



JOÃO MARCOS COSTA DA SILVA

**TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA DA COMPUTAÇÃO QUÂNTICA: ESTADOS
EMARANHADOS E TELEPORTE QUÂNTICO**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, no Curso de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador: Prof. Dr. Matheus Pereira Lobo

ARAGUAÍNA - TO

2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins

- S586t Silva, João Marcos Costa da.
Transposição didática da computação quântica: estados emaranhados e teleporte quântico. / João Marcos Costa da Silva. – Araguaína, TO, 2023.
89 f.
- Dissertação (Mestrado Profissional) - Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Universitário de Araguaína - Curso de Pós-Graduação (Mestrado) Profissional Nacional em Ensino de Física, 2023.
Orientador: Matheus Pereira Lobo
1. Computação Quântica. 2. Circuito Quântico. 3. Teleporte Quântico. 4. Metodologias Ativas. I. Título

CDD 530

TODOS OS DIREITOS RESERVADOS – A reprodução total ou parcial, de qualquer forma ou por qualquer meio deste documento é autorizado desde que citada a fonte. A violação dos direitos do autor (Lei nº 9.610/98) é crime estabelecido pelo artigo 184 do Código Penal.

Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFT com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

JOÃO MARCOS COSTA DA SILVA

**TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA DA COMPUTAÇÃO QUÂNTICA: ESTADOS
EMARANHADOS E TELEPORTE QUÂNTICO**

Dissertação foi avaliada e apresentada à UFNT
– Universidade Federal do Norte do Tocantins
– Campus de Araguaína, Programa de Pós-
Graduação para a obtenção do título de Mestre
em Ensino de Física e aprovada em sua forma
final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Data de Aprovação: 13 / 02 / 2023.

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente
 **MATHEUS PEREIRA LOBO**
Data: 06/03/2023 10:18:22-0300
Verifique em <https://verificador.iti.br>

Prof. Dr. Matheus Pereira Lobo (orientador), UFNT

Documento assinado digitalmente
 **LUIS JURACY RANGEL LEMOS**
Data: 06/03/2023 09:50:04-0300
Verifique em <https://verificador.iti.br>

Prof. Dr. Luis Juracy Rangel Lemos (examinador), UFRJ

Documento assinado digitalmente
 **REGINA LELIS DE SOUSA**
Data: 03/03/2023 16:29:54-0300
Verifique em <https://verificador.iti.br>

Profa. Dra. Regina Lelis de Sousa (examinadora), UFNT

*“If you are not completely confused by quantum mechanics,
you do not understand it.” — Niels Bohr.*

Agradecimentos

- Agradeço imensamente a minha família, em especial minha mãe Edinalva, minha tia Edna e meus avós, João e Nazaré, que sempre me apoiaram durante toda a minha trajetória.
- Ao meu orientador, Prof. Dr. Matheus Pereira Lobo, que contribuiu de forma incalculável para o meu desenvolvimento acadêmico e, conseqüentemente, pessoal.
- A todos os professores do mestrado que contribuíram para a minha formação.
- Aos colegas do curso, que desde a graduação estamos juntos.
- À Universidade Federal do Norte do Tocantins, por proporcionar a oportunidade da realização do curso de mestrado.
- Ao Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física pela experiência e por todos os aprendizados.
- O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Resumo

Neste trabalho, desenvolvemos um *white paper* para auxiliar os estudantes a conhecer e manipular informações quânticas com a utilização de ferramentas matemáticas no contexto do Ensino Médio. Apresentamos uma análise do ensino de Física Moderna e Contemporânea (FMC) no Brasil e sua ausência no currículo proposto para o Ensino Médio. Discutimos sobre a teoria da Computação Quântica, em específico sobre portas lógicas e circuitos quânticos, com seu devido aparato matemático e conceitual. Abordamos estes conceitos empregando três metodologias ativas, são elas *Aprender fazendo*, *Sequência de Ensino e Aprendizagem* e *Aprendizagem Baseada em Problema*. Assim, unimos o conteúdo de Física Moderna e Contemporânea com as metodologias ativas e construímos um produto educacional que foi utilizado com estudantes do Ensino Médio. Também discutimos sobre a aplicação do produto educacional com a proposta pedagógica sugerida, de modo a almejar a aprendizagem significativa por parte dos alunos. Por fim, após a aplicação do produto educacional e da análise dos resultados obtidos, constatamos, por meio das resoluções desenvolvidas pelos alunos, que eles demonstraram interesse e habilidades (matemáticas e conceituais) necessárias para a compreensão dos conteúdos de FMC, fator que contribui, significativamente, para a formação científica dos estudantes.

Palavras-chave: Computação Quântica; Circuito Quântico; Teleporte Quântico; Metodologias Ativas.

Abstract

In this paper, we propose the development of a white paper to help students learn about and manipulate quantum information using mathematical tools in a high school context. We present an analysis of the teaching of Modern and Contemporary Physics (MCP) in Brazil and its absence in the curriculum proposed for high school. We discuss the theory of quantum computing, in particular about logic gates and quantum circuits, with the related mathematical and conceptual apparatus. We apply three active methods Learning by Doing, Teaching and Learning Sequence, and Problem-Based Learning. In this way, we have combined Modern and Contemporary Physics content with active methods and developed a pedagogical product that has been used with high school students. Also, we discuss the application of the teaching tool with the proposed pedagogical proposal to achieve meaningful learning on the students behalf. Finally, after applying the educational product and analyzing the results obtained, we found, through the resolutions developed by the students, that they showed interest and skills (mathematical and conceptual) necessary for understanding the contents of MCP, a factor that contributes, significantly, for the scientific formation of the students.

Keywords: Quantum Computation; Quantum Circuit; Quantum Teleportation; Active Methodologies.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Esfera de Bloch [1]	14
Figura 2 – Pauli-X gate [2].	15
Figura 3 – Porta lógica Y [2].	15
Figura 4 – Porta lógica Z [2].	16
Figura 5 – Representação da <i>Controlled-NOT gate</i> [2].	16
Figura 6 – Representação da porta lógica Hadamard [2].	18
Figura 7 – Representação da ação da porta Hadamard (H) na esfera de Bloch.	18
Figura 8 – Circuito quântico com uma porta X [2].	19
Figura 9 – Circuito de teleporte quântico [2].	21
Figura 10 – Aplicação da porta CNOT no estado $ 01\rangle$	38
Figura 11 – Aplicação da porta CNOT no estado $ 11\rangle$	39
Figura 12 – Aplicação da porta H no estado $ 00\rangle$ realizada por um estudante.	39
Figura 13 – Resposta de um estudante mapeando a porta H no estado $ 10\rangle$	40
Figura 14 – Explicação do aluno sobre a porta CNOT.	41
Figura 15 – Explicação conceitual de um estudante acerca da porta CNOT.	41
Figura 16 – Explicação conceitual de outro estudante acerca da porta CNOT.	42
Figura 17 – Mapeamento da porta CNOT no estado $ 11\rangle$ realizado pelo estudante.	42
Figura 18 – Mapeamento da porta CNOT no estado $ 10\rangle$ realizado pelo estudante.	43
Figura 19 – Cometários de um aluno sobre qubit.	43
Figura 20 – Plano complexo [3].	44

Sumário

1	INTRODUÇÃO	9
2	COMPUTAÇÃO QUÂNTICA	12
2.1	Conceitos fundamentais	12
2.1.1	Portas lógicas quânticas	13
2.1.2	Circuitos Quânticos	18
2.2	Circuito de teleporte quântico	19
3	METODOLOGIAS DE ENSINO E APRENDIZAGEM	23
3.1	Aprender Fazendo	23
3.2	Sequência de Ensino e Aprendizagem	25
3.3	Vertentes da Aprendizagem Baseada em Problemas	27
3.4	Ensino de Mecânica Quântica no Brasil	29
3.4.1	Educação como alternativa para iniciação científica	32
4	PRODUTO EDUCACIONAL	35
4.1	Apresentação do produto	35
4.2	Aplicação do produto educacional	36
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	46
	REFERÊNCIAS	47
	APÊNDICE A – PRODUTO EDUCACIONAL	52

1 INTRODUÇÃO

Por natureza, o ser humano sempre busca adquirir mais conhecimento, ampliando sua capacidade de administrar e processar cada vez mais informações. O amadurecimento do cérebro se dá pela busca por novos conhecimentos, aprimorando suas habilidades perceptíveis e motoras, aumentando a capacidade linguística, dentre outros fatores que contribuem para o desenvolvimento, incrementando cada vez mais a capacidade de compreender o mundo a sua volta, adaptá-lo e refletir sobre as mudanças causadas.

Com a curiosidade de sempre conhecer mais, os métodos para realizar pesquisas foram se tornando mais sofisticados e, conseqüentemente, se aproximando ainda mais de conhecer a Natureza e dominando cada vez mais os seus fenômenos. Assim, diversos conceitos científicos foram surgindo durante todo o crescimento do ser humano.

Devido aos meios de comunicações, conceitos como o de partículas, ondas gravitacionais, buracos negros, teleporte quântico e diversos outros são apresentados à população e têm se tornado cada vez mais frequentes nas mídias. A Física Moderna e Contemporânea (FMC) é responsável por essa popularização e está presente em grande parcela dos desenvolvimentos científicos e tecnológicos atuais, modificando e aprimorando cada vez mais a sociedade como um todo.

Juntamente com o desenvolvimento científico e tecnológico, esses conceitos abstratos da FMC estão presentes e despertam o interesse das pessoas, porém não estão incluídos na sala de aula [4]. Tais assuntos aguçam o interesse dos estudantes para compreender o mundo em sua completude.

Nota-se que há uma necessidade de atualização do conteúdo programático no Ensino Médio. Os conceitos trabalhados em Física que estão presentes nas aulas não ultrapassam o século XIX [5]. Desse modo, quando são apresentados, na maioria dos casos, os conteúdos estão desconexos com a realidade do aluno, fazendo com que o desinteresse pelo estudo da Física seja cada vez maior.

Atrelado ao avanço da Física e a complexidade de seus conceitos, há uma necessidade de adaptar a forma de ensinar. Com isso, as metodologias pedagógicas surgem para aprimorar o

processo de ensino e aprendizagem. Assim, se torna cada vez mais necessário a sua utilização no ensino de Física.

Com isso, as metodologias ativas vêm como alternativa auxiliadora no processo de ensino e aprendizagem. Contrapondo o método tradicional da educação bancária, como explica Freire [6], tirando o aluno de sua passividade e tornando-o protagonista no processo de construção do seu conhecimento.

O ensino atual se concentra, em grande parte, na memorização de fórmulas e conceitos da Física Clássica. Portanto, deixa-se de lado todo o papel histórico do desenvolvimento da Física, com seu caráter social, cultural e tecnológico, e ignora os aparatos tecnológicos que possuímos e utilizamos no cotidiano [7].

Por que escolhemos a Computação Quântica (CQ) como tema central? A Mecânica Quântica (MQ), que utiliza a formulação da Mecânica Matricial, pode ser estudada apenas por meio da Álgebra Linear. Esta, por sua vez, é uma habilidade que está inclusa no currículo do Ensino Médio (EM). Por ser um assunto que desperta o interesse dos estudantes e as pesquisas relacionadas estão progredindo cada vez mais, propomos ensinar de forma gradual, por meio de um material didático, a construção de circuitos quânticos e a análise das informações presentes nos experimentos que serão realizados.

Há uma preocupação que se deve levar em consideração, em se tratando de ensino de FMC, é a linguagem existente no meio científico. Por se tratar de conteúdos avançados e por ter uma linguagem científica rebuscada, é necessário que os materiais sejam didáticos para auxiliar na assimilação dos estudantes com relação ao conteúdo proposto.

Cada vez mais tem-se entendido a necessidade de compreender os processos tecnológicos presentes na sociedade atual. Agregado a isso, pesquisadores têm investigado cada vez mais métodos que contribuem para que os alunos do ensino básico consigam ter acesso a esse conhecimento. Assim, várias metodologias ativas têm sido desenvolvidas como forma alternativa de propagação do conhecimento científico de forma simplificada e metodológica para facilitar a compreensão.

Com isso, buscamos unir a utilização de metodologias ativas no ensino de Computação Quântica (CQ) por meio de transposição didática. Utilizamos vertentes das metodologias *Aprender Fazendo*, *Sequências Didáticas* e *Aprendizagem Baseada em Problema* na construção do

material didático para alunos do EM.

O trabalho se divide em três partes centrais. No capítulo 2, discutimos os conceitos necessários para o entendimento da utilização e manipulação das portas lógicas e circuitos quânticos. Estes serão construídos de modo a realizar a transferência de informação quântica, como o teleporte de um estado quântico arbitrário. É importante ressaltar que serão apresentadas apenas portas lógicas que serão utilizadas no desenvolvimento deste trabalho.

No capítulo 3, falamos sobre as ideias centrais de metodologias ativas que servem de suporte para a aplicação do produto educacional, como já fora supracitado. Depois, refletimos sobre o ensino de MQ no Brasil, o currículo nacional e a alfabetização científica.

No capítulo 4, apresentamos o produto educacional, onde buscamos unir vertentes das três metodologias supracitadas para aprimorar o ensino, de forma que contribua para a alfabetização científica dos estudantes do EM com assuntos atuais de MQ e para que haja mais materiais sobre FMC disponíveis para os professores e alunos. Em seguida, discutimos sobre os resultados da aplicação do produto educacional, com a devida reflexão dos resultados obtidos e, por fim, apresentamos as considerações finais do trabalho.

2 COMPUTAÇÃO QUÂNTICA

2.1 Conceitos fundamentais

Na Computação Clássica, que utiliza a lógica booleana, conhecemos o bit como a unidade mais fundamental de informação. De forma análoga ao bit, na MQ temos o qubit, que é a unidade básica da informação em um computador quântico. De forma determinística, o bit pode assumir apenas dois possíveis estados, 0 ou 1. Em contrapartida ao bit, a lógica dos qubits permite codificar dois estados ao mesmo tempo, com a possibilidade de encontrar 0 e 1 simultaneamente.

Atualmente, algumas empresas oferecem soluções que utilizam computadores quânticos, tais como IBM, Google Quantum AI, Microsoft, Intel, entre outras empresas. Os avanços referentes a CQ, por executar fatoração de números grandes [8], influenciam diretamente em pesquisas relacionadas à criptografia (para torná-las mais fortes), na simulação de modelos matemáticos que estão diretamente ligados a pesquisas voltadas à biologia, astronomia, meteorologia, moléculas, aeroespaciais e diversas outras áreas das ciências.

Podemos descrever um estado quântico como a combinação linear dos estados de base $|0\rangle$ e $|1\rangle$. Expressando um estado quântico por meio da formulação de Dirac, temos

$$|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, \quad (2.1)$$

α e β são números complexos (\mathbb{C}) e obedece a condição de normalização, $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. Por se tratar de uma distribuição de probabilidades, o estado quântico pode assumir os dois estados ($|0\rangle$ e $|1\rangle$) de forma simultânea, esse fenômeno é conhecido como superposição quântica de dois estados.

A notação de Dirac é utilizada para representar os estados quânticos de um sistema. Ela utiliza dois tipos de vetores de estados denominados de *bra* e *ket*, ao agrupá-los no formato de *braket*, temos um produto interno [9]. Então, podemos expressar esses dois vetores de estados, na notação de Dirac, da seguinte forma

$$\langle\Psi|\Psi\rangle = 1, \quad (2.2)$$

que representa um estado normalizado e com amplitudes de probabilidades associadas que

somam 1.

Podemos expressar os vetores dos dois estados bases, $|0\rangle$ e $|1\rangle$, por meio de matrizes,

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.3)$$

$$|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (2.4)$$

Esses estados são ortonormais (ortogonais de norma 1) e juntos são conhecidos como a base computacional.

2.1.1 Portas lógicas quânticas

As portas lógicas, sejam quânticas ou clássicas, são dispositivos que realizam uma operação lógica, contendo uma informação de entrada e saída. Na MQ, as portas lógicas apresentam algumas vantagens quando comparadas com suas análogas clássicas (AND, NOT, NAND, OR, NOR, XOR e XNOR), como por exemplo a reversibilidade e a superposição de estados. Essas especificidades contribuem para que o processamento de informações ocorra com velocidade muito superior por poder assumir valores com dois ou mais estados definidos e, por serem reversíveis, é possível manipulá-las de forma a rezafer o processo sem que se perca informação dos qubits de controle e alvo, por exemplo.

Por se tratar de portas quânticas, a análise matemática é realizada por meio das matrizes que as representam e suas propriedades associadas. Aqui, trataremos apenas do funcionamento das portas lógicas quânticas que serão utilizadas no nosso experimento; são elas as Portas X, Y, Z, CNOT e Hadamard.

As portas quânticas têm a capacidade de transformar um qubit, realizando rotações do vetor de estado na esfera de Bloch [1], representada na Fig. 1. O processamento de informações, que ocorre em circuitos quânticos (contendo suas respectivas portas lógicas), altera a orientação do qubit na esfera.

Podemos interpretar que a esfera de Bloch é uma representação da geometria espacial de estados quânticos puros de um sistema com dois níveis, como por exemplo *spin* para cima e *spin* para baixo. Os polos norte e sul da esfera, que são as extremidades superior e inferior do

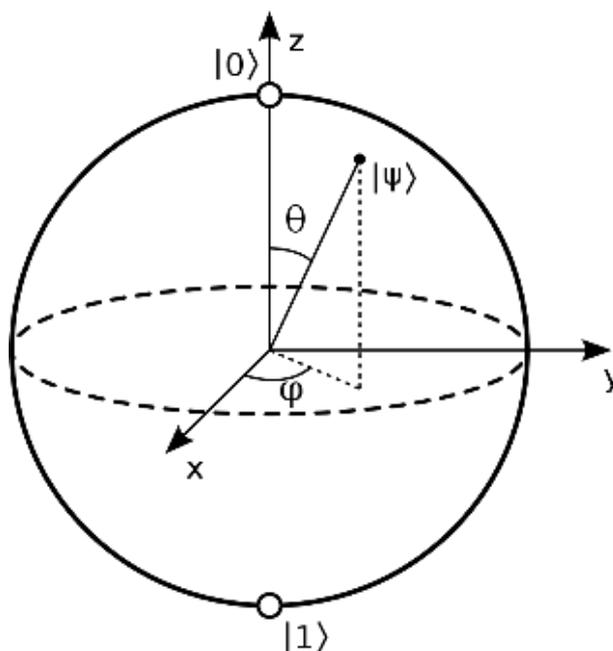


Figura 1 – Esfera de Bloch [1] .

eixo z , correspondem aos estados $|0\rangle$ e $|1\rangle$, respectivamente. De forma análoga, um qubit em superposição de dois estados $|0\rangle$ e $|1\rangle$ pode estar em toda a esfera de Bloch, exceto nos polos.

PORTA X

A porta *Pauli X*, ou simplesmente porta *X*, é responsável por realizar a inversão do estado do spin, se estiver para cima $|0\rangle$ altera seu estado para baixo $|1\rangle$ e vice-versa, representando um giro de 180° no eixo x da esfera de Bloch (Fig. 1). Assim, podemos escrever o mapeamento da porta *X* da seguinte maneira

$$|0\rangle \Leftrightarrow |1\rangle. \quad (2.5)$$

A representação da porta *X* está expressa na Fig. 2 e possui a sua matriz de verificação dada por

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

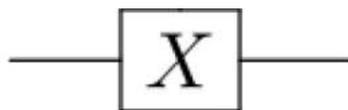


Figura 2 – Pauli-X gate [2].

