

MNPEF

Polo 61 - UFT Araguaína



UNIVERSIDADE FEDERAL DO NORTE TOCANTINS
MESTRADO NACIONAL PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA

ADRIANA DA SILVA VALADARES

O TEMPO DE ASSIMILAÇÃO PARA A APRENDIZAGEM DE FÍSICA
MODERNA NO ENSINO MÉDIO: UMA INVESTIGAÇÃO INTERATIVA COM O
TEMA RELATIVIDADE ESPECIAL

Araguaína – TO

2022



ADRIANA DA SILVA VALADARES

O TEMPO DE ASSIMILAÇÃO PARA A APRENDIZAGEM DE FÍSICA
MODERNA NO ENSINO MÉDIO: UMA INVESTIGAÇÃO INTERATIVA COM O
TEMA RELATIVIDADE ESPECIAL

Dissertação de Adriana da Silva Valadares, apresentado ao Programa de Pós-Graduação da Universidade Federal do Norte do Tocantins – Polo Araguaína no Curso de Mestrado Profissional de Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientadora: Dra. Shirlei Nabarrete Dezidério

Coorientador: Dr. Matheus Pereira Lobo

Araguaína – TO

2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins

- VI36t Valadares, Adriana da Silva.
O tempo de assimilação para a aprendizagem de Física moderna no ensino médio: uma investigação interativa com o tema relatividade especial. / Adriana da Silva Valadares. – Araguaína, TO, 2023.
148 f.
- Dissertação (Mestrado Profissional) - Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Universitário de Araguaína - Curso de Pós-Graduação (Mestrado) Profissional Nacional em Ensino de Física, 2023.
Orientador: Dra. Shirlei Nabarrete Dezidério
Coorientador: Dr. Matheus Pereira Lobo
1. Física. 2. Física Moderna. 3. Relatividade Especial. 4. Aprendizagem Significativa. I. Título

CDD 530

TODOS OS DIREITOS RESERVADOS – A reprodução total ou parcial, de qualquer forma ou por qualquer meio deste documento é autorizado desde que citada a fonte. A violação dos direitos do autor (Lei nº 9.610/98) é crime estabelecido pelo artigo 184 do Código Penal.

Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFT com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

AGRADECIMENTOS

A minha orientadora Prof. Dra. Shirlei Nabarrete Dezidério o meu sincero agradecimento por sua orientação valiosa, por sua dedicação imensa neste produto, pela paciência, pelo carinho e pela confiança em mim depositada para o desenvolvimento deste trabalho.

Ao professor Dr. Matheus Pereira Lobo, pela ajuda inestimável, e pelo conhecimento compartilhado, num tema tão fascinante e motivador.

Agradeço ao meu marido pelo apoio e compreensão em tantos períodos que me fiz ausente e por compreender todos os meus momentos de dificuldades. Seu valioso e incansável apoio foi definitivo em todos os momentos deste trabalho.

Agradeço aos dirigentes da escola Estadual Manoel Alves Grande pelo apoio à pesquisa acadêmica, do qual dependeu, em muito, o sucesso deste trabalho.

Agradeço aos professores e aos colegas de estudo e o companheirismo durante o curso.

Agradeço aos meus amigos e familiares que estiveram ao meu lado nessa jornada de aprendizado.

Agradeço a CAPES pelo apoio e por estar me proporcionando essa realização profissional tão idealizada.

E, não por último, agradeço a Deus pela força e pela coragem que Ele me proporcionou.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) – código de financiamento 001.

ADRIANA DA SILVA VALADARES

O TEMPO DE ASSIMILAÇÃO PARA A APRENDIZAGEM DE FÍSICA
MODERNA NO ENSINO MÉDIO: UMA INVESTIGAÇÃO INTERATIVA COM O
TEMA RELATIVIDADE ESPECIAL

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física no Curso de Mestrado Profissional de Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários a obtenção de título de Mestre em Ensino de Física.

Orientadora: Dra. Shirlei Nabarrete Dezidério

Coorientador: Dr. Matheus Pereira Lobo

Data da aprovação: 08/02/2023

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Matheus Pereira Lobo (Coorientador – MNPEF/UFNT)

Participação por videoconferência

Prof. Dr. Alexsandro Silvestre da Rocha (MNPEF/UFNT)

Participação por videoconferência

Prof. Dr. Salmo Moreira Sidel (UFT)

Participação por videoconferência

Sumário

Sumário.....	5
1. Introdução.....	11
2. Justificativa.....	14
2.1 Trabalhos relacionados.....	16
3. Referencial Teórico.....	21
3.1 Visão Geral do Espaço-Tempo na Teoria da Relatividade Restrita.....	21
3.1.1 Uma comparação com o sistema de coordenadas cartesiano.....	22
3.1.2 Resumo da parábola.....	26
3.1.3 Exemplificando, para organizar e diferenciar.....	28
3.1.4 Eventos e Intervalos.....	30
3.1.5 Sobre observadores, tem-se 1 milhão de testemunhas.....	35
3.1.6 Também a simultaneidade provou-se relativa!.....	38
3.1.7 Contração de comprimento de Lorentz.....	40
3.1.8 Invariância do intervalo provado.....	43
3.1.9 Transformação de Lorentz.....	45
3.1.10 Transformação Inversa de Lorentz.....	47
3.2 Sala de aula invertida.....	49
3.3 Avaliação da aprendizagem.....	50
3.4 Escola e democracia.....	52
3.5 Teoria da aprendizagem Significativa.....	55
4. Metodologia.....	65
5. Resultados.....	68
5.1 Síntese do primeiro questionário:.....	69
5.2 Síntese do segundo questionário.....	71
5.3 Síntese do terceiro questionário:.....	72
5.4 Síntese do quarto questionário:.....	73
5.5 Síntese do quinto questionário:.....	74
5.6 Relatos da pesquisadora sobre as principais observações e dificuldades dos estudantes durante a aplicação do Produto Educacional.....	76
6. Considerações Finais.....	79
7. Referências Bibliográficas.....	83
8. Apêndice I – O Produto Educacional.....	85

8.1 Introdução	85
8.2 Sequência didática com vídeos, roteiros e listas.....	85
8.2.1 Parte 1 – Descrição da sequência didática.....	86
8.2.2 Lista de vídeos para os encontros	87
8.2.3 Modelo de roteiros para a gravação dos vídeos e das listas de exercícios correspondentes.....	87
8.3 White Paper: por que nada viaja mais rápido que a luz?.....	142
8.4 Referências Bibliográficas.....	148

RESUMO

No contexto atual da Educação Pública, este estudo apresenta uma proposta de alteração metodológica para aulas sobre a teoria da relatividade especial, e os resultados obtidos a partir de um Produto Educacional dirigido a professores e estudantes do Ensino Médio. O objetivo principal é compreender como o tempo disponível ao Ensino de Física pode abrigar o tempo de assimilação individual dos estudantes, sobre um tema tão complexo – recortado da Física Moderna – dentro da perspectiva da Teoria da Aprendizagem Significativa e da visão da Avaliação da Aprendizagem escolar. Para a execução da proposta, a sala de aula é invertida e os estudantes passam a ter acesso ao material didático-pedagógico antes da aula síncrona, o que lhes permite “rebobinar” ou pausar o professor, que disponibiliza o conteúdo em videoaulas, e reserva sua presença para os momentos de resolução dos problemas e atividades. Utilizando tecnologias educacionais, a metodologia mescla os ensinamentos presencial e remoto, em uma sequência de aulas que pode ser aplicada presencialmente, de forma remota, ou híbrida. O Produto Educacional, criado para atender os objetivos da pesquisa, apresenta uma sequência didática para o ensino de relatividade especial. Os resultados mostram que a demanda cognitiva para o Ensino de Física Moderna é altamente dependente de conhecimentos anteriores, o que inclui aqueles que advêm da formação inicial dos professores. As lacunas de formação, principalmente em matemática, superam as disponibilidades de tempo dedicado ao Ensino de Física, com um número de aulas insuficiente para potencializar a construção ou integrar conhecimentos entre disciplinas afins.

