em grande parte devido à necessidade de gestão do Contrato Didático por parte do professor. Sobre esse ponto, é fundamental que os papéis de professor e aluno possam ser efetivamente cumpridos, resumidamente indicando que ao professor cabe ensinar e ao aluno aprender (BROCKINGTON; PIETRECOLA, 2005, p. 399).

Em seu trabalho, Brockington e Pietrecola (2005) [11] destacam que o ensino de Física Moderna no Ensino Médio contemple uma maior concentração nas perspectivas filosóficas, não necessitando de todo um formalismo matemático, e caso sejam inseridos contextos matemáticos que sejam em níveis cabíveis para o contexto do aluno.

Em um contexto geral, Chevillard analisa as modificações que o conhecimento produzido pelos cientistas sofrem até se tornar um objeto de ensino, mesmo passando por alterações o conceito mantém semelhanças com a ideia original. Chevillard não quer que o conhecimento seja simplificado, para que o jovem entenda, mas que seja produzido um “novo” conhecimento capaz de responder as perguntas em sala de aula [11, 12].

3 FÍSICA MODERNA E CONTEMPORÂNEA

3.1 Marco histórico da Física Moderna e Contemporânea

A Física é a ciência que se preocupa com as propriedades da matéria e com as forças naturais, a qual usa a matemática como ferramenta para se expressar. A Física estuda aspectos da matéria em seus variados níveis, molecular, atômico e nuclear. Os primeiros relatos do estudo da Física aparecem na Antiguidade com os “filósofos naturais”, que buscavam entender o mundo fora de um aspecto divino.

Na Grécia Antiga, desenvolveu-se a Física Aristotelística, cujas principais contribuições de Aristóteles (384 a.C. - 322 a.C.) estão relacionadas à ideia de movimento, à queda dos corpos e ao geocentrismo [13].

Com uma abordagem mais matemática, Galileu Galilei (1564-1642) buscava descrever os fenômenos e seguia métodos científicos para pesquisar. Pesquisou sobre o movimento uniformemente acelerado, enunciou o princípio da inércia, entre outras contribuições, na Astronomia fez-se a identificação das manchas solares. Além das contribuições científicas, construiu alguns equipamentos, como a balança hidrostática, termômetro de Galileu, um tipo de compasso e foi um dos primeiros a fazer uso científico do telescópio [14].

No século XVII, tem-se a base da Física Clássica que possui como principal nome Isaac Newton (1642- 1727), que contribuiu com o cálculo diferencial, com a descrição da decomposição da luz, as leis da mecânica clássica, a gravitação universal e, por fim, publicou *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*. Newton buscava provar que a Física seria capaz de explicar tanto os fenômenos terrestres como os celestes [15].

Nos séculos XVIII e XIX, surgiram os fundamentos da Termodinâmica e do Eletromagnetismo. A Termodinâmica vem junto com a revolução industrial, com o objetivo de estudar a relação entre calor e trabalho, traz também o conceito de entropia desenvolvida por Ludwig Boltzmann (1844-1906) e o zero absoluto pelo Lord Kelvin (1824- 1907). O Eletromagnetismo faz a relação dos fenômenos elétricos e magnéticos, com contribuições do Michael Faraday (1791-1867), Wilhelm Konrad von Röntgen (1845-1923) e James Clerk Maxwell (1831-1879) [15]. No final do século XIX, acreditava-se que todos os fenômenos físicos eram explicados pelas teorias anteriores. Então, realizaram conferências com físicos de várias partes do mundo.

Conferência de Solvay patrocinada pelo industrial belga Ernest Solvay (1838-1992). A primeira de várias conferências com físicos de várias partes do mundo aconteceu no ano 1911 em que seus participantes necessitavam de convite especial e com um público em torno de 30 pessoas em que cada um deveria levar considerações a respeito de um assunto previamente selecionado. Os cinco primeiros encontros, que aconteceram entre 1911 e 1927, compuseram a crônica do desenvolvimento da Física do século XX (PEREIRA, p. 180, 2015 [16]).

O marco grandioso foi o encontro de 1927, nele havia a presença de renomados cientistas da época, como (1) Max Planck (1858-1947), (2) Marie Curie (1867-1934), (3) Albert Einstein (1879-1955), (4) Niels Bohr (1885-1962), (5) Erwin Schrödinger (1887-1961), (6) Wolfgang Pauli (1900-1958), (7) Werner Heisenberg (1901-1976), (8) Paul Dirac (1902-1985), (9) Louis Broglie (1892- 1987), (10) Max Born (1882-1970) e outros, destacados na Fig. 3. Dentre os participantes da Conferência de Solvay, 17 possuíam ou receberiam o Prêmio Nobel.

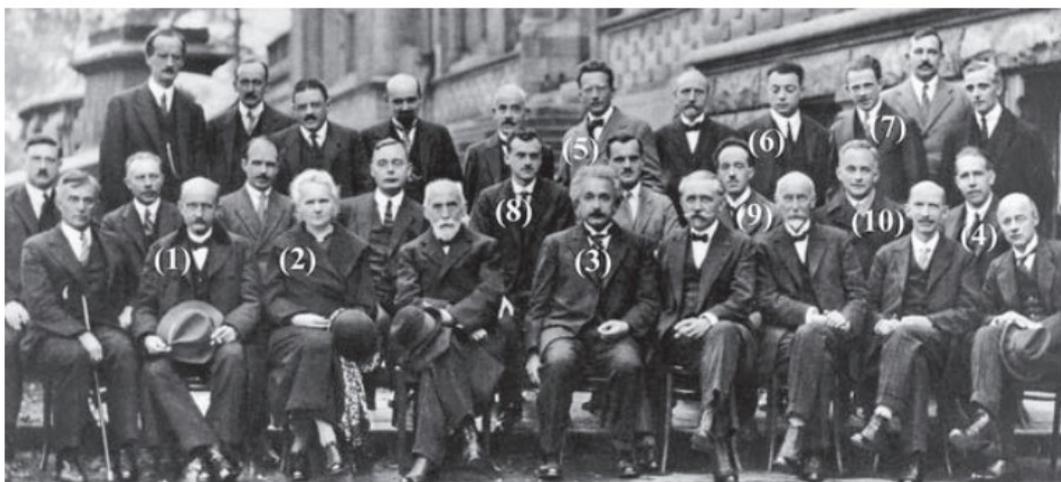


Figura 3 – Quinta conferência - 1927: Elétrons e fótons. Fonte: (wiki, 2019).

Surge, assim, o nascimento da Física Moderna, com questionamentos que já haviam sido formuladas no final do século, tais como “questão da relatividade e o efeito fotoelétrico formulado por Einstein, a radiação do corpo negro de Planck e os espectros ópticos da linha brilhante (o átomo de Bohr) [16].”

No entanto, questionamentos que colocavam a Física Clássica em prova eram perigosos, mas haviam mistérios científicos que ela não resolvia, por exemplo: “a matéria poderia absorver e comportar a radiação eletromagnética, ou seja, a luz, apenas em feixes de energia chamados quanta, cujo tamanho é proporcional à frequência da radiação”, afirmação feita por Max Planck (1858-1947).

3.2 Física Moderna e Contemporânea na Educação Básica

A Física na educação básica acontece a partir da contextualização dos conceitos da Física Clássica, em sua maioria ocupando todo o currículo escolar. Existem debates para que ocorra uma reforma no currículo educacional na disciplina de Física, para que o aluno tenha contato com o avanço do conhecimento científico desde cedo, assim não deixando lacunas no processo de ensino-aprendizagem [17].

Com a reforma do currículo de Física do Ensino Médio, o professor pode desde cedo despertar a curiosidade científica dos seus alunos para tópicos mais avançados de Física, e até mesmo fazê-los ver a Física como um empreendimento para a vida. Os estudantes estão constantemente recebendo informações avulsas em filmes, séries, redes sociais sobre desenvolvimento tecnológico, buracos negros e outros assuntos de cunho científico, mas sem um momento específico na sala de aula para trabalhar esses tópicos não se sabe ao certo se o aluno tem uma visão correta do conteúdo [17].

Até mesmo os Parâmetros Curriculares Nacionais [18] espera que o aluno do Ensino Médio seja capaz de

Compreender formas pelas quais a Física e a tecnologia influenciam nossa interpretação do mundo atual, condicionando formas de pensar e interagir. Por exemplo, como a relatividade ou as ideias quânticas povoam o imaginário e a cultura contemporânea, conduzindo à extrapolação de seus conceitos para diversas áreas, como para a Economia ou Biologia.

Para que o aluno consiga interagir com esse conhecimento moderno ele precisa ter um contato durante o seu processo de formação.

Além dessa habilidade o aluno também precisa [18]:

Acompanhar o desenvolvimento tecnológico contemporâneo, por exemplo, estabelecendo contato com os avanços das novas tecnologias na medicina, por meio de tomografias ou diferentes formas de diagnóstico; na agricultura, nas novas formas de conservação de alimentos com o uso das radiações; ou, ainda, na área de comunicações, com os microcomputadores, CDs, DVDs, telefonia celular, tevê a cabo.

Fazer todo esse acompanhamento baseado apenas na Física Clássica pode fazer com que haja perda de conhecimentos importantes para a formação do aluno. Por isso, defende-se uma reforma do currículo para que ocorra a inserção da Física Moderna e Contemporânea

(FMC). Mesmo a FMC aparecendo de forma indireta no currículo da educação básica, vê-se a necessidade de uma mudança, para que se possa valorizar o avanço do conhecimento científico.

4 EMARANHAMENTO

4.1 Emaranhamento — Divulgação Científica

Utilizando a divulgação científica como base para a pesquisa deste projeto, é importante apresentar um texto com tal abordagem. Partindo dessa perspectiva, nesta seção apresentamos um texto sobre emaranhamento, baseado no livro *Spooky Action at a Distance* de George Musser [26], com o objetivo de familiarizar o leitor sobre o tema.

Como definir localidade? Pode-se dizer que no senso comum, é uma palavra utilizada para indicar bairro, cidade ou qualquer região geográfica remetendo ao conceito de lugar. Você pode facilmente dizer que um objeto clássico está em determinado lugar, por exemplo. Sem localidade, objetos/seres poderiam alcançar o interior do corpo sem ter que passar pela pele e o corpo perderia a capacidade de existir, pois você seria parte do ambiente. É a localidade que define o espaço entre nós e o ambiente que ocupamos.

Localidade é um conceito da física quântica que, essencialmente, significa “limitado pela velocidade da luz”. Na não-localidade, não existe essa limitação. Por exemplo, a explosão de uma supernova e sua detecção na Terra são eventos locais, isto é, limitados pela velocidade da luz. É preciso que a luz da supernova alcance a Terra para que possamos medi-la. Quando o resultado da medição de um evento modifica outro evento instantaneamente ou mais rápido que a luz, então temos um sistema físico não local.

O mundo em que nos encontramos possui qualidades de localidade, temos um forte senso de lugar e das relações entre lugares. Sabemos se a superfície é lisa ou áspera apenas com o toque, até mesmo os nossos comportamentos funcionam de forma local, sentimos a dor da separação de quem amamos. A Mecânica Quântica e outras áreas da Física, por sua vez, sugerem que em um nível mais fundamental, pode não existir lugar e distância tal como conhecemos classicamente.

Experimentos da Física Quântica mostram, no entanto, que duas partículas (não necessariamente idênticas) podem se ligar. Vale mencionar que partícula é uma excitação de um campo quântico e campo é uma propriedade do espaço-tempo [25]. Ao se ligar, elas podem se comportar como um par de moedas “mágicas”, pois se você jogar uma delas aleatoriamente, cairá cara

ou coroa, mas sempre vinculada com sua semelhante, caso estejam emaranhadas. Elas agem de maneira coordenada, embora nenhuma força conhecida passe pelo espaço entre elas. Essas partículas podem ficar em lados opostos do universo, e ainda agem em uníssono. Elas violam o conceito de localidade, elas transcendem o espaço e, provavelmente o tempo, pois acredita-se que efeitos não-locais, como o emaranhamento quântico, são instantâneos, independentemente do espaço entre os objetos, o colapso seria imediato [28].

Einstein definiu de duas maneiras o termo localidade, como separabilidade e ação local. O conceito relacionado à separabilidade, em sua perspectiva, afirma que mesmo separando dois objetos, eles não deixam de existir ou perdem qualquer uma de suas características, lembrando que a escolha de dois objetos é arbitrária, para fins de entendimento, sendo dois objetos mais simples de ser compreendido. O sistema físico pode ter mais de dois objetos para essa situação. Conforme mencionamos anteriormente, ação ou efeito local, pode ser entendido como todo e qualquer fenômeno físico que não ultrapasse a velocidade da luz. Por exemplo, a comunicação via internet é um efeito local, pois respeita as equações de Maxwell e não excede a velocidade da luz.

A localidade é um pré-requisito crucial para compreender a natureza porque tem no seu âmago a ideia de causa procedendo o efeito. Para pensadores gregos antigos, como Aristóteles e Demócrito, a localidade tornou possível a explicação racional, isto é, científica. Quando dois objetos podem afetar um ao outro apenas fazendo o contato direto, você pode explicar colisões entre partículas, por exemplo.

Einstein, apesar da injusta reputação que mais tarde adquiriu como defensor da Física Clássica, estava à frente na apreciação das características estranhas do mundo quântico, entre essas características estava a não-localidade.

Devido a não-localidade, a Mecânica Quântica prevê que duas partículas podem estar ligadas de um modo bastante especial. Dado que não existe, em princípio, uma ligação física (mensurável) entre elas, as partículas devem ser completamente autônomas, como se a distância não interferisse.

Qualquer teoria que implique tais “ações fantasmagóricas a distância”, Einstein fundamentou que faltava alguma coisa, ele imaginou que a natureza era local e apenas dava a impressão de não ser local. Ele procurou uma teoria mais profunda que revelaria o mecanismo oculto pelo

qual duas partículas podem agir em uníssono.

Só em 1960, uma nova geração de físicos realizou experimentos sugerindo que a não-localidade não era uma curiosidade teórica, mas sim um fato científico. O que a não-localidade fornece é muito impressionante, é uma janela para a verdadeira natureza da realidade Física, pois “o mundo não é apenas um conjunto de objetos localizados, existentes e relacionados exatamente apenas por espaço e tempo, há algo mais profundo e mais misterioso que une o tecido do mundo” [26].

O emaranhamento é um tipo de não-localidade que assustou Einstein. A palavra emaranhamento é sinônimo de entrelaçamento. Duas partículas entrelaçadas entre si não são literalmente entrelaçadas como novelos de lã, pelo contrário, elas têm um vínculo peculiar que transcende o espaço.

John Stewart Bell mostrou que a não-localidade não era mais apenas um assunto para debate, era possível estudar o tópico em laboratório. Assim como Einstein, Bell também lutou pela divulgação da não-localidade. Mesmo quando o trabalho de Bell chamou a atenção, era mal interpretado. Porém, dos físicos antigos, Einstein errou ao pensar que a não-localidade era algo apenas aparente e Bohr errou em ignorar completamente a não-localidade. Como Einstein, Bell se preocupou que a não-localidade não desafiasse a Teoria da Relatividade.

Arthur Ekert provou, em 1991, que partículas emaranhadas podem criar um canal de comunicação tão seguro que nem o programa mais seguro de vigilância poderia ouvir [26]. Uma vez que os físicos foram informados sobre a importância do emaranhamento, eles começaram a vê-lo em quase todos os lugares, como em organismos vivos, por exemplo. Na fotossíntese, o emaranhamento é responsável pela alta eficiência com que as moléculas transformam energia luminosa em energia química, ajudando assim a permitir a vida em nosso planeta.

Os físicos geralmente pensam no mundo composto por elétrons, prótons e todas as outras partículas subatômicas da Física. Partículas clássicas são a própria personificação da localidade, esses pequenos fragmentos de matéria existem em localizações precisas e interagem umas com as outras por colisões ou por meio de partículas intermediárias que se deslocam entre elas. O emaranhamento quântico faz com que as partículas se correspondam de maneira não-local, isto é, sem o limite da velocidade da luz e sem alterar suas características.