PORTA Y

A porta *Pauli Y* (porta *Y*) realiza a inversão de fase do spin, mudando o ângulo de precessão, de forma a mapear no eixo *y* da esfera de Bloch em 180° (π radianos). Ela faz a seguinte transformação no spin

$$|0\rangle \rightarrow i|1\rangle \quad (2.7)$$

e

$$|1\rangle \rightarrow -i|0\rangle. \quad (2.8)$$

A representação da porta *Y* em um circuito está expressa na Fig. 3 e possui sua matriz de verificação dada por

$$Y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.9)$$

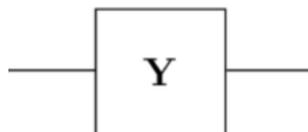


Figura 3 – Porta lógica Y [2].

PORTA Z

A porta *Z*, *Pauli Z gate*, é capaz de realizar a inversão de fase com a rotação (π) no eixo *z* da esfera de Bloch. Não há alteração quando seu estado inicial é $|0\rangle$, como mostra a expressão

$$|0\rangle \rightarrow |0\rangle. \quad (2.10)$$

Ela mapea o estado $|1\rangle$ da seguinte maneira

$$|1\rangle \rightarrow -|1\rangle, \quad (2.11)$$

realizando a mudança de fase. A partir da identidade de Euler ($e^{i\pi} = -1$), temos (2.11). O polo sul da esfera de Bloch representam o estado $|1\rangle$; como $|1\rangle$ e $-|1\rangle$ representam o mesmo estado quântico (exceto pela fase), podemos pensar que o polo sul também representa o estado $-|1\rangle$. A Fig. 4 representa a porta Z e sua matriz de verificação é dada por

$$Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (2.12)$$

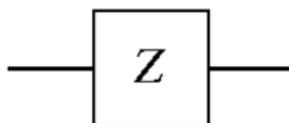


Figura 4 – Porta lógica Z [2].

PORTA CNOT

Análoga à porta NOT da computação clássica, a porta *Controlled-NOT*, ou porta CNOT, tem a capacidade de criar estados quânticos emaranhados. Ferramenta essa que é essencial para as operações na Computação Quântica (CQ) [10], dando uma grande vantagem em relação a sua análoga clássica, que por sua vez realiza apenas a inversão do valor de entrada e saída, assim $1 \Leftrightarrow 0$. Essa porta possui dois qubits, um qubit de controle (primeiro qubit) e um qubit alvo (segundo qubit), como mostra a Fig. 5. A letra C de CNOT vem do fato de existir o qubit de controle.

A porta CNOT é capaz de realizar as seguintes transformações nos estados

$$|00\rangle \rightarrow |00\rangle, \quad (2.13)$$

$$|01\rangle \rightarrow |01\rangle, \quad (2.14)$$

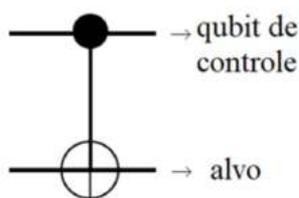


Figura 5 – Representação da *Controlled-NOT gate* [2].

$$|10\rangle \rightarrow |11\rangle, \quad (2.15)$$

$$|11\rangle \rightarrow |10\rangle. \quad (2.16)$$

O qubit alvo permanece inalterado quando o seu qubit de controle for $|0\rangle$ e quando o qubit de controle é $|1\rangle$, o qubit alvo é alterado. Para um sistema com dois qubits, a superposição dos quatro estados da base computacional corresponde a

$$\alpha|00\rangle + \beta|01\rangle + \gamma|10\rangle + \delta|11\rangle, \quad (2.17)$$

α , β , γ e δ são números complexos (\mathbb{C}) e respeitam a condição de normalização, logo a soma dos módulos ao quadrado deve ser igual a 1. Assim, o estado quântico pode assumir os quatro estados ($|00\rangle$, $|01\rangle$, $|10\rangle$ e $|11\rangle$) simultaneamente. Para essa situação, temos uma superposição quântica de quatro estados.

A porta lógica CNOT é representada por

$$CNOT = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.18)$$

PORTA HADAMARD

A porta Hadamard, nomeada em homenagem ao matemático francês Jacques Salomon Hadamard, é capaz de criar superposição quântica a partir de um único estado, conseguindo realizar uma rotação entre os eixos x e z da esfera de Bloch. Por ser capaz de realizar essa ação, é uma das portas mais comuns de ser utilizada na CQ, devido a sua eficiência no processamento de informação quântica.

A representação matricial da porta Hadamard é expressa da seguinte forma

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (2.19)$$

Podemos descrever seu mapeamento nos estados iniciais como

$$H|0\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}} \quad (2.20)$$

e

$$H|1\rangle = \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}. \quad (2.21)$$

A sua ação resulta em termos 50% de probabilidade de encontrar o sistema no estado $|0\rangle$ ou $|1\rangle$, após a sua aplicação em um dos estados base. O sinal invertido é por consequência da rotação de π na esfera de Bloch. A porta H está representada na Fig. 6 e a Fig. 7 representa o mapeamento da porta H nos estados $|0\rangle$ e $|1\rangle$.

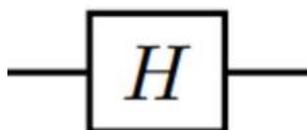


Figura 6 – Representação da porta lógica Hadamard [2].

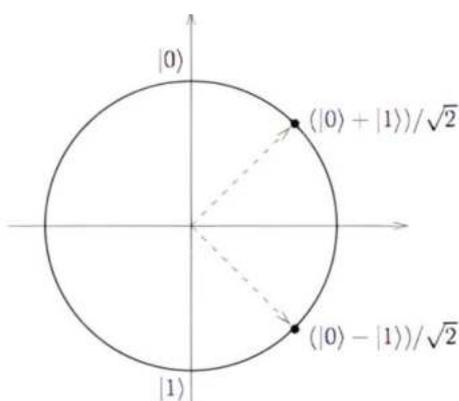


Figura 7 – Representação da ação da porta Hadamard (H) na esfera de Bloch.

2.1.2 Circuitos Quânticos

Podemos definir que um circuito quântico é um modelo para a Computação Quântica (CQ) com uma sequência de portas lógicas aplicadas em um ou mais qubits em um registrador quântico [11], dispositivo que mede um sistema composto de estados puros. Os circuitos operam na manipulação de informações dos qubits, possibilitando determinadas ações específicas.

Um qubit que está no estado inicial $|0\rangle$, ao realizar uma medição, ele permanecerá em $|0\rangle$, seu estado não se altera. Agora, se colocarmos uma porta lógica quântica entre o estado

inicial e um medidor, de acordo as propriedades da porta lógica quântica, podemos ter uma mudança de estado do qubit.

Podemos exemplificar da seguinte maneira, faremos a aplicação da porta X em um estado inicial $|0\rangle$ e logo após faremos uma medição. Essa aplicação é expressa, matematicamente, pela seguinte operação

$$X|0\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = |1\rangle. \quad (2.22)$$

Percebemos que houve uma mudança de estado no qubit inicial, transformando $|0\rangle$ em $|1\rangle$, como fora explicado na subseção sobre a Porta X . Esse circuito está representado na Fig. 8, em que $|m_0\rangle$ representa o resultado da medição realizada. Com isso, podemos utilizar as diversas portas lógicas para escrever circuitos quânticos e, conseqüentemente, manipular a informação em um circuito por meio do mapeamento dessas portas.

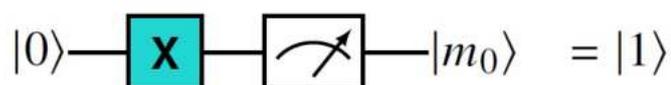


Figura 8 – Circuito quântico com uma porta X [2].

Podemos realizar essas operações com as diversas portas quânticas existentes e em um ou mais qubits, que podem variar de acordo ao objetivo a ser alcançado. É importante ressaltar que cada linha do circuito quântico representa um qubit e a leitura do sistema deve ser realizada da esquerda para a direita, que podemos associar como a passagem de tempo, representando a ordem cronológica do mapeamento da porta no qubit [2].

2.2 Circuito de teleporte quântico

Realizada com um fóton pela primeira vez em 1997 [12], o teleporte quântico é um fenômeno físico capaz de transferir a informação de um estado quântico de uma região para outra, com distância arbitrária entre elas. Esse efeito é possível devido ao emaranhamento quântico, que é formado por sistemas compostos e é responsável por uma ligação quântica a distância [13]. Um sistema composto é formado por dois ou mais qubits.

Para esse experimento, será utilizado o emaranhamento, produzido por meio de portas lógicas quânticas a partir de um estado inicial. Para a realização do teleporte de um estado

arbitrário $|\Psi\rangle$ entre duas regiões distintas no espaço, A e B , conhecidas como Alice e Bob, são necessários três qubits, o qubit arbitrário $|\Psi\rangle$ (o que será teleportado), a partícula que será a final (cópia de $|\Psi\rangle$) e a partícula que fará a intermediação entre as duas partículas contendo todas as informações necessárias [14].

Para a realização do teleporte, podemos expressar matematicamente $|\Psi\rangle$ da seguinte forma

$$|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, \quad (2.23)$$

e os dois qubits emaranhados em uma das bases de Bell como

$$|B_{00}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle). \quad (2.24)$$

O circuito quântico que leva $|\Psi\rangle$, equação (2.23), para Bob está ilustrado na Fig. 9.

Assim, Alice e Bob, que serão os observadores a distância, compartilharão o par de estados emaranhados, cada um com uma partícula. Alice terá que enviar as informações para Bob, utilizando a metade do par emaranhado em sua posse. Aqui, o emaranhamento quântico se torna fundamental para o teleporte.

Alice não conhece o estado $|\Psi\rangle$, por isso, ela teria uma infinidade de informações e seria inviável descrever $|\Psi\rangle$ a partir de todos os estados no espaço contínuo. Porém, Alice interage com sua partícula emaranhada, realizando uma medição, obtendo um dos quatro possíveis estados da base computacional ($|00\rangle$, $|01\rangle$, $|10\rangle$ ou $|11\rangle$).

Alice deve enviar essa informação para Bob por meio de um canal clássico de comunicação e, após Bob receber a mensagem de Alice, ele conseguirá descobrir o estado arbitrário $|\Psi\rangle$ que foi teleportado via emaranhamento. Por utilizar um canal clássico, esse fenômeno está sujeito ao limite da velocidade da luz.

Agora, construiremos um circuito para realizar o teleporte de um estado $|\Psi\rangle$ de Alice para Bob. Podemos levar em consideração o circuito da Fig. 9. A primeira linha representa o qubit 1 que é o estado arbitrário a ser teleportado, e as duas linhas abaixo são os qubits 2 e 3, que é o par emaranhado em posse de Alice e Bob. As linhas duplas carregam os bits clássicos.

Alice está com um dos estados do par emaranhado (qubit 2 responsável pela intermediação) e o estado a ser teleportado $|\Psi\rangle$. Alice aplica a porta CNOT em seus dois qubits, fazendo o primeiro qubit como controle e o segundo como o alvo, como ilustra na Fig. 9. O estado inicial

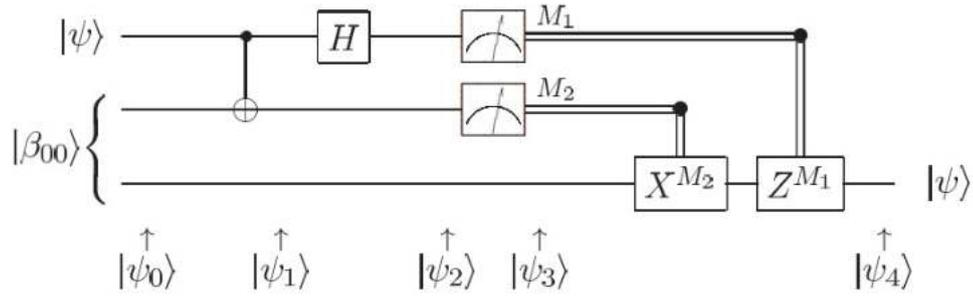


Figura 9 – Circuito de teleporte quântico [2].

de entrada no sistema é

$$|\psi_0\rangle = |\Psi\rangle |\beta_{00}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[\alpha|0\rangle(|00\rangle + |11\rangle) + \beta|1\rangle(|00\rangle + |11\rangle)]. \quad (2.25)$$

Após a aplicação da porta *CNOT*, a eq. (2.25) se transforma em

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[\alpha|0\rangle(|00\rangle + |11\rangle) + \beta|1\rangle(|10\rangle + |01\rangle)]. \quad (2.26)$$

Agora, Alice mapeia com a porta Hadamard o primeiro qubit. De modo que $|0\rangle$ se transforma em

$$H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle), \quad (2.27)$$

e o $|1\rangle$ será mapeado para

$$H|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle). \quad (2.28)$$

Aplicando a porta Hadamard em (2.26), a transformação geral será

$$\begin{aligned} |\psi_2\rangle = & \frac{1}{2}[|00\rangle(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) + |01\rangle(\alpha|1\rangle + \beta|0\rangle) \\ & + |10\rangle(\alpha|0\rangle - \beta|1\rangle) + |11\rangle(\alpha|1\rangle - \beta|0\rangle)]. \end{aligned} \quad (2.29)$$

É possível notar que a equação (2.29) pode ser separada em quatro termos distintos. No primeiro termo, se o estado de Alice colapsar em $|00\rangle$, o de Bob colapsará em $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$, que é exatamente o estado inicial que queremos teleportar. Caso Alice obtenha como resultado da medição 00, então Bob se encontra no estado inicial $|\Psi\rangle$. Assim, de acordo com o resultado de Alice, podemos interpretar os quatro termos de (2.29) com o resultado de Bob após a medição, a partir da seguinte correspondência:

$$00 \mapsto |\psi_3(00)\rangle \equiv [\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle], \quad (2.30)$$

$$01 \mapsto |\psi_3(01)\rangle \equiv [\alpha|1\rangle + \beta|0\rangle], \quad (2.31)$$

$$10 \mapsto |\psi_3(10)\rangle \equiv [\alpha|0\rangle - \beta|1\rangle], \quad (2.32)$$

$$11 \mapsto |\psi_3(11)\rangle \equiv [\alpha|1\rangle - \beta|0\rangle]. \quad (2.33)$$

Esses são os quatro possíveis resultados que Bob pode obter, que depende diretamente do resultado da medição de Alice (informação enviada pela partícula intermediadora). É importante ressaltar que o teleporte é limitado pela velocidade da luz, pois a partícula intermediadora viaja por um canal clássico de comunicação de Alice para Bob. Assim, após Bob tomar conhecimento do resultado da medição de Alice, ele poderá aplicar a porta lógica apropriada e obter as informações do estado inicial $|\Psi\rangle$.

Então, temos a seguinte relação para os possíveis resultados: (i) se a medida de Alice for $|00\rangle$, Bob já possui o estado inicial $|\Psi\rangle$ e não precisa realizar a aplicação de portas lógicas; (ii) se o resultado for $|01\rangle$, Bob deve aplicar a porta X ; (iii) para o caso da medição ser $|10\rangle$, Bob deve usar a porta Z e (iv) caso a medida seja $|11\rangle$, Bob deve realizar o mapeamento com a porta X e, em seguida, aplicar a porta Z . Assim, Bob obtém o estado inicial arbitrário que foi teleportado entre duas regiões distintas do espaço, que é o terceiro qubit da Fig. 9, de acordo com o resultado da medida de Alice.

O domínio do teleporte quântico proporciona diversos avanços da tecnologia. Por exemplo, por utilizar o emaranhamento quântico, possibilita sofisticados algoritmos para a computação quântica, e conseqüentemente, em estudos relacionados à criptografia, comunicação, óptica, fatoração de números grandes, dentre outros fenômenos associados.

3 METODOLOGIAS DE ENSINO E APRENDIZAGEM

As metodologias ativas têm seus fundamentos nos estudos relacionados à ciência cognitiva. Podemos constatar que o conhecimento parte de uma premissa que deve ser construída por meio de estímulos, como defendia o suíço Jean Piaget (1896-1980) [15], de um nível elementar para o mais complexo. Assim, isso nos induz a refletir sobre o processo de ensino e aprendizagem, e sua relevância no desenvolvimento cognitivo, de maneira que nos auxilie a contribuir de forma cada vez mais eficiente no processo de aprendizagem por meio do planejamento e na utilização das metodologias ativas.

A educação tem o papel de preparar o estudante para que ele se torne capaz de acompanhar as mudanças sociais e culturais devido ao avanço da ciência e da tecnologia, para que consiga compreender e refletir sobre o mundo que o cerca [16]. Assim, a educação tem seu viés prático de contribuir para o desenvolvimento cognitivo por meios didáticos, possibilitando que as informações recebidas pelos discentes sejam assimiladas durante o processo de construção do seu conhecimento.

Aqui apresentamos três metodologias que contribuem para o desenvolvimento cognitivo do indivíduo. Discutimos sobre aquelas que foram importantes para a aplicação do produto educacional (Apêndice A).

3.1 Aprender Fazendo

A metodologia “Aprender Fazendo” (*Learning by Doing*) é um termo que foi cunhado pelo educador e filósofo John Dewey (1938) [17]. E em 1984, foi explorada pelo teórico David Kolb em seu livro intitulado *Experiential Learning: Experience As The Source Of Learning And Development* [18]. Essa metodologia busca melhorar o ensino tradicional, colocando o aluno como agente responsável pela realização das atividades propostas pelo docente por meio da prática, alinhado ao conhecimento teórico.

Aprender a execução de alguma atividade por um terceiro pode ser entendida como imitação. Quando a aprendizagem se dá por meio da experimentação, o conhecimento se torna significativo, o estudante deixa de aceitar apenas “por saber” e começa a “compreender o porquê”,

por meio da tentativa e erro [19]. Assim, ele enfatiza que o aprendizado tem grande influência na interação com o mundo e não apenas da consciência dos outros, de forma transmissiva.

Dada a relevância da execução de atividades para o desenvolvimento cognitivo, na interação do conhecimento prévio com o problema a ser resolvido, os discentes testarão as resoluções para uma situação proposta, protagonizando sua aprendizagem no aprender fazendo, adquirindo experiência e habilidade sobre o problema e sua respectiva solução. Assim, irá reorganizar e ressignificar todo o conhecimento de modo a influenciar positivamente sua experiência na busca de soluções e, conseqüentemente, seu aprendizado, realizando a construção de seu conhecimento, de maneira que seja uma aprendizagem significativa [20].

Na realização de uma tarefa, o aluno levantará ideias e, ao colocá-las em prática, observará os efeitos das ações durante o processo de execução e analisará os resultados obtidos, fazendo assim com que tome novas decisões de acordo seus resultados, que levará para os possíveis caminhos para resolver a situação proposta. Assim, instigará o aluno para que ele realize a construção do conhecimento a partir de seu interesse científico, na busca por respostas ou soluções de problemas.

Essa metodologia torna o professor como mediador da experiência que o discente terá. O docente deve assumir seu papel de forma que contribua para que o aluno amadureça intelectualmente, colocando em prática as suas ideias alinhadas com o exercício da atividade e o conhecimento teórico, aprimorando suas habilidades nas soluções de problemas. Essa postura deve estar atrelada à construção da situação problema que deve ser estruturada de forma a motivar o aluno a querer encontrar uma solução.

Podemos citar como exemplo da aplicação desse modelo metodológico as escolas técnicas. Os alunos de cursos de informática aprendem na prática como fazer a utilização e manutenção de software e hardware, os cursos com foco nas áreas agrícolas inserem os estudantes em campo, para cultivar plantas em pequenas áreas; estudantes de enfermagem são colocados para tratar pacientes e assim para as demais áreas do conhecimento [21].

É importante que o aluno consiga construir seu conhecimento de maneira que ele se torne cada vez mais autônomo no processo, sem a tradicional visão de sempre ter respostas prontas por parte do educador [15]. Por meio de suas próprias reflexões e tentativas, o discente trilhará seu caminho rumo ao entendimento do conteúdo.

O ensino tradicional, muitas vezes, vai em sentido contrário a essa ideia, sendo passivo e propagado nas gerações futuras, tornando o ensino desconexo da realidade. Esse modelo ignora completamente o cunho preparatório dos estudantes para as mudanças tecnológicas e socioculturais a sua volta. Por isso, cada vez mais as pessoas utilizam aparatos tecnológicos sem entender o mínimo de seu funcionamento de fato.