Palavras-chave: Ensino de Física, Teoria da Relatividade, Aprendizagem Significativa, Avaliação da Aprendizagem, Formação de professores.

ABSTRACT

In the current context of Public Education, this study presents a proposal for a methodological change for classes on the theory of special relativity, and the results from an Educational Product aimed at high school teachers and students. The main objective is to understand how the time available for Teaching Physics can accommodate the time of individual assimilation of students, on such a complex topic (from Modern Physics) within the perspective of the Theory of Meaningful Learning and the vision of the Assessment of School Learning. For the execution of the proposal, we use flipped classroom, so the students have access to the didactic-pedagogical material before the synchronous class, which allows them to “rewind” or pause the teacher, who makes the content available in video classes, and reserve their presence for the moments of problem solving and activities. Using educational technologies, the methodology mixes face-to-face and remote teaching, in a sequence of classes that can be applied face-to-face, remotely, or in a hybrid way. The Educational Product, created to meet the research objectives, presents a didactic sequence for teaching special relativity. The results show that the cognitive demand for the Teaching of Modern Physics is highly dependent on previous knowledge, which includes those that come from the initial training of teachers. The training gaps, mainly in mathematics, overcome the availability of time dedicated to Physics Teaching, with an insufficient number of classes to enhance the construction or integrate knowledge between related disciplines.

Keywords: Physics Teaching, Theory of Relativity, Meaningful Learning, Learning Assessment, Teacher Education.

Lista de Figuras

Figura 1 - Mapa conceitual com os cinco elementos de Novak: aprendiz, professor, conhecimento, contexto e avaliação (adaptado de Moreira, 1999, p. 170).	14
Figura 2 - Representação do plano cartesiano de coordenadas, seus quadrantes e exemplos de intervalos (Δx e Δy) sobre os eixos coordenados (Fonte: os autores).	23
Figura 3 - Quadrado de lado unitário, no primeiro quadrante, com um dos vértices na origem e dois lados sobre os eixos coordenados (Fonte: os autores).	24
Figura 4 - Rotação do quadrado em torno de um de seus vértices, no sentido anti-horário (Fonte: os autores).	25
Figura 5 - Teorema de Pitágoras aplicado a um triângulo retângulo para obtenção da medida da hipotenusa, a partir das medidas dos catetos (Fonte: os autores).....	25
Figura 6 - Representação espacial para o cálculo da medida de um dos catetos de um triângulo retângulo que corresponde ao intervalo espaço-tempo (Fonte: os autores). ...	29
Figura 7 - Treliça de medidores e relógios (Taylor & Wheeler, 1992, p. 47).	34
Figura 8 - Representação do movimento da luz em relação a dois referenciais, em movimento relativo, um em relação ao outro (adaptado de Taylor & Wheeler, 1992, p. 73).	39
Figura 9 - Observador no laboratório e, observador no foguete, respectivamente (adaptada de Taylor & Wheeler, 1992, p. 79).	41
Figura 10 - Observação do raio de luz no referencial do laboratório (fonte: os autores).	41
Figura 11 - Resumo das Teorias de Aprendizagem (Fonte: adaptada do livro de Moreira, 1999, p.18).	57
Figura 12 - Componentes de maior ou menor complexidade que subordinam ou superordenam novos conhecimentos (Fonte: os autores).	61
Figura 13 - Resumo da Metodologia da Pesquisa (Fonte: os autores).	65
Figura 14 - Diagrama do espaço-tempo de Klingon ("laboratório")(Adaptada de Taylor, 1992, p.118).	143
Figura 15 - Figura 2: Diagrama de tempo espacial "Foguete" dos negociadores da Federação que partem (Adaptado de Taylor, 1992, p.119)	145

Lista de Tabelas

Tabela 1 - Diferentes notações para diferentes referenciais (Fonte: os autores).	27
Tabela 2 - O que se altera e que se mantém, para diferentes referenciais inerciais, em movimento relativo (Fonte: os autores).....	38
Tabela 3 - Diferença entre os valores de medidas em diferentes referenciais: foguete, laboratório e superfoguete (Adaptada de (Taylor & Wheeler, 2019).....	44
Tabela 4 –intervalo de espaço – tempo entre dois eventos é invariante – tem o mesmo valor em referenciais de laboratório e foguete, adaptada do livro (Taylor e Wheeler, 2019).	45
Tabela 5 - Sequência das videoaulas e conteúdo/exercícios correspondentes (Fonte: os autores).	68
Tabela 6 – Total de respostas por aula e total de acertos por questão em cada aula (Fonte: os autores).....	69
Tabela 7 - Resultados do primeiro questionário e gráfico correspondente (Fonte: os autores).....	69
Tabela 8 - Resultados do segundo questionário e gráfico correspondente (Fonte: os autores).....	70
Tabela 9 - Resultados do terceiro questionário e gráfico correspondente (Fonte: os autores).....	71
Tabela 10 - Resultados do quarto questionário e gráfico correspondente (Fonte: os autores).....	72
Tabela 11 - Resultados do quinto questionário e gráfico correspondente (Fonte: os autores).....	74
Tabela 12 - Resultados gerais dos cinco questionários e gráfico correspondente (Fonte: os autores).	75
Tabela 13 - Endereços para acessar as vídeo aulas.....	87

1. Introdução

O recente avanço da tecnologia, com contribuições importantes da Física, é visível em praticamente todas as áreas de atividades humanas, no entanto, o avanço dos conhecimentos em Física Moderna na educação parecem não corresponder à demanda por desenvolvimento.

Este trabalho é o resultado de uma pesquisa realizada dentro do programa de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF). Ele traz uma discussão inicial sobre o procedimento de Estudar/Compreender o processo de Ensino-Aprendizagem da Teoria da Relatividade Especial, a partir da perspectiva da Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) dentro de escolas públicas de nível médio.

Aborda-se uma proposta de situação de Ensino, com alterações metodológicas baseadas no que se compreende ser o aprender com significados, para observar se o tempo de apropriação de conteúdos de física – ou mais precisamente de Física Moderna – são factíveis na atual situação de distribuição de tempo para a Física nas escolas públicas brasileiras, tendo como referência uma amostra do Universo de pesquisa dentro de uma escola do Tocantins.

Trata-se de verificar, por meio de uma experiência dirigida, se é possível respeitar o tempo de assimilação, tendo por base o conhecimento estruturado que o processo escolar permite aos estudantes de escolas públicas.

Para isso, estudou-se a alteração da aula em uma proposta de metodologia ativa – a sala de aula invertida – por meio da criação de videoaulas, acompanhadas de atividades dirigidas correspondentes, proporcionando uma garantia de acesso ao professor para verificação de aprendizagem, ou dirimir dúvidas e questões sobre os temas, na medida em que são construídos.

Uma das justificativas deste trabalho seria compreender se, diante da anunciada igualdade de oportunidades de estudos, descrita na constituição brasileira como direito de todos os cidadãos, a Física Moderna e Contemporânea pode ser mais bem trabalhada e compreendida, por professores e estudantes das escolas públicas, já que é tema dos principais vestibulares que dão acesso ao Ensino Superior (ES).

O tema do trabalho é a Relatividade Restrita e a hipótese de que é possível estabelecer ou construir, na prática da sala de aula de escolas públicas, materiais

didáticos-pedagógicos que potencializem o acesso dos estudantes ao tema, com vistas à construção desse conhecimento no nível médio.

Objetivo Geral:

O Estudo prevê a criação de uma sequência didática que, ao organizar e diferenciar conceitos de Física e Matemática, potencializa a Aprendizagem Significativa sobre Relatividade Restrita, para estudantes do Ensino Médio.