Einstein foi a figura central da localidade versus a não-localidade. Os livros didáticos

normalmente não destacam suas contribuições para a Mecânica Quântica, resumindo-o para uma única descoberta, conhecida como o efeito elétrico, pelo qual recebeu o Prêmio Nobel em 1921, mas Einstein pode ser chamado do pai da teoria da não-localidade, juntamente com Schroedinger, que cunhou o termo em 1935. Por uma década, Einstein foi praticamente o único que acreditou nisso, seu objetivo, em princípio, era entender a luz.

De Demócrito a Aristóteles, de Newton a Thomas Young, os teóricos dividiam o pensamento relacionado à natureza da luz como onda ou partícula. Em uma série de artigos publicados em 1905, Einstein revelou a questão, a luz se comporta como onda e partícula, mostrando que tanto Newton como Young estavam corretos.

Ao deixar de lado a aparente contradição dos termos, a natureza dual da luz apresentava um problema específico, conflitava com o princípio da localidade. Partículas interagem por contato direto e por meio de suas respectivas partículas intermediadoras ou, talvez, por forças de curto alcance; ondas oscilam através de um meio ou campo em movimento contínuo, mas quando a luz atua como onda e partícula, a não-localidade parece inevitável. Einstein e outros teóricos não perceberam essa não-localidade imediatamente.

Em 1935, Einstein, Podolsky e Rosen publicaram um artigo conhecido como EPR. Einstein e seus dois coautores mais jovens, Boris Podolsky e Nathan Rosen, iniciaram um debate entre os físicos dispersos no mundo (na época, a comunicação ocorria por correspondências). Podolsky, porém, fez várias intervenções no artigo, o que levou Einstein a publicar sua própria versão, mantendo os holofotes sobre o dilema entre não-localidade e a possível incompletude da teoria quântica.

A localidade é observada na vida cotidiana em uma sequência de eventos por meio das relações casuais, pois temos um forte senso de lugar e fazemos relações entre os lugares. Por exemplo, sabemos que o sol nasce no leste e se põe no oeste, que depois da chuva vem o arco-íris, como os alicerces sustentam uma casa. Já a não-localidade diz que quando uma partícula existe em algum estado de superposição quântica, o fato de observá-la pode forçá-la a um resultado. Isso é conhecido como problema da medida.

4.2 Emaranhamento

O bit quântico (qubit) é a unidade básica da informação quântica, e assim como o bit clássico, possui dois estados, 0 e 1. O qubit, por sua vez, é representado por $|0\rangle$ e $|1\rangle$, que fazem parte de um espaço vetorial denominado espaço de Hilbert [27], conhecida como notação de Dirac, que vai aparecer frequentemente, pois é a notação padrão para estados em Mecânica Quântica. Um qubit é representado por

$$|\phi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, \quad (4.1)$$

onde $|\phi\rangle$ é um sistema físico, α e β são amplitudes de probabilidade associadas aos estados $|0\rangle$ e $|1\rangle$, dadas por números complexos, satisfazendo $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$, onde o módulo ao quadrado é a probabilidade da partícula colapsar naquele estado. Cada termo é uma probabilidade, como se fosse uma moeda, a soma das probabilidades de cara e coroa é igual a 1; $|0\rangle$ e $|1\rangle$ são estados quânticos, como o spin para cima/baixo, polarização horizontal/vertical, por exemplo.

Um sistema fechado de duas partículas é descrito pelo produto tensorial dos vetores, dado por

$$|0\rangle \otimes |1\rangle \equiv |0\rangle |1\rangle \equiv |01\rangle. \quad (4.2)$$

Vale mencionar que o cálculo algébrico de um produto tensorial é feito como o de um produto usual. Para saber mais sobre as propriedades de um espaço vetorial, consulte o livro de DOMINGUES; CALIOLI e COSTA (1982) [21].

Em (4.2), $|01\rangle$ significa que a partícula 1 está no estado $|0\rangle$ e a partícula 2 está no estado $|1\rangle$. O seguinte estado de Bell representa o emaranhamento entre dois objetos quânticos [22],

$$|\psi\rangle = \alpha'|01\rangle + \beta'|10\rangle. \quad (4.3)$$

Na equação (4.3), tem-se duas partículas, a primeira posição do ket representa a primeira partícula e a segunda posição a segunda partícula e cada uma pode ser medida em um dos dois estados, $|0\rangle$ ou $|1\rangle$, com $\alpha', \beta' \in \mathbb{C}$, $\alpha' \neq 0$, $\beta' \neq 0$ e $|\alpha'|^2 + |\beta'|^2 = 1$.

Suponha que o estado $|\psi\rangle$ da eq. (4.3) seja separável, isto é,

$$|\psi\rangle = |A\rangle |B\rangle. \quad (4.4)$$

A partícula A é um qubit que está na seguinte superposição quântica,

$$|A\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle, \quad (4.5)$$

e o qubit B está no estado

$$|B\rangle = c|0\rangle + d|1\rangle. \quad (4.6)$$

Os termos $a, b, c, d \in \mathbb{C}$ são as amplitudes para os estados quânticos $|A\rangle$ e $|B\rangle$ com $|a|^2 + |b|^2 = 1$ e $|c|^2 + |d|^2 = 1$.

As seguintes condições devem ser mantidas para que A e B estejam em uma superposição:

$$a \neq 0, \quad b \neq 0, \quad c \neq 0, \quad d \neq 0. \quad (4.7)$$

Inserindo (4.5) e (4.6) em (4.4), fica

$$|\psi\rangle = (a|0\rangle + b|1\rangle)(c|0\rangle + d|1\rangle). \quad (4.8)$$

Resolvendo o produto de (4.8),

$$|\psi\rangle = ac|00\rangle + ad|01\rangle + bc|10\rangle + bd|11\rangle. \quad (4.9)$$

Igualando as equações (4.3) e (4.9), tem-se que

$$\alpha'|01\rangle + \beta'|10\rangle = ac|00\rangle + ad|01\rangle + bc|10\rangle + bd|11\rangle. \quad (4.10)$$

Comparando os termos que estão multiplicando $|01\rangle$ em (4.10), o resultado é: $\alpha = ad$.

Fazendo o mesmo para $|10\rangle$, tem-se o resultado $\beta = bc$.

Não há estados $|00\rangle$ e $|11\rangle$ no lado esquerdo de (4.10); portanto, $a = 0$ ou $b = 0$ ou $c = 0$ ou $d = 0$.

A equação (4.10) contradiz a equação (4.7). Então, a suposição (4.4) está incorreta. Isso prova que (4.3) é um estado quântico inseparável, isto é, não fatorável em produto tensorial,

$$|\psi\rangle \neq |A\rangle|B\rangle. \quad (4.11)$$

Portanto, $|\psi\rangle$ representa um **sistema quântico emaranhado**.

O entrelaçamento quântico é um dos recursos mais importantes da teoria da informação quântica [20]. Informação quântica é uma área que compõe a computação quântica que, por sua

vez, se utiliza de estados em superposição para realizar algoritmos diversos. A grande vantagem da computação quântica é sua propriedade colossal de realizar cálculos em paralelo.

De acordo com [23], o próprio espaço-tempo está entrelaçado. Segundo a teoria da relatividade especial, sabe-se que espaço e tempo estão vinculados por $\tau^2 = t^2 - x^2$ [23, 24], onde t é a duração e x é a separação espacial entre dois eventos. Minkowski provou, em 1907, que τ é uma grandeza absoluta, denominada intervalo do espaço-tempo [26]. Além disso, em relação ao princípio da incerteza, espaço e matéria estão emaranhados, bem como energia e tempo.

4.3 Teorema de Bell

Normalmente se deseja saber como se chegou ao teorema de Bell, neste caso, o estudo começou a partir dos questionamentos de Albert Einstein, que frequentemente oscilava entre acreditar ou não na não-localidade, pois os seres humanos estão acostumados com casualidade, em que toda ação tem-se uma reação [26] e assim por diante.

Para se progredir os estudos relacionados ao teorema de Bell, é importante definir localidade. Na perspectiva de Einstein, localidade pode se apresentar em dois termos. O primeiro deles é “separabilidade”, por exemplo, você se encontra em uma sala de aula, que comporta 30 alunos, com 30 cadeiras, por mais que se coloque as cadeiras em filas, círculos, ou de outra forma, elas não irão deixar de existir ou perder qualquer uma das suas características [26].

O outro termo, “ação local”, significa que dois objetos só podem interagir ao tocarem um ao outro. A tecnologia moderna usa esse princípio, um telefone traduz ondas sonoras em sinais elétricos ou ondas de rádio que viajam através de fios e depois traduzido novamente em som do outro lado [26].

Einstein chegou a esses termos por meio da teoria da Relatividade, postulando que nada pode se mover mais rápido que a luz, mesmo assim o que atribuiu a Einstein o Prêmio Nobel foi sua contribuição referente ao efeito fotoelétrico [26].

Com o estudo da Mecânica Quântica, tem-se um questionamento: partículas não podem ser apenas uma versão pequena do que se conhece, regidas pelas leis da Mecânica Clássica, porque se fossem, elas se autodestruiriam. Einstein estranha isso, pois essas características estão ligadas à não localidade, onde duas partículas podem se tornar parte uma da outra, pois ao tocar

em uma é como se tivesse tocando na outra, isto é, a distância não é um obstáculo para que você deixe de interagir com as duas partículas ao mesmo tempo [26].

Einstein chamou esse fenômeno de “ação fantasmagórica a distância”, pois isso lhe causou muita estranheza. Ele acreditava que a Mecânica Quântica era uma descrição incompleta da realidade [29]. O sonho de Einstein era que as probabilidades da MQ pudessem se tornar os mesmos da Termodinâmica clássica (onde não se conhece os graus de liberdade - a posição e a velocidade de cada molécula de gás) [29]. Ele chegou a escrever: “A teoria quântica estatística, dentro da estrutura da Física futura, assumirá uma posição aproximadamente análoga à Mecânica estatística no âmbito da Mecânica Clássica” [29].

Einstein procurou até o fim da sua vida uma explicação para esse fenômeno, mas não chegou a nada, pois não era um questionamento para os demais físicos, somente na década de 1960, uma nova geração de físicos e os filósofos retomam os questionamentos de Einstein sobre o estudo da “ação fantasmagórica” [26]. John Bell, na década de 1960, afirmou que para se atribuir propriedades preexistentes (mas ocultas) e para explicar probabilidades em medições quânticas, essas propriedades devem ser não-locais [29], o que de certo modo vai contra as ideias de Einstein que acreditava na localidade.

O que é não-localidade? De uma forma simples e resumida poderia ser respondido como algo que supera a velocidade da luz. Tomando duas partículas emaranhadas, por exemplo, se uma colapsar, a outra irá colapsar instantaneamente. Maccone (2013) afirma que “a mecânica quântica é considerada ‘não-local’ no sentido de que as correlações entre propriedades (exemplo: spin) podem se propagar instantaneamente, graças ao emaranhamento” [29]. Em seu livro, Musser (2015) destaca que “às vezes os deuses agem de maneira não-local (eles estalavam os dedos e faziam as coisas acontecerem) e às vezes agem localmente (enviando um emissário para fazer a sua licitação)” [26]. É importante destacar que a não-localidade quântica não pode ser usada para transmitir informações instantaneamente.

Os resultados de Bell ajudam no entendimento da causalidade relativística e auxiliam nos avanços das pesquisas relacionadas a MQ [29]. Agora será apresentada a demonstração da desigualdade de Bell.

4.4 Teorema de Bell: informações importantes

Para iniciar o estudo do teorema de Bell, é necessário o conhecimento de definições relacionadas a alguns termos: **local** (na perspectiva de Einstein) e **contrafactual-definido**.

Em seu trabalho, Maccone (2013) define como “local” seguindo a descrição de Einstein, onde ele assume que “os resultados do experimento não podem ser usados para receber informações de quem atua no segundo sistema, se não houver relação causal com o primeiro [29]”.

Já o termo “contrafactual-definido” representa uma teoria na qual os experimentos revelam propriedades pré-existentes (é importante atribuir uma propriedade a um sistema, como por exemplo, a posição de um elétron) [29]. Maccone (2013) afirma que o teorema de Bell diz que “a mecânica quântica não pode ser local e contrafactual-definida” [29].

Por fim, ao iniciarmos o teorema de Bell, é importante destacar duas hipóteses que são muitas vezes deixadas implícitas, que são a “liberdade de escolha” e a “independência de medição”. Liberdade de escolha significa que a escolha de qual experimento realizar deve ser independente das propriedades do objeto a ser medido. Independência de medição significa que os resultados futuros de um experimento não devem influenciar quais configurações de aparelhos foram escolhidos anteriormente [29].

4.5 Prova do Teorema de Bell

Considere um sistema clássico com dois objetos idênticos, isto é que possuem os mesmos tipos e valores de propriedades físicas. Considere, também, que os valores dessas propriedades sejam predeterminados (certeza contrafactual) e não gerados por suas medições, e que a determinação dos valores das propriedades de um objeto não influencie em nenhuma propriedade do outro objeto (localidade) [29]. A certeza contrafactual se dá, por exemplo, quando consideramos duas moedas clássicas.

Nesse primeiro momento são necessárias apenas três propriedades, A , B e C , cada uma com dois valores, 0 e 1, como apresentado na Fig. 4. Por exemplo, se os objetos forem moedas, $A = 0$ pode significar que a moeda é de ouro e $A = 1$ que a moeda é de cobre (propriedade A : material); $B = 0$ significa que a moeda é brilhante e $B = 1$ é opaca (propriedade B : textura); e

$C = 0$ significa que a moeda é grande e $C = 1$ é pequena (propriedade C : tamanho).

Propriedades		Valores	
		0	1
A	Material	ouro	cobre
B	Textura	brilhante	opaca
C	Tamanho	grande	pequena

Figura 4 – Organização das propriedades e seus valores.

Considere que não se conheça nenhum dos valores dessas propriedades, porque as duas moedas são um presente em duas caixas embrulhadas. No entanto, sabe-se que o presente consiste em duas moedas idênticas. Podem ser duas moedas de ouro, brilhantes e pequenas ($A = 0, B = 0, C = 1$) ou duas moedas de cobre, brilhantes e grandes ($1, 0, 0$), ou duas moedas de cobre, opacas e grandes ($1, 1, 0$) e assim por diante [29].

Sabe-se que os valores das propriedades “existem”, ou seja, são contrafactuais-definidas e predeterminadas, mesmo que não os possa ver diretamente, e são locais (a interação em uma das caixas não altera nenhuma propriedade da moeda na outra caixa). Vamos supor que o portador do presente dará duas moedas de ouro com uma probabilidade de 25% [29].

A desigualdade de Bell diz respeito à correlação entre os resultados das medições das propriedades. Seja $P_{igual}(A, B)$ a probabilidade de que as propriedades A do primeiro objeto e B do segundo tenham o mesmo valor: A e B serem ambos 0 (a primeira moeda é ouro e a segunda é brilhante) ou ambos são 1 (a primeira é cobre e a segunda é opaca) [29].

Por exemplo, $P_{igual}(A, B) = 1/4$ significa que há 25% de chance de A ser igual a B (ou seja, são ambas 0 ou ambas 1). É possível obter esse resultado, pois as moedas são idênticas [29].

Como as duas moedas têm os mesmos valores definidos contrafactuais, isso também

implica que há 25% de chance de se receber duas moedas brilhantes de ouro ou duas moedas opacas de cobre [29].

Devido às duas moedas serem idênticas (possuem propriedades com os mesmos valores), isso significa que $P_{igual}(A, A) = P_{igual}(B, B) = P_{igual}(C, C) = 1$; se uma é de ouro, a outra é de ouro também, e assim por diante, pois equivale a 100% da probabilidade [29].