A sociedade dinâmica induz uma mudança constante ao lidar com situações e problemas cada vez mais complexos, esse deve ser o fator que influenciará a busca contínua por novos conhecimento. Os estudantes devem ser os agentes ativos na própria construção e adaptação do conhecimento para lidar com as adversidades encontradas nos problemas do cotidiano, seja no âmbito pessoal, na academia ou no meio profissional.

3.2 Sequência de Ensino e Aprendizagem

Enunciada pela primeira vez nos estudos de Lijnse (1994) [22], “Sequência de Ensino e Aprendizado” (*Teaching-learning sequence*) é um termo cunhado para se referir a uma metodologia que organiza de forma sequenciada e evolutiva a execução de atividades ou apresentação de conteúdos. Essa metodologia dá ao discente o protagonismo de acompanhar o tema ou conteúdo proposto de forma gradativa, para que o entendimento seja atingido [23].

A sequência didática surgiu no Brasil nos documentos oficiais dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), por volta de 1998 [24]. Essa metodologia leva em consideração a instrução científica do discente por meio do construtivismo e da investigação, que são contribuintes relevantes para uma formação que prioriza a reflexão de tudo que está sendo assimilado. Assim, o aluno deixa a sua passividade, ao esperar por respostas do professor, e começa a buscá-las.

Schmiedecke e Penha afirmam que essa metodologia auxilia para ensinar os alunos de forma gradual [25], na qual cada etapa a ser executada contém toda a informação necessária para que o estudante compreenda e avance para o próximo nível, e assim consecutivamente. Por isso, é importante que a sequência de ensino e aprendizagem tenha todas as suas etapas e atividades bem definidas, de forma que o objetivo de cada fase tenha início e fim conhecidos [26].

Cada etapa contém um objetivo específico, que possibilita entender de forma conceitual os fenômenos envolvidos, com a devida estrutura matemática, como aplicar os conceitos e cálculos, e assim por diante. Com essa lógica estruturada nos passos da sequência didática, o

aluno acompanhará o raciocínio do conteúdo proposto e conseguirá compreender por completo. O discente também irá relacionar o conhecimento assimilado com as mais diversas áreas da ciência.

É importante frisar que o professor, ao elaborar uma sequência de ensino e aprendizagem, mesmo que tenha alguma lacuna com relação ao conteúdo, também participará da metodologia compreendendo os passos, pensando em como elaborar cada um deles e procurando uma eficácia do micro (pequenos passos) para o macro (conteúdo geral proposto). Assim, o educando participa do processo de ensino e aprendizagem ao melhorar sua habilidade em aprender a ensinar e com seu objetivo devidamente planejado.

A organização estrutural por tópicos está sujeita a mudanças de acordo com a aplicação da sequência didática e pode variar conforme os tópicos abordados [27]. A atividade instrucional, após ser utilizada em sala de aula, pode ser modificada para melhorar ainda mais a sua eficácia no processo de ensino e aprendizagem, e favorecer novas utilizações do material.

É indicado que os alunos sigam seus próprios passos para entender o problema mais a fundo, a fim de adquirir mais conhecimento sobre o conteúdo proposto. Assim, eles serão capazes de se adaptar em relação ao conteúdo e as metodologias que envolvem os processos de aprendizagem para aprimorar seu conhecimento sobre o assunto [28].

Esse modelo metodológico se concentra no aluno, tornando-o protagonista no ato da realização, e a responsabilidade do professor é de ser o facilitador das atividades do estudante, por meio da mediação com relação ao conteúdo e ao incentivar o aluno na realização do estudo [27].

Não há limites, mínimos ou máximos, para a quantidade de aulas que serão necessárias para aplicar a Sequência de Ensino e Aprendizagem. Assim, podem variar de acordo as atividades sugeridas (jogos, simulações computacionais, textos, experimentos, dentre outros) e o tempo que cada uma delas pode consumir.

Ao elaborar uma sequência didática, tem-se que pensar no quê o aluno precisa entender e, a partir disso, planejar e desenvolver estratégias que guie o aluno de forma gradual para que ele se torne capaz de compreender o conteúdo proposto de maneira que seja mais independente possível, trilhando seus próprios caminhos em busca do conhecimento. Assim, essa metodologia se emaranha com Aprender Fazendo.

De forma sugestiva, por exemplo, podemos dizer que uma sequência de ensino e aprendi-

zagem pode seguir os seguintes passos: (i) deve ser escolhido um tema para ser trabalhado nessa metodologia; (ii) definir o(s) objetivo(s) de cada passo; (iii) identificar as atividades que serão realizadas para atingir o objetivo; e (iv) propor, de forma específica, a realização das atividades.

Com a utilização da linguagem apropriada, transpondo didaticamente o conteúdo, os alunos serão capazes de acompanhar a estruturação conceitual e matemática, entendendo o ponto chave de cada passo e conseguirão compreender o assunto proposto e seguir para os próximos tópicos.

Ruthven et al. (2009) constatam que, na maior parte do tempo, os alunos, ao final da sequência didática, constroem um conhecimento intermediário entre o inicial e o objetivado [29]. Aplicar essa metodologia é uma forma de fornecer a eles a oportunidade de entender sobre um novo elemento do conhecimento progressivamente.

As atividades instrucionais envolvem pesquisa e desenvolvimento, estreitando a relação entre ensino e aprendizagem. Assim, faz com que o professor e o aluno entrem em sintonia, induzindo os alunos a desenvolverem os passos da metodologia e o professor a utilizar todos os recursos necessários para o bom andamento do processo de aprendizagem.

3.3 Vertentes da Aprendizagem Baseada em Problemas

A Aprendizagem Baseada em Problema (*Problem-Based Learning*) é uma metodologia que encaminha o aluno a resolver problemas que são reais ou próximos da realidade [30]. O professor propõe um problema ao discente e ele define sua própria maneira de resolvê-lo, após realizar um estudo bibliográfico (para complementar o conhecimento que já possui), e de forma independente, procurando alternativas para resolvê-lo. O foco não é necessariamente na resolução do problema em si, mas nos caminhos que os alunos podem encontrar para solucionar e aumentar a sua habilidade de construir um novo conhecimento [31].

Essa metodologia surgiu por volta do ano de 1960, em Hamilton no Canadá, na Universidade de McMaster [32], com o intuito de melhorar o ensino na prática nos cursos de medicina, pois seus egressos estavam concluindo sem o preparo adequado para o mercado de trabalho. Com o passar dos anos, o método vem se expandindo para as mais diversas áreas do conhecimento e programas, aprimorando ainda mais a experiência e as formas de aplicar o método [30].

Diferente da educação bancária, como explica Freire em *Pedagogia do Oprimido* [6], essa

metodologia busca tirar a passividade do aluno e induzi-lo a ser protagonista na construção do seu próprio conhecimento. O objetivo é fazer com que o discente elabore uma ideia, ou sugestão, de forma independente e ressignifique, em sua estrutura cognitiva, as novas informações que estão sendo assimiladas com as já existentes.

A atividade é delegada pelo professor, que irá propor um problema para que os alunos busquem informações em livros, artigos ou em qualquer fonte de cunho científico que possa contribuir para a estruturação de seu entendimento do assunto e as possíveis alternativas para a resolução do problema. Os discentes deverão estudar os conteúdos, incluindo leituras e, dependendo da situação, a resolução de problemas matemáticos (no caso da área das exatas) para conseguirem atingir a solução.

O professor, ao elaborar a atividade, deve levar em consideração a coerência do problema, se questionando sobre o que deve ser aprendido e como vai ser compreendido pelos estudantes. Deve-se despertar o interesse deles pelo conteúdo, mediar o processo ao responder dúvidas ou levantar questionamentos para auxiliar o aluno no caminho certo para a solução e, durante todo o desenvolvimento, questionar-se sobre o real aprendizado que eles estão adquirindo [33].

Durante os estudos para tentar solucionar o problema proposto, os alunos devem levar em consideração quais informações serão necessárias para a solução. Fator que vai ser influenciado pela maturidade do desenvolvimento da pesquisa, e fazendo com que os discentes reflitam sobre a relação daquele conteúdo com os possíveis caminhos para a resolução, tornando-os mais criteriosos na administração do novo conhecimento.

Comumente, a Aprendizagem Baseada em Problemas é realizada em grupos, de maneira que os alunos se organizam de forma independente para realizar a dinâmica para discutirem sobre o assunto. Poderão se planejar separando tópicos específicos e alinhar o novo conhecimento, fruto da pesquisa, com o problema a ser solucionado. Assim, os alunos debaterão sobre qual solução é mais plausível a se seguir. Conseqüentemente, durante a realização da atividade, os discentes desenvolvem e melhoram a habilidade de como realizar as pesquisas, por meio de fontes científicas, entendem o conteúdo de forma criteriosa e elaboram argumentos, a fim de defender suas ideias aos colegas [31].

Essa metodologia, por depender da complexidade do problema, não tem tempo definido para a conclusão, podendo levar semanas ou meses. Por exemplo, em uma situação problema, os

alunos refletem sobre ele, podendo discutir entre si e formular hipóteses com possíveis soluções. Buscam informações em fontes confiáveis para sustentar o embasamento às reflexões. E, por fim, tentam resolver o problema de fato, caso não seja resolvido, o estudante iniciará todo o processo novamente (reflexão → estudo do caso → solucionar o problema) [34].

Ao concluir a atividade, o docente refletirá se os alunos atingiram o objetivo da metodologia, que é o amadurecimento da habilidade de ressignificar o próprio conhecimento com as novas informações adquiridas. Assim, o discente ganha autonomia para administrar e construir seu conhecimento, de modo que deverá levar em consideração a capacidade de avaliar, refletir e decidir o que deve ser feito para solucionar o problema [35].

3.4 Ensino de Mecânica Quântica no Brasil

O desenvolvimento da tecnologia moderna se deve ao avanço da ciência, em todas as áreas de conhecimento. Em caso particular, a Física está presente, de forma significativa, nos desenvolvimentos tecnológicos utilizados diariamente, tais como computadores, *smartphones*, tablets, Sistema de Posicionamento Global (GPS), dentre outros. Isso nos mostra a necessidade de cada vez mais estudos para conseguirmos entender o desenvolvimento dessas ferramentas, seus impactos e buscar meios para melhorá-las.

Há muito se fala sobre a desatualização do currículo da educação básica no Brasil com relação ao avanço tecnológico. Hoje, o atual currículo nacional aborda a Física conhecida até o século XIX [36], deixando de lado toda a FMC desenvolvida no último século. O conteúdo programático não tem acompanhado o desenvolvimento tecnológico existente, fazendo com que haja um distanciamento entre o que é ensinado na escola e a realidade dos discentes na sociedade [7].

Ao ensinar Física, deve-se fazer com que o discente compreenda o desenvolvimento tecnológico e desperte sua curiosidade, por acompanhar como funciona a pesquisa em Física atualmente no mundo e os seus respectivos resultados. Isso dará ao aluno uma visão ampla de como se faz ciência e como é de fato a natureza científica. Consequentemente, haverá mais chances de que os estudantes possam despertar interesse em seguir uma carreira científica.

Os conhecimentos descobertos por cientistas têm se tornado cada vez mais complexos, havendo a necessidade de mais pessoas trabalhando com ciência. Atualizar o currículo no ensino

básico pode contribuir, de forma significativa, para despertar o interesse científico dos alunos a escolherem uma carreira científica. Por isso, há uma necessidade de que o ensino básico no Brasil seja adaptado para as constantes mudanças sociais por advento do desenvolvimento científico e tecnológico.

Como afirmou Greca e Moreira [37], a MQ é uma área de grande influência no desenvolvimento da tecnologia moderna. Por lidar com conceitos e interpretações abstratas, há maior abertura para quanto mais cedo os alunos tiverem acesso a essas informações, maiores serão as possibilidades de termos um ensino de qualidade que os prepara para o mundo tecnológico que os cercam. Isso faz com que os estudantes entendam os impactos sociais, culturais, políticos e científicos, tornando-os mais criteriosos em suas reflexões.

Os documentos oficiais como as Orientações Curriculares para o Ensino Médio [38] e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) [24] explicitam que a base curricular deve estar alinhada com o desenvolvimento tecnológico e científico moderno, de modo que o aluno consiga compreender os princípios da funcionalidade da produção e da fundamentação teórica da qual advém. Essa exigência é por decorrência da necessidade que se deve formar cidadãos com a capacidade de resolver situações e problemas que vivenciam.

Nos PCNs, existem habilidades e competências que a escola deve fomentar para o desenvolvimento dos estudantes no cunho científico. Dessa maneira, isso os habilita a serem capazes de ler e interpretar textos científicos, conhecer e utilizar tecnologias básicas de informação, identificar questões relevantes de análise dos resultados científicos relacionados a contextos sociais, culturais e tecnológicos.

Os alunos precisam compreender a influência do desenvolvimento da Física e da tecnologia e sua presença na sociedade moderna. Um fato que deve ser levado em consideração é que a tecnologia atual se deve, em boa parte, a FMC que trouxe conceitos e interpretações mais próximas da realidade da Natureza, juntamente com o auxílio da Matemática envolvida nos estudos, fornecendo conhecimentos para uma visão mais coerente do trabalho científico e de mundo como um todo [39].

Mesmo sendo explícita a recomendação e de grande relevância para a sociedade, ainda se encontra resistência das instituições de ensino para aplicarem conteúdos de FMC no EM. Isso se deve a condição do formalismo matemático ter um aspecto robusto, e por seu distanciamento

conceitual da Mecânica Clássica. Também, se deve ao fato do despreparo de professores para lidar com esses assuntos em sala de aula [40]. Situação que pode ser resolvida com o incentivo de pesquisadores na área para realizar a transposição didática dos conteúdos e incentivo a formações para professores sobre os temas.

Com isso, afirma-se que a FMC faz parte da formação cidadã contemporânea dos estudantes, tornando-os capazes de compreender a cultura científica, possibilitando reflexões da Natureza a sua volta e as recorrentes transformações, ao transcender as interpretações da dinâmica temporal dos avanços tecnológicos.

Felizmente, iniciativas como o Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF), a Revista Física na Escola (FnE), a Revista Brasileira de Ensino de Física (RBEF), entre outros, têm contribuído de forma significativa para mudar o cenário e tornar mais acessível materiais que auxiliem a formação científica de jovens.

Currículo do ensino médio e a teoria matricial

Podemos dizer que matrizes são conjuntos de números dispostos ordenadamente em tabelas por linhas e colunas definidas [41]. A Mecânica Quântica, que outrora fora chamada de mecânica matricial, foi desenvolvida por Werner Heisenberg em meados de 1925 [42]. Em seguida (1939) [43], Paul Dirac introduziu a notação de braket à Mecânica Quântica, possibilitando trabalhar mais facilmente com objetos quânticos. Na tentativa de compreender e aprimorar os estudos em quântica, as matrizes passaram a ser aplicadas nos fenômenos físicos.

Sua aplicação está presente nas mais diversas áreas da ciências e da engenharia. Por isso, buscamos despertar o interesse dos alunos, por meio da Álgebra Linear, estimulando a curiosidade, de modo a torná-los aptos a interpretar as mais diversas situações e problemas matemáticos e físicos, com suas devidas interpretações cotidianas e do mundo científico. Dessa forma, buscamos contribuir de forma significativa na construção do raciocínio lógico e de organização estrutural por meio de matrizes.

Por matrizes conseguirem, matematicamente, explicar fenômenos quânticos e por ser habilidade presente no currículo do EM, podemos fazer sua utilização para inserir conteúdos avançados de Física em seu contexto. Desse modo, os alunos conseguem assimilar a sua utilização, tanto na Física quanto nas mais diversas áreas do conhecimento.

A BNCC [44] lista competências e habilidades para o ensino de matemática, porém o termo “matriz” não está escrito de forma explícita, é apenas citado como “técnicas algébricas”, como podemos ver na habilidade: “resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais”.

Os professores precisam adaptar o currículo para trabalhar tal conteúdo devido a sua grande utilidade, de modo que o ensino deve ser significativo no âmbito teórico. Isso dá a possibilidade de alunos interessados em cursos de ciências exatas possam ter vantagens com relação ao conteúdo.

3.4.1 Educação como alternativa para iniciação científica

A ciência é um processo sistemático que constrói e organiza o conhecimento na forma de explicações e previsões testáveis sobre o Universo, colocando de lado todo o “achismo” e os mitos acerca dos fenômenos naturais. Todo o desenvolvimento tecnológico que conhecemos hoje se deve à Ciência por proporcionar melhor compreensão e manipulação da Natureza. Esse avanço, que utiliza o método científico, é motivado pela curiosidade de cientistas que almejam soluções de problemas com os quais se deparam cotidianamente.

Os cientistas realizam a pesquisa, que é uma investigação minuciosa e planejada, por meio do método científico, que garante a sua fidelidade quanto ao comportamento da Natureza. De forma simplificada, podemos escrever os passos de uma pesquisa científica como: (i) Observar um fenômeno; (ii) questionar o fenômeno por meio da elaboração de um problema; (iii) desenvolver uma hipótese de solução; (iv) realizar o experimento; (v) analisar os resultados e (vi) concluir de acordo os dados obtidos. Para o caso de não haver soluções, todo o processo é repetido com o incremento de novos estudos e novas hipóteses.

Desde o último século, a Ciência e a Tecnologia têm desempenhado papel fundamental na estruturação social do mundo como um todo, resultado dos avanços alcançados. A escola tem papel importante nesse processo, não apenas ao auxiliar a construção de conhecimento, mas também tornar possível a modificação da sociedade em prol da propagação do conhecimento científico. A construção das habilidades cognitivas e todos os processos envolvidos devem acontecer na escola de educação básica, na formação de crianças e adolescentes, fomentando a

prática científica [45].

O estudo científico contribui no desenvolvimento e avaliação dos meios científicos, com atitudes e valores que são aplicados pelos cidadãos. Isso exige dos estudantes a habilidade de observar criticamente, questionando e desenvolvendo hipóteses para encaminhar a uma conclusão das situações do cotidiano.

O professor tem o papel fundamental de conduzir a prática científica em sala de aula ao direcionar o discente para o caminho coerente do problema e instigar o interesse na atividade proposta, tornando a relação do professor e aluno assimétrica com o conhecimento. O pesquisador inicia o aluno com o saber científico [46], de forma que seja possível, com a utilização de situações-problema, o encorajamento para promover o conhecimento [47].

No EM, pressupõe-se que os estudantes compreendem, mesmo que de forma elementar, a Ciência e suas aplicações tecnológicas, e essa habilidade pode ser melhorada por meio da interpretação e análise de problemas e aparatos tecnológicos, inserindo cada vez mais conceitos e ferramentas matemáticas rebuscadas. Assim, os estudantes serão capazes de tomar o conhecimento adquirido com mais sentido e significado ao observar o mundo a sua volta, tornando-o de fato significativo.

Os alunos adquirem a capacidade de (re)construir e interferir na realidade que observam no mundo. Deve-se abandonar a função bancária e colocar em prática o envolvimento na solução de problemas, inserindo o processo de ensino-aprendizagem no desenvolvimento de habilidades com relação à investigação científica e à produção de conhecimento técnico.

As feiras de ciência, desde a década de 1960, têm se mostrado um fator influente na protagonização dos estudantes com relação aos trabalhos científicos. O aluno, ao realizar um experimento e explicar sobre os fenômenos envolvidos, coloca-se no papel de transmitir conhecimentos técnicos, assumindo-se como emissor de conhecimento [48], contribuindo para despertar o interesse e entusiasmo de outros estudantes para trabalhar com ciência. Assim, o discente atua como um multiplicador motivacional e de inspiração para futuros cientistas em potencial.