Objetivos específicos:

* Observar a resposta de estudantes da escola pública à disponibilidade de materiais didáticos, diferenciados pela metodologia da construção de uma proposta baseada na TAS.

* Propor que materiais criados por alunos em Mestrados Profissionais em Ensino possam compor material de apoio/extensão na divulgação científica e/ou aprendizagem de Física Moderna.

* Analisar se o tempo de disponibilidade dos materiais didáticos oferecidos pelo professor aumenta o interesse dos estudantes pela aprendizagem, na medida em que se reconhecem como construtores do próprio conhecimento.

A metodologia do trabalho prevê a organização cognitiva dos mestrados vinculados ao MNPEF, que, para criarem a sequência didática proposta deve compreender a teoria que dará suporte às escolhas metodológicas.

O professor deve ser capaz de delimitar, dentro dele, as partes imprescindíveis de serem trabalhadas, organizando-as dentro do material, criar um roteiro que minimize erros e repetições indevidas, no sentido de aumentar a eficácia das aulas, procurar por exercícios disponíveis sobre o tema e, no caso de ser necessário, propor a criação de novos materiais para assegurar que todos os pontos do conteúdo elencado sejam abordados.

Tudo isso para permitir a construção gradual do conhecimento, conferir se a coleta factível dos dados, senão de modo imediato, mas ao longo de um tempo que permita aprofundar e melhorar a proposta criada no Produto Educacional.

Os recursos técnicos e tecnológicos envolve o uso das seguintes TICS na educação: WhatsApp, vídeos hospedados no Youtube, prazo para estudo/respostas maiores que os das aulas normais. Como instrumento de coleta de dados, propõe-se as

anotações da pesquisadora e formulários de questões com acesso remoto, no intuito de permitir que o referencial teórico fundamente e viabilize a Aprendizagem Significativa.

O estudo apresenta, nos próximos capítulos, a Justificativa (Cap. 2), o Referencial Teórico – que articula a TAS e os conhecimentos da física do espaço-tempo (Cap.3), com a metodologia da sala de aula invertida (Cap. 4) – e apresenta, na sequência, os resultados e as discussões sobre eles (Cap. 5), e, por fim, as considerações finais e perspectivas futuras (Cap. 6).

Logo após as referências do estudo (Cap. 7), é apresentado o Produto Educacional, dividido em duas partes, como Apêndice da dissertação (Cap. 8).

2. Justificativa

Vários autores da área de Ensino deflagram a preocupação em compreender e alterar sua realidade a fim de que todo o processo de escolarização corresponda às expectativas sociais, que atrelam o conhecimento ao desenvolvimento nacional.

Ostermann & Moreira (2000) destacam a Física como um empreendimento humano cujo conhecimento pode alavancar o interesse pela carreira científica. Oliveira, Vianna & Gerbassi (2007) falam sobre as dificuldades que os professores enfrentam na abordagem do tema, de forma recorrente e por diversas causas.

Este trabalho apresenta uma sequência didática sobre Relatividade Restrita (TAYLOR & WHEELER, 1992), trabalhada de forma simples em Lobo (2021), cujos textos e ideias foram adaptadas para um Produto Educacional do Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física. Sua concepção concorda com Castro (2022) de que a escola reflete o contexto político e social onde se insere, e também, que deve propiciar que os estudantes tomem consciência de outras realidades, próximas a eles, com sentido crítico.

A figura 1 mostra, de forma resumida, a relação entre um evento educativo e a avaliação, com seus múltiplos sentidos.



Um mapa conceitual com os cinco elementos de Novak (adaptado de Moreira, 1993)

Figura 1 - Mapa conceitual com os cinco elementos de Novak: aprendiz, professor, conhecimento, contexto e avaliação (adaptado de Moreira, 1999, p. 170).

Nela, é possível reconhecer as inter-relações entre aprendizes e professores, o conhecimento e o contexto, associados àquele que aprende e, por quais meios o

processo de Ensino-Aprendizagem se estabelece, dentro do contexto em que está inserido.

A troca de significados ocorre permeada pela avaliação que, por sua vez, se associa ao aprendiz, por meio do quanto ele é capaz de demonstrar que apreende conteúdos escolares, com maior ou menor grau de significância, mas também, dependente de forte vínculo com o desempenho do professor, no Ensino e na avaliação do Ensino, o que nem sempre é tarefa fácil.

Então, o que significam as notas, no atual Sistema Educacional Brasileiro?

Esta é uma pergunta muito importante de ser feita, pela atual administração escolar e, mais ainda, de ser compreendida pelos indivíduos de uma sociedade que se sentem capazes de questionar o real motivo de o país figurar entre os piores níveis da educação mundial, registrados pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) nas provas do PISA.

Ao comparar os números do Brasil com os dos países da América do Sul avaliados pelo Pisa, o Brasil é o pior país em matemática empatado estatisticamente com a Argentina, com 384 e 379 pontos, respectivamente. Em ciências também ficou em último lugar, junto com os vizinhos Argentina e Peru, com empate de 404 pontos. No caso da leitura, o Brasil é o segundo pior do ranking sul-americano com 413 pontos, atrás apenas da Colômbia (412) (CODIVAP, 2019).

Este resultado, referente ao ranking de 2018 (sobre provas que ocorrem a cada três anos), destaca a ineficácia do sistema escolar por meio de *scores* – mas, o que eles significam faz parte da questão anterior.

Neste contexto, que compara o conhecimento dos estudantes de diferentes países, a sociedade se defronta com a (in)eficácia escolar e é justamente nesse momento que cabe a pergunta: se os estudantes têm aprovação e evoluem nos anos em que frequentam a escola, as notas e a aprovação não deveriam corresponder ao acúmulo de conhecimento, correspondente à evolução e construção de conhecimentos escolares?

No Tocantins, o mais novo Estado da Federação brasileira, o Sistema de Ensino está, ainda, em fase de consolidação, o que requer um olhar atento aos conteúdos da Física Moderna, incluídos como parte do currículo na Educação Básica, mas que é ministrado por professores que podem não ter a formação inicial, exatamente nesta área de formação (GOMES, 2020).

Por isso, a necessidade de se construírem materiais de apoio docente e discente, em temas relacionados, dentro de programas de pós-graduação, em que os professores do Ensino Médio (EM) são os protagonistas das aulas, mas também, de pesquisas que relacionam a sala de aula e os mestrados profissionais.

Isso implica em materiais construídos sob a orientação/supervisão da academia, no sentido de propiciar a pesquisa acadêmica estendida às salas de aula ou espaços de aprendizagem: locais onde se efetivam os processos de Ensino-Aprendizagem, assim como a avaliação deles.

A seguir são discutidos alguns trabalhos que se aproximam da atual pesquisa, seja no tema, da relatividade especial, ou, no referencial teórico que adotam.

Essa discussão visa introduzir o assunto e posicionar a pesquisa quanto às tentativas de se compreender o problema abordado por diferentes pontos de vistas e métodos de abordagem.

2.1 Trabalhos relacionados

Antes de iniciar a apresentação do trabalho e as escolhas que motivaram a discente do MNPF a escolhê-lo, vale a pena considerar o que já está pronto, em termos de pesquisas no tema.

Um dos estudos encontrados defende a geração de material de auxílio ao professor, considerando a sua realidade e a exigência de seu tempo, a fim de que possa levar para a sala de aula, conceitos e elementos da Relatividade Especial (SILVA, 2019). Os autores explicam que, com carga horária fechada, o docente quase não tem tempo de preparar as aulas, ou de se atualizar nas tecnologias educacionais, pois o preenchimento de diários e formações continuadas, por exemplo, preenchem uma parcela considerável do tempo de trabalho. Eles produziram um site para professores e alunos, com foco no Ensino de Relatividade Restrita, com a intenção de trazer a utilização de tecnologia para o ambiente educacional, justificando que o processo de aprendizagem deve evoluir em conjunto com as disponibilidades das TICs.