A desigualdade de Bell pressupõe que três propriedades arbitrárias de dois valores A, B, C satisfazem a definição de localidade contrafactual de que se tem dois objetos, como o $P_{igual}(X, X) = 1$ para $X = A, B, C$ (ou seja, os dois objetos têm os mesmos valores de propriedade), são moedas idênticas [29]. Sob essas condições, a desigualdade de Bell garante que

$$P_{igual}(A, B) + P_{igual}(A, C) + P_{igual}(B, C) \geq 1. \quad (4.12)$$

Logo, para satisfazerem os conceitos de contrafactualidade e localidade, a desigualdade de Bell diz que a soma das probabilidades para que as duas propriedades tenham o mesmo valor, ao considerar, respectivamente, A e B , A e C e B e C , deve ser maior que 1 [29].

Essa conclusão também é intuitivamente clara: como as duas moedas têm as mesmas propriedades, a soma das probabilidades de que as moedas sejam ouro e brilhante, cobre e opaca, ouro e grande, cobre e pequena, brilhante e grande, e opaca e pequena deve ser maior que 1 porque todas as oito possíveis combinações de três valores foram contadas [29].

Para entender melhor esse raciocínio, Maccone (2013) [29] usou o diagrama de Venn, que mostra as relações lógicas possíveis entre os conjuntos $P_{igual}(A, B)$ e $P_{dif}(A, B)$. As áreas de cada conjunto representam a sua probabilidade.

Na primeira parte do diagrama da Fig. 5, a área tracejada representa a probabilidade $P_{igual}(A, B)$ de que os valores da propriedade A do primeiro objeto e B do segundo sejam iguais (1 ou 0) [29]. A área azul representa a probabilidade $P_{dif}(A, B)$ de serem diferentes; o círculo grande interior tem área igual a $1 = P_{igual}(A, B) + P_{dif}(A, B)$ [29].

Na Fig. 6, a área azul representa a probabilidade de que os valores de A e C sejam iguais, e a área diferente de azul representa a probabilidade de que A e C sejam diferentes. Se o valor de A do primeiro objeto for diferente dos valores de B e C do segundo (área pontilhada), então B e C do segundo objeto deverão ser os mesmos, ou seja, na Fig. 6 há a representação explícita dos valores das propriedades cujas probabilidades são representadas pelas áreas dos diagramas de

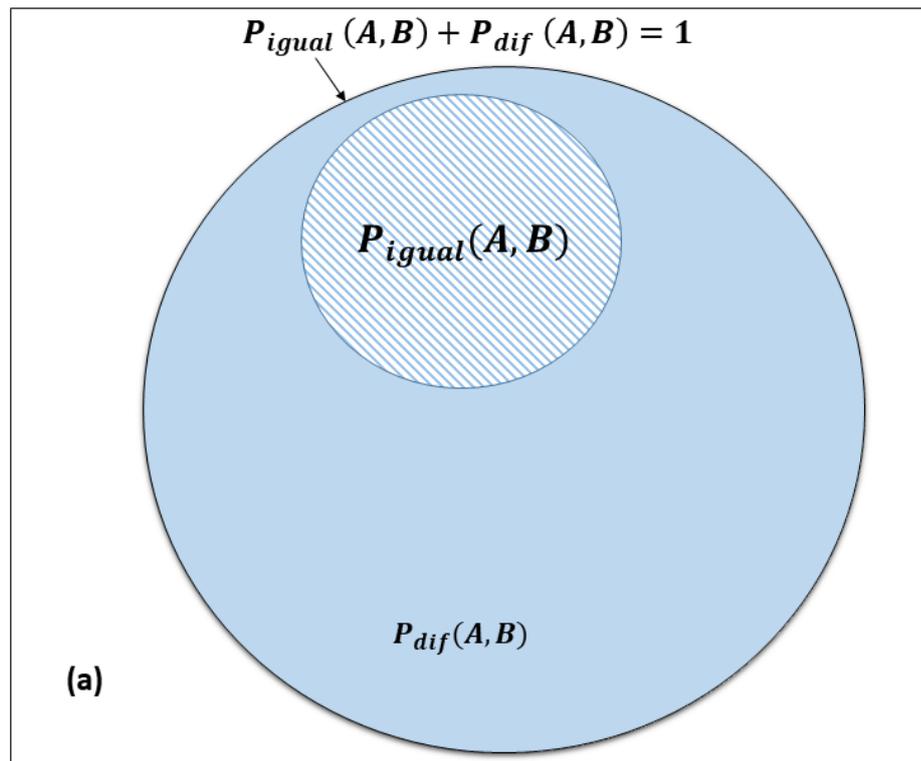


Figura 5 – Usando áreas para provar probabilidades. Fonte: adaptado de (MACCONE, 2013, p.856) [29]. A figura não está em escala.

Venn [29].

Na Fig. 6, cada conjunto possível de valores das propriedades é representado por um trio de números (A, B, C) que indica as (valores contrafactuais definidos, local) propriedades A , B e C para ambos os objetos. Observe que na área pontilhada, A deve ser diferente de B e C , de modo que B e C devem ser iguais (os valores de B e C também são iguais na interseção entre os dois círculos menores, mas isso é irrelevante para a demonstração do teorema) [29].

Na Fig. 7, a probabilidade de B e C serem iguais, $P_{igual}(B, C)$, deve ser maior (ou igual) à área pontilhada (em cinza), isto é, desconsiderando a parte branca no interior do círculo.

Na Fig. 8, é apresentada a quantidade $P_{igual}(A, B) + P_{igual}(A, C) + P_{igual}(B, C)$, que é maior (ou igual) à soma das áreas pontilhadas tracejadas (cinza), que por sua vez é maior (ou igual) ao círculo completo de área 1. Isso finaliza a demonstração da desigualdade de Bell (1) por meio dos diagramas de Venn apresentados.

O raciocínio apresentado na Fig. 9 falha se não forem empregadas propriedades definidas

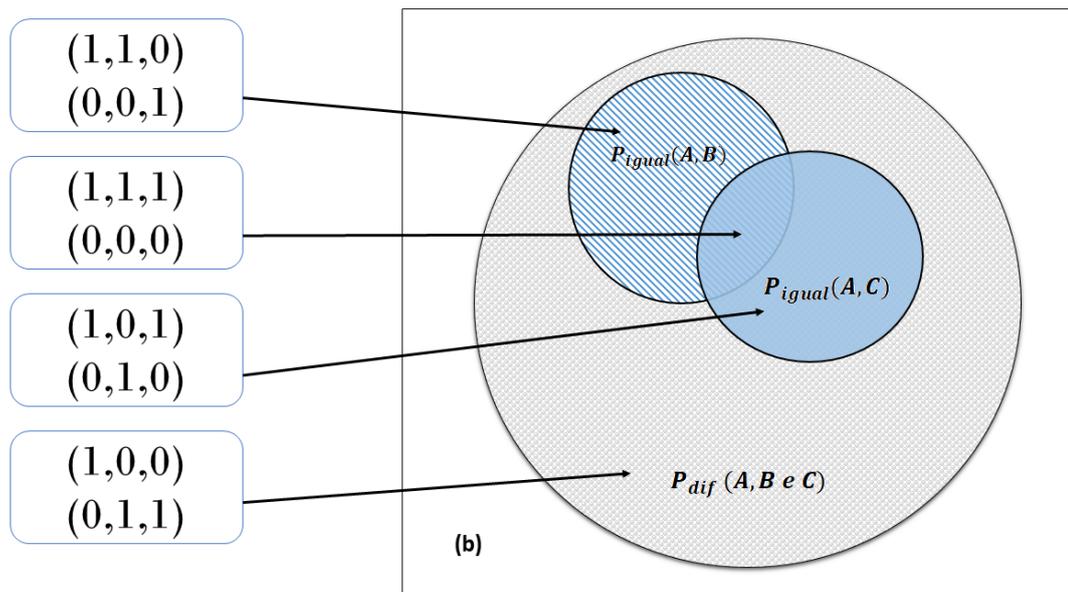


Figura 6 – Representação dos oito possíveis valores das propriedades. Fonte: adaptado de (MACCONE, 2013, p.856) [29].

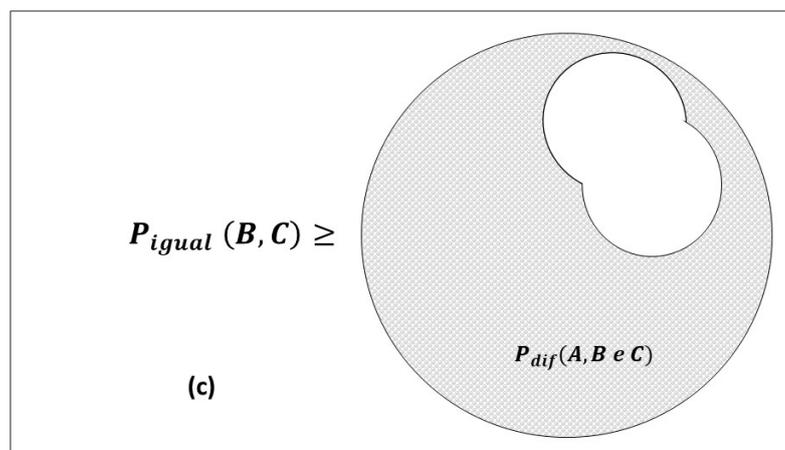


Figura 7 – Representação da probabilidade de B e C serem iguais. Fonte: adaptado de (MACCONE, 2013, p.856) [29].

contrafactuais como, por exemplo, se a complementaridade impedir de atribuir valores às propriedades B e C do segundo objeto. Também falha se forem empregadas propriedades não locais; por exemplo, se uma medida dos valores de B em um objeto alterar o valor de A do outro objeto [29].

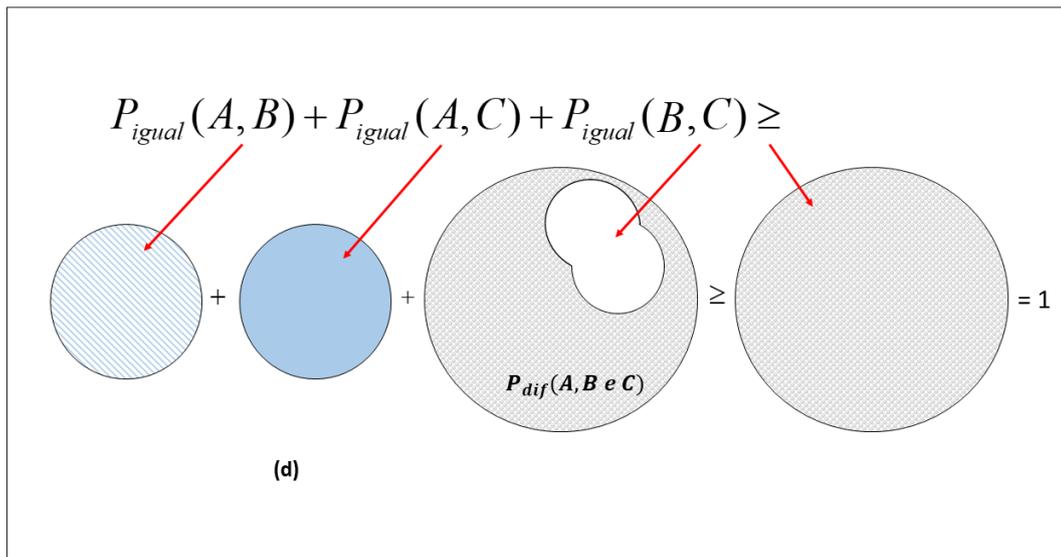


Figura 8 – Prova da desigualdade de Bell. Fonte: adaptado de (MACCONE, 2013, p.856) [29].

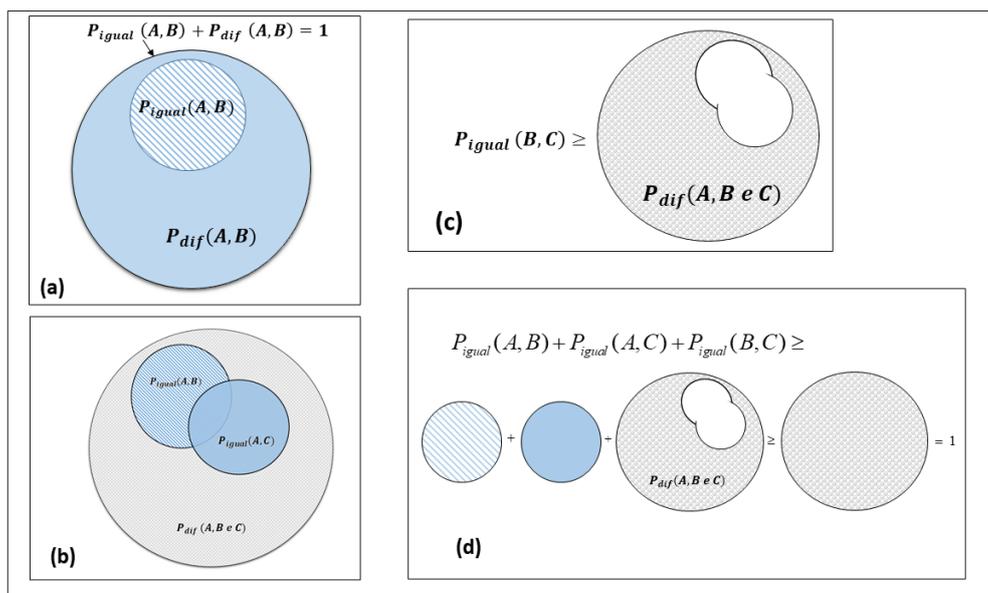


Figura 9 – Raciocínio da construção da desigualdade de Bell. Fonte: adaptado de (MACCONE, 2013, p.856) [29].

Uma observação importante é que nas mesmas propriedades definidas contrafactualmente, a medição de uma não afeta o resultado da outra. Se não houvesse propriedades definidas contrafactuais, não se pode inferir que a primeira moeda é brilhante apenas porque foi realizada a medição da segunda como brilhante, mesmo que se saiba que as duas moedas tenham as mesmas propriedades; sem uma definição contrafactual, não se pode falar da primeira textura da moeda,

a menos que seja realizada uma medida [29].

Além disso, se uma medida da textura da segunda moeda puder alterar a textura da primeira moeda (não-localidade), novamente não se pode inferir a textura da primeira moeda a partir de uma medida da segunda. Assim, mesmo sabendo que as texturas das moedas eram inicialmente as mesmas, a medida na segunda pode alterar a textura da primeira [29].

Iremos verificar o teorema de Bell, por meio de um sistema quântico que viola a desigualdade de Bell (4.12). Considere dois sistemas não idênticos de dois níveis, isto é, dois qubits no estado de entrelaçamento $|\Phi^+\rangle = (|00\rangle + |11\rangle)/\sqrt{2}$. Considere, também, as propriedades dos observáveis A, B e C definidos pelos três conjuntos (valores de referência) a seguir [29]:

$$A : \begin{cases} |a_0\rangle \equiv |0\rangle \\ |a_1\rangle \equiv |1\rangle \end{cases}, \quad B : \begin{cases} |b_0\rangle \equiv \frac{1}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle \\ |b_1\rangle \equiv \frac{\sqrt{3}}{2}|0\rangle - \frac{1}{2}|1\rangle \end{cases}, \quad C : \begin{cases} |c_0\rangle \equiv \frac{1}{2}|0\rangle - \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle \\ |c_1\rangle \equiv \frac{\sqrt{3}}{2}|0\rangle + \frac{1}{2}|1\rangle \end{cases} \quad (4.13)$$

É fácil verificar que os estados em cada par são ortogonais. Também pode-se verificar que um sistema de dois qubits com os mesmos valores para todas as propriedades é dado por

$$|\Phi^+\rangle = \frac{|a_0a_0\rangle + |a_1a_1\rangle}{\sqrt{2}} = \frac{|b_0b_0\rangle + |b_1b_1\rangle}{\sqrt{2}} = \frac{|c_0c_0\rangle + |c_1c_1\rangle}{\sqrt{2}}. \quad (4.14)$$

Logo, no estado $|\Phi^+\rangle$, $P_{igual}(A, A) = P_{igual}(B, B) = P_{igual}(C, C) = 1$ tal que uma medição da mesma propriedade em ambos os qubits sempre produz o mesmo resultado, ambos 0 ou 1.