Com isso, os alunos devem realizar pesquisas bibliográficas para o embasamento de seus argumentos e explicação dos experimentos. Todo o processo deve ser acompanhado pelo professor, com papel de orientador, para direcionar os estudantes na busca de fontes científicas e

para a solução de possíveis dúvidas dos alunos que podem surgir durante o estudo.

Essa situação, de haver pouca iniciativa para a prática científica nas escolas, pode ser remediada com políticas públicas para o incentivo da prática científica no EM. Existem programas de iniciação científica para estudantes do EM. O Ministério da Educação (MEC), por meio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), lançou o programa denominado *Quero ser Professor, Quero ser Cientista* (2013) [49], com o intuito de oferecer bolsas de estudo e estreitar as relações entre universidades e escolas.

No site do MEC, podemos destacar a fala do então Ministro da Educação, explicitando a funcionalidade do programa:

“No contraturno, os alunos vão fazer pesquisa e terão apoio de professores universitários. Eles vão visitar laboratórios de física, química, vão fazer pesquisa em matemática e biologia para desenvolver o talento e estimular a vocação para áreas em que o Brasil ainda tem demandas abaixo do que precisa [49].”

Com isso, afirma-se a necessidade de estreitar as relações entre o conhecimento científico das academias com as escolas de ensino básico. Isso fomenta o desempenho dos alunos e professores para trilharem o conhecimento rumo ao desenvolvimento da Ciência como um todo.

4 PRODUTO EDUCACIONAL

4.1 Apresentação do produto

A informação científica que permeia o cotidiano tem despertado o interesse dos alunos. Porém, a padronização da linguagem científica, que por sua vez é rebuscada, tem dificultado a propagação desses conhecimentos, por isso buscamos contribuir para o processo de ensino e aprendizagem, utilizando um material didático, para que alunos do EM consigam construir, de forma significativa, seu conhecimento com relação a FMC.

O produto tem como foco a construção do conhecimento por parte dos alunos do EM, de modo que eles compreendam a funcionalidade da Matemática no manuseio da informação quântica por meio de circuitos quânticos, na qual se utiliza portas lógicas quânticas, empregando apenas habilidades que constam no conteúdo programático do currículo.

De forma sucinta e contendo apenas as informações necessárias, o produto é um material didático que utiliza metodologias construtivistas, de modo que os alunos realizem o estudo de forma gradual. A linguagem utilizada é adequada para o desenvolvimento teórico e matemático, de modo a preservar os conhecimentos já adquiridos com as novas informações a serem assimiladas, tornando possível a realização da habilidade proposta.

Elaborado por meio de uma Sequência Didática, utilizamos uma estrutura em formato de *white paper* [50, 51], com tópicos numerados para facilitar a comunicação entre os alunos e o professor. Os itens expõem conceitos e fenômenos de forma sequenciada, seguindo uma lógica gradual, do nível mais elementar ao avançado do conteúdo proposto. Assim, os alunos acompanharão, pelo material, o desenvolvimento do conteúdo com o objetivo final de construir um circuito quântico.

Juntamente com a metodologia “Sequência de Ensino e Aprendizagem”, são aplicadas, também, as metodologias “Aprendizagem Baseada em Problemas” e “Aprender Fazendo”, as quais se concentram em tornar os alunos protagonistas da aprendizagem, realizando tarefas de resoluções mais elementares (devidamente acompanhadas de suas interpretações) e, posteriormente, solucionando problemas na construção de circuitos quânticos.

No decorrer do estudo, os alunos serão direcionados pelos tópicos que apresentam

conceitos, explicita cálculos e exercícios propostos. A escrita é de forma simplificada, dado que a ciência possui uma linguagem robusta, de modo que os alunos consigam compreender a abstração por trás de cada conceito ou fenômeno.

Buscamos, nesse estudo, por meio dos questionamentos dos alunos e da aplicação desse projeto, compreender o processo realizado pelos estudantes, de modo que será possível acompanhar o desenvolvimento do aluno com relação ao conteúdo. Durante a aplicação, todos os comentários foram levados em consideração, de forma que possibilite a avaliação do aprendizado dos alunos de acordo com a qualidade das perguntas e demais comentários.

No produto, utilizamos conteúdos que estão presentes no currículo do EM, que são matrizes e suas operações básicas, devidamente apresentadas com a explicação teórica envolvida na CQ, apoiado em conceitos de FMC que estão presentes nos livros didáticos do EM. Assim, os discentes possuem as ferramentas necessárias para aplicações de conteúdos de FMC via produto educacional.

4.2 Aplicação do produto educacional

O produto educacional desenvolvido foi aplicado com estudantes da 2^a série do EM, na qual foram utilizadas as aulas da disciplina de Eletivas, eixo diversificado do novo EM, aplicado em uma escola da rede pública estadual de Palmas – TO.

Foi realizado um momento denominado de “Feirão das Eletivas” na Unidade Escolar, na qual os professores apresentavam suas respectivas disciplinas aos alunos e eles tinham a autonomia para escolher qual lhes interessava para cursar. A eletiva na qual foi aplicada o produto educacional teve um total de 13 inscritos que concordaram em participar da pesquisa a ser realizada e pelo interesse no conteúdo de Computação Quântica e seus respectivos fundamentos teóricos.

As eletivas da 2^a série possuem um total de duas horas-aula por semana, com duração de 50 min cada aula. Assim, totalizando as aulas sobre revisão de matrizes e aplicação do produto, foram utilizadas 14 aulas ao final de todas as atividades.

A análise da aplicação do produto foi realizada pelo professor ao interagir diretamente com os estudantes que participaram da execução. O professor acompanhou o desenvolvimento dos alunos para analisar o processo de aprendizagem por meio de considerações dos aspectos

quantitativos e qualitativos, como explica Moreira [52].

Antes da entrega do produto educacional aos estudantes, foi realizado um estudo como forma de revisão do conteúdo sobre matrizes, para fixação do que já fora visto. Nas aulas de revisão foram apresentados conceitos, tipos de matrizes, aplicação no cotidiano, a relevância nas ciências e resolução de exercícios.

Cada estudante recebeu uma cópia do produto educacional (Apêndice A). Após explicada a estrutura do material, foi realizada a leitura para todos, incluindo algumas explicações pontuais sobre os conceitos que o material apresenta, tais como qubit, portas lógicas quânticas, circuitos quânticos, números complexos e demais conceitos presentes no material. Após essa fase, os alunos iniciaram a leitura individual ou em grupo (critério escolhido pelos estudantes) e a resolução do mesmo.

Alguns estudantes, durante a aplicação do produto, questionaram o pesquisador sobre a possibilidade de mais disciplinas que pudessem abordar mais sobre o tema. Isso demonstra que os estudantes possuem interesse sobre o conteúdo de CQ. Infelizmente, esse conteúdo não está presente no currículo do EM e a utilização das disciplinas de Eletivas seria uma alternativa para trabalhar com FMC, como fora utilizado para a aplicação do produto educacional.

Durante a entrega do produto educacional impresso aos alunos, alguns apresentaram uma reação de susto devido à quantidade de páginas presentes no mesmo (totalizam 31 páginas). Porém, após a explicação da estrutura do material, evidenciando os espaços que eram destinados às respostas dos problemas propostos e o tamanho da fonte, os estudantes se tranquilizaram e conseguiram se envolver de forma ativa na realização do projeto.

Durante as aulas, houve poucos alunos que apresentaram algum conhecimento teórico sobre CQ, como o conceito de qubit, explicar informalmente o porquê da velocidade do processamento de informação ser maior em um computador quântico quando comparado ao clássico e concepções básicas da utilização da probabilidade utilizada na CQ, porém não apresentaram os respectivos conhecimentos matemáticos da CQ. Depois de questionados sobre o acesso a essas informações, os estudantes relataram que haviam visto vídeos no YouTube e/ou nas redes sociais sobre o tema.

No segundo encontro da aplicação do produto, a maioria dos estudantes, por ter interesse em CQ, realizaram pesquisas extraclasse sobre o assunto a fim de se inteirar mais sobre os con-

ceitos trabalhados no primeiro encontro. Assim, realizaram perguntas e levantaram comentários pertinentes sobre o conteúdo. Itens que iremos discutir na próxima seção.

Ao explicar uma dúvida para algum aluno, o pesquisador solicitava que o estudante ajudasse a sanar a mesma dúvida aos que apresentassem o mesmo questionamento sem dar a resposta pronta. O estudante era acompanhado pelo pesquisador para garantir que as informações repassadas seriam coerentes ao que fora explicado a ele. Desse modo, o estudante colocava em prática o seu protagonismo ao construir o seu conhecimento e transmitir o que foi assimilado aos colegas de classe.

Os alunos demonstraram habilidade na parte matemática, por ser conteúdo que fora visto no EM e devido as aulas de revisão sobre matrizes. Os problemas propostos no produto exigem apenas o conhecimento com relação às operações matemáticas que envolvem matrizes, que representam os estados quânticos e as portas lógicas, como mostram as Figs. 10 e 11. Na Fig. 11, o estudante evidenciou qual estado a matriz resultante representa, utilizando a notação de Dirac, mostrando, também, qual matriz representa a porta CNOT e em qual estado ela faz o mapeamento.

$$(58) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 \\ 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 \\ 0 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 \\ 0 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 0 \end{pmatrix}$$

$$(55) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Figura 10 – Aplicação da porta CNOT no estado $|01\rangle$.

Houve apenas um problema proposto no qual todos apresentaram dificuldade na realização. O item (79) do produto solicita que seja realizada a aplicação da porta H no estado $|00\rangle$. O pesquisador explicou que $|00\rangle$ poderia ser reescrito como $|0\rangle \otimes |0\rangle$ e, assim, tornava possível realizar a multiplicação. Ao entender a lógica do sistema, os estudantes conseguiram realizar os itens seguintes, que eram semelhantes, sem dificuldades. O símbolo \otimes representa um produto tensorial.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

CNOT $|11\rangle$ $|10\rangle$

Figura 11 – Aplicação da porta CNOT no estado $|11\rangle$.

Os estudantes conseguiram expressar os estados do ket $|00\rangle$ (como mostrado no canto superior direito da Fig. 12). A maioria dos estudantes realizou de forma correta a resolução do problema proposto. Isso evidencia, mais um vez, a habilidade matemática dos estudantes ao tratar os estados quânticos, como podemos perceber na resposta apresentada por outro estudante na Fig. 13.

$|00\rangle = |0\rangle|0\rangle$

$H|00\rangle = [H|0\rangle]|0\rangle$

~~$\frac{1}{\sqrt{2}}(|10\rangle + |11\rangle)|0\rangle$~~

$$\left[\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] |0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1+0 \\ 1+0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{\sqrt{2}} (|10\rangle + |11\rangle) |0\rangle \\ \frac{1}{\sqrt{2}} (|00\rangle + |10\rangle) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \downarrow \qquad \qquad \downarrow \\ |0\rangle \qquad \qquad |1\rangle \end{array}$$

Figura 12 – Aplicação da porta H no estado $|00\rangle$ realizada por um estudante.

$$H|10\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right) \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (|11\rangle + |10\rangle) \cdot |0\rangle = |00\rangle + |10\rangle$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (|110\rangle + |100\rangle)$$

Figura 13 – Resposta de um estudante mapeando a porta H no estado $|10\rangle$.

Na parte conceitual, os alunos conseguiram compreender os passos do material, apesar de alguns itens terem que ser explicados novamente. Um aluno expressou seu entendimento em um dos espaços destinados à explicação do conteúdo (Fig. 14). É possível notar que o estudante conseguiu compreender o funcionamento da porta CNOT aplicada aos estados e, excepcionalmente, ele destacou, na matriz, a causa da transformação do qubit alvo quando o qubit de controle era igual a 1.

Os relatos realizados por outros dois estudantes se concentraram na explicação conceitual do funcionamento da porta CNOT (Figs. 15 e 16). Apesar de não explicitar a matriz ou sua representação em um circuito quântico, como mostra a Fig. 1 do produto educacional, os estudantes explicaram de forma coerente a estrutura matemática envolvida, na qual o primeiro qubit (controle) será o indicador para realizar ou não o mapeamento do segundo qubit (alvo). Isso indica que o estudante conseguiu compreender o mapeamento da porta CNOT quando aplicada em dois qubits.

Os estudantes compreenderam quais os elementos nas matrizes são os fatores que influenciam no mapeamento da porta CNOT quando atuam nos qubits de controle e alvo. As Fig.

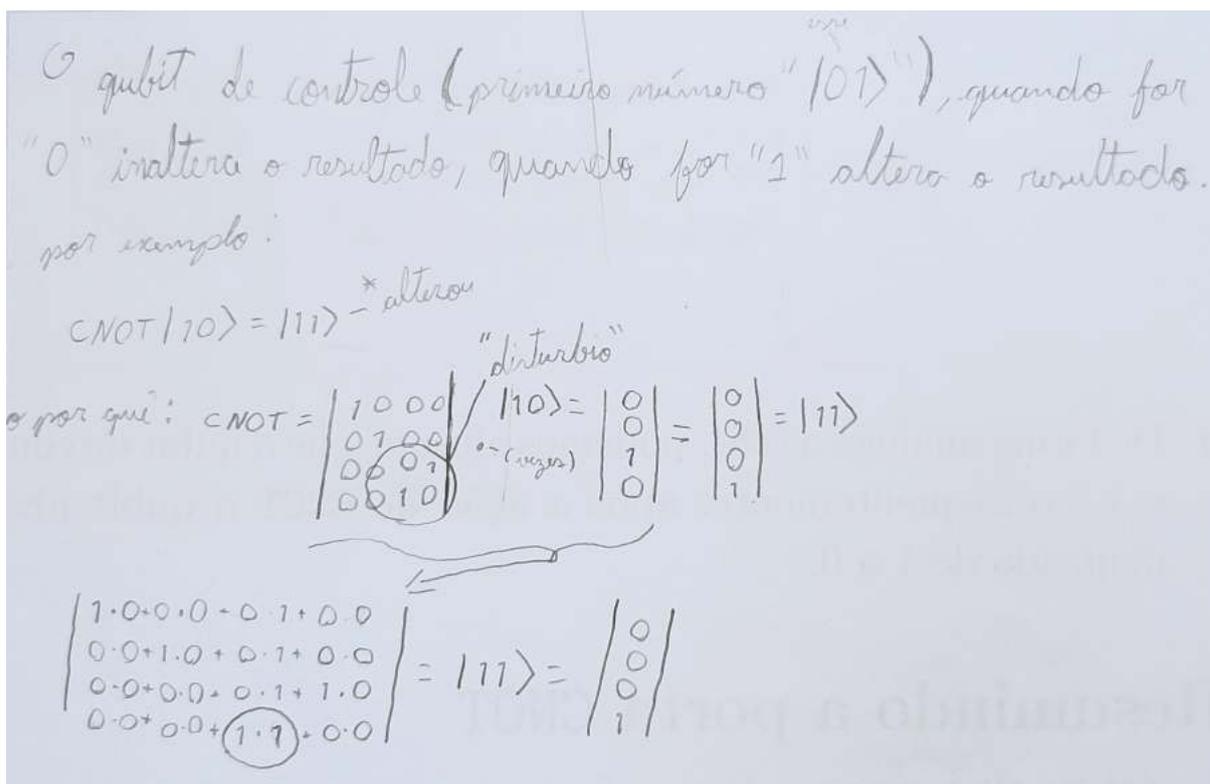


Figura 14 – Explicação do aluno sobre a porta CNOT.

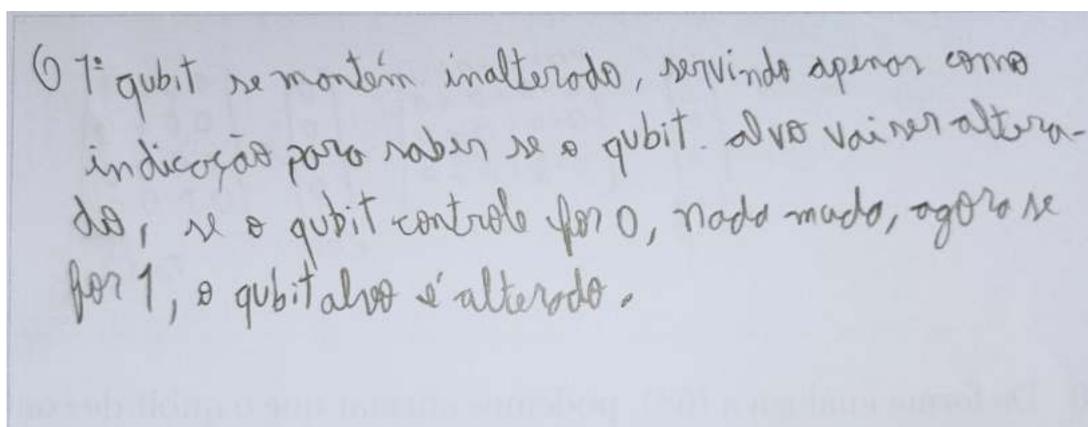


Figura 15 – Explicação conceitual de um estudante acerca da porta CNOT.

17 e 18 evidenciam o destaque dos elementos na matriz da porta CNOT que realizam a inversão do qubit alvo após o mapeamento.

Na seção “O que é um qubit?”, um estudante adicionou dois comentários, como evidencia a Fig. 19. No item (26) do produto educacional, o estudante apresenta um comentário que indica que ele conseguiu compreender que um qubit pode representar “partículas, fótons ou elétrons” e relacionar ao processamento de informação quântica por meio de “seus respectivos dispositivos”.

No primeiro qubit a porta CNOT não altera.
 O segundo qubit a porta CNOT se altera
 quando o primeiro for um, ou seja, se o
 primeiro qubit for um o segundo for zero
 Passara a ser um, ou de um passara a ser
 zero.

Figura 16 – Explicação conceitual de outro estudante acerca da porta CNOT.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 1 \\ 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 1 \\ 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 \\ 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 \end{pmatrix}$$

Figura 17 – Mapeamento da porta CNOT no estado $|11\rangle$ realizado pelo estudante.

De modo, que explicita que o conhecimento do aluno, apesar de elementar, consegue expressar de forma leiga o seu entendimento sobre qubit. O estudante, no item (27), como mostra a Fig. 19, demonstrou entender o conceito de superposição quântico de dois estados, ao expor que o qubit pode assumir 1 e 0.

No final do semestre letivo, foi realizado o momento de culminância das eletivas, na qual

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 \\ 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 \\ 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 \\ 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 \end{pmatrix}$$

então altera

Figura 18 – Mapeamento da porta CNOT no estado $|10\rangle$ realizado pelo estudante.

26. O qubit é o estado de um **objeto quântico**, podendo representar, por exemplo, **a polarização de um fóton ou o spin do elétron**. *→ Representam partículas, fótons ou elétrons e suas respectivas dispositivos de controle que estão trabalhando juntos para atuar como memória de computador e processador.*

27. Basicamente, o que é importante lembrar acerca do qubit é que ele está em uma **superposição quântica de dois estados**.
↳ Sendo 0 e 1.

Figura 19 – Comentários de um aluno sobre qubit.

os estudantes apresentavam o que foi aprendido durante o semestre. Dois alunos se voluntariaram para realizar apresentação oral aos visitantes da sala sobre o conteúdo de CQ, com o auxílio de um slide que ficava disposto. Durante as apresentações, os ouvintes demonstraram muito interesse pelo assunto, o que evidencia mais uma vez a necessidade da inserção de conteúdos de FMC no EM.

Perguntas coletadas

Todos os conceitos presentes no material foram explicados pelo pesquisador durante a leitura para toda a turma, como já fora supracitado. Porém, observou-se que a maioria dos alunos não conseguiu compreendê-los, em princípio, assim, houve a necessidade de explicar novamente. As dúvidas apresentadas pelos estudantes foram sanadas no momento em que foram levantadas.

A estrutura dos itens a seguir está organizada de modo que o que está em **negrito** foi a pergunta realizada pelos alunos e logo após encontra-se a respectiva observação feita pelo pesquisador.