O referencial teórico considera a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) em conjunto com a Taxonomia de Bloom, ambas com enfoque no processo cognitivo de aprendizagem.

A metodologia se apropria de resultados de compreensão dos estudantes, de forma diagnóstica, para potencializar as estratégias de ensino e resultou em um produto em forma de site, nomeado Relatividade no Ensino Médio, dividido em algumas páginas: “Sites de curiosidades”; “vídeos Relatividade”; “Projeto Educacional”; “Relatividade para Professores”; “monte seu Google sites” e “exercícios comentados” (SILVA, 2019).

No caso do Produto Educacional, que ora se produz, em que também é considerada a importância de se evoluir quanto à forma de Ensino, a preocupação de atualização do professor não sai do foco da pesquisa. No entanto, considerando que nem todas as escolas dispõem de uma sala de informática, ou têm acesso à internet, a proposta foi de levar as aulas para casa, por meio de vídeos explicativos, aumentando, assim, a disponibilidade de acesso ao professor dado que os alunos envolvidos na pesquisa tiveram acesso à internet.

Um segundo trabalho sobre o tema acrescenta à discussão o custo e a motivação dos estudantes em aprender (WOLFF, 2005).

Com o principal objetivo de ensinar a Teoria da Relatividade Especial, no nível médio, os autores adotam uma linha norteadora vinculada aos aspectos históricos, em uma associação entre o contexto sócio-histórico, de Vygotsky, a TAS e a Teoria da Educação de Novak.

A partir daí, elaboram um material dividido em duas partes: 1ª. texto dos alunos, destacando a evolução do conhecimento científico e a parte conceitual da teoria da relatividade especial e 2ª. texto aos professores, posterior à aplicação do Produto Educacional, com destaque aos principais pontos para aprofundamento e orientação.

Assim como o trabalho anterior, questionários antes e depois da aplicação do produto nortearam a busca de dados para análise, por possibilitar a verificação da evolução da construção do conhecimento do aluno, em dois momentos diferentes. Neste caso, no entanto, os autores utilizaram um questionário estruturado, com doze questões, que permitiram determinado acesso ao nível de conhecimento sobre Relatividade Especial e sobre a História da Física, por parte dos pesquisados (WOLFF, 2005).

A preocupação, então, com relação à confecção da proposta dos vídeos, construídos nesta dissertação, foi a dificuldade dos estudantes em leitura e síntese de textos, constatada pela professora, o que impõe obstáculos epistemológicos na interpretação e confecção de textos próprios, o que foi evitado enquanto método.

Um terceiro trabalho, ainda, aborda o cognitivismo pelas perspectivas de Piaget e Ausubel (CASTILHO, 2005). O curso desenvolvido faz uso de recursos computacionais, com destaque para animações originais desenvolvidas em flash, para promover o aprendizado significativo dos conceitos básicos da Relatividade Especial, bem como para as deduções matemáticas fundamentais, que são decorrências do postulado de Einstein. Os autores consideram positivamente a motivação do trabalho no que se refere à aprendizagem que propicia.

A pesquisa envolveu artigos mais gerais sobre o Ensino de Relatividade Especial, publicados em revistas de Ensino de Física nos últimos 10 anos, bem como o uso de novas tecnologias, com foco em simulações de computador como recurso didático.

O trabalho também possibilitou diagnosticar quão limitada é a realização e a divulgação científica de trabalhos afins, no nível médio, pois os conceitos de Relatividade especial são completamente diferentes daqueles envolvidos na Física Clássica (CASTILHO, 2005).

No final da aplicação do produto, os autores utilizaram questionários para validar a aprendizagem dos alunos, disponíveis em links específicos, além de um questionário impresso (CASTILHO, 2005).

O segundo procedimento, de fornecer questionários impressos, não foi um recurso utilizado no presente estudo, no entanto, os resultados da pesquisa não apontam para a dificuldade dos estudantes em responder às questões propostas nos formulários on-line. O diferencial, aqui, foi exatamente a disponibilidade técnica, e de acesso, para a revisão de conteúdos por meios das videoaulas e a possibilidade de responder aos questionários em um tempo maior do que o da presença síncrona, comuns às aulas presenciais.

Mas, em quê, exatamente, a questão da relatividade pode interessar a estudantes do Ensino Médio de escolas públicas? Esta é, sem dúvida, uma pergunta que se pode fazer na intenção de esclarecer a motivação da pesquisa proposta e encaminhou o desafio de motivá-los a estudar.

Se por um lado, a escola surge, socialmente, como mecanismo de equilíbrio na formação humana, com vistas e dar equidade ao processo de construção do

conhecimento, por outro, movimentos diferentes forjam uma separação cognitiva entre aqueles que podem e os que não podem pagar por uma educação diferenciada.

Na discussão sobre o tempo de aprendizagem, considera-se a existência de uma relação de dependência maior de aprendizado para unidades sequenciais, em um curso de Física, por exemplo, com relação ao aprendizado das unidades anteriores do curso, do que das pontuações do pré-teste para o mesmo curso (AUSUBEL APUD NAEGELE, 2000), o que explica a importância da diferenciação específica da estrutura cognitiva para facilitar a aprendizagem subsequente.

Por falar no tempo, a história de como o homem passa a manipular ampulhetas e relógios, na tentativa de quantificar o tempo, remonta os séculos, mas era algo completamente distinto do papel que os marcadores de tempo assumem na atualidade.

A função dos relógios é indicar todos a mesma hora. Mas essa ideia também é mais moderna do que se pode imaginar. “Durante séculos, enquanto se viajava a cavalo, a pé ou de carruagem, não havia motivo para sincronizar os relógios de um lugar para outro. Existia um ótimo motivo para não o fazer: meio-dia é, por definição, o momento em que o sol está mais alto no céu” (ROVELLI, 2018, p. 51).

Mais precisamente, foi por volta do século XVIII que, na Europa, a vida das pessoas começa a ser regulada por relógios mecânicos.

No século XIX, chega o telégrafo, os trens se tornam comuns e rápidos, e passa a ser importante sincronizar bem os relógios de uma cidade para outra. É difícil organizar horários ferroviários se cada estação tiver uma hora diferente das outras. Os Estados Unidos são o primeiro país a tentar padronizar a hora. A proposta inicial é estabelecer uma hora universal para todo o mundo. Chamar, por exemplo, de “doze horas” o momento em que é meio-dia em Londres, de modo que o meio-dia corresponda às doze horas em Londres e a aproximadamente dezoito horas em Nova York. A proposta não agrada, porque as pessoas são apegadas às horas locais. O acordo é obtido em 1883, com a ideia de dividir o mundo em fusos “horários” e padronizar a hora só dentro de cada fuso. Desse modo, a discrepância entre as doze horas do relógio e o meio-dia local compreende no máximo em torno de trinta minutos. Aos poucos, a proposta é aceita no restante do mundo, e os relógios começam a ser sincronizados entre cidades diferentes (ROVELLI, 2018, p.6).

Depois disso, Einstein percebeu, das equações do eletromagnetismo, que o tempo de um relógio parado, ou de um relógio em movimento, são diferentes.

Não por acaso, o jovem Einstein, antes de ter um cargo na universidade, trabalhava no Escritório de Patentes suíço, ocupando-se, entre outras coisas, precisamente de patentes para sincronizar os relógios entre estações ferroviárias! É provável que tenha sido ali que ele se deu conta de que sincronizar os relógios poderia ser, afinal, um problema profundo. Em outras palavras, passaram-se apenas poucos anos entre o momento em que os homens entraram num acordo para sincronizar os relógios e o momento em que Einstein percebeu que não é possível fazê-lo com exatidão (ROVELLI, 2018, p. 52).