Para se calcular a quantidade no lado esquerdo da desigualdade de Bell e para calcular qualquer um dos três termos, escreve-se o estado $|\Phi^+\rangle$ em termos dos valores correspondentes dos dois qubits individuais. Por exemplo, pode-se encontrar o valor de $P_{igual}(A, B)$ se for escrito

$$|\Phi^+\rangle = \frac{|a_0\rangle(|b_0\rangle + \sqrt{3}|b_1\rangle) + |a_1\rangle(\sqrt{3}|b_0\rangle - |b_1\rangle)}{2\sqrt{2}}. \quad (4.15)$$

A probabilidade de obter 0 para ambas as propriedades é então o módulo quadrado do coeficiente de $|a_0\rangle|b_0\rangle$, isto é, $|1/2\sqrt{2}|^2 = 1/8$; enquanto a probabilidade de obter 1 para ambos é o módulo quadrado do coeficiente de $|a_1\rangle|b_1\rangle$, que é novamente 1/8. Portanto, $P_{igual}(A, B) = 1/8 + 1/8 = 1/4$. Analogamente, descobre-se que $P_{igual}(A, C) = 1/4$ e $P_{igual}(B, C) = 1/4$, expressando o estado, respectivamente, por

$$|\Phi^+\rangle = \frac{|a_0\rangle(|c_0\rangle + \sqrt{3}|c_1\rangle) - |a_1\rangle(\sqrt{3}|c_0\rangle - |c_1\rangle)}{2\sqrt{2}} \quad (4.16)$$

e

$$|\Phi^+\rangle = \frac{(|b_0\rangle + \sqrt{3}|b_1\rangle)(|c_0\rangle + \sqrt{3}|c_1\rangle) - (\sqrt{3}|b_0\rangle - |b_1\rangle)(\sqrt{3}|c_0\rangle - |c_1\rangle)}{4\sqrt{2}}. \quad (4.17)$$

Expressando o estado como

$$P_{igual}(A,B) + P_{igual}(A,C) + P_{igual}(B,C) = \frac{3}{4} < 1, \quad (4.18)$$

vemos que (4.18) viola a desigualdade de Bell (4.12).

Isso prova o teorema de Bell: todas as teorias que são locais e contrafactuais definidas devem satisfazer a desigualdade (4.12), que é violada pela Mecânica Quântica. Portanto, a Mecânica Quântica não pode ser uma teoria definida contrafactual local, ela é não contrafactual definida ou não-local [29]. Uma observação importante que vale mencionar, mas que não teremos tempo de abordar neste trabalho, é se seria possível criar o sistema (4.13) com polarizadores.

5 METODOLOGIA

Neste capítulo, será apresentada uma descrição dos procedimentos realizados desde alguns pontos do produto educacional até a sua implementação e finalização.

5.1 Metodologias de Ensino

Na revisão bibliográfica (capítulo 2), são apresentadas as metodologias de ensino, como Aprendizagem Baseada em Problemas, seguida da Transposição Didática. Ambas as metodologias são utilizadas como suporte pedagógico para a construção do Produto Educacional. A Aprendizagem Baseada em Problemas aparece no produto, no segundo momento, onde se tem um roteiro utilizando perguntas para nortear o processo de ensino-aprendizagem; já a transposição didática aparece no terceiro momento do produto, pois o algoritmo de resolução é construído baseado nas características de tal metodologia.

As metodologias de ensino são utilizadas como ferramentas para que se possa promover a divulgação científica de diferentes maneiras na Educação Básica e até mesmo no Ensino Superior.

5.2 Local da Pesquisa

A pesquisa foi realizada no Instituto Federal do Tocantins, campus Araguaína. É uma instituição escolar pública vinculada ao governo Federal, que oferta o Ensino Médio Integrado, cursos técnicos e tecnólogos. A pesquisa foi realizada durante as aulas de Física do projeto Residência Pedagógica nas turmas do Ensino Médio Integrado Regular (Biotecnologia e Informática). As turmas escolhidas foram do último ano do Ensino Médio.

5.3 Métodos Utilizados

Para a construção metodológica, têm-se o pesquisador como observador direto de todo o processo, porém, levando em consideração aspectos quantitativos e qualitativos [19]. A pesquisa quantitativa, descrita por Moreira (2003, p. 7) [19] diz que ela “procura estudar os fenômenos de

interesse da pesquisa em educação geralmente através de estudos experimentais ou correlacionais caracterizados primordialmente por medições objetivas e análises quantitativas”, apresentada por meio de gráficos.

Para analisar os dados do estudo de Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio, as turmas foram divididas em duas e todos os encontros ocorreram no laboratório de informática da unidade escolar.

O produto é dividido em três partes: a primeira parte apresenta orientações ao professor em como se organizar para inserir dentro do seu planejamento, o estudo de temas relacionados à Física Moderna e Contemporânea; a segunda são orientações aos alunos para o desenvolvimento da sua aprendizagem; a terceira parte é a transposição didática sobre Emaranhamento Quântico, apresentada na forma de um algoritmo de resolução, chamado assim, pois o aluno resolve por etapas.

Em uma turma foi aplicada a segunda parte do produto e na outra turma a terceira parte do produto. Ao longo da pesquisa, o aluno era avaliado para saber se realmente estava acontecendo a aprendizagem. Os alunos que participaram da segunda parte do produto foram divididos em grupos e cada grupo respondeu o roteiro de perguntas inseridas no produto, depois produziu um texto e um *banner* (que poderia ser em forma de mapa mental também, como sugerido no produto educacional) do tema escolhido. Os alunos que ficaram com a terceira parte do produto precisaram entregar as questões matemáticas sobre Emaranhamento Quântico solucionadas.

5.4 Os dados

Os dados da pesquisa foram obtidos a partir da produção dos alunos, em grupo e individualmente (transposição didática), por meio de mapas mentais, textos, observação direta, diário de bordo e, por fim, foi realizado um questionário on-line. Este questionário on-line foi produzido no “Formulários do Google”, onde foi disponibilizado por um *link* para todos os alunos que participaram do processo, lembrando que era voluntária e anônima a participação.

Os mapas mentais e textos serviram como avaliações para certificar se o aluno aprendeu ou não sobre o tema e como ele organizou suas ideias. Por meio da observação direta, o pesquisador analisava quais eram os novos questionamentos, a relação que os alunos estabeleciam com o produto, se o aluno conseguiria desenvolver sua pesquisa de forma mais independente e

como aconteceria a troca de conhecimento entre todos.

A solução das questões sobre Emaranhamento Quântico e a observação direta buscou avaliar a capacidade dos alunos em construir o conhecimento por etapas baseado em um formalismo matemático, acompanhados do pesquisador. Por último, o questionário busca analisar a relação que os alunos têm com a FMC e com o produto educacional.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo, serão discutidos os resultados da aplicação do produto educacional no Ensino Médio. É importante lembrar que produto educacional está dividido em três partes, orientação aos professores e as outras duas partes são destinadas aos alunos, com orientações para produção do conhecimento científico e por fim, um algoritmo de resolução.

6.1 Aplicação do Produto – parte do aluno

O produto educacional visa levar os alunos a desenvolverem habilidades para aprenderem de forma independente “qualquer” assunto sobre ciência e tecnologia [2, 8, 11]. A aplicação ocorreu em dois encontros, nas turmas regulares do Instituto Federal do Tocantins - campus Araguaína, no último semestre de 2019, e foi dividida em quatro momentos conforme mostrado na Fig. 10.

No primeiro momento, o professor/pesquisador fez uma breve apresentação do projeto, com o auxílio de *slides*, foram apresentados os aspectos históricos da Física Moderna e Contemporânea (FMC). Alguns tópicos de FMC foram expostos como sugestão para os alunos terem uma ideia prévia do que pesquisar. Também foram apresentadas algumas plataformas para colaboração na realização de pesquisas, desde sites de divulgação científica até sites com artigos de cunho mais acadêmico, como apresentado na Fig. 11. Por fim, o professor/pesquisador passou as devidas orientações aos alunos seguindo o roteiro descrito na primeira parte do produto educacional.

Após esse primeiro contato com os alunos, a turma foi dividida em grupos, e então foi passado a eles a segunda parte do produto educacional impresso com as devidas orientações para realizarem o estudo. Nessa parte impressa havia as perguntas para norteá-los durante o processo de aprendizagem. A Fig. 12 mostra as perguntas norteadoras para a pesquisa, por ser um estudo (pesquisa) que contém alguns quesitos da metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas.

Com as perguntas em mãos, cada grupo escolheu um tema de forma livre para realizar o seu estudo. Escolhido o tema, eles poderiam pesquisar na internet e discutirem entre si possíveis respostas para cada questionamento do roteiro. O professor/pesquisador tinha como papel auxiliar

Momento 1
Conteúdo: Física Moderna e Contemporânea Objetivos: Apresentar para o aluno o que se aprende em Física Contemporânea e os impactos da pesquisa científica. Procedimentos metodológicos: <ol style="list-style-type: none">1. Será apresentado de forma expositiva os tópicos de Física Contemporânea e seus impactos.2. Dividir a turma em grupos.3. Escolha do tema de pesquisa.4. Orientar as atividades que os alunos precisam desenvolver.5. Passar os passos que os alunos precisam seguir para desenvolver o texto e banner. Recursos: formulário com as questões utilizadas para pesquisa e texto com orientações para produção do resumo e banner. Avaliações: A avaliação ocorrerá no final da produção do texto e banner.
Momento 2
Objetivos: Orientar os alunos. Procedimentos metodológicos: <ol style="list-style-type: none">1. O professor estará à disposição para tirar dúvidas acerca do tema e realizar as devidas orientações Recursos: disponibilidade para realizar pesquisa bibliográfica. Avaliações: A avaliação ocorrerá no final da produção do texto e banner.
Momento 3
Objetivos: Auxiliar na finalização das atividades: texto e banner. Procedimentos metodológicos: <ol style="list-style-type: none">1. Acompanhar a finalização dos trabalhos. Recursos: cartolina para produção do banner. Avaliações: texto, banner e apresentação.
Momento 4
Conteúdo: Emaranhamento Quântico. Objetivos: Provar a inseparabilidade do emaranhamento. Procedimentos metodológicos: <ol style="list-style-type: none">1. Passar um texto base com as ferramentas necessárias para provar a inseparabilidade. Recursos: roteiro para transposição. Avaliações: correção da transposição didática.

Figura 10 – Momentos de como foi organizada as aulas.

e supervisionar cada etapa da construção do conhecimento dos alunos envolvidos [7, 8, 11].

Grande parte dos grupos optaram em digitalizar, de acordo com a Fig. 13 em um documento do *Google Drive* as respostas da primeira parte do estudo.

Nessa etapa, eles fizeram de forma livre, desde a escolha do tema, até a solução dos problemas. O professor/pesquisador acompanhava para certificar se os sites/portais, artigos eram considerados confiáveis para o estudo.

No segundo e último encontro, os alunos entregaram os textos e os *banners* do tema

	Endereço: https://scholar.google.com.br/
	Endereço: http://revistapesquisa.fapesp.br/
	Endereço: http://www.scielo.br/
	Endereço: https://arxiv.org/

Figura 11 – Sugestões de portais que apresentam artigos, dissertações e teses.

escolhido e trabalhado nas resoluções das questões. No final da resolução das questões, os alunos foram capazes de produzir o texto e o *banner* seguindo as orientações da segunda parte do produto educacional.

Para produção dos textos e banners, os alunos contaram com plataformas/sites/portais que falavam acerca do tema. A ideia era que eles explorassem de forma segura o conhecimento científico, interpretassem e organizassem esse conhecimento, procurando a solução das questões (Fig. 12) em primeira instância, e logo depois eles produziram o texto e banner.

6.2 Análise dos dados: parte dois do produto educacional

Esta primeira análise é de caráter qualitativo, os instrumentos utilizados foram basicamente mapas mentais (*banner*) e textos; observação direta; diário de bordo e fotos da aplicação do produto.

Os textos, de modo geral, apresentam títulos específicos, que davam para identificar o conteúdo do trabalho de forma clara, *Criptografia Quântica: um progresso para segurança da informação, como Astronomia, Campo Magnético: propriedades, objetos e sua aplicação para o futuro, Teleporte, Buraco Negro, Antimatéria*. Sendo este um dos critérios para o título, que seja

Orientações para o aluno

Para a construção do conhecimento científico é necessário que sejam respondidos alguns questionamentos acerca do tema escolhido.

1) Qual o **tema** escolhido: _____ (Temperatura)

2) A partir do tema escolhido responda as seguintes questões:

A) Destaque três itens que justifiquem sua importância.

(1- Equilíbrio térmico. 2- Escalas termométricas. 3- Identificar o estado da matéria.)

B) Escreva pelo menos três propriedades físicas.

(1- Energia cinética. 2- Graus de liberdade. 3- Ponto triplo.)

C) Cite outras propriedades que tenham alguma relação física com o tema.

(1- Estrutura da matéria. 2- Entropia. 3- Lei zero da Termodinâmica.)

D) Quais são os objetos envolvidos? (colocar um exemplo)

(Termômetro, micro-ondas, aparelhos de refrigeração.)

E) Escreva:

- **aplicações que já existem.**

(Termostato)

- **possíveis aplicações para o futuro.**

(Energia do ponto zero)

- **experimentos relacionados.**

(Radiação do Corpo Negro)

F) Escreva um parágrafo sobre o seu tema de pesquisa.

G) Identifique as palavras-chave.

Figura 12 – Perguntas entregues para cada grupo de estudo.

claro e objeto, de acordo como sugerido no produto educacional.

O texto poderia ser um resumo simples, como está apresentado na Fig. 14, porém com todos os seguintes elementos textuais no corpo do texto: introdução, discussão, considerações finais. O produto educacional especifica o que precisa ser escrito em cada tópico apresentado.

CRIPTOGRAFIA QUÂNTICA

A) Destaque três itens que justifiquem sua importância.
Segurança da Informação, Privacidade, Inviolabilidade da Informação

B) Escreva pelo menos 3 propriedades físicas.
Polarização de fons, Estado de Bell, princípio da incerteza de Heisenberg

C) Cite outras propriedades que também tenham alguma relação Física com o tema.
Canal quântico, entrelaçamento quântico, mecânica quântica

D) Quais são os objetos envolvidos
Computadores Quânticos, Banco de Dados, Cartão Inteligente Quântico, Chaves Assimétricas.

E) Escreva:

- Aplicações Existentes:
Cartão Inteligente Quântico
- Possíveis Aplicações Futuras:
Aplicação na telefonia móvel
- Experimentos Relacionados:
Comunicação quântica via satélite

F) Escreva um parágrafo sobre o tema de pesquisa
A criptografia quântica um ramo da criptografia que utiliza princípios da física quântica para garantir a segurança da Informação. Sua importância vem crescendo com o crescimento das redes de computadores. Problemas como falta de sigilo ou hacking em Informações pessoais, financeiras, militares e etc podem

Figura 13 – Resolução pelos alunos dos problemas propostos.

Em uma análise dos textos, todos apresentam os elementos solicitados, até mesmo o texto sobre *Campo Magnético: propriedades, objetos e sua aplicação para o futuro*, não sendo este um tópico de Física Moderna e Contemporânea.