Pergunta: O que são os números complexos?

Após o questionamento, para facilitar a explicação, o pesquisador desenhou no quadro um gráfico que representa o plano complexo (como mostra a Fig. 20), explicando que números complexos (\mathbb{C}) é um conjunto composto por uma parte real e outra imaginária, como mostra a equação (4.1),

$$z = x + iy, \quad (4.1)$$

onde x é a parte real e y é a parte imaginária. Por fim, foi explicado a relevância do conjunto dos números complexos para o estudo da teoria quântica nas previsões dos experimentos realizados, contrapondo que apenas os números reais (\mathbb{R}) não conseguiriam explicar por completo o comportamento quântico dos sistemas.

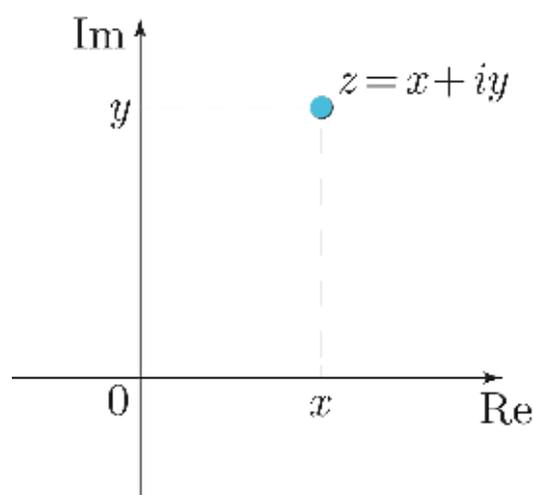


Figura 20 – Plano complexo [3].

Pergunta: O que é ket?

Esse termo foi apresentado no item (16) do produto educacional (Apêndice A). Não contendo explicação detalhada sobre o que seria um ket, nesse momento o pesquisador comunicou para toda a turma que um ket é uma notação utilizada na Mecânica Quântica para se representar estados quânticos expressos por “ $|\rangle$ ” (barra vertical e colchete angular).

Matematicamente, um ket é um vetor no espaço vetorial do plano dos números complexos (\mathbb{C}), dando abertura para reafirmar o porquê na teoria quântica se utiliza o conjunto dos números complexos (\mathbb{C}) para descrever fenômenos quânticos.

Pergunta: O que são estados quânticos?

Para essa pergunta, o professor pesquisador recorreu ao item (30) do produto educacional (Apêndice A) para explicar que um estado quântico pode ser interpretado como um objeto matemático que representa qualquer um dos vários estados que um sistema quântico pode apresentar, os termos dos estados sempre estarão associados a uma distribuição de probabilidade.

Por exemplo, podemos citar a equação 2.1, na qual a função de onda $|\Psi\rangle$ apresenta dois estados quânticos, são eles $|0\rangle$ e $|1\rangle$, ambos associados a uma distribuição de probabilidade, $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. É possível, também, que existam mais de dois estados para o mesmo sistema quântico.

Pergunta: O que é $|\Psi\rangle$ (função de onda)?

Esta pergunta está relacionada ao item (17), presente no produto educacional (Apêndice A), questionando também o que seria o “garfo” (Ψ). O item evidencia a representação de uma função de onda ($|\Psi\rangle$); em contrapartida, o produto não explicita de forma conceitual o que é uma função de onda. Nesse momento, o pesquisador explicou para todos os estudantes que o símbolo Ψ é uma letra grega normalmente utilizada na Física para representar a função de onda.

Uma função de onda de um sistema quântico é um objeto matemático que representa os estados quânticos. Essa função contém as informações (características) sobre aquele sistema físico. Assim, com a matemática apropriada, é possível extrair as informações por meio de medições e os resultados estão associados a uma distribuição de probabilidade, como está explicado nos itens (30-33) do produto educacional.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O ser humano, por natureza, é um ser que busca conhecimento desde os anos iniciais de vida. Ensinar nossos estudantes deve ser uma das responsabilidades mais importantes em nossa sociedade e, ao mesmo tempo, é uma tarefa desafiadora. Como forma de melhorar e facilitar o processo de ensino, surgiram metodologias ativas que nos auxiliam no processo de ensino e aprendizagem e com essa ferramenta buscamos ensinar Física, juntamente com Matemática, objetivando uma aprendizagem significativa.

O ensino de Física no Brasil foca, muitas vezes, na memorização de fórmulas e conceitos desconexos da realidade do aluno. Neste trabalho, buscamos evidenciar que os alunos do EM são capazes de compreender conteúdos avançados e atuais de FMC com a devida adequação conceitual e matemática. As metodologias têm contribuído para que esses conteúdos estejam cada vez mais presentes no EM.

A transposição didática é uma ferramenta que é capaz de tornar o conhecimento técnico e rebuscado em um formato que todo e qualquer cidadão alfabetizado consiga ler e compreender, promovendo o acesso ao conhecimento científico. Consequentemente, a divulgação científica é extremamente importante, pois torna os cidadãos mais cientes do mundo a sua volta, auxiliando na compreensão dos fenômenos naturais.

As metodologias ativas têm desempenhado um papel crucial no desenvolvimento da educação, mesmo diante de tantas situações adversas, como a pandemia de 2020-2021. Felizmente, o professor da educação básica tem desenvolvido seu trabalho da melhor forma possível, dada as condições que lhes são oferecidas, para contribuir cada vez mais com o desenvolvimento social, científico e tecnológico.

Referências

- [1] *Wikimedia*. Bloch sphere. Disponível em: bit.ly/3SBpoMq, 2009.
- [2] M. A. Nielsen and I. Chuang, *Quantum computation and quantum information*. American Association of Physics Teachers, 2002.
- [3] *Illustration of a complex number*. Wikimedia, 2018.
- [4] M. R. d. P. Siqueira, *Professores de física em contexto de inovação curricular: saberes docentes e superação de obstáculos didáticos no ensino de física moderna e contemporânea*. PhD thesis, Universidade de São Paulo, 2012.
- [5] E. A. Terrazzan, “A inserção da física moderna e contemporânea no ensino de física na escola de 2º grau,” *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, vol. 9, no. 3, pp. 209–214, 1992.
- [6] P. FREIRE, “Pedagogia do oprimido. rev. e atual,” *Rio de Janeiro: Paz e Terra*, pp. 95–101, 2011.
- [7] F. F. d. Oliveira, D. M. Vianna, and R. S. Gerbassi, “Física moderna no ensino médio: o que dizem os professores,” *Revista Brasileira de Ensino de Física*, vol. 29, pp. 447–454, 2007.
- [8] B. L. M. de Melo and T. V. D. Christofolletti, “Computação quântica: Estado da arte,”
- [9] P. A. M. Dirac, *The principles of quantum mechanics*. No. 27, Oxford university press, 1981.
- [10] J. J. Grattage, *A functional quantum programming language*. PhD thesis, Citeseer, 2006.
- [11] R. S. Sutor, *Dancing with Qubits: How quantum computing works and how it can change the world*. Packt Publishing Ltd, 2019.
- [12] D. Bouwmeester, J.-W. Pan, K. Mattle, M. Eibl, H. Weinfurter, and A. Zeilinger, “Experimental quantum teleportation,” *Nature*, vol. 390, no. 6660, pp. 575–579, 1997.

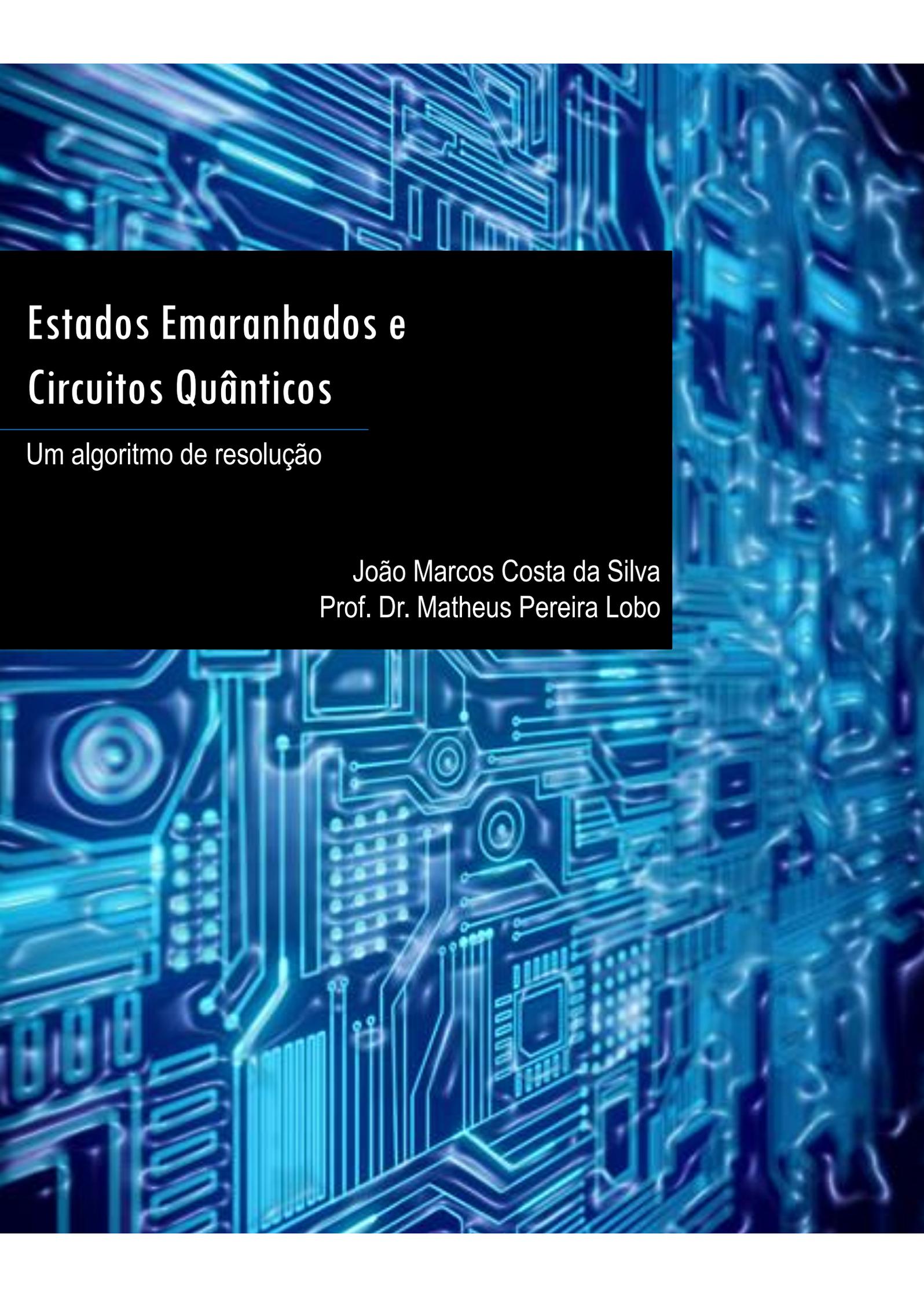
- [13] G. Musser, *Spooky Action at a Distance: The Phenomenon that Reimagines Space and Time—and what it Means for Black Holes, the Big Bang, and Theories of Everything*. Macmillan, 2015.
- [14] M. P. Lobo, S. L. R. P. GOMES, E. A. d. ALENCAR, and C. SANTOS, “Teleporte de uma partícula: Um protocolo no contexto do ensino médio,” *Física na Escola*, vol. 16, 2018.
- [15] J. Piaget, *A psicologia da inteligência*. Editora Vozes Limitada, 2013.
- [16] N. Duarte, “As pedagogias do “aprender a aprender” e algumas ilusões da assim chamada sociedade do conhecimento,” *Revista Brasileira de Educação*, pp. 35–40, 2001.
- [17] J. Dewey, “Experience and education,” in *The educational forum*, vol. 50, pp. 241–252, Taylor & Francis, 1986.
- [18] D. A. Kolb, *Experiential learning: Experience as the source of learning and development*. FT press, 2014.
- [19] M. Peláez and R. Moreno, “A taxonomy of rules and their correspondence to rule-governed behavior,” *Mexican Journal of Behavior Analysis*, vol. 1, no. 2, pp. 197–214, 1998.
- [20] C. Coll, “Aprendizagem escolar e construção do conhecimento,” in *Aprendizagem escolar e construção do conhecimento*, p. 136, 1994.
- [21] H. W. Reese, “The learning-by-doing principle.,” *Behavioral development bulletin*, vol. 17, no. 1, p. 1, 2011.
- [22] P. Lijnse, “Didactical structures as an outcome of research on teaching–learning sequences?,” *International Journal of Science Education*, vol. 26, no. 5, pp. 537–554, 2004.
- [23] A. H. KOBASHIGAWA, B. A. ATHAYDE, K. d. O. MATOS, M. H. CAMELO, and S. FALCONI, “Estação ciência: formação de educadores para o ensino de ciências nas séries iniciais do ensino fundamental,” *IV Seminário Nacional ABC na Educação Científica. São Paulo*, pp. 212–217, 2008.
- [24] M. Brasil, “Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio,” *Brasília: SEMTEC*, 1999.

- [25] W. G. Schmiedecke, M. P. C. Silva, and W. M. Silva, “A história da ciência na composição de sequências didáticas: possibilidades trabalhadas em um curso de licenciatura em física,” *XIX Simpósio Nacional de Ensino de Física–SNEF. Anais. Manaus, AM*, pp. 1–10, 2011.
- [26] A. Zabala, *A prática educativa: como ensinar*. Penso Editora, 2015.
- [27] M. Méheut and D. Psillos, “Teaching–learning sequences: aims and tools for science education research,” *International Journal of Science Education*, vol. 26, no. 5, pp. 515–535, 2004.
- [28] J. Kortland *et al.*, *A problem-posing approach to teaching decision making about the waste issue*. No. 37, CDBèta Press, 2001.
- [29] K. Ruthven, C. Laborde, J. Leach, and A. Tiberghien, “Design tools in didactical research: Instrumenting the epistemological and cognitive aspects of the design of teaching sequences,” *Educational researcher*, vol. 38, no. 5, pp. 329–342, 2009.
- [30] L. R. de Camargo Ribeiro, “Aprendizagem baseada em problemas (pbl) na educação em engenharia,” *Revista de Ensino de Engenharia*, vol. 27, no. 2, pp. 23–32, 2008.
- [31] D. F. Wood, “Problem based learning,” *Bmj*, vol. 326, no. 7384, pp. 328–330, 2003.
- [32] I. d. F. C. Tibério, J. A. Atta, and A. Lichtenstein, “O aprendizado baseado em problemas-pbl,” *Revista de Medicina*, vol. 82, no. 1-4, pp. 78–80, 2003.
- [33] L. Torp and S. Sage, *Problems as possibilities: Problem-based learning for K-12 education*. Ascd, 1998.
- [34] R. M. Lopes, N. G. Alves, M. F. Pierini, and M. V. Silva Filho, “Características gerais da aprendizagem baseada em problemas,” *AUTORES (MINICURRÍCULO)*, p. 45, 2019.
- [35] M. Camargo, “Estratégias para avaliação na aprendizagem baseada em problemas,” *AUTORES (MINICURRÍCULO)*, p. 115, 2019.
- [36] M. A. Moreira, “A física dos quarks e a epistemologia,” *Revista Brasileira de Ensino de Física*, vol. 29, pp. 161–173, 2007.

- [37] I. M. Greca and M. A. Moreira, “Uma revisão da literatura sobre estudos relativos ao ensino da mecânica quântica introdutória,” *Investigações em ensino de ciências. Porto Alegre. Vol. 6, n. 1 (jan./abr. 2001)*, p. 29-56, 2001.
- [38] D. C. N. G. d. BRASIL, “Educação básica/ministério da educação,” *Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral*, 2013.
- [39] D. Gil, F. S. Pérez, and J. Solbes, “La introducción a la física moderna: un ejemplo paradigmático de cambio conceptual,” *Enseñanza de las Ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, pp. 209–210, 1987.
- [40] A. C. Pinto and J. Zanetic, “É possível levar a física quântica para o ensino médio?,” *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, vol. 16, no. 1, pp. 7–34, 1999.
- [41] J. R. Giovanni, J. R. Bonjorno, and J. R. G. Junior, *Matemática completa*. FTD, 2002.
- [42] W. Heisenberg, “Quantum-theoretical re-interpretation of kinematic and mechanical relations,” *Z. Phys*, vol. 33, pp. 879–893, 1925.
- [43] P. A. M. Dirac, “A new notation for quantum mechanics,” in *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, vol. 35, pp. 416–418, Cambridge University Press, 1939.
- [44] B. BRASIL *Ministério da Educação*, 2018.
- [45] G. Bachelard, “A formação do espírito científico,” *Rio de janeiro: Contraponto*, vol. 314, 1996.
- [46] M. MENEZES, M. LESSA, and A. MENEZES, “A emergência de fenômenos didáticos em sala de aula: a negociação de uma sequência didática em álgebra inicial.,” 2006.
- [47] G. Brousseau, “A teoria das situações didáticas e a formação do professor,” *Palestra. São Paulo: PUC*, pp. 35–113, 2006.
- [48] E. Domingues and M. D. Maciel, “Feira de ciências: o despertar para o ensino e aprendizagem,” *Revista de Educação*, vol. 14, no. 18, 2011.

-
- [49] B. BRASIL *Ministério da Educação*, 2013.
- [50] M. P. Lobo, “Microarticles,” *OJMP*, 2019.
- [51] M. P. Lobo, “Uma revista aberta,” *OJMP*, 2021.
- [52] M. A. Moreira, “Pesquisa em ensino: aspectos metodológicos,” *Actas del PIDEC: Programa internacional de Doctorado en Enseñanza de las Ciencias*, vol. 5, pp. 101–136, 2003.

APÊNDICE A – Produto Educacional



Estados Emaranhados e Circuitos Quânticos

Um algoritmo de resolução

João Marcos Costa da Silva
Prof. Dr. Matheus Pereira Lobo

CARTA AO DOCENTE

Caro professor, seja bem-vindo ao mundo da computação quântica!

O ensino de Física está concentrado apenas em memorização de conceitos e fórmulas, que por sua vez está distante da realidade dos estudantes com relação ao mundo tecnológico à sua volta. A educação, para ser uma educação cidadã, precisa preparar o estudante para compreender os impactos que a tecnologia traz à sociedade, no âmbito cultural, social e econômico [1, 2].

Falar em Física no contexto atual, é falar em Física Moderna e Contemporânea (FMC). A FMC, presente no cotidiano dos nossos estudantes, é responsável por grande parte do desenvolvimento tecnológico que conhecemos. Consequentemente, a Mecânica Quântica tem se popularizado nos últimos anos devido suas abstrações e aplicações, e onde todo o conhecimento da área pode nos levar.

Um dos desafios para os professores ao ensinar FMC é a complexidade e abstração das teorias, que envolvem conceitos, formulação matemática e modelos experimentais [3]. Felizmente, nos últimos anos, tem aumentado a quantidade de materiais (com abordagens linguísticas e matemáticas apropriadas) sobre assuntos de FMC e, com esse produto, buscamos contribuir ainda mais para a popularização dos assuntos nas escolas de Ensino Médio.

Felizmente, os alunos demonstram interesse significativo em assuntos relacionados à FMC, formulando perguntas e tecendo comentários relevantes. Isso facilita para o professor explicitar a importância de estudar sobre o tema, favorecendo ainda mais a formação cidadã e instigando a curiosidade dos alunos. Consequentemente, isso auxilia os estudantes a construir seu conhecimento ao compreender ainda mais o comportamento da natureza e as aplicações desse conhecimento [4].

A proposta deste trabalho é evidenciar que os alunos do Ensino Médio são capazes de compreender e trabalhar matematicamente com Mecânica Quântica, em específico, no tratamento de informação quântica por meio de portas lógicas quânticas. Com as metodologias ativas e sua abordagem teórica adequada, os discentes conseguiram construir seu conhecimento com relação à criação de estados emaranhados e circuitos quânticos.