Essa introdução histórica sobre o tempo, a marcação do tempo e a impossibilidade descrita por Einstein, sobre a sincronia dos relógios, leva o estudo diretamente à questão que tenta desvendar: é o tempo de estudo de Física no Ensino Médio suficiente para a compreensão de tópicos de Física Moderna?

3. Referencial Teórico

3.1 Visão Geral do Espaço-Tempo na Teoria da Relatividade Restrita

Este estudo tem por base os conceitos de relatividade especial, que foram adequados ao nível médio, segundo a perspectiva da Aprendizagem Significativa.

A ideia é amenizar a necessidade de abstração, que neste caso pode se apresentar como uma exigência a mais, do que a compreensão dos conceitos em si. Trata-se de compreender o problema e readequar as explicações, fazendo conexões com tópicos apreendidos neste nível de Ensino, para evitar que o próprio processo de abstração se transforme em obstáculos à aprendizagem, dentro do tempo disponível das aulas. Para isso, serão introduzidos alguns conceitos da teoria que concordam com os conteúdos que os estudantes do Ensino Médio (EM) têm no curso regular.

A parábola dos agrimensores (TAYLOR & WHEELER, 2019) é tomada como modelo, com o propósito de introduzir a discussão pertinente ao que é invariável em uma rotação espacial, e passa a ser resumida no tópico seguinte, de modo a permitir conexões e generalizações posteriores. Refere-se a um breve curso, cujo objetivo é descrever os aspectos cinemáticos (a velocidades constantes) do espaço-tempo, enfatizando as consequências da dilatação temporal e da contração espacial.

A existência de uma grandeza invariante, denominada intervalo do espaço-tempo, leva a uma das consequências mais revolucionárias do pensamento científico atual: “TEMPO E ESPAÇO SÃO RELATIVOS!” (LOBO, 2021, p.1).

A relatividade especial (ou restrita) é a teoria que trata uma classe especial de observadores – os que se movem, um com relação ao outro, com velocidades constantes e, é ela que direciona o escopo do Produto Educacional proposto nesta dissertação. Para introduzir o tema faz-se, então, o uso da parábola dos agrimensores.

De acordo com o texto de referência (TAYLOR & WHEELER, 2019), havia uma disputa de grupos diferentes de agrimensores quanto à localização das estacas que delimitavam um terreno. Os valores, tomados a partir de dois sistemas distintos de referência, discordavam entre si de forma a criar um problema quanto à concordância das medidas para cada grupo de medições.

Mesmo tendo sido tomadas todas as precauções quanto ao método e precisão dessas medidas, ainda assim os valores discordavam.

Um primeiro problema que foi levantado foi o de que as medidas eram feitas, não só a partir de dois sistemas de referências diferentes, mas também com diferentes unidades: o metro e a milha. A partir daí, a transformação de uma unidade em outra deveria resolver o problema, o que de fato não ocorreu, resultando em uma disputa de diferentes referenciais e, portanto, as medidas resultavam ainda em valores diferentes.

Depois de pensar muito sobre o tema, eles descobriram que embora os valores das localizações das estacas discordassem, as distâncias entre elas não discordavam, evidenciando que a área do terreno era a mesma para ambos os sistemas de referência. Isso foi uma grande descoberta e, é a partir dela que medidas em dois sistemas são propostos a seguir, para subsidiar discussões e analogias futuras.

Primeiro, são feitas algumas definições importantes sobre ponto, coordenadas de pontos, propriedades e operações simples, no sistema cartesiano em duas dimensões, a fim de trazer a atenção de estudantes para temas que lhes são familiares, antes da introdução de um assunto completamente novo.

Depois, uma rotação, de um quadrado de lado 1, posicionado sobre a origem do sistema, no primeiro quadrante, e as novas coordenadas dos seus vértices, evidenciando que valores diferentes para estes pontos não implicam na alteração de medidas da distância entre eles. Isso deve permitir a compreensão necessária para o início da construção do conhecimento sobre os temas propostos no estudo, começando na proposição de duas situações similares: a parábola anterior e a rotação do quadrado, no plano.

3.1.1 Uma comparação com o sistema de coordenadas cartesiano

Duas retas orientadas, x e y , perpendiculares entre si e de mesma origem O , constituem um sistema ortogonal no espaço bidimensional.

A reta orientada x é denominada eixo x ou eixo das abscissas, enquanto a reta orientada y é denominada eixo y , ou eixo das ordenadas. Eles dividem o plano em 4 partes ou quadrantes, em que o primeiro está no canto superior direito e, os demais, são marcados na sequência, no sentido anti-horário, como mostra a figura 2 .

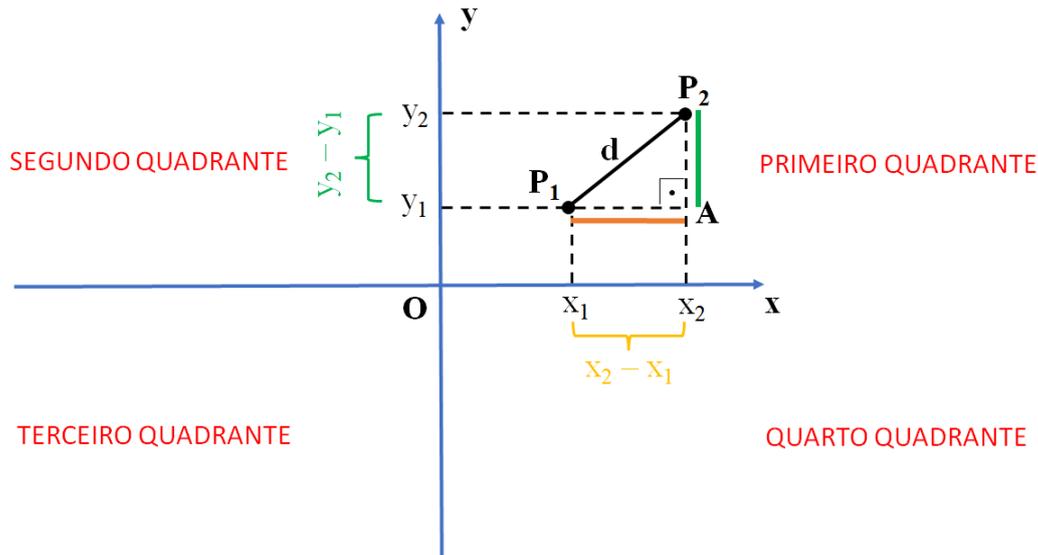


Figura 2 - Representação do plano cartesiano de coordenadas, seus quadrantes e exemplos de intervalos (Δx e Δy) sobre os eixos coordenados (Fonte: os autores).

Por um ponto P qualquer do plano traçam-se perpendiculares sobre cada um dos eixos, de modo a determinar sobre eles as projeções de P , denominadas P_x e P_y , de modo que x é a distância horizontal da origem do sistema até P_x e y é a distância vertical da origem a P_y . Feito isso, é possível associar a cada ponto P do plano um par ordenado de números reais de modo que P fica determinado por suas coordenadas cartesianas: $P = (x, y)$, em que x é abscissa de P e y é a ordenada de P .

Portanto, no caso da figura 2, tem-se: $P_1 = (x_1, y_1)$ e $P_2 = (x_2, y_2)$.

Reciprocamente, um par de números reais localiza no plano um único ponto P . Há, portanto, uma correspondência bijetiva entre os pontos do plano e os pares de números reais.

É possível operar e comparar pares ordenados, como mostrado a seguir:

Adição: $(x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$.

Exemplo: $(3, 9) + (2, -1) = (5, 8)$.

Multiplicação por um número real k : $k \cdot (x_1, y_1) = (k \cdot x_1, k \cdot y_1)$.

Exemplo: $5 \cdot (3, 1) = (15, 5)$.

Igualdade de dois pares ordenados: $(x_1, y_1) = (x_2, y_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ e $y_1 = y_2$.