Em relação aos *banners* foi deixado que os alunos produzissem de uma forma livre e criativa, precisando apenas constar de forma obrigatória o tema do assunto. Como mostrado na Fig. 15, os exemplos de *banners*, todos produziram de acordo com o tema, algumas optaram por fazer mapa mental e outros ilustraram, usando texto na produção.

Ao partir da perspectiva do pesquisador/professor, todos os alunos se envolveram de forma ativa durante a pesquisa, mesmo não sendo ofertado nota em troca e a participação de certo modo ter acontecido de forma voluntária. Alguns alunos apresentaram mais curiosidade e

Criptografia quântica: um progresso para a segurança da informação

A criptografia quântica é um método da criptografia em desenvolvimento, que utiliza os princípios da computação quântica. A mecânica quântica é a teoria física que obtém sucesso no estudo dos sistemas físicos cujas dimensões são próximas ou abaixo da escala atômica, tais como moléculas, átomos, elétrons, prótons e de outras partículas subatômicas, muito embora também possa descrever fenômenos macroscópicos em diversos casos. Com a mecânica quântica o emissor e o receptor podem, emitir, receber e partilhar uma chave secreta que serve para a segurança da criptografia posta na mensagem e para decifrar a mesma.[7]

A Interceptação da Informação para fins maliciosos é hoje um dos maiores riscos da internet. Por meio de ataques hackers, dados bancários, por exemplo, podem ser roubados. Infelizmente, por mais que a criptografia tradicional avance, ela encontra sempre os mesmos limites, pois os algoritmos são facilmente descobertos depois de certo tempo.

Na era quântica, por outro lado, não há esse perigo, uma vez que não depende de equações matemáticas para mascarar a informação. As chaves quânticas são completamente físicas, e não um artifício matemático. Com isso, a informação compartilhada entre duas partes permanece acessível somente para elas. Qualquer Interferência vai mudar o estado das partículas e apagar a mensagem. Fazendo uma analogia banal, é como se você enviasse um pombo correio que se auto destruísse quando alguém tentasse ler a carta enviada sem falar as "palavras mágicas".

Por essas razões, se a tecnologia da criptografia quântica, se consolidar teremos dados praticamente invioláveis. Obviamente, não podemos ser completamente otimistas e imaginar que todos os problemas serão resolvidos. Assim como a tecnologia evolui, também cresce a perspicácia humana, de modo que talvez haja hackers quânticos no futuro. Porém, temos certeza de que isso vai demorar décadas. Então, quem investir o quanto antes nesse ramo colherá muitos benefícios. [8]

Figura 14 – Texto produzido pelos alunos.

disponibilidade para aprender temas já conhecido por eles, como criptografia. Acredita-se que que a escolha desse tema esteja relacionado ao fato deles terem um curso técnico integrado ao Ensino Médio, que é informática. Outro tema que eles apresentaram curiosidade no início foi Computação Quântica, por também está relacionado ao curso.

No texto da Fig. 14, o aluno demonstra conhecimento sobre os conceitos iniciais de

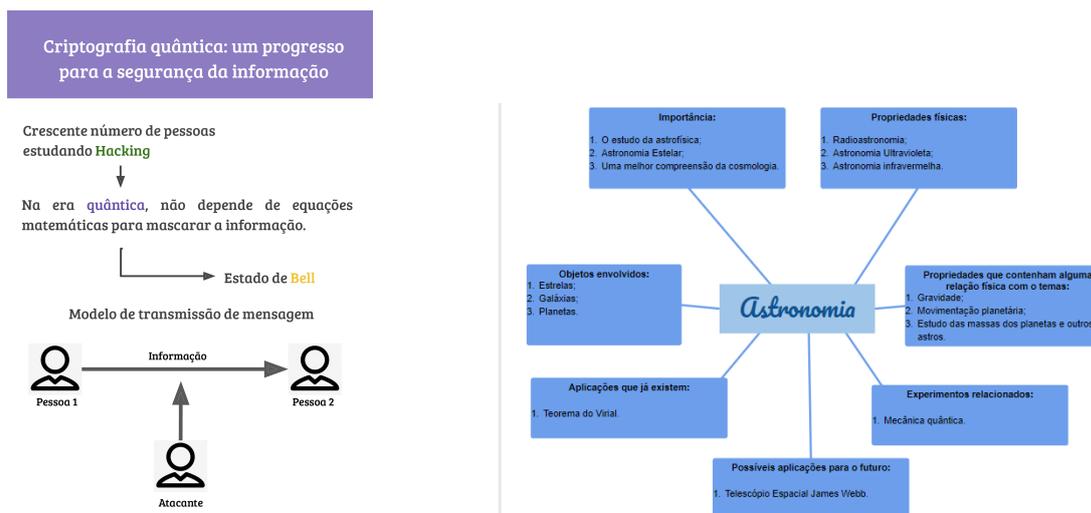


Figura 15 – Banners produzido durante a aplicação do produtor.

mecânica quântica. Em seguida, inseriram conceitos sobre criptografia, destacando a importância da segurança na internet e como a criptografia clássica pode ser menos segura. Os alunos demonstraram acreditar que a criptografia quântica pode ser uma saída para a segurança de dados, mas considerando também a possibilidade de ser usada por pessoas com má intenção.

O mesmo grupo produziu o banner da parte esquerda da Fig. 15. No banner, eles optaram por destacar como acontece a transmissão da mensagem de uma pessoa para outra, destacando também, o termo “Estado de Bell” que está diretamente relacionado com este tópico da Física Quântica. Porém, o trabalho produzido apresenta poucas informações para o leitor.

O grupo que trabalhou o tema *Astronomia* optou por trabalhar em forma de tópicos, destacando cada um deles, partindo de propriedades física, seguindo os tópicos em forma de ciclo, até se concluir na importância do estudo da astronomia, não dando ênfase em nada como mais importante ou menos, mas trabalhando como um todo, até mesmo levando o professor/pesquisador observar uma semelhança com as perguntas apresentadas na Fig. 12.

Não foram apresentados somente trabalhos virtuais, um grupo optou por desenvolver de forma manual o seu trabalho, cujo tema escolhido foi antimatéria apresentado na Fig. 16. No texto, eles exploraram o tema a partir da definição do que seria antimatéria, seguido de exemplos. Mais adiante destacaram algumas aplicações, concluindo o texto falando sobre a importância do estudo desde o tema para o avanço da ciência.

O banner da Fig. 17 é apresentado de forma mais ilustrativa, trazendo destaque para

quantidade de matéria e antimatéria presentes no universo, e a representação de um átomo para exemplificar o que seria matéria e antimatéria na perspectiva atômica.

Resumo: Antimatéria

A antimatéria, como o próprio nome sugere, é o inverso da matéria. Antipartículas e partículas possuem a mesma massa mas suas cargas elétricas e suas propriedades são invertidas. A antimatéria é composta por pósitrons, antiprótons e antiátomos. Se tivermos, por exemplo, um elétron de massa m e carga $-e$, um pósitron terá massa m e e . A antimatéria não pode ser produzida naturalmente na Terra, para produzi-la é necessário a utilização de aceleradores de partículas.

Nesse contexto, torna-se difícil o processo de análise e produção de antimatéria, visto que o encontro entre uma partícula e sua antipartícula gera aniquilação. Dessa modo, ambas são destruídas e, com isso, há liberação de uma quantidade de energia. Um exemplo de utilização de antipartículas é no diagnóstico feito a partir de imagens. O exame PET scan, por exemplo, é uma tomografia por emissão de pósitrons, inclusive para corpos humanos.

É possível concluir, portanto, que a antimatéria é essencial para muitos avanços científicos e merece ser estudada a fundo. Ela constitui a maior parte do nosso universo, é abundante em todo o espaço e pode ter diversas funções, desde tomografia por emissão de pósitrons até combustível para espaçonaves.

Figura 16 – Texto sobre antimatéria produzido pelos alunos.

Os alunos demonstraram habilidades para a produção textual e dos banners. Durante o processo, a maioria demonstrou interesse e participou ativamente de cada etapa. Alguns grupos optaram por dividir as tarefas por habilidades individuais, o que pode justificar o fato de alguns

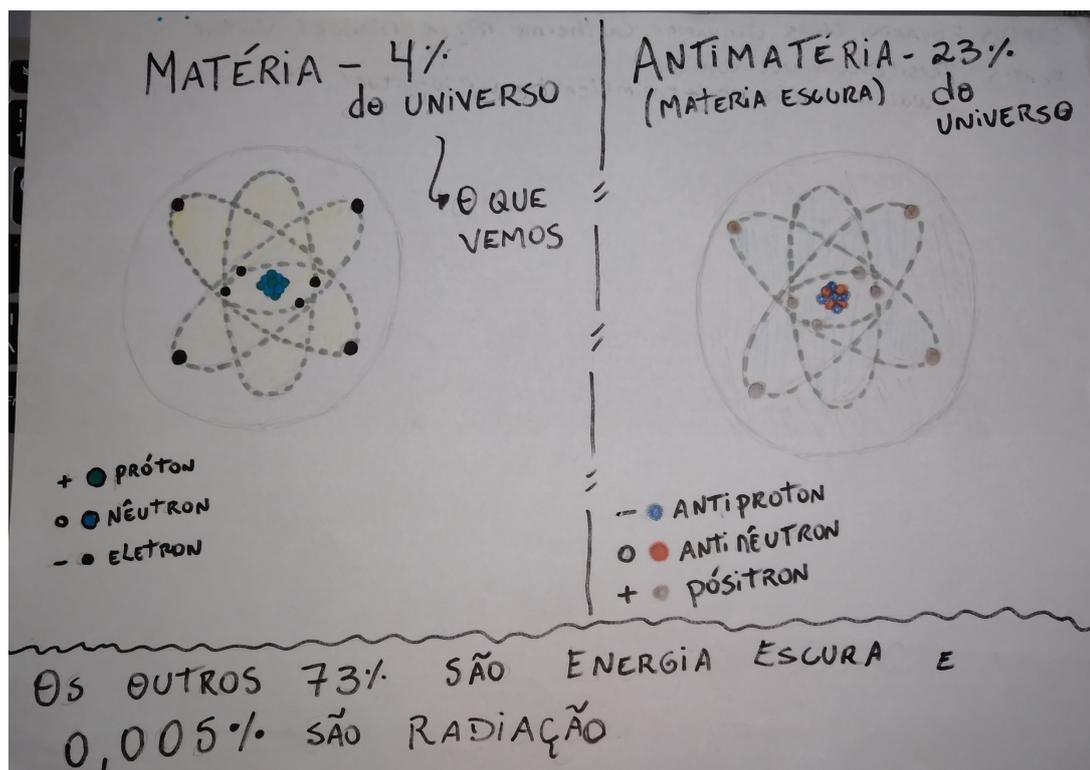


Figura 17 – Banner relacionado ao texto Antimatéria.

banners apresentarem contextos diferentes dos destacados nos textos.

6.3 Aplicação: parte três do produto educacional

A aplicação da terceira parte do produto inclui a transposição didática do artigo “Prova da Inseparabilidade do Emaranhamento Máximo” [30], em forma de um algoritmo de resolução, que ocorreu com um número menor de alunos, mas foi solicitado que cada um solucionasse as questões presentes no roteiro entregue. Um algoritmo de resolução é um material didático-pedagógico que mescla conteúdos teóricos com a prática (resolução de problemas). Veja dois exemplos em [30, 31].

Em um primeiro momento, foi realizada uma apresentação do projeto e objetivos da atividade; em seguida, foram contextualizados alguns pontos relevantes relacionados ao tema do algoritmo de resolução, de forma expositiva (uma mini palestra usando o quadro), abordando aspectos gerais relacionados ao tema para os alunos compreenderem do que se tratava. Logo, foi entregue a eles o roteiro e, com acompanhamento e intervenção do professor/pesquisador, eles

solucionaram o algoritmo.

Por terem um acompanhamento mais direto, os alunos que apresentaram dificuldades durante o processo tiveram suas dúvidas sanadas no exato momento, possibilitando um compartilhamento do conhecimento entre todos os envolvidos. Como o algoritmo apresentado é auto explicativo, sendo que cada questão solucionada traz um conceito para o próximo passo, a partir do momento que os alunos entenderam a lógica da construção do conhecimento, conseguiram resolver de forma mais independente.

6.4 Análise dos dados: questionário *on-line*

Foi aplicado um questionário *on-line* para todos os alunos que participaram da aplicação do produto, que contou com a participação de 36 alunos, juntando os alunos das duas turmas.

Primeiro foi analisado se eles buscavam por notícias científicas (Fig. 18) 69,4% afirmaram que costumam acompanhar portais de divulgação científica, somente 30,6% afirmaram que acompanham. Mesmo havendo um percentual de diferença, muitos alunos não demonstram interesse pela busca de conhecimento científico.

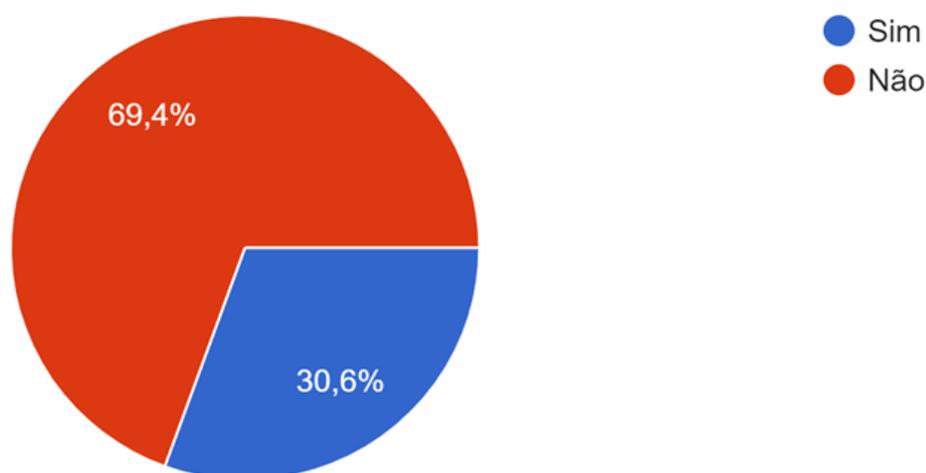


Figura 18 – Pesquisas e estudos em portais de divulgação científica.

Quando questionados sobre sua relação com o conhecimento científico fora da sala de aula, os alunos apresentaram baixo interesse. Cerca de 41,7% raramente tem acesso ou busca

por algo relacionado a ciências Fig. 19. Cerca de 22% busca por esse tipo de conteúdo, porém apenas 5,6% buscam com frequência estudar algo relacionado à ciência fora da sala de aula, o que corresponde a 2 alunos dos 36 entrevistados.

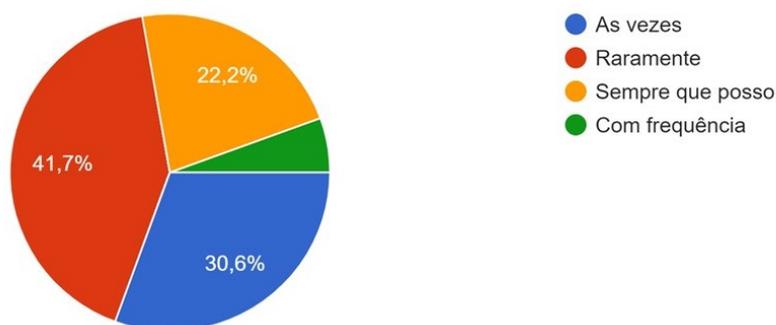


Figura 19 – A frequência pelo estudo ou pesquisa de tópicos científicos.

A divulgação científica é uma forma de transposição do conhecimento científico mais rebuscado para uma linguagem mais acessível, onde é possível chegar a um número maior de pessoas. Os alunos, quando questionados se acharam os textos encontrados relacionados ao tema para a realização do estudo/pesquisa, apresentavam uma fácil compreensão Fig. 20, cerca de 61,1% afirmaram que alguns textos tinham uma linguagem acessível, enquanto cerca de 27,8% acharam os textos de um modo geral possuíam uma linguagem fácil e apenas 11,1% não concordaram que era compreensível mesmo utilizando portais de divulgação científica, sugeridos no produto. Portais esses que muitas vezes trazem uma linguagem mais acessível.