Durante a aplicação do produto, foi perceptível a empolgação dos estudantes quanto ao assunto. Questionamentos e comentários sobre o conteúdo foram frequentes, em grande parte sobre o que poderia ser feito com essa tecnologia (computação quântica). É motivador o docente presenciar o entusiasmo dos discentes sobre o assunto, motivando ainda mais ser defensor de que os tópicos de FMC devem estar presentes no Ensino Médio.

Infelizmente, muitos desafios devem ser superados para contribuir com a construção do conhecimento dos estudantes sobre FMC, que vão desde a ausência desse conteúdo na grade curricular do Ensino Médio ou até mesmo pela insegurança dos professores, por não terem formação na área, para aplicar os tópicos de FMC.

Este trabalho, como fora supracitado, visa contribuir para que professores do Ensino Médio tenham mais materiais que podem ser aplicados aos estudantes, por possuir linguagem e abordagem matemáticas apropriadas. A proposta é ir além da Física do século XIX e inserir de fato os estudantes na sociedade moderna e atual, com todos os seus aparatos tecnológicos e suas devidas reflexões sobre a influência na sociedade.

Atenciosamente,
João M. Costa.

Referências bibliográficas:

[1] BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino médio MEC/SEMTEC, Brasília, 1999.

[2] SANTOS, W. L. P., MORTIMER, E. F. (Uma análise de pressupostos teóricos da abordagem CTS (Ciência-Tecnologia-Sociedade) no contexto da educação brasileira). ENSAIO, v.2, n.2, p.1-23, (2002).

[3] SILVA, P. G. A. D. Física moderna para o ensino médio: relato de uma experiência. (2015).

[4] AGUIAR, C. E.; GAMA, E.; COSTA, S. M. Reorientação Curricular para o ensino médio no Estado do Rio de Janeiro – Ciências da Natureza e Matemática – Física para o ensino médio-SEE, RJ, 2004.

Criando estados emaranhados por meio de um circuito quântico: um algoritmo de resolução

Colaboração Matemática Aberta¹

28 de fevereiro de 2023

Resumo

Aqui desenvolvemos a construção de um circuito que cria estados emaranhados utilizando portas lógicas quânticas. O objetivo deste trabalho é tornar possível, e de forma simplificada, a construção de circuitos quânticos de modo que discentes do ensino médio sejam capazes de realizar o estudo de sistemas quânticos por meio de matrizes e conceitos de mecânica quântica.

palavras-chave: portas lógicas, circuito quântico, computação quântica

¹Todos os autores com suas afiliações aparecem no final deste artigo.

Preâmbulo

1. Neste *white paper*, mostramos como montar um circuito quântico que produz quatro estados emaranhados, transposto na forma de um **Algoritmo de Resolução**.
2. Um **Algoritmo de Resolução** é um material de cunho didático-pedagógico, que está entre a *resolução completa* e o *gabarito* de um problema.
3. Para mais informações sobre o que é um *white paper*, veja as referências [1, 2].
4. As seções iniciais deste white paper foram adaptadas de [3], seguindo a licença [4]

Diretrizes

5. Este material é para ser utilizado, preferencialmente, com alunos e professores.
6. O professor explica o conteúdo proposto no material, detalhando os conceitos envolvidos.
7. O professor resolve um exemplo no quadro para que todos os estudantes acompanhem, compreendam e depois realize de forma independente.

8. Os alunos resolvem os demais problemas propostos no algoritmo de resolução.
9. O professor auxilia na resolução, mas sem fornecer a resposta.
10. É importante anotar todas as dúvidas dos alunos, para acompanhar em que parte há mais dificuldade e depois procurar meios para melhorar o entendimento dos estudantes.

Introdução

11. A principal vantagem da computação quântica (sobre a clássica) é que ela permite realizar uma quantidade colossal de cálculos de forma paralela [5], tornando-a mais rápida.
12. O computador quântico pode resolver, de outras formas, problemas que a computação clássica resolve; além disso, ele pode ser usado para simular sistemas quânticos complexos.
13. Queremos que o estudante compreenda os conceitos que envolvem a construção de circuitos quânticos e a matemática utilizada no estudo.
14. De modo a tornar o conteúdo de Física visto no Ensino Médio mais atual e contribuir para o despertar científica e despertar o interesse pela carreira científica.

15. Utilizamos linguagem simplificada e abordagem matemática acessível aos estudantes do Ensino Médio.

Notação

16. Esta seção foi adaptada de [3], seguindo a licença [4].
17. $:=$ significa que o que está à esquerda é definido pelo que está à direita.
18. O símbolo $| \rangle$ é chamado **ket**.
19. $|\psi\rangle :=$ função de onda (estado) do objeto ou sistema quântico.
20. $|0\rangle :=$ um qubit no estado *zero*.
21. $|1\rangle :=$ um qubit no estado *um*.
22. $|01\rangle :=$ dois qubits, o primeiro no estado *zero* e o segundo no estado *um*.

Portas lógicas e circuitos quânticos

23. Esta seção foi adaptada de [3], seguindo a licença [4].
24. Um circuito quântico é formado por uma ou mais portas lógicas quânticas.

25. Portas lógicas quânticas são aparatos que realizam transformações em qubits nos circuitos quânticos [6].
26. Uma porta lógica atua em um objeto quântico (como um qubit, por exemplo), modificando seu estado.
27. Para o experimento proposto aqui, veremos apenas *duas portas lógicas quânticas*, a Hadamard e a CNOT.

O que é um qubit?

28. A palavra qubit vem do inglês *quantum bit* que, em português, significa **bit quântico**.
29. O qubit é uma parte do estado de um **objeto quântico**, podendo representar, por exemplo, a *polarização de um fóton* ou o *spin do elétron*.
30. O qubit, na computação quântica, representa a informação básica do sistema.
31. Basicamente, o que é importante lembrar acerca do qubit é que ele está em um estado de **superposição quântica** de *dois estados* diferentes.
32. (31) significa que um objeto quântico pode estar em dois estados “ao mesmo tempo”.

33. Para (32), podemos citar como exemplo de uma analogia clássica uma moeda, existem dois lados (cara e coroa) de um mesmo objeto (moeda).
34. Para o caso de realização de uma medição de um estado emaranhado, seria impossível medir as informações apenas de uma lado da moeda, por exemplo.
35. De (34), podemos dizer que para medir a coroa da moeda, mediríamos também a cara da moeda, impossível medirmos separadamente.
36. Expressamos (31) por meio da equação

$$|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle,$$

sendo $a, b \in \mathbb{C}$ com $|a|^2 + |b|^2 = 1$.

37. a e b são números complexos.
38. $|a|^2$ representa a probabilidade de observar o estado $|0\rangle$, ao medir $|\psi\rangle$.
39. Similarmente, $|b|^2$ representa a probabilidade de observar o estado $|1\rangle$, ao medir $|\psi\rangle$.
40. Para uma revisão sobre números complexos, veja [7].
41. Os qubits são representados, também, por meio de matrizes.

42.

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

43.

$$|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

44. Para uma revisão sobre a aritmética de matrizes, veja [8].

45. Um qubit que está no estado inicial $|0\rangle$, ao realizar uma medição, ele permanecerá em $|0\rangle$, seu estado não se altera.

46. Se colocarmos uma porta lógica quântica entre o estado inicial e um medidor, de acordo as propriedades da porta lógica quântica, podemos ter uma mudança de estado do qubit.

O que são estados emaranhados?

47. Um sistema $|\psi\rangle$ é dito **emaranhado** quando não pode ser decomposto pelo produto de seus estados, isto é,

$$|\psi\rangle \neq |A\rangle|B\rangle.$$

48. Por exemplo, considere o estado

$$|\alpha\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |01\rangle).$$

49. Podemos reescrever (48) como

$$|\alpha\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle(|0\rangle + |1\rangle).$$

50. Note que *foi possível* fatorar $|0\rangle$ em (49); isso significa que o estado $|\alpha\rangle$ é **separável**; portanto, $|\alpha\rangle$ não representa um *sistema emaranhado*.

51. Por outro lado, seja

$$|\beta\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle).$$

52. Em (51), não é possível fatorar, nem o estado $|0\rangle$, nem o $|1\rangle$; portanto, $|\beta\rangle$ representa um **sistema emaranhado** de *dois qubits*.

53. É importante ressaltar que sistemas quânticos são extremamente sensíveis e, no ato de sua medição, o estado colapsa.

54. Colapsar significa que o sistema quântico vai assumir um único estado, por exemplo, o fóton assumir uma polarização horizontal, quando inicialmente estava horizontal e vertical (ou, analogamente, um dos lados da moeda).

55. É importante ressaltar que o colapso e o emaranhamento quântico já foram comprovados experimentalmente.

Porta quântica Hadamard

56. A *porta quântica Hadamard* é representada pela matriz

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

57. Vamos ver, a seguir, como a porta quântica Hadamard altera os qubits $|0\rangle$ e $|1\rangle$.

58. Substituindo a matriz H , (56), no qubit (42),

$$H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 \\ 1 \cdot 1 - 1 \cdot 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right].$$

59. Transformando o resultado em notação de Dirac, (42) e (43), temos

$$H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle).$$

60. Note que, em (59), a porta Hadamard (H) transformou o estado $|0\rangle$ em uma superposição quântica de estados $|0\rangle$ e $|1\rangle$.

61. Em outras palavras, a **porta Hadamard** cria uma **superposição quântica** a partir de um único estado.

Dois qubits na forma matricial

62. Esta seção foi adaptada de [3], seguindo a licença [4].

63.

$$|00\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

64.

$$|01\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

65.

$$|10\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

66.

$$|11\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Porta quântica CNOT

67. A porta quântica CNOT é representada pela matriz

$$\text{CNOT} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

68. Vamos ver, a seguir, como a porta lógica quântica CNOT altera os sistemas de dois qubits $|00\rangle$, $|01\rangle$, $|10\rangle$ e $|11\rangle$.

69. A porta CNOT trabalha com dois qubits, o qubit de controle (primeiro estado) e o qubit alvo (segundo estado).

CNOT $|00\rangle$

70. Utilizando a matriz CNOT, dado por (67), no sistema de dois qubits, (63),

$$\text{CNOT} |00\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 \\ 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 \\ 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 \\ 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

71. Utilizando a notação de Dirac, escrevemos da seguinte forma

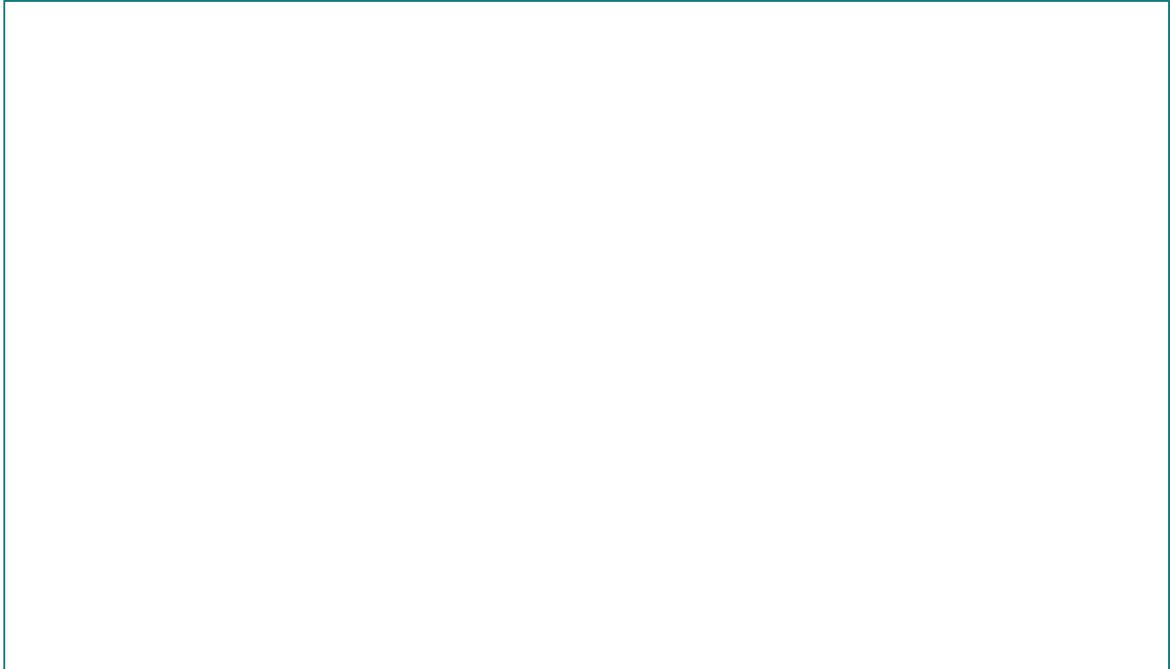
$$\text{CNOT} |00\rangle = |00\rangle.$$

72. É importante salientar que o estado só é alterado quando o qubit de controle (primeiro estado) é 1, quando é 0, o estado permanece inalterado.
73. Então, podemos interpretar que, após aplicar a porta CNOT no estado $|00\rangle$, o qubit de controle não altera o estado do qubit alvo.

CNOT $|01\rangle$

74. Substitua a matriz do item (67) em (64) e mostre que

$$\text{CNOT}|01\rangle = |01\rangle.$$

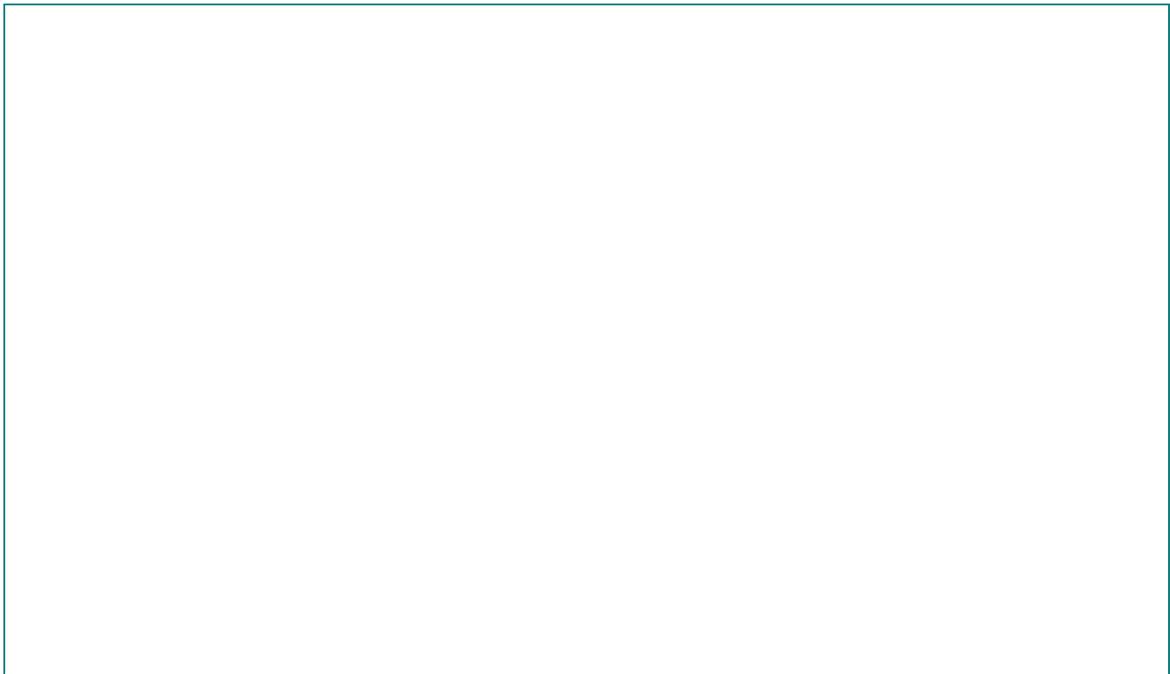


75. Notamos que o segundo estado do qubit permanece igual, dado que seu qubit de controle (primeiro estado) é 0.

CNOT $|10\rangle$

76. Substitua (67) em (65) e mostre que

$$\text{CNOT}|10\rangle = |11\rangle.$$

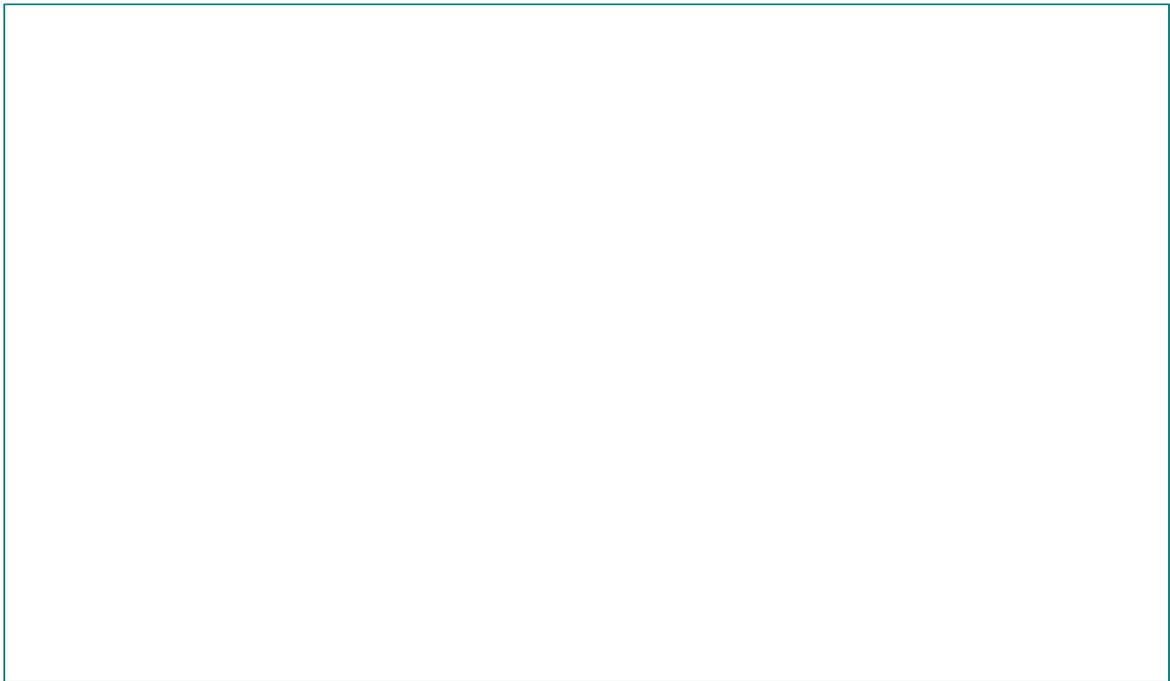


77. O qubit alvo foi alterado de 0 para 1, isso se deve ao fato do qubit de controle ser diferente de 0.

$\text{CNOT} |11\rangle$

78. Substitua (67) em (66) e mostre que

$$\text{CNOT}|11\rangle = |10\rangle.$$



79. De forma análoga a (77), podemos afirmar que o qubit de controle é 1, conseqüentemente, após a ação de **CNOT** o qubit alvo foi mapeado de 1 a 0.