Por exemplo, dado $(a - 1, b + 3) = (1, 7)$, tem-se que $a - 1 = 1 \Rightarrow a = 2$ e $b + 3 = 7 \Rightarrow b = 4$.

Distância entre pontos: dados dois pontos $P_1 = (x_1, y_1)$ e $P_2 = (x_2, y_2)$, é possível calcular a distância entre eles, aplicando-se o Teorema de Pitágoras ao triângulo retângulo de vértices $P_1 A P_2$ (fig. 2), de modo que:

$$d^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2,$$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2,$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}. \quad (1)$$

Daí, a parábola dos agrimensores pode ser recontada pelo professor, como introdução, sobre os eixos cartesianos, e com um quadrilátero regular de lado igual a uma unidade, que em princípio é mostrado com dois lados coincidentes com os eixos coordenados, além de ter um dos vértices sobre a origem desse sistema, como mostra a figura 3.

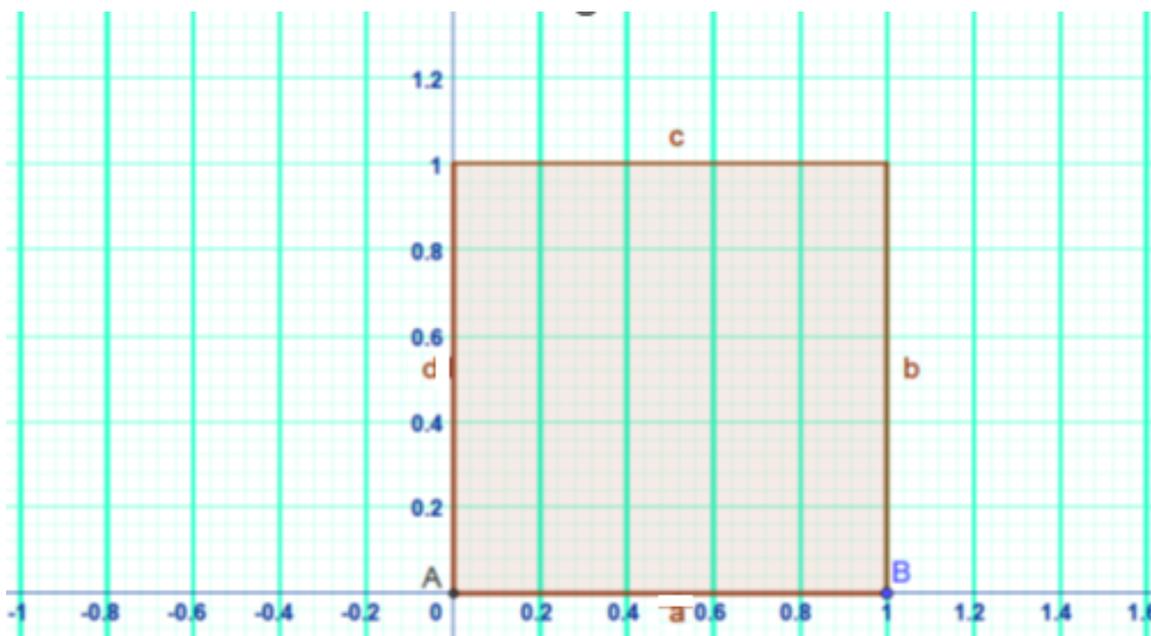


Figura 3 - Quadrado de lado unitário, no primeiro quadrante, com um dos vértices na origem e dois lados sobre os eixos coordenados (Fonte: os autores).

A distância entre os pontos A e B , na horizontal, coincide com a medida do lado do quadrado, ou seja $d = (x_B - x_A) = (1 - 0) = 1$.

A partir daí, a figura sofre uma rotação, com relação aos eixos, o que coincide muito de perto com a proposta de rotação da base de coordenadas, em que A coincide com A' , mas as coordenadas de B' diferem das coordenadas de B , como mostra a figura 4.

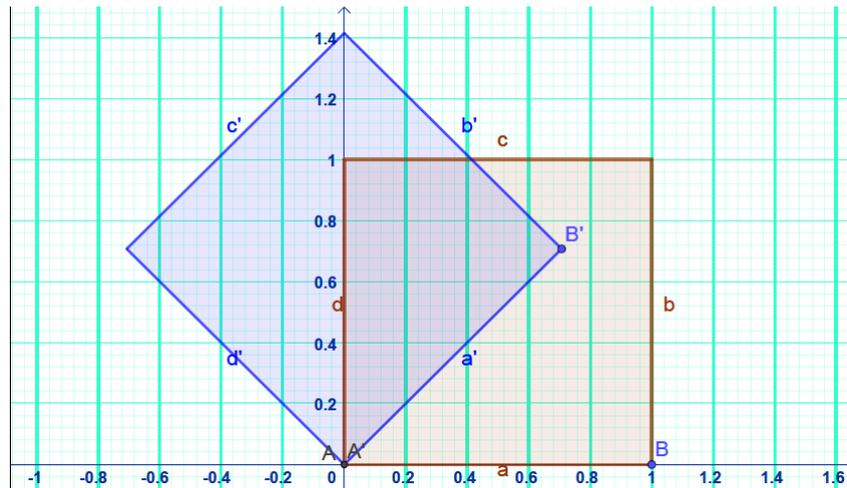


Figura 4 - Rotação do quadrado em torno de um de seus vértices, no sentido anti-horário (Fonte: os autores).

A partir das alterações nas coordenadas dos pontos e das distâncias envolvidas, é possível trabalhar a ideia de que, independente das alterações das coordenadas dos vértices com relação aos eixos, as distâncias com relação a um ponto fixo resultam em um invariante, como mostra a equação a seguir, em que as coordenadas de B' são $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$:

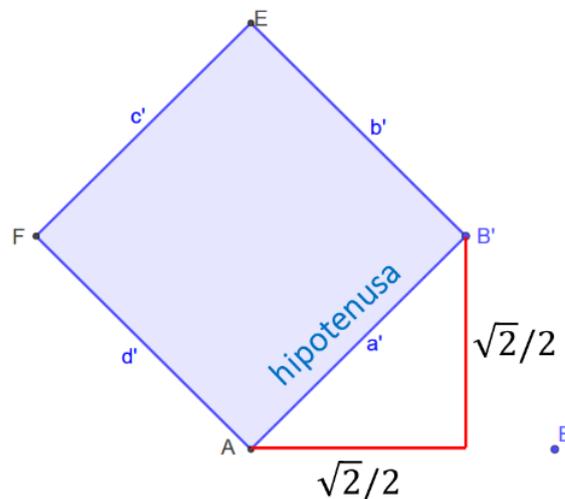


Figura 5 - Teorema de Pitágoras aplicado a um triângulo retângulo para obtenção da medida da hipotenusa, a partir das medidas dos catetos (Fonte: os autores).

$$h^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2,$$

$$h^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{2}{4} + \frac{2}{4},$$

$$h^2 = 1.$$

Extraindo a raiz quadrada de ambos os membros, tem-se:

$$\sqrt{h^2} = \sqrt{1},$$

$$h = \pm 1.$$

Considerando que o valor negativo não convém, por tratar-se da medida de uma distância, tem-se que $h = 1$ m, exatamente como no caso anterior.

Neste caso, ambas as direções têm a mesma unidade de medida, portanto não é necessário transformá-las.

A invariância das distâncias mostra que mesmo discordando sobre as marcações, verticais e horizontais, dos vértices do quadrado, é possível concordar com os resultados das distâncias entre eles.

A analogia mostra que, assim como no caso da parábola dos agrimensores, é possível discordar com as separações no espaço e no tempo, e mesmo assim concordar com a invariância do intervalo espaço-tempo.