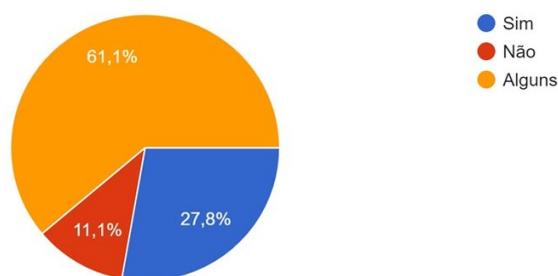


Figura 20 – Nível de dificuldade dos textos estudados durante a pesquisa.

O fato de apresentarem um número maior de compreensão dos textos de divulgação científica pode estar relacionado ao fato deles cursarem o ensino médio vinculado a um curso

técnico e estarem mais familiarizado com termos mais específicos.

Por existir um grupo seletivo que busca de alguma forma o conhecimento científico, foi questionado a fonte do acompanhamento relacionado a divulgação científica. Cerca de 47,2% acompanham pelo *Youtube* e mais de 25% acompanham por outras redes sociais.

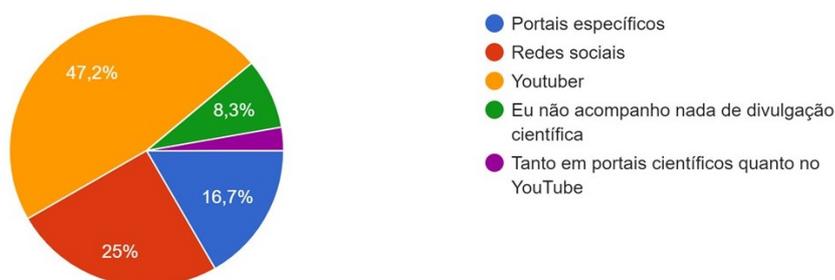


Figura 21 – Portais de busca para o estudo de conhecimento científico.

O fato dos alunos optarem pelo *Youtube* ou até mesmo redes sociais para terem acesso ao conhecimento científico de alguma forma pode ser preocupante, pois nessas plataformas não se pode estabelecer um parâmetro para certificar se a informação passada é ou não uma informação verdadeira.

As duas últimas questões foram relacionadas ao produto educacional, em quais aspectos relevantes que os alunos gostariam de destacar. A primeira questionava se o roteiro utilizado e disponibilizado para eles durante a aplicação do produto ajudava, dados apresentados na Fig. 22.

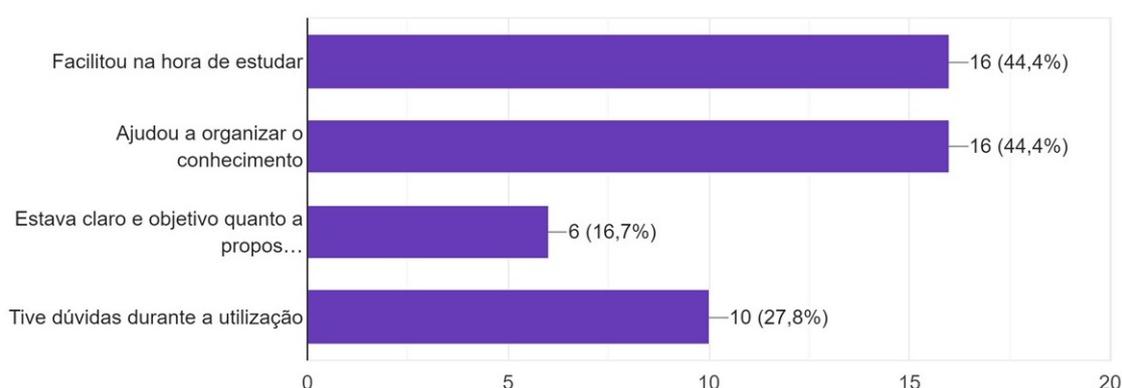


Figura 22 – Como o roteiro ajudou na hora de estudar os tópicos de Física Moderna e Contemporânea.

A partir dos dados, 44,4% afirmam que facilitou na hora de estudar, os mesmos confirmam

que ajudou a organizar o conhecimento, porém apenas 16,7% declaram que estava claro e objetivo quanto à proposta e 27,8% apresentaram dúvidas durante a utilização. Mesmo o roteiro auxiliando os alunos, eles apresentaram dificuldades durante o processo.

Por fim, foi deixada uma pergunta aberta para que eles fizessem uma análise do que acharam do produto e da abordagem. Os dados a seguir foram transcritos sem alterações.

<ul style="list-style-type: none"> • <i>Ficou muito bom</i> • <i>Muito bom o roteiro, acredito que muitos alunos que não tenham acesso ao conteúdo tiveram alguma dificuldade, mas com uma boa explicação se torna fácil.</i> • <i>é muito interessante mas eu infelizmente não consigo aprender.</i> • <i>Deve ser utilizado e praticado mais vezes, para passar a ser habito.</i> • <i>Conteúdo bem explicado, e um bom desempenho da turma.</i> • <i>Roteiro ótimo.</i> • <i>Foi uma ótima oportunidade de aprendizado para quem não tinha tal costume de pesquisa e informação científica. Parabéns!</i> • <i>Gostei.</i> • <i>Ajudou bastante no desenvolvimento do trabalho.</i> • <i>legal!</i> • <i>Foi algo produtivo.</i> • <i>Achei bem interessante pois eu não havia discutido sobre isso antes.</i> 	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Foi bom.</i> • <i>foi TOP!!!!</i> • <i>Bacana.</i> • <i>Gostei da didática, sem dúvidas ajuda muito no processo de aprendizagem de forma simples e prática.</i> • <i>muito bom!!</i> • <i>parabéns</i> • <i>muito bom e facilitou o estudo</i> • <i>Facilitou o estudo e as pesquisas</i> • <i>top</i> • <i>Bom</i> • <i>Muito interessante, torna o estudo mais ágil</i> • <i>Ficou bom</i> • <i>deveria ser mais contextualizados</i> • <i>Achei ótimo, bem detalhado!</i> • <i>O roteiro estava bem elaborado, abordou todos os tópicos de forma clara.</i> • <i>foi top !</i> • <i>Muito bom.</i>
---	--

Figura 23 – Descrição dos alunos relacionada à aplicação do produto.

Em sua maioria, é perceptível a aprovação dos alunos quanto à aplicação do produto, mas não se pode ignorar o fato de alguns acharem que a aula deveria ter ocorrido de uma forma melhor contextualizada. É importante também buscar agregar todos durante o processo de ensino-aprendizagem para que não ocorra declarações como *“é muito interessante, mas eu infelizmente não consigo aprender”*.

Durante todo esse processo é visível que muitos valorizaram e viram o projeto como uma oportunidade para estudarem, pois a ideia sempre foi levar o conhecimento científico a todos, para que haja um despertar para ciência e esta área não seja apenas uma opção secundária na hora de estabelecer uma carreira profissional, que o estudo da ciência seja uma possibilidade para a vida.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como mencionado na revisão bibliográfica, o estudo da Física Moderna e Contemporânea (FMC) na educação básica ainda é um desafio, para o professor e para o aluno, pois o currículo segue ultrapassado e sem uma reforma prevista, mas essa não pode ser uma desculpa para não inserção do ensino de FMC.

Por se encontrar em um cenário desafiador para o ensino de FMC, o material aqui apresentado foi desenvolvido com o objetivo de ser prático e de fácil aplicação, para instigar professores e alunos no processo de ensino e aprendizagem de FMC. O produto educacional apresenta três partes, uma direcionada ao professor, e as outras duas aos alunos, a parte focada aos alunos tem uma seção que leva ao estudo teórico da Física Moderna e Contemporânea e a outra apresenta um algoritmo de resolução.

Para a confecção do produto educacional foi realizado um estudo sobre divulgação científica, Aprendizagem Baseada em Problemas e Transposição Didática, que são metodologias que funcionam como facilitadoras da comunicação entre o conhecimento científico técnico em uma linguagem mais acessível a todos.

O grupo selecionado para aplicação do produto foram alunos matriculados em um instituto federal, que estavam cursando o 3º ano do Ensino Médio. Para analisar o resultado final da aplicação do produto, foram avaliados os trabalhos produzidos pelos alunos de forma independente, seguindo os passos encontrados no produto educacional e, por fim, aplicado um questionário on-line.

Durante o processo de aplicação do produto foi identificado, a partir de algumas diretrizes a metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas, um conhecimento conceitual dos alunos ao estudarem tópicos de FMC. Os alunos viveram uma experiência como pesquisadores, pois resolveram problemas, descreveram situações para explicar o fenômeno em estudo e fizeram levantamento de possíveis aplicações.

As observações que o professor/pesquisador pode salientar durante o processo da aplicação do produto educacional está direcionado ao fato que a participação ativa das turmas em todo o processo pode estar relacionado ao contexto que os alunos se encontram, por serem alunos de

uma instituição federal que dispõe de todos os recursos tecnológicos necessários, mesmo sendo um campo de estudo novo para os alunos da rede.

Por fim, os dados coletados, descritos e analisados, demonstram que as diversas metodologias utilizadas na produção e aplicação do produto educacional podem ser uma opção viável para sanar a falta de estudo do conhecimento de Física Moderna e Contemporânea na educação básica, sendo esse um conhecimento necessário para vivência em sociedade e as mudanças que nela acontecem continuamente.

Referências

- [1] OSTERMANN, Fernanda; MOREIRA, Marco Antonio. Uma revisão bibliográfica sobre a área de pesquisa “Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio”. **Investigações em ensino de ciências**, v. 5, n. 1, p. 23-48, 2016. Disponível em: <<https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/600>>. Acesso em: 08, jun. 2019
- [2] BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.
- [3] BUENO, Wilson da Costa. Jornalismo científico: conceito e funções. **Ciência e cultura**, v. 37, n. 9, p. 1420-7, 1985. Disponível em: <<https://biopibid.ccb.ufsc.br/files/2013/12/Jornalismo-cient%C3%ADfico-conceito-e-fun%C3%A7%C3%A3o.pdf>>. Acesso em: 08, jun. 2019
- [4] ALBAGLI, Sarita. Divulgação científica: informação científica para cidadania. **Ciência da informação**, v. 25, n. 3, 1996. Disponível em: <<http://revista.ibict.br/ciinf/article/view/639>>. Acesso em: 08, jun. 2019
- [5] DA SILVA, Henrique César. O que é divulgação científica?. **Ciência e Ensino**, v. 1, n. 1, 2007. Disponível em: <<http://www.uel.br/seer/index.php/informacao/article/view/6585>>. Acesso em: 08, jun. 2019
- [6] CARVALHO, Beatriz Guimarães. A ciência sedutora que habita prateleiras. *Jornal da Unicamp*. 2017. Disponível em: <<https://www.unicamp.br/unicamp/index.php/ju/noticias/2017/08/25/ciencia-sedutora-que-habita-prateleiras>>. Acesso em: 08, jun. 2019
- [7] TORP, Linda; SAGE, Sara. **Problems as possibilities: Problem-based learning for K-12 education**. 2. ed. Ascd, 2002. 140p.
- [8] LOPES, Renato Matos et al. Características Gerais da Aprendizagem Baseada em Problemas In: LOPES, R. et al. **Aprendizagem baseada em problemas: fundamentos para a**

- aplicação no ensino médio e na formação de professores.** Rio de Janeiro:Publiki, 2019, p. 47-74.
- [9] CAMARGO, Melise. Estratégia Para Avaliação Na Aprendizagem Baseada em Problemas. In: LOPES, R. et al. **Aprendizagem baseada em problemas: fundamentos para a aplicação no ensino médio e na formação de professores.** Rio de Janeiro:Publiki, 2019, p. 117-141.
- [10] MENEZES, Josinalva Estácio et al. A transposição didática em chevallard: as deformações/transformações sofridas pelo conceito de função em sala de aula. In: Congresso Nacional de Educação. 2008. p. 1191-1201. Disponível em: <https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2008/431_246.pdf>. Acesso em: 20 jul. 2019.
- [11] BROCKINGTON, Guilherme; PIETROCOLA, Maurício. Serão as Regras da Transposição Didática Aplicáveis aos Conceitos de Física Moderna?. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 10, n. 3, p. 387-404, 2016. Disponível em: <<http://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/512>>. Acesso em: 20 jul. 2019.
- [12] DE FÁTIMA POLIDORO, Lurdes; STIGAR, Robson. A Transposição Didática: a passagem do saber científico para o saber escolar. *Ciberteologia - Revista de Teologia e Cultura*, n. 27, p. 1-7, 2010. Disponível em: <<https://ciberteologia.com.br/assets/pdf/post/a-transposicao-didatica-a-passagem-do-saber-cientifico-para-o-saber-escolar.pdf>>. Acesso em: 14 set. 2019.
- [13] PORTO, Claudio M. A física de Aristóteles: uma construção ingênua?. **Revista Brasileira de ensino de Física**, v. 31, n. 4, p. 4602-4609, 2009. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1806-11172009000400019&script=sci_arttext>. Acesso em: 4 set. 2019.
- [14] DINIZ, Leonardo Gabriel. Galileu Galilei—o mensageiro das estrelas. **Píon—ligado na Física.** SBF, 2013. Disponível em: <<http://www.sbfisica.org.br/v1/novopion/index.php/20publicacoes/artigos/466-galileu>>. Acesso em: 03 jan.2020.

- [15] LIMA, Luiz Carlos de. História da Física. UNIFAP, 2014. Disponível em: <https://www2.unifap.br/rsmatos/files/2014/02/Historia_da_Fisica_30.pdf>. Acesso em: 03 jan.2020.
- [16] PEREIRA, Fernando Candido. UMA BREVE HISTÓRIA DA FÍSICA MODERNA e CONTEMPORÂNEA. **Professare**, v. 4, n. 3, p. 177-188, 2015. Disponível em: <<http://45.238.172.12/index.php/professare/article/view/734>>. Acesso em: 05 jan.2020.
- [17] OLIVEIRA, Fabio Ferreira de; VIANNA, Deise Miranda; GERBASSI, Reuber Scofano. Física moderna no ensino médio: o que dizem os professores. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 29, n. 3, p. 447-454, 2007. Disponível em: <https://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1806-11172007000300016&script=sci_arttext>. Acesso em: 23 set. 2020.
- [18] BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO (MEC), SECRETARIA DE EDUCAÇÃO MÉDIA E TECNOLÓGICA (SEMTEC); BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO (MEC). SECRETARIA DE EDUCAÇÃO MÉDIA E TECNOLÓGICA. (SEMTEC). PCN+ Ensino médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais-Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. 2002.
- [19] MOREIRA, Marco Antônio; ROSA, P. R. S. Pesquisa em ensino: aspectos metodológicos. **Actas del PIDEDEC: Programa internacional de Doutorado en Enseñanza de las Ciencias**, v. 5, p. 101-136, 2003.
- [20] NIELSEN, Michael A., and Isaac Chuang. **Quantum computation and quantum information**. Cambridge University Press, 2010.
- [21] DOMINGUES, HVGINO H.; CALIOLI, C. A.; COSTA, R. C. F. **Álgebra linear e aplicações**. Atual, 1982.
- [22] SUTOR, Robert S. **Dancing with Qubits: How quantum computing works and how it can change the world**. Packt Publishing Ltd, 2019.
- [23] ANTOON, Hendrik; et al. The principle of relativity: a collection of original memoirs on the special and general theory of relativity. Courier Corporation, 1952.