Resumindo a porta CNOT

80. De (71), (74), (76) e (78), temos os seguintes resultados:

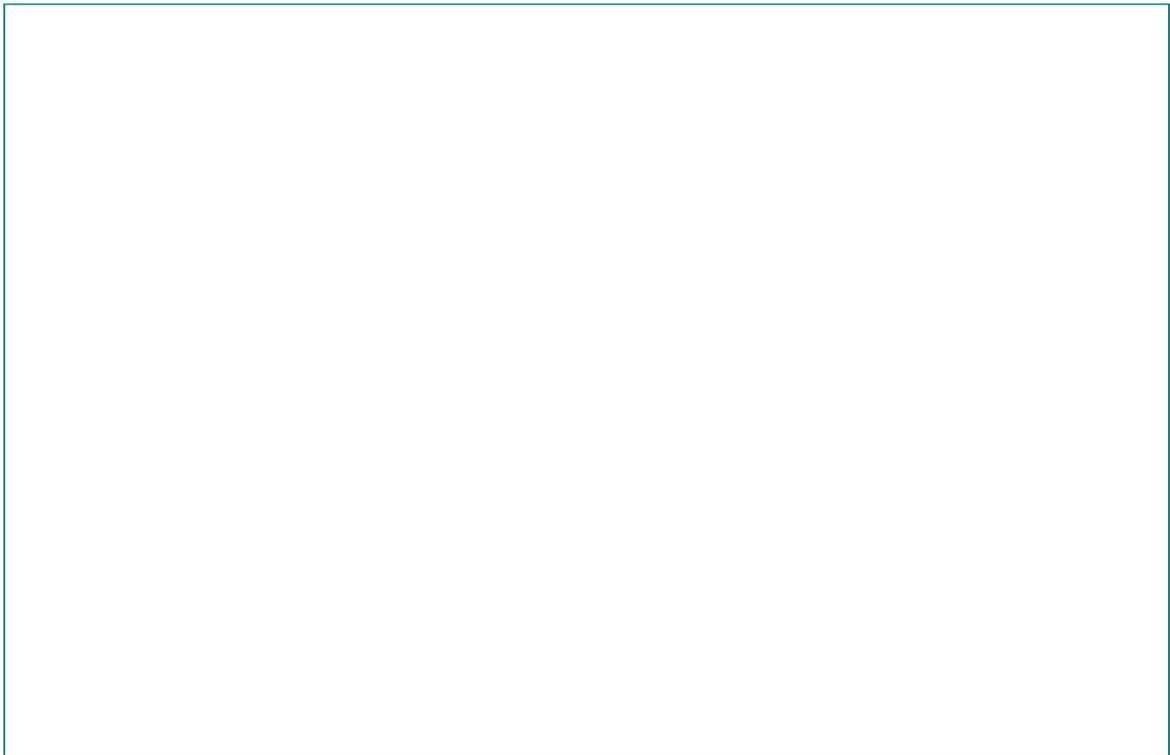
(a) $\text{CNOT} |00\rangle = |00\rangle,$

(b) $\text{CNOT} |01\rangle = |01\rangle,$

(c) $\text{CNOT} |10\rangle = |11\rangle,$

(d) $\text{CNOT} |11\rangle = |10\rangle.$

81. O que a porta **CNOT** faz com o *primeiro qubit* em um **sistema de dois qubits**? E com o *segundo*? Explique detalhadamente.



Como montar um circuito quântico?

82. Um circuito quântico é uma sequência de portas lógicas aplicadas a uma coleção de qubits [9].
83. É importante ressaltar que cada linha do circuito quântico representa um qubit e a leitura do sistema deve ser realizada da esquerda para a direita.
84. Em (83), entendemos que a passagem do tempo é dada da esquerda para a direita (ordem cronológica do mapeamento da porta no qubit).
85. Um exemplo de circuito quântico pode ser visto na Fig. 1.

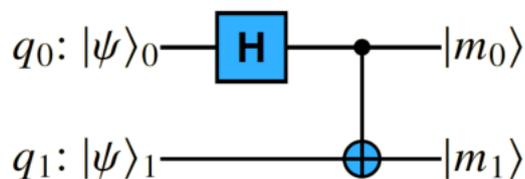


Figura 1: Circuito quântico com duas portas lógicas [9].

86. q_0 e q_1 são os estados iniciais.
87. H é a porta lógica Hadamard, aplicada ao estado q_0 (linha horizontal da Fig. 1).
88. A porta CNOT terá seu qubit de entrada/controlado (bolinha preta) no estado q_0 e seu alvo no estado q_1 (bolinha azul).

89. Assim, seguindo o protocolo do circuito, primeiro será necessário aplicar a porta Hadamard no estado q_0 e logo após aplicar a porta CNOT.
90. Aqui, é importante ressaltar que podemos escrever o estado $|00\rangle$ como $|0\rangle \otimes |0\rangle$.
91. Devido (90), passa a ser possível a operação da porta lógica H no estado $|00\rangle$.
92. De forma similar ao cálculo de (58), aplique a porta H no estado $|00\rangle$.

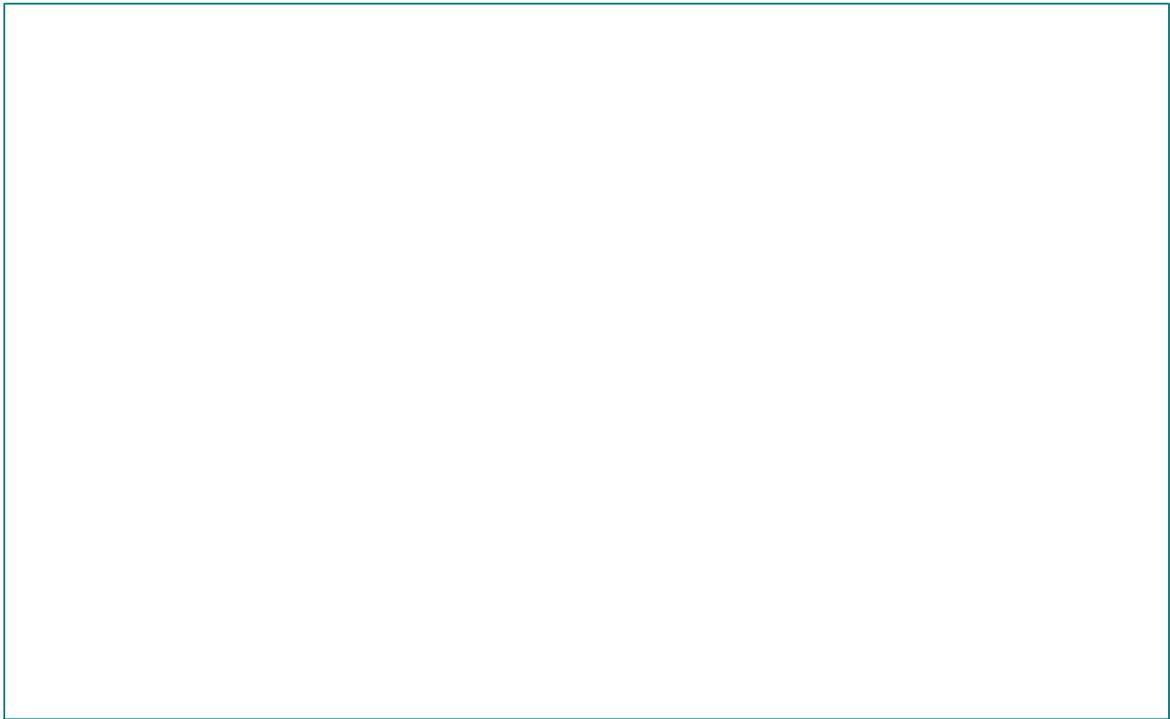


93. Assim, podemos afirmar que $H |00\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |10\rangle)$.
94. Agora, a partir do resultado de (80), calcule a ação da porta CNOT no primeiro estado $|00\rangle$.



95. Podemos afirmar que $\text{CNOT}|00\rangle = |00\rangle$, permanecendo seu estado inicial.

96. A partir de (80), aplique a porta **CNOT** no segundo estado, $|10\rangle$.



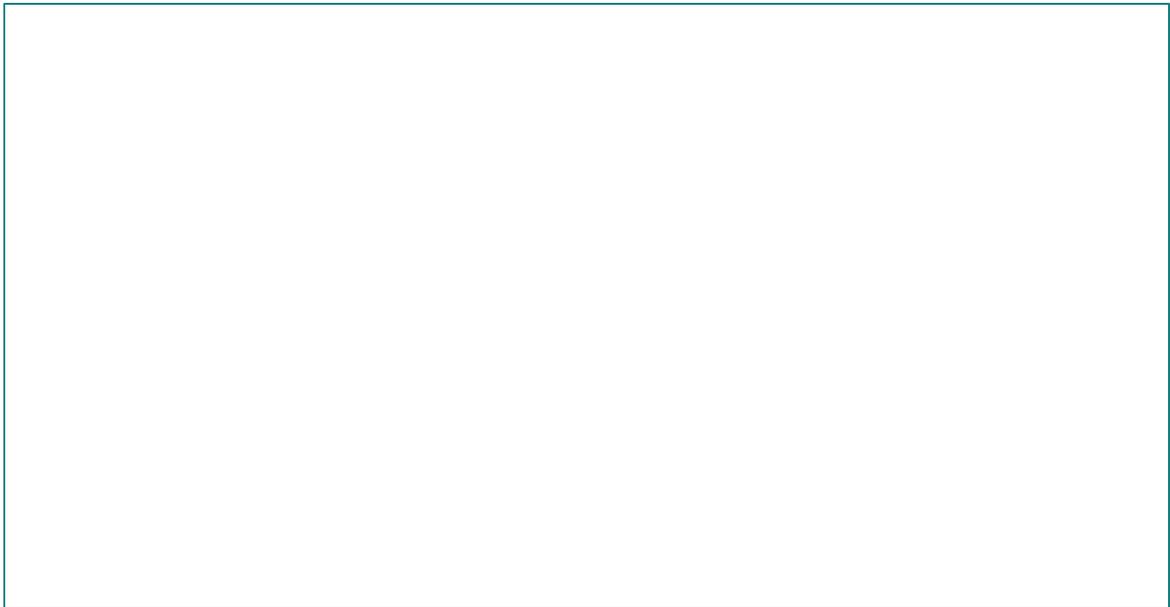
97. Obtemos então: $\text{CNOT}|10\rangle = |11\rangle$.

98. Assim, de (97), podemos afirmar que encontramos uma das quatro bases computacionais, também conhecidas como **bases de Bell** [9].

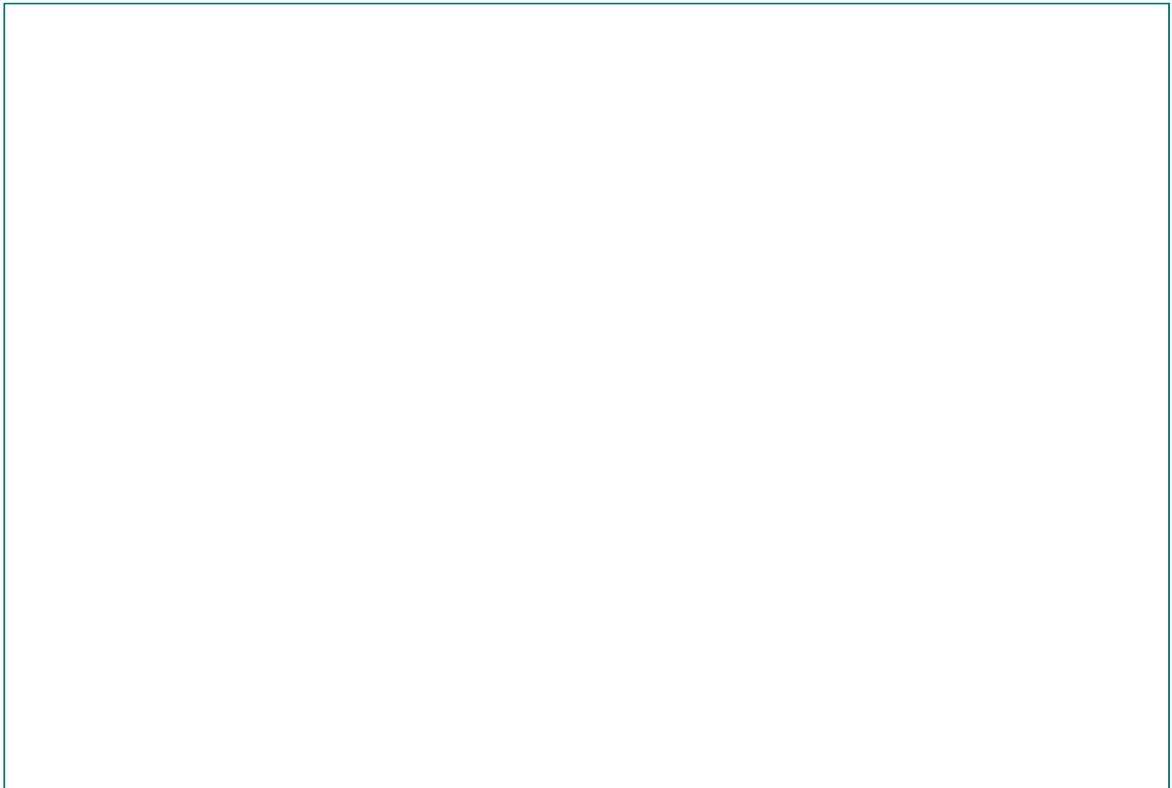
99. Fazendo a transposição de matrizes para a notação de Dirac (ket), temos

$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle).$$

100. Aqui utilizaremos os estados bases sob a ação das portas lógicas quânticas, utilizando (80), para encontrarmos as quatro bases de Bell.
101. As bases de Bell são estados de dois qubits que representam os estados mais simples, e máximos, de emaranhamento quântico.
102. Para encontrarmos as outras bases de Bell, faremos cálculos análogos aos anteriores.
103. Calcule o estado $|01\rangle$ sob ação da porta Hadamard.

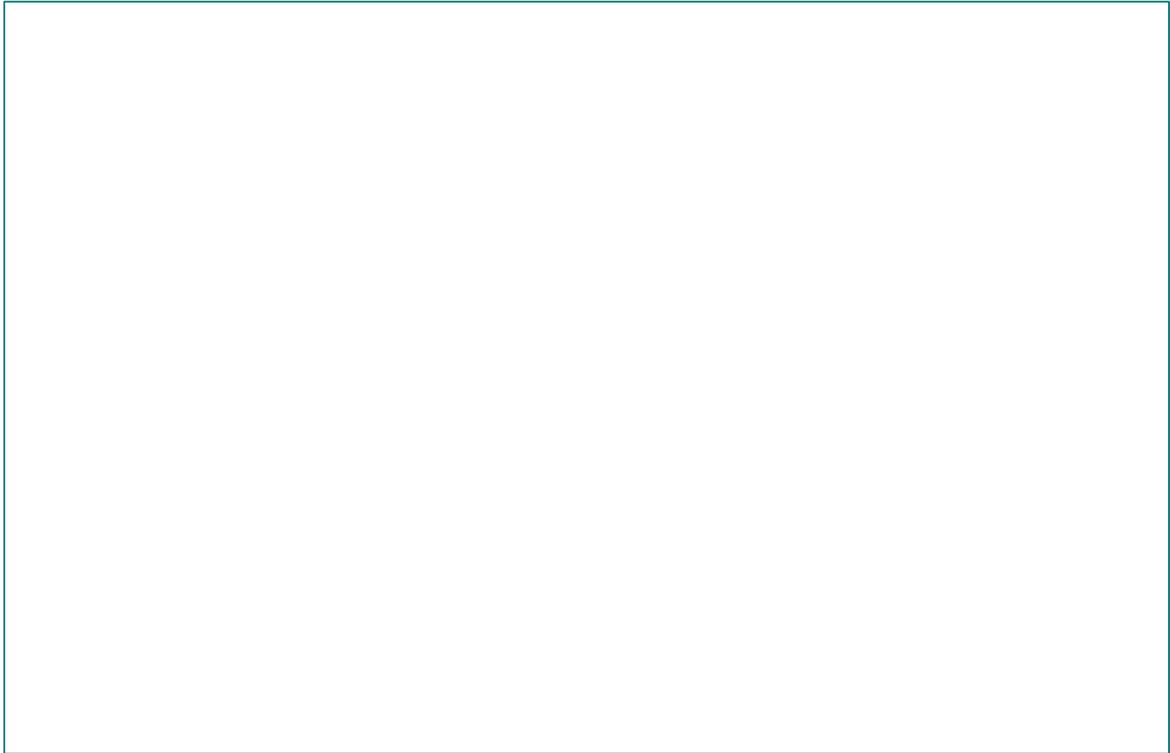


104. A porta lógica H criou a superposição quântica de dois estados de um único qubit, isto é, $H |01\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |11\rangle)$.
105. Agora, realizaremos o procedimento anterior, usando os resultados de (80).
106. Aplique o mapeamento da porta CNOT no estado $|01\rangle$.



107. O resultado permanece inalterado após a ação da porta lógica, isto é, $\text{CNOT}|01\rangle = |01\rangle$.

108. Agora, faça o mapeamento da porta **CNOT** em $|11\rangle$.



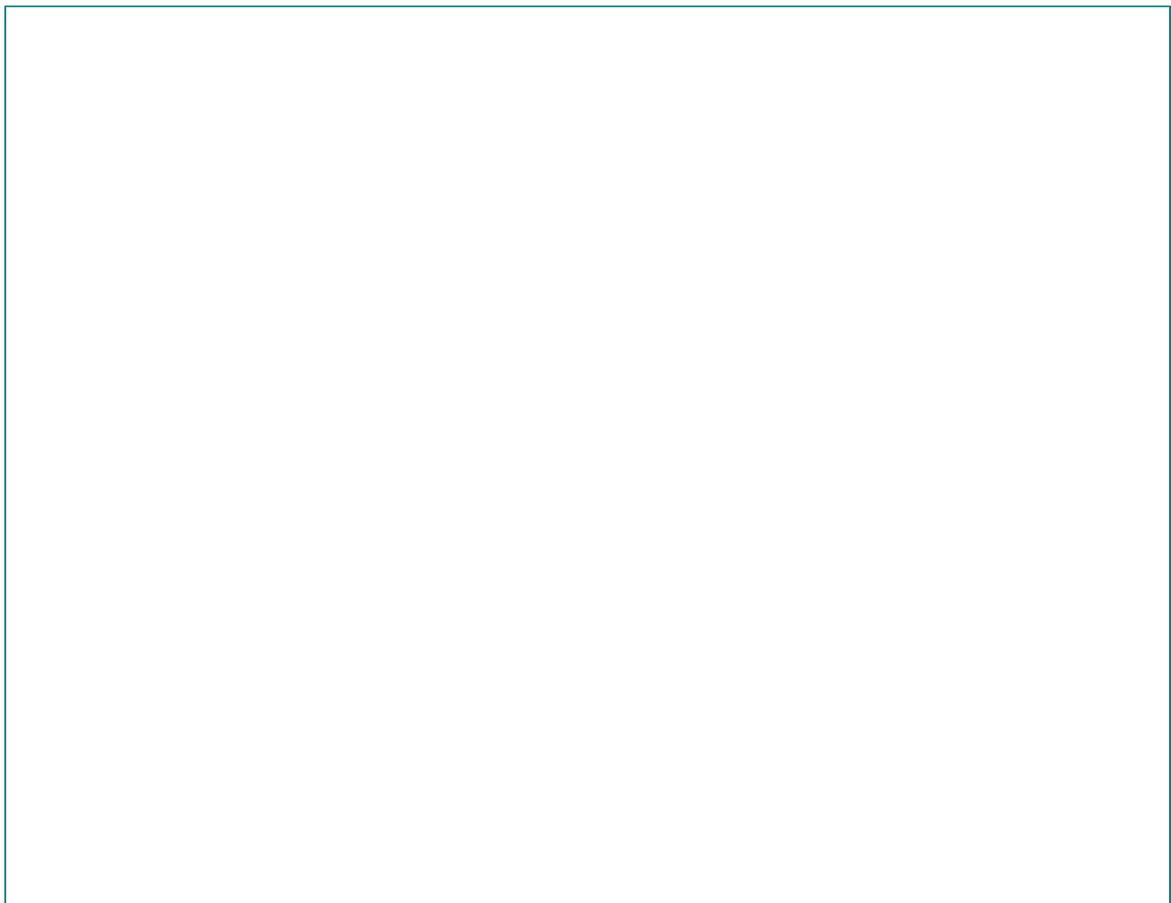
109. O resultado é $\text{CNOT}|11\rangle = |10\rangle$.