Tudo isso para discutir a ingenuidade do pensamento anterior à compreensão da Teoria da Relatividade de Einstein, quando mediam-se tempo em segundos e espaço em metros, sem supor que poder-se-ia utilizar uma transformação de unidades que colocasse as grandezas espaço e tempo sobre um mesmo olhar. Esta é uma questão central da teoria.

Para familiarizar este pensamento, são trabalhados três pontos que diferenciam a visão antes e depois da relatividade, a saber:

1. usar a mesma unidade para tempo e espaço;
2. não pensar na mesma separação no tempo entre dois eventos, como independentemente do movimento do observador, mas,
3. pensar no intervalo do espaço-tempo como invariável, assim como a distância também era, no caso da parábola.

Quadrar e combinar separações em espaço e tempo, medidas ambas em metros, mostrou aos pesquisadores resultados importantes sobre aspectos da natureza, insondáveis antes da compreensão do invariante que se sobressai dos cálculos.

3.1.2 Resumo da parábola

Na parábola dos agrimensores é importante reconhecer que medidas realizadas por dois sistemas que diferem entre si, apenas por rotação, podem apresentar valores

que divergem em valores e em unidades de medidas, mas que mesmo assim podem levar a um mesmo valor de distância entre dois pontos.

A primeira coisa a ser feita, quando as unidades divergem, é transformar uma delas na mesma unidade da outra, por um fator de conversão adequado.

A segunda, é utilizar a expressão que calcula a distância entre dois pontos, quaisquer que sejam as unidades de medida, porque nesse exemplo o importante é notar o que é invariante, ou seja, a distância.

A analogia que se faz, com relação ao exemplo da parábola dos agrimensores e do conhecimento que se tinha sobre o espaço e o tempo, até a teoria da relatividade, era de que um e outro divergiam em unidades de medida, o que foi contornado pela descoberta de um outro invariante que, em qualquer sistema de referência tem o mesmo valor: o intervalo espaço-temporal. Por isso ele é denominado invariante.

Neste caso, da relatividade, a velocidade da luz é utilizada para transformar o tempo em unidades de espaço, por meio da equação: $c = \frac{x}{t} \Rightarrow c \cdot t = x$, ou seja, c vezes o tempo medido em segundos será idêntico a um tempo que é medido em metros.

Considere, então, dois possíveis referenciais, nos quais diferentes medidas são feitas, para dois eventos distintos, como mostrado na tabela 1.

Tabela 1 - Diferentes notações para diferentes referenciais (Fonte: os autores).

	Laboratório (fixo na Terra)	Foguete (viajando com velocidade próxima à da luz)
Intervalo espacial entre dois eventos	x	x'
Intervalo de tempo entre dois eventos	t	t'

Até então, a mecânica newtoniana diria que x seria diferente de x' , mas que t e t' seriam idênticos, o que é verdade no mundo de baixas velocidades, em que as diferenças são imperceptíveis, mas deixa de ser verdade no mundo de altas velocidades, em que x e x' diferem entre si, assim como t e t' , já que mesmo pequenas diferenças nessas medidas passam a ser relevantes neste contexto.

Esses resultados são reais e são confirmados por inúmeros experimentos validados pela ciência, e pela aplicação e uso no mundo atual, portanto a análise de situações desse tipo são altamente necessárias para a compreensão desses resultados (TAYLOR & WHEELER, 2019, p. 16).

$$\text{Assim: } (c \cdot t_{em\ segundos})^2 - x^2 = (c \cdot t'_{em\ segundos})^2 - x'^2 \quad (2)$$

Como no exemplo da parábola, a distância espacial era um invariante, na natureza o intervalo do espaço-tempo é um invariante.

Uma questão interessante de se fazer é por que o intervalo foi definido dessa maneira? E a resposta é que esta é a única combinação de tempo e espaço que se consegue construir para obter uma grandeza invariante.

Dessa maneira, utiliza-se a definição de intervalo dada por $\tau^2 = t^2 - x^2$, lembrando que o tempo é, na expressão, medido em metros (TAYLOR & WHEELER, 2019, p. 20).

A medida do tempo em metros traduz a distância em metros que a luz percorre no intervalo de tempo em segundos.

O sistema de unidades em que o tempo é medido em metros é chamado sistema de unidades **naturais**.

Note que $\tau^2 = c^2 \cdot t^2 - x^2$, mas, como $c = 1$, a equação para o intervalo fica reduzida a $\tau^2 = t^2 - x^2$, já que 1 é o elemento neutro da multiplicação e pode ser suprimido.

3.1.3 Exemplificando, para organizar e diferenciar

O tempo em metros é o tempo em que a luz percorre determinada distância, que decorre da multiplicação da velocidade da luz pelo tempo, em segundos, que resulta em um número acompanhado da unidade de medida em metros, exatamente como a unidade de medida do espaço.

Por exemplo, multiplicando o tempo, em nanossegundos, pela velocidade da luz, obtém-se:

$$v = c = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta s = c \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta s = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \cdot 10^{-9}s,$$

$$\Delta s = 0,3 m.$$

Isso equivale a dizer que a luz percorre aproximadamente 0,3 m no intervalo de tempo de 1 nanossegundo.

A velocidade da luz é o único invariante da natureza que relaciona o espaço e o tempo.

Na sequência, é proposto um experimento em que a separação espacial entre dois flashes de luz, é medida por João, que mede também um intervalo de tempo entre os dois eventos.

Para Maria, as faíscas têm o mesmo posicionamento, ou seja, não estão separados no espaço, somente no tempo. Isto equivale a dizer que os eventos ocorrem no mesmo ponto, segundo o referencial de Maria, e em dois pontos distintos no referencial de João, ou seja, o referencial de João está em movimento relativo ao de Maria.

A analogia fica completa na proposta de experimento, quando é, então, evocado o quadrado do intervalo de espaço-tempo, calculado a partir das medições do observador de laboratório (o referencial de Maria), como mostra a equação a seguir (destaque para o sinal negativo, que difere do cálculo de distância pelo Teorema de Pitágoras) (TAYLOR & WHEELER, 2019, p. 16):

$$(\text{intervalo})^2 = [c \cdot (\Delta t \text{ em segundos})]^2 - (\Delta s \text{ em metros})^2.$$

Como entender isso? Veja a figura 6.

Do Teorema de Pitágoras, tem-se

$$[\text{hipotenusa}]^2 = (a)^2 + (b)^2, \text{ logo}$$

$$b = [\text{hipotenusa}]^2 - (a)^2, \text{ ou seja}$$

$$(\text{intervalo})^2 = [c \cdot (\Delta t \text{ em segundos})]^2 - (\Delta s \text{ em metros})^2.$$

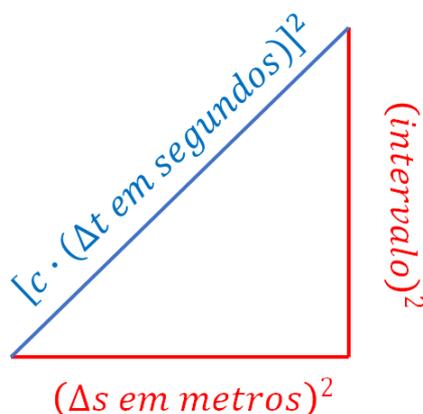


Figura 6 - Representação espacial para o cálculo da medida de um dos catetos de um triângulo retângulo que corresponde ao intervalo espaço-tempo (Fonte: os autores).

Mesmo que dois observadores encontrem diferentes separações de espaço e de tempo, respectivamente, entre eventos distintos, o intervalo do espaço-tempo entre eles

coincidem, depois de convertido o tempo em metros, $t_{(metros)} = c \cdot t_{(segundos)}$, pela equação (TAYLOR & WHEELER, 1992, p. 17):

$$(\text{intervalo})^2 = \left[\begin{array}{l} \text{separação} \\ \text{no tempo (m)} \end{array} \right]^2 - \left(\begin{array}{l} \text{Separação} \\ \text{no espaço (m)} \end{array} \right)^2 \quad (3)$$

A invariância do intervalo espaço-tempo, e sua independência do estado de movimento do observador, resulta em que tempo não pode ser visto como separado do espaço: fazem parte de uma única entidade, o espaço-tempo. Daí, as três direções do espaço e o sentido positivo da direção do tempo se combinam em uma geometria verdadeiramente quadridimensional.