- [24] TAYLOR, Edwin F., Edwin F. Taylor, and John Archibald Wheeler. **Spacetime Physics**. Macmillan, 1992.
- [25] ZEE, Anthony. **Quantum field theory in a nutshell**. Princeton university press, 2010.
- [26] MUSSER, George. **Spooky Action at a Distance: The Phenomenon that Reimagines Space and Time—and what it Means for Black Holes, the Big Bang, and Theories of Everything**. Macmillan, 2015.
- [27] MESSIAH, A. **Quantum Mechanics**. Mineola, New York. 2014
- [28] SUAREZ, Antoine. Entanglement and time. arXiv preprint quant-ph/0311004, 2003. Disponível em: <<https://arxiv.org/pdf/quant-ph/0311004.pdf>>. Acesso em: 16 de jun. 2021.
- [29] MACCONE, Lorenzo. A simple proof of Bell's inequality. **American Journal of Physics**, v. 81, n. 11, pág. 854-859, 2013.
- [30] LOBO, Matheus P; ARAÚJO, Lídia C. "Prova da Inseparabilidade do Emaranhamento Máximo: Um Algoritmo De Resolução." OSF Preprints, 27 set. 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.31219/osf.io/vcx8b>>.
- [31] LOBO, Matheus P. "O gato Toddy: acordado ou dormindo?" OSF Preprints, 4 out. 2021. Disponível em: <<https://osf.io/n5mp3/>>.

8 Apêndice – Produto Educacional

Orientações para o estudo de tópicos de Física Moderna e Contemporânea

**composto por um algoritmo de resolução
sobre emaranhamento**

Para o professor e o aluno



Lídia C. de Araújo



Dr. Matheus P. Lobo

Sumário

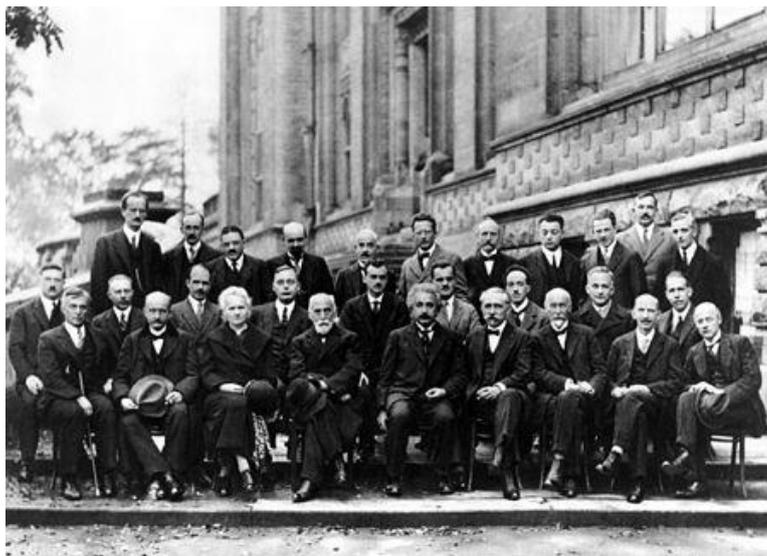
Introdução - Física Contemporânea.....	2
Orientações ao professor	3
Temas de Física Contemporânea.....	5
Organização das informações	7
Orientações para o aluno	13

Introdução - Física Contemporânea

Até o final do século XIX os cientistas acreditavam que faltavam poucos tópicos para se descobrir relacionado à Física. Newton já havia formulado as leis da mecânica clássica, as leis da termodinâmica estavam concluídas, as teorias do eletromagnetismo tinham sido aperfeiçoadas pelo físico James Clerk Maxwell. No século XIX haviam vários postulados que consolidavam inúmeros questionamentos da Física. Assim, em junho de 1894, Albert Michelson (1852-1931) chegou a declarar que “tudo que restava a fazer em Física era preencher a sexta casa decimal”.

Em 1927, ocorreu uma reunião que se concentrou nas teorias quânticas formuladas por Max Planck (1858 - 1947) que levantou hipóteses relacionadas à matéria ser capaz de absorver e emitir energia em pacotes discretizados. O encontro de 1927 foi um marco para o desenrolar da Física Moderna.

Imagem 1: Primeira conferência – 1911.



Fonte: Wikimedia

Do encontro saíram vários prêmios Nobel, e é considerada a referência do nascimento da Física Moderna e Contemporânea (FMC). Saíram teorias como relatividade e o efeito fotoelétrico, formulados por Einstein, a radiação do corpo negro de Planck e os espectros ópticos do átomo de Bohr. Temas esses que não eram possíveis de serem explicados tendo como base a Física Clássica, dando assim início à Física Moderna e Contemporânea.

Orientações ao professor

Professor, este roteiro tem como intuito oferecer a você de forma clara e objetiva ferramentas e possibilidades para inserir o ensino de Física Moderna e Contemporânea na sala de aula, levando em consideração o pouco tempo que se tem para ministrar até mesmo os conteúdos clássicos da Física.

Seguindo este roteiro o aluno será o protagonista do processo de ensino-aprendizagem e você professor será o orientador. Para que a aprendizagem se consolide é necessário seguir os próximos passos.

Orientações ao professor

Sugestões para a aula

- **Planeje** a aula com todo o passo a passo necessário (plano de aula em anexo).
- **Divida a turma:** separe em grupos de, no máximo, 4 alunos por grupo.
- **Estude** sobre o assunto que será abordado.

Observações Importantes

- É importante que os grupos sejam montados pelos próprios alunos e por afinidade.
- Cabe ao professor supervisionar se todos estão trabalhando em prol do objetivo final.
- Diferentes alunos possuem perfis distintos e diferentes tipos de conhecimento, é importante valorizar o conhecimento e o perfil de cada um.
- Incentive o aluno a pesquisar e estudar, estabeleça metas possíveis para ele.
- Esteja disponível em algum momento para tirar dúvidas individuais ou coletivas.
- Seja franco e honesto com o aluno, alertando sobre problemas e falhas no andamento de sua pesquisa e produção de seu trabalho.

Deixe claro para os alunos o que se espera deles como resultado no final do estudo. Se não for definido claramente para o aluno o que se espera dele, torna-se confusa a orientação e cada um acaba fazendo como entendeu.

O que se espera do aluno? (escreva no quadro ou entregue para ele junto com o roteiro).

Produto: resumo simples com banner

O **resumo** deve conter: introdução, metodologia, discussão, considerações finais e referências.

Temas de Física Contemporânea

Segue algumas sugestões de temas sobre Física Contemporânea, os quais podem ser trabalhados em sala junto com os alunos.

Transposição Didática de A a Z

A = Antipartícula de Dirac

B = Estados de Bell

C = Contrafactualidade / gato de Cheshire

D = Dobras no espaço-tempo

E = Entropias (apresentar dois ou três tipos de entropia)

F = Firewall

G = Grafeno / GPS

H = As contribuições de Stephen Hawking / constante de Planck

I = Número Imaginário e a mecânica quântica

J = Joule para elétron-volt

K = Kelvin e o zero absoluto

L = As diversas segundas Leis da Termodinâmica

M = para que serve uma Matriz?

N = Nanotubo de carbono

O = Gravidade quântica em loop

P = Princípio de reciprocidade de ações de Leibniz

Q = Qubit

R = Geometria de Riemann

S = Superposição quântica (estados, posição, trajetória)

T = Teleporte (o estado da arte)

U = Unitariedade

V = eVaporação de buracos negros

W = algumas contribuições de Edward Witten

X = Por que é importante errar para aprender?

Y = A degeneração do cromossomo Y

Z = Efeito Zeno quântico

Organização das informações

Hoje raramente quando se quer saber sobre determinado assunto buscamos livros, imediatamente procuramos na internet e já olhamos nas primeiras sugestões que o google nos oferece. Todas as informações estão a um clique de distância.

Informações sobre qualquer assunto estão muito próximas, mas lembre-se qualquer um pode publicar na internet, por isso é importante levar alguns pontos em consideração.

Dicas sobre pesquisa – para o professor e o aluno

- Analisar se o site é vinculado a alguma instituição de ensino e pesquisa.
- Verificar se existe referência bibliográfica na publicação.
- Averiguar em outros portais/sites se dizem a mesma coisa relacionado ao tema, caso esteja em um site de divulgação científica.
- Certificar se as fontes bibliográficas utilizadas pelos alunos são confiáveis.

Nota: Professor, fale com seu aluno sobre a importância da fonte da pesquisa durante a aula/orientação.

É muito comum encontrarmos na internet, canais no youtube, portais, blogs de notícias científicas; porém, para um estudo bem fundamentado é importante pesquisar em fontes verificadas e que contêm referências.

**Onde pesquisar sobre o que vem
sendo estudado em
Física Contemporânea?**

Atualmente existem muitos sites que trabalham com **divulgação científica** e com publicações de **trabalhos acadêmicos** sobre os temas de Física Moderna e Contemporânea em uma linguagem mais acessível para o estudante da educação básica. Vejam algumas sugestões a seguir.



Sites de divulgação científica

Inovação Tecnológica – portal de notícias científicas. A atualização das informações acontece quase diariamente, o assunto é abordado de uma forma clara e objetiva, todas as notícias científicas apresentadas no portal têm referências bibliográficas, é um dos maiores portais de notícias científicas do Brasil.

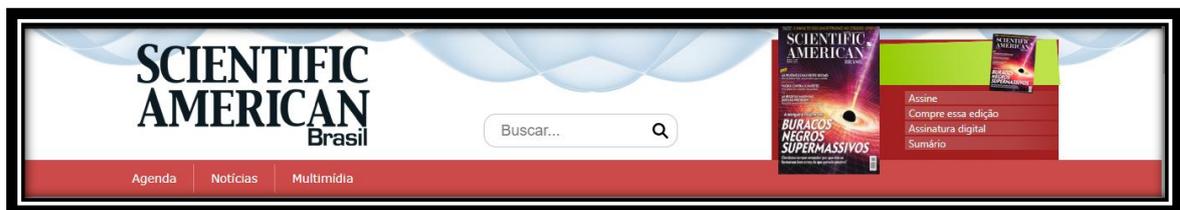
Figura 1: menu superior do site **Inovação Tecnológica**.



Fonte: <https://www.inovacaotecnologica.com.br/>

Scientific American Brasil – site de uma das revistas mais conhecidas no mundo de divulgação científica, mesmo não sendo atualizada todos os dias traz uma grande quantidade de temas que podem auxiliar no processo de pesquisa.

Figura 2: menu superior da revista *Scientific American Brasil*.



Fonte: <http://sciam.uol.com.br/>

Universo Racionalista – um dos maiores sites do país quando o assunto é divulgação científica, em todas as suas matérias existem links para o artigo original utilizado para a construção da matéria científica.

Figura 3: menu superior do site universo racionalista



Fonte: <https://universoracionalista.org/>

Scientific American – revista de divulgação científica que traz texto de forma clara e objetiva, muitas vezes de forma ilustrativa para melhor compreensão do leitor.

Figura 4: menu superior da revista *Scientific American*



Fonte: <https://www.scientificamerican.com/>

Physics APS – é uma organização sem fins lucrativos que faz a divulgação do que é considerado mais importante que vem sendo pesquisado na Física, conta com excelentes periódicos de pesquisa. Todos os dados apresentados estão em uma linguagem de fácil leitura e compreensão, todo conteúdo vem acompanhado de ilustrações que facilitam o entendimento do texto.

Figura 5: página inicial do *Physics APS*



Fonte: <https://physics.aps.org/>

Physics World – é uma revista para físicos envolvidos em pesquisas, indústria, extensão física e em educação, considerada uma das maiores do mundo. A revista está organizada pelo Instituto de Física da Sociedade Física de Londres.

Figura 6: página inicial do *PhysicsWorld*



Fonte: <https://physicsworld.com/>



Sugestões de portais que apresentam artigos, dissertações e teses

	Endereço: https://scholar.google.com.br/
	Endereço: http://revistapesquisa.fapesp.br/
	Endereço: http://www.scielo.br/
	Endereço: https://arxiv.org/

Com essas fontes de pesquisa sugeridas acima, o processo de busca por conteúdo e fontes seguras é facilitado tanto para o professor quanto para o aluno na hora de estudar.

CONSTRUINDO O CONHECIMENTO

Aprendendo a aprender!



Orientações para o aluno

Para a construção do conhecimento científico é necessário que sejam respondidos alguns questionamentos acerca do tema escolhido.

1) Qual o **tema** escolhido: _____ (Temperatura)

2) A partir do tema escolhido responda as seguintes questões:

A) Destaque três itens que justifiquem sua importância.

(1- Equilíbrio térmico. 2- Escalas termométricas. 3- Identificar o estado da matéria.)

B) Escreva pelo menos três propriedades físicas.

(1- Energia cinética. 2- Graus de liberdade. 3- Ponto triplo.)

C) Cite outras propriedades que tenham alguma relação física com o tema.

(1- Estrutura da matéria. 2- Entropia. 3- Lei zero da Termodinâmica.)

D) Quais são os objetos envolvidos? (colocar um exemplo)

(Termômetro, micro-ondas, aparelhos de refrigeração.)

E) Escreva:

- **aplicações que já existem.**

(Termostato)

- **possíveis aplicações para o futuro.**

(Energia do ponto zero)

- **experimentos relacionados.**

(Radiação do Corpo Negro)

F) Escreva um parágrafo sobre o seu tema de pesquisa.

G) Identifique as palavras-chave.

Atenção: É importante escrever o significado relacionado a cada termo desconhecido que aparecer durante o estudo.

Estrutura para produção do resumo

TÍTULO

Precisa ser específico.

Deve permitir identificar o conteúdo do trabalho de forma clara.

INTRODUÇÃO

Clara, sucinta e com os objetivos da pesquisa apresentado no texto.

Deve servir de roteiro para iniciar a abordagem do tema da pesquisa.

Apresentar quais trabalhos já foram realizados sobre o tema.

DISCUSSÃO

Apresentar de forma sistematizada o conhecimento.

Usar a resolução das questões para construir esse tópico do resumo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Analisar de forma clara o que se pode entender com a pesquisa.

Caso existam questionamentos ainda não respondidos, apresentar neste último momento do texto.

REFERÊNCIAS

Escrever nas normas da ANBT as referências utilizadas para a construção do texto.

Estrutura para produção do banner

O banner (pôster) é uma forma resumida de apresentação de dados e para estabelecer a divulgação de conhecimento científico entre um público específico.

Um pôster precisa apresentar alguns elementos, tais como:

- Ele precisa chamar atenção, despertar o interesse do observador.
- As informações mais relevantes precisam de um destaque maior.
- É importante o pôster apresentar um equilíbrio visual entre as figuras e o texto.
- Padronize a fonte das letras.
- Tenha em mente que quem for ler o seu poster não terá acesso ao texto de origem, então preze pela **clareza das informações e organização**.

Atenção: os banners podem seguir um modelo tradicional, também em forma de infográfico ou até mesmo como um mapa mental.

APÊNDICE

Momento 1

Conteúdo: Física Moderna e Contemporânea

Objetivos: Apresentar para o aluno o que se aprende em Física Contemporânea e os impactos da pesquisa científica.

Procedimentos metodológicos:

1. Será apresentado de forma expositiva os tópicos de Física Contemporânea e seus impactos.
2. Dividir a turma em grupos.
3. Escolha do tema de pesquisa.
4. Orientar as atividades que os alunos precisam desenvolver.
5. Passar os passos que os alunos precisam seguir para desenvolver o texto e banner.

Recursos: formulário com as questões utilizadas para pesquisa e texto com orientações para produção do resumo e banner.

Avaliações: A avaliação ocorrerá no final da produção do texto e banner.

Momento 2

Objetivos: Orientar os alunos.

Procedimentos metodológicos:

1. O professor estará à disposição para tirar dúvidas acerca do tema e realizar as devidas orientações

Recursos: disponibilidade para realizar pesquisa bibliográfica.

Avaliações: A avaliação ocorrerá no final da produção do texto e banner.

Momento 3

Objetivos: Auxiliar na finalização das atividades: texto e banner.