110. Perceba que o qubit alvo do segundo estado foi alterado de $|11\rangle$ para $|10\rangle$, realizando a mudança de estado do qubit alvo (segundo estado).

111. Encontramos a segunda base de Bell, podemos escrevê-la utilizando a notação de Dirac,

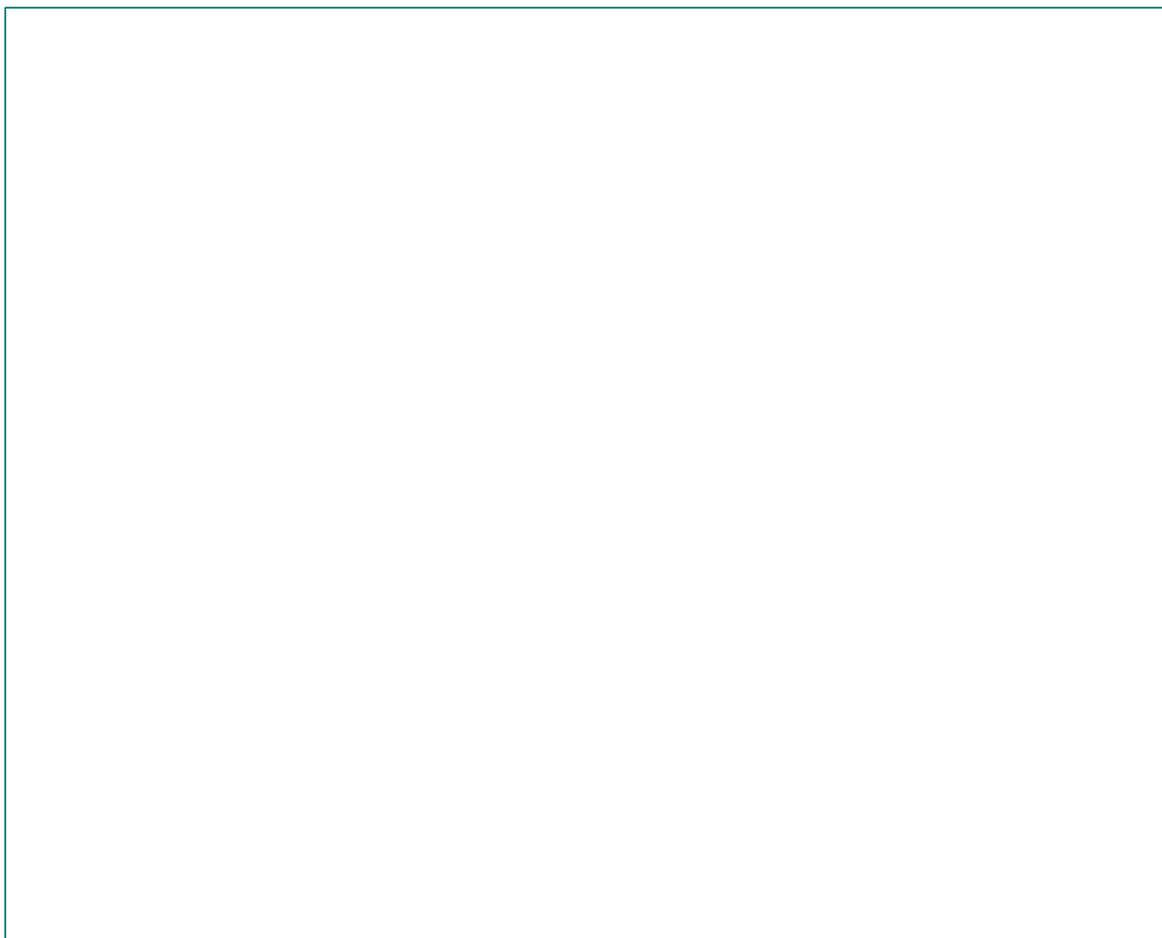
$$|\Psi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle).$$

112. Aplique a porta Hadamard no estado $|10\rangle$.



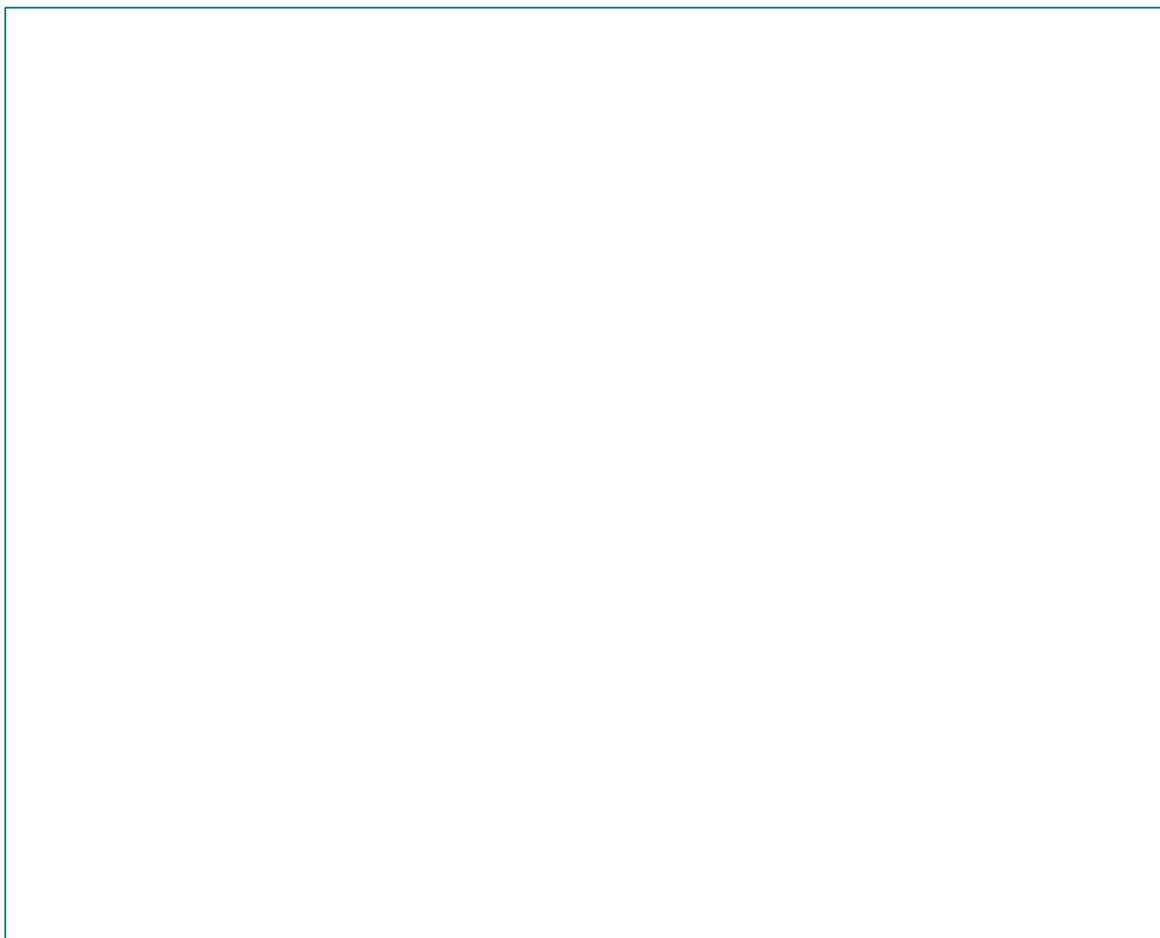
113. Obtemos, então $H|10\rangle = |00\rangle + |10\rangle$.

114. Faça o mapeamento do estado $|00\rangle$ com a porta CNOT.



115. O resultado é $\text{CNOT}|00\rangle = |00\rangle$, ou seja, o estado permaneceu inalterado.

116. Agora, aplique $\text{CNOT}|10\rangle$.



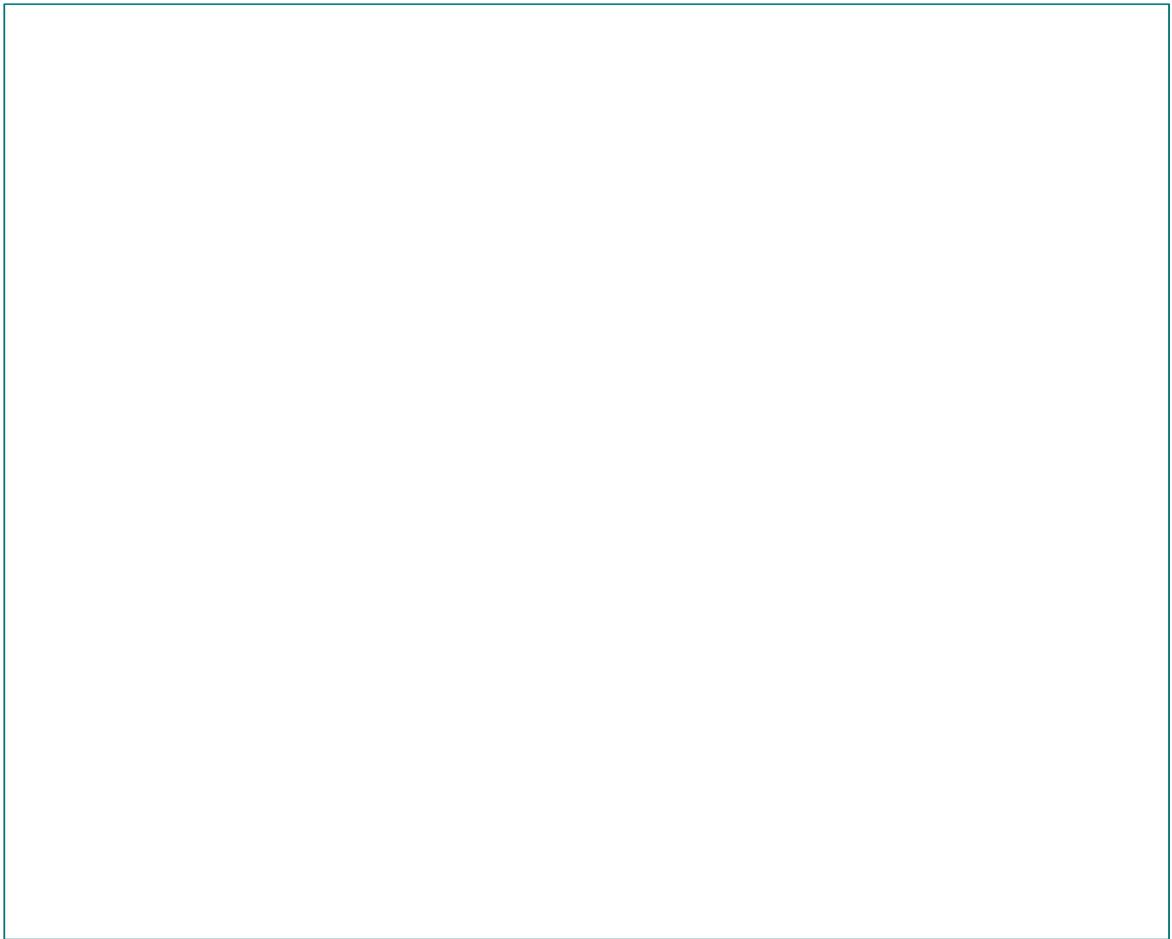
117. Obtemos $\text{CNOT}|10\rangle = |11\rangle$, alterando o estado do qubit alvo (segundo estado).

118. Obtemos, assim, mais uma das bases computacionais.

119. Reescrevendo com a notação de Dirac, temos

$$|\Phi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle).$$

120. Por fim, trabalharemos agora com a aplicação da porta H no estado $|11\rangle$.



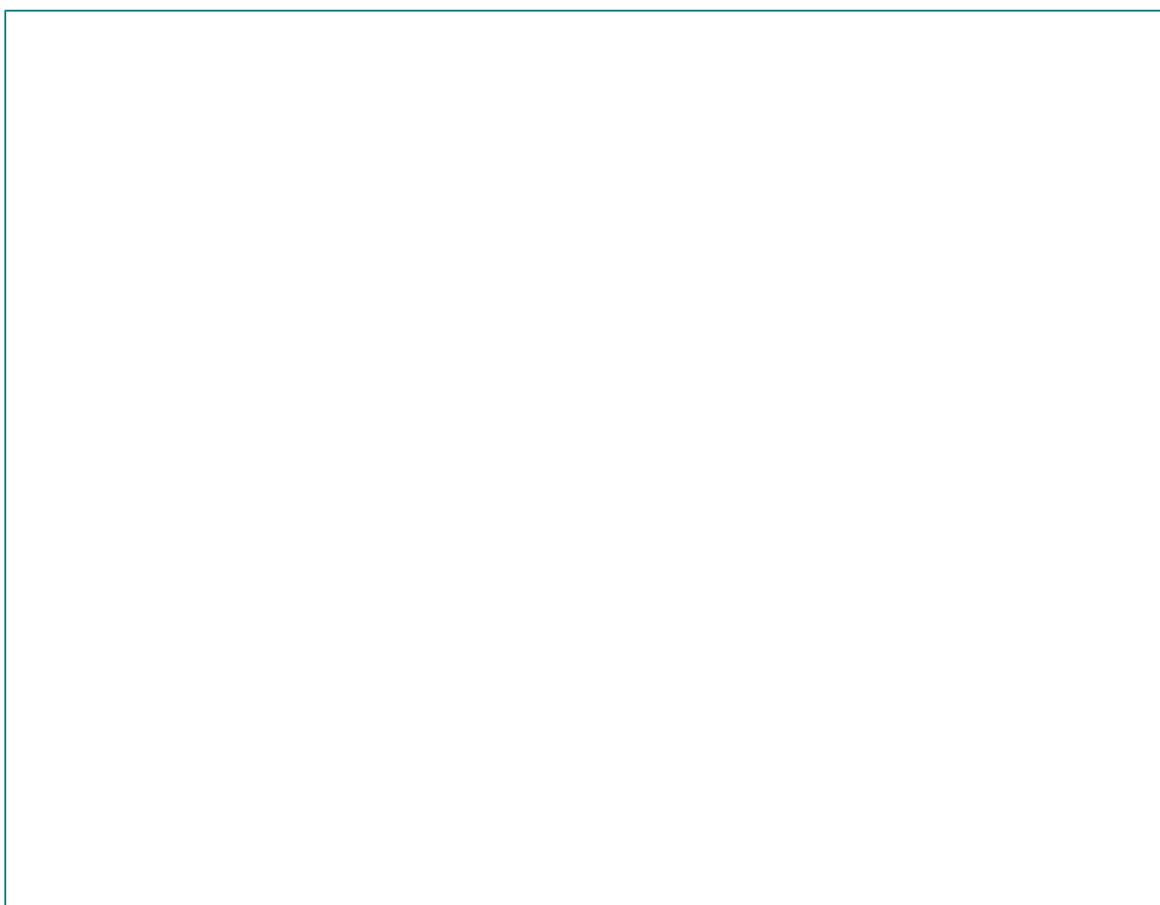
121. Assim, obtemos $H|11\rangle = |01\rangle - |11\rangle$.

122. Realizando de forma similar aos itens anteriores, calcule o mapeamento de **CNOT** no estado $|01\rangle$.



123. O resultado é $\text{CNOT}|01\rangle = |01\rangle$, permanecendo o qubit alvo (segundo estado) inalterado.

124. Agora, mapeie o estado $|11\rangle$ com a porta CNOT.



125. Temos que $\text{CNOT}|01\rangle = |10\rangle$, de modo a alterar a fase do qubit alvo (segundo estado).

126. Obtemos, por fim, a quarta base de Bell que procurávamos.

127. Podemos escrever esse resultado utilizando a notação de Dirac,

$$|\Psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle).$$

128. Podemos, por fim, reagrupar as quatro bases computacionais que acabamos de calcular; de forma resumida, temos então

$$|\Phi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle \pm |11\rangle)$$

e

$$|\Psi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle \pm |10\rangle).$$

129. As bases de Bell são estados quânticos que representam estados maximamente emaranhados.

130. O emaranhamento influencia diretamente no desenvolvimento da computação quântica, que torna possível analisar o processamento de informação quântica.

131. Devido ao emaranhamento, a velocidade de informação em um computador quântico se torna muito superior quando comparada com a computação clássica, dado que o computador quântico opera em paralelo.

132. O computador quântico consegue, por exemplo, realizar fatorações com números muito grandes em pouco tempo.

Considerações Finais

133. Por utilizar o emaranhamento quântico, possibilita sofisticados algoritmos para a computação quântica, conseqüentemente estudos relacionados a criptografia, comunicação, óptica, dentre outros.
134. Aqui foi possível perceber a manipulação da informação quântica por meio de qubits, utilizando as portas lógicas quânticas.
135. Utilizamos apenas a matemática do Ensino Médio e conceitos avançados de Mecânica Quântica, com a linguagem adequada aos estudantes.
136. Para instigar mais a curiosidade e aumentar o conhecimento sobre Física Moderna e Contemporânea, visite as referências [10] e [11].

Ciência Aberta

O **arquivo latex** para este artigo, juntamente com outros *arquivos suplementares*, estão disponíveis em [12]. Seja coautor(a) deste artigo, envie sua contribuição para `mplobol@uft.edu.br`.

Consentimento

O autor concorda com [13].

Referências

- [1] Lobo, Matheus P. “Uma Revista Aberta.” *OSF Preprints*, 19 July 2021. <https://doi.org/10.31219/osf.io/fjb9a>
- [2] Lobo, Matheus P. “Microarticles.” *OSF Preprints*, 28 Oct. 2019. <https://doi.org/10.31219/osf.io/ejrct>
- [3] Lobo, Matheus P. “O Gato Toddy: Acordado Ou Dormindo?.” *OSF Preprints*, 2 Oct. 2021. <https://osf.io/n5mp3/>
- [4] CC. Creative Commons. *CC-By Attribution 4.0 International*. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>
- [5] Vovrosh, Joseph and Knolle, Johannes. “Confinement and entanglement dynamics on a digital quantum computer,” *Scientific reports*, 2021. Nature Publishing Group UK London.
- [6] Sleator, Tycho, and Harald Weinfurter. “Realizable universal quantum logic gates.” *Physical Review Letters* 74.20 (1995): 4087.
- [7] Almeida, Salomão Pereira de et al. *Números complexos para o*

ensino médio: uma abordagem com história, conceitos básicos e aplicações. 2013.

- [8] Anton, Howard, and Robert C. Busby. *Álgebra linear contemporânea.* Bookman Editora, 2006.
- [9] Sutor, Robert S. *Dancing with Qubits: How quantum computing works and how it can change the world.* Packt Publishing Ltd, 2019.
- [10] Gomes, Sue L. R. P. *Engenharia didática: uma alternativa no ensino de física contemporânea.* Mestrado Profissional Nacional em Ensino de Física. Universidade Federal do Tocantins, 2018.
- [11] Lobo, Matheus P. and *et al.* *Teleporte de uma partícula um protocolo no contexto do ensino médio.* Física na Escola, v. 16, n. 2, 2018.
- [12] Lobo, Matheus P. “Open Journal of Mathematics and Physics (OJMP).” *OSF*, 21 Apr. 2020.
<https://doi.org/10.17605/osf.io/6hzyp>
- [13] Lobo, Matheus P. “Simple Guidelines for Authors: Open Journal of Mathematics and Physics.” *OSF Preprints*, 15 Nov. 2019.
<https://doi.org/10.31219/osf.io/fk836>

Colaboração Matemática Aberta

João Marcos Costa da Silva (mestrando,
joaomarcoscosta@uft.edu.br)^{1,2}
<https://orcid.org/0000-0002-9332-9619>

Matheus Pereira Lobo (orientador, mplobo@uft.edu.br)¹
<https://orcid.org/0000-0003-4554-1372>

¹Universidade Federal do Norte do Tocantins

²Colégio Militar do Estado do Tocantins Senador Antônio Luiz
Maia