Procedimentos metodológicos:

1. Acompanhar a finalização dos trabalhos.

Recursos: cartolina para produção do banner.

Avaliações: texto, banner e apresentação.

Momento 4

Conteúdo: Emaranhamento Quântico.

Objetivos: Provar a inseparabilidade do emaranhamento.

Procedimentos metodológicos:

1. Passar um texto base com as ferramentas necessárias para provar a inseparabilidade.

Recursos: roteiro para transposição.

Avaliações: correção da transposição didática.

[white paper]

Diamond Open Access

Prova da inseparabilidade do emaranhamento máximo: um algoritmo de resolução

Colaboração Ciência Aberta¹

Resumo

Apresentamos um algoritmo de resolução, com o intuito de guiar o leitor na demonstração da inseparabilidade de duas partículas maximamente emaranhadas.

palavras-chave: emaranhamento máximo, bit quântico, qubit, teoria da informação quântica

A versão mais atualizada deste artigo está disponível em

<https://osf.io/vcx8b/download>
<https://zenodo.org/record/5533018>

Preâmbulo

1. Este *white paper* [1,2] é uma adaptação de [3], transposto na forma de um **Algoritmo de Resolução**, seguindo a licença [4].
2. Um Algoritmo de Resolução é um material de cunho didático-pedagógico, que está entre a *resolução completa* e o *gabarito* de um problema.

¹Todos os autores com suas afiliações aparecem no final deste artigo.

Introdução

- Um bit quântico (qubit) é representado por $|\phi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$.
- α e β são números complexos, satisfazendo $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$.
- $|0\rangle$ e $|1\rangle$ são estados quânticos.
- (5) pode caracterizar o spin (para cima/baixo), a polarização (horizontal/vertical), por exemplo.
- Um sistema de duas partículas é descrito pelo produto tensorial,

$$|0\rangle \otimes |1\rangle \equiv |0\rangle|1\rangle \equiv |01\rangle.$$

- Em (7), a partícula 1 está no estado $|0\rangle$, e a partícula 2 está no estado $|1\rangle$.

Emaranhamento máximo

- O seguinte estado de Bell representa o emaranhamento máximo

$$|\psi\rangle = \alpha|01\rangle + \beta|10\rangle,$$

onde: $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$; $\alpha \neq 0$, $\beta \neq 0$; $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$.

- O sistema (9) é composto por duas partículas, cada uma pode ser medida em um dos dois estados, $|0\rangle$ ou $|1\rangle$.

Inseparabilidade

- Suponha que $|\psi\rangle$ em (9) seja separável, i.e.,

$$|\psi\rangle = |A\rangle|B\rangle.$$

- Considere que a partícula A esteja na superposição quântica

$$|A\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle.$$

13. E considere que a partícula B esteja no estado

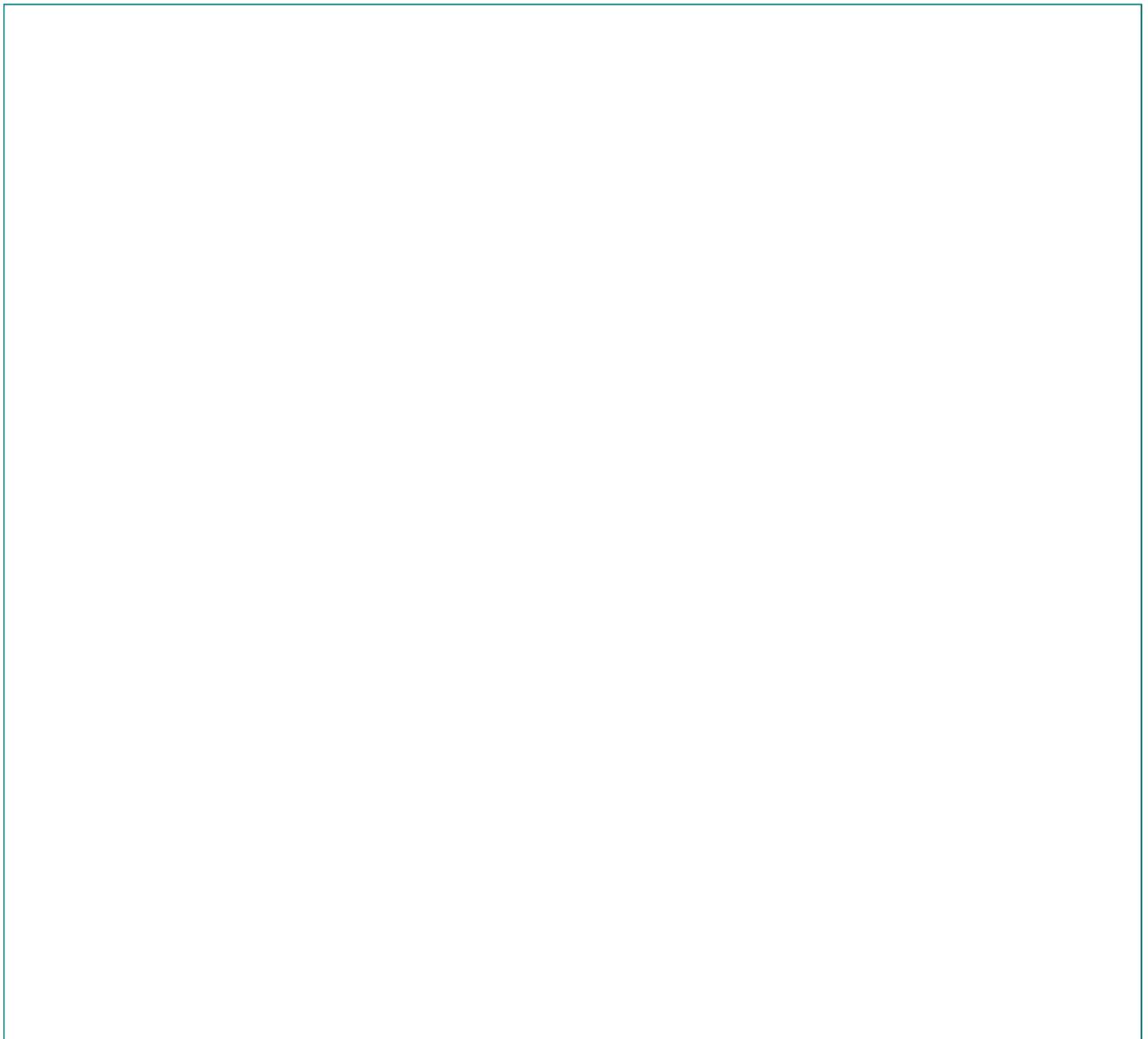
$$|B\rangle = c|0\rangle + d|1\rangle.$$

14. $a, b, c, d \in \mathbb{C}$ são as amplitudes para os estados quânticos $|A\rangle$ e $|B\rangle$, com $|a|^2 + |b|^2 = 1$, e $|c|^2 + |d|^2 = 1$.

15. As seguintes condições são obrigatórias para que A e B estejam em uma superposição na base computacional $|0\rangle$ e $|1\rangle$,

$$a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0.$$

16. Explique, a seguir, o porquê da condição (15).



17. Insira (12) e (13) em (11), e mostre que

$$|\psi\rangle = ac|00\rangle + ad|01\rangle + bc|10\rangle + bd|11\rangle;$$

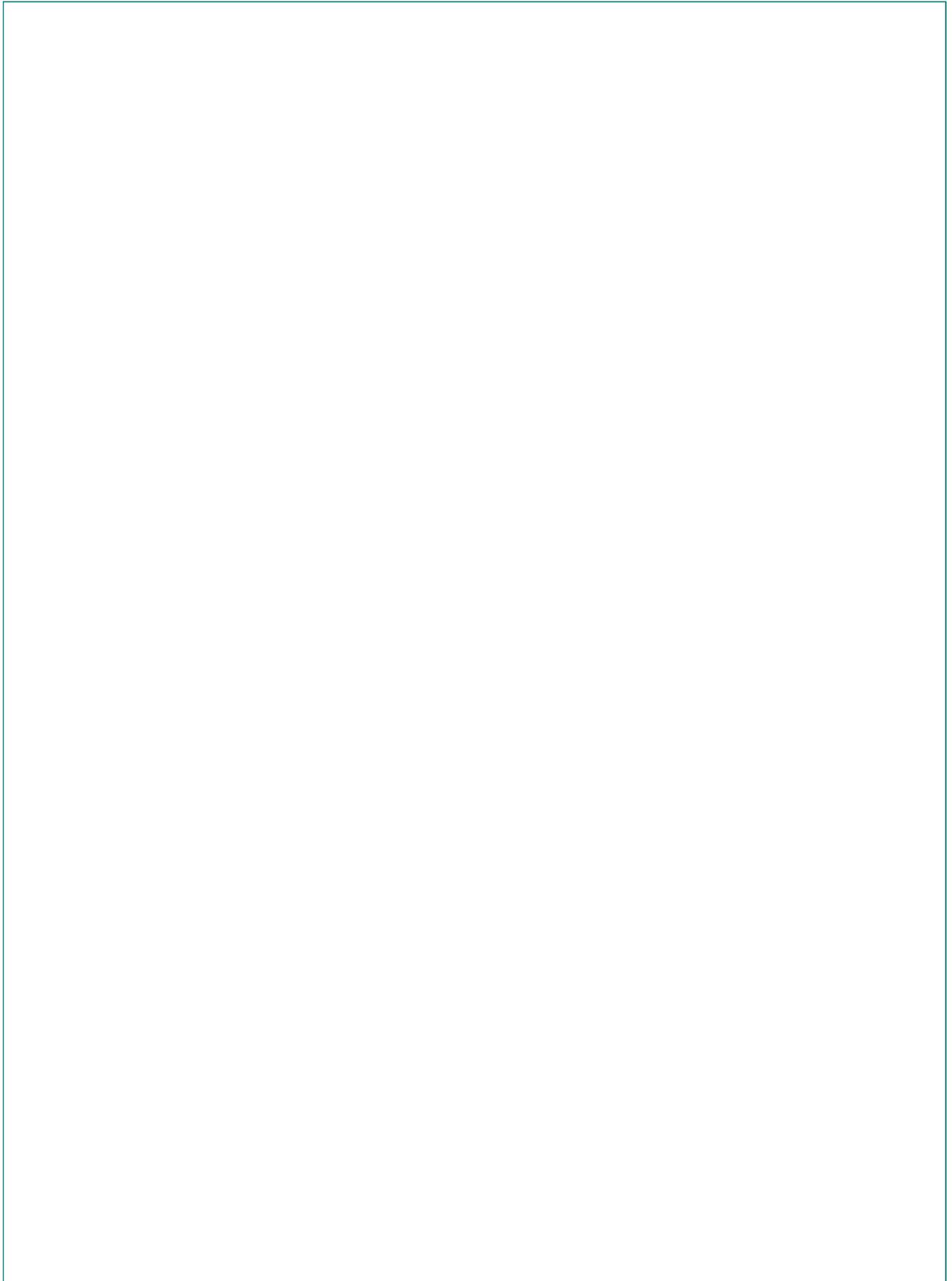
inclua todas as passagens matemáticas.

18. Iguale (9) a (17) e obtenha

$$\alpha |01\rangle + \beta |10\rangle = ac |00\rangle + ad |01\rangle + bc |10\rangle + bd |11\rangle;$$

qual é o número do item (deste artigo) que justifica esse passo e por quê?

19. Compare os termos que multiplicam o estado $|01\rangle$ em (18) e mostre que $\alpha = ad$.



20. Faça o mesmo que em (19), mas para o estado $|10\rangle$, e mostre que $\beta = bc$.



21. Analisando o lado esquerdo de (18), explique, considerando os estados $|00\rangle$ e $|11\rangle$, por que $ac = 0$ e $bd = 0$.

22. Podemos dizer que o resultado obtido em (21) contradiz o resultado obtido em (15)? Justifique.

23. Com base na resposta que você deu em (22), podemos dizer que a **hipótese** (11) está *correta* ou *incorreta*? Por quê?

24. Considerando a resposta que você deu em (23), isso prova que $|\psi\rangle$ em (9) é um estado quântico *separável*, dado por

$$|\psi\rangle = |A\rangle|B\rangle,$$

ou *inseparável*, dado por

$$|\psi\rangle \neq |A\rangle|B\rangle?$$

25. Na matemática, a demonstração finalizada em (24) é denominada *prova por ...?*

Superposição de dois qubits

26. Considere $|\psi_2\rangle$ na seguinte superposição,

$$|\psi_2\rangle = m|00\rangle + n|01\rangle + p|10\rangle + q|11\rangle,$$

onde $m, n, p, q \in \mathbb{C}$ e são todos diferentes de zero.

27. $|\psi_2\rangle$ é separável? Por quê? Se sim, escreva-o em função dos estados separáveis.

Considerações Finais

28. O emaranhamento quântico é um dos recursos mais importantes da teoria da informação quântica [5–7].
29. O próprio espaço-tempo parece estar entrelaçado [8].
30. Na teoria da relatividade especial, sabemos que espaço e tempo são vinculados por $\tau^2 = t^2 - x^2$ [9,10], onde t e x são a duração e a separação espacial, respectivamente, entre dois eventos quaisquer.
31. Além disso, considerando o **princípio da incerteza**, espaço e matéria estão *emaranhados*, bem como **energia** e **tempo**.

Ciência Aberta

O **arquivo latex** para este artigo, juntamente com outros *arquivos suplementares*, estão disponíveis em [11]. Seja coautor(a) deste artigo, envie sua contribuição para mplobo@uft.edu.br.

Consentimento

Os autores concordam com [12].

Como citar este artigo?

<https://doi.org/10.31219/osf.io/vcx8b>

<https://zenodo.org/record/5533018>

Licença

CC-By Attribution 4.0 International [4]

Referências

- [1] Lobo, Matheus P. “Uma Revista Aberta.” *OSF Preprints*, 19 July 2021. <https://doi.org/10.31219/osf.io/fjb9a>
- [2] Lobo, Matheus P. “Microarticles.” *OSF Preprints*, 28 Oct. 2019. <https://doi.org/10.31219/osf.io/ejrct>
- [3] Lobo, Matheus P. “Proof of the Inseparability of Maximal Entanglement.” *OSF Preprints*, 20 July 2019. <https://doi.org/10.31219/osf.io/aejm3>
- [4] CC. Creative Commons. *CC-By Attribution 4.0 International*. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>
- [5] Nielsen, Michael A., and Isaac Chuang. *Quantum computation and quantum information*. Cambridge University Press, 2010.
- [6] Sutor, Robert S. *Dancing with Qubits: How quantum computing works and how it can change the world*. Packt Publishing Ltd, 2019.
- [7] Bernhardt, Chris. *Quantum computing for everyone*. MIT Press, 2019.
- [8] Van Raamsdonk, Mark. “Building up spacetime with quantum entanglement.” *General Relativity and Gravitation* 42.10 (2010): 2323-2329.
- [9] Lorentz, Hendrik Antoon, et al. *The principle of relativity: a collection of original memoirs on the special and general theory of relativity*. Courier Corporation, 1952.
- [10] Taylor, Edwin F., Edwin F. Taylor, and John Archibald Wheeler. *Spacetime Physics*. Macmillan, 1992.
- [11] Lobo, Matheus P. “Open Journal of Mathematics and Physics (OJMP).” *OSF*, 21 Apr. 2020. <https://doi.org/10.17605/osf.io/6hzyp>

[12] Lobo, Matheus P. “Simple Guidelines for Authors: Open Journal of Mathematics and Physics.” *OSF Preprints*, 15 Nov. 2019.
<https://doi.org/10.31219/osf.io/fk836>

Colaboração Ciência Aberta

Matheus Pereira Lobo (autor principal, mplobo@uft.edu.br)^{1,2}
<https://orcid.org/0000-0003-4554-1372>

Lídia Cruz de Araújo¹

¹Universidade Federal do Tocantins (Brasil)

²Universidade Aberta (UAb, Portugal)