Dessa forma, embora os tempos e as distâncias sejam diferentes para os dois referenciais, existe uma combinação entre eles que é invariante, o intervalo do espaço-tempo, que mostra que o tempo não pode ser considerado como uma grandeza independente do espaço. Tempo e espaço fazem parte de uma única entidade, denominada ESPAÇO-TEMPO!!!

Comparando os dois invariantes estudados aqui, tem-se:

$$d^2 = x^2 + y^2 \text{ (no caso da medida da distância entre dois pontos),}$$

$$\tau^2 = t^2 - x^2 \text{ (no caso da medida de um intervalo espaço-tempo).}$$

O sinal, na primeira, é de adição e, na segunda, uma subtração, porque a primeira está sobre os pressupostos da geometria euclidiana e a segunda, sobre os da geometria de Lorentz.

3.1.4 Eventos e Intervalos

Em relatividade, o conceito fundamental é o evento. A grandeza invariante é o intervalo do espaço-tempo entre dois eventos. Um evento é um ponto (ou localização) no espaço e no tempo.

Exemplos de eventos podem ser: uma colisão entre duas partículas, a emissão de luz por um átomo, a explosão de uma bomba etc., ou seja, tudo que ocorrer em um dado momento e em uma dada posição do espaço constitui-se um evento.

Para um observador em repouso, onde ocorrem dois eventos, a separação espacial entre eles é igual a zero e o tempo, neste referencial é dito tempo próprio.

O tempo próprio, ou intervalo, medido entre dois eventos é independente do sistema de referência, isto é, não depende do estado de movimento do observador. Um relógio que meça dois eventos em que a separação espacial vale zero em seu próprio referencial tem a propriedade de medir o intervalo do espaço-tempo entre o par de eventos.” (Lobo, 2021, p. 08).

O texto que compõe este trabalho é um recorte do livro escolhido para subsidiar a compreensão sobre o conteúdo da Teoria da Relatividade Restrita (TRR), de onde são selecionados tópicos para ser desenvolvidos no produto (TAYLOR & WHEELER, 1992).

Este, por sua vez, é construído a partir desse conhecimento teórico e daqueles referentes à Teoria da Aprendizagem Significativa, em uma composição que tenta adequar o conteúdo às exigências da TAS (AUSUBEL, 2000), de modo que sejam apresentados e trabalhados de forma recorrente e conectada, entre as diferentes partes, para possibilitar que o estudante compreenda a relatividade restrita e possa construir, para si, um conhecimento que faça sentido sobre este tema.

Sobre relatividade foram estudados os três primeiros capítulos do livro, cujo breve resumo é apresentado a seguir.

Uma primeira inserção do livro, que considera a existência de um invariante: a distância entre dois pontos. A atenção é sobre o fato de que sistemas de referências distintos geram coordenadas distintas para os pontos neles identificados, mas a distância entre estes pontos independe do referencial.

Este é um modo de fazer bastante interessante, do ponto de vista do Ensino, por possibilitar o que na TAS é denominado diferenciação progressiva (definição que será abordada no referencial teórico).

A questão é introduzir um exemplo simples de invariante para, em seguida, construir outro, nem tão simples assim, e que depende, não da geometria euclidiana, como a medida da distância entre dois pontos, mas a geometria de Lorentz, que possibilita a inserção do invariante espaço-tempo.

Na geometria euclidiana, a distância espacial é calculada com o sinal positivo. Essa distância é invariante quando fazemos uma rotação no sistema de coordenadas, por exemplo. Na geometria de Lorentz, que é a geometria subjacente à teoria da relatividade, o intervalo espaço-temporal é calculado com o sinal negativo. Esse intervalo é invariante quando calculado por diferentes observadores em movimento relativo uniforme (Lobo, 2021, p. 07).

Neste caso, “o tempo e o espaço não são grandezas absolutas, são relativas, isto é, medidas de duração de determinados eventos e medidas do comprimento de determinados objetos dependem essencialmente do estado de movimento do observador” (LOBO, 2021, p. 01)

O objetivo é pesquisar o espaço-tempo olhando para a possibilidade de discordar sobre separações no espaço e no tempo, mas não discordar nos valores obtidos, a partir deles, para o intervalo espaço-tempo.

Para isso, assim como na parábola dos agrimensores, faziam-se as conversões de unidades para posteriormente calcular as distâncias, é feita a conversão do tempo para unidades de espaço, por meio de c – a velocidade da luz – tida como a constante de proporcionalidade direta entre tempo e espaço.

São, então, descritos os aspectos cinemáticos (a velocidades constantes) do espaço-tempo, que entregam, como principais consequências, a dilatação temporal e a contração espacial.

Isso é obtido pela constatação da existência de um invariante – o intervalo espaço-tempo – que tem implicação direta na revolução do pensamento científico, que passa a ver o tempo e o espaço como grandezas relativas. Este é o foco da TRR: uma classe diferenciada de observadores que se movem, um com relação ao outro, com velocidades constantes.

A partir dessa compreensão, toda a atenção é voltada para explicar o que é um referencial inercial, ou os referenciais em queda livre, para restringir os conceitos abordados ao movimento relativo entre objetos que se movem, um com relação ao outro, àqueles que o fazem com velocidades constantes.

A ideia do argumento de Einstein é que uma pessoa em queda livre não vai sentir a ação do campo gravitacional. É como se não existisse gravidade em sua vizinhança.

Por exemplo, suponha uma pessoa em queda livre que deixe cair de suas mãos algumas pedras. Se a pessoa desprezar o mundo em sua volta e olhar apenas para as pedras, ela não saberá dizer, em princípio, se ela está em queda livre na Terra ou se está flutuando no espaço vazio longe da Terra, onde praticamente não há a força da gravidade.

Einstein percebeu que na vizinhança de um objeto em queda livre, a gravidade é tão irrelevante que as leis da Física funcionam como se não houvesse gravidade. Em

outras palavras, um observador em queda livre que seja pequeno o suficiente é equivalente a um observador em uma região do espaço sem gravidade, e ambos os observadores sentirão os efeitos das mesmas leis físicas, isto é, da relatividade especial.

Essencialmente, um referencial inercial é aquele em que os observadores se movem com velocidade constante na ausência de gravidade.

Sobre o caráter local de referenciais em queda livre, tem-se que:

O princípio de equivalência é válido para referenciais pequenos, ou, usando uma linguagem mais formal, ele é válido para referenciais que tenham um caráter local... A ideia que está embutida nesse exemplo é a seguinte. Se estivermos dentro de um desses ônibus em queda e se o ônibus não tiver janela devemos ser incapazes de saber se estamos em queda livre próximos à Terra ou se estamos flutuando longe da Terra... A definição mais formal de um referencial inercial é a seguinte. Um referencial é dito inercial, de Lorentz ou em queda livre se, em uma dada região do espaço e do tempo, qualquer partícula teste inicialmente em repouso com relação ao referencial permanecer em repouso, e se qualquer partícula inicialmente em movimento com relação ao referencial permanecer em movimento sem mudar sua velocidade ou sua direção de movimento (LOBO, 2021, p.03 e 04).

Sobre a localização dos eventos, uma maneira de se determinar o ponto do espaço e do tempo de um evento é construir uma rede de réguas e relógios. É instrutivo discutir essa rede para entender o conceito de observador... Considere uma rede tridimensional de réguas e relógios, como mostrado na figura 7 (LOBO, 2021, p. 05 – 06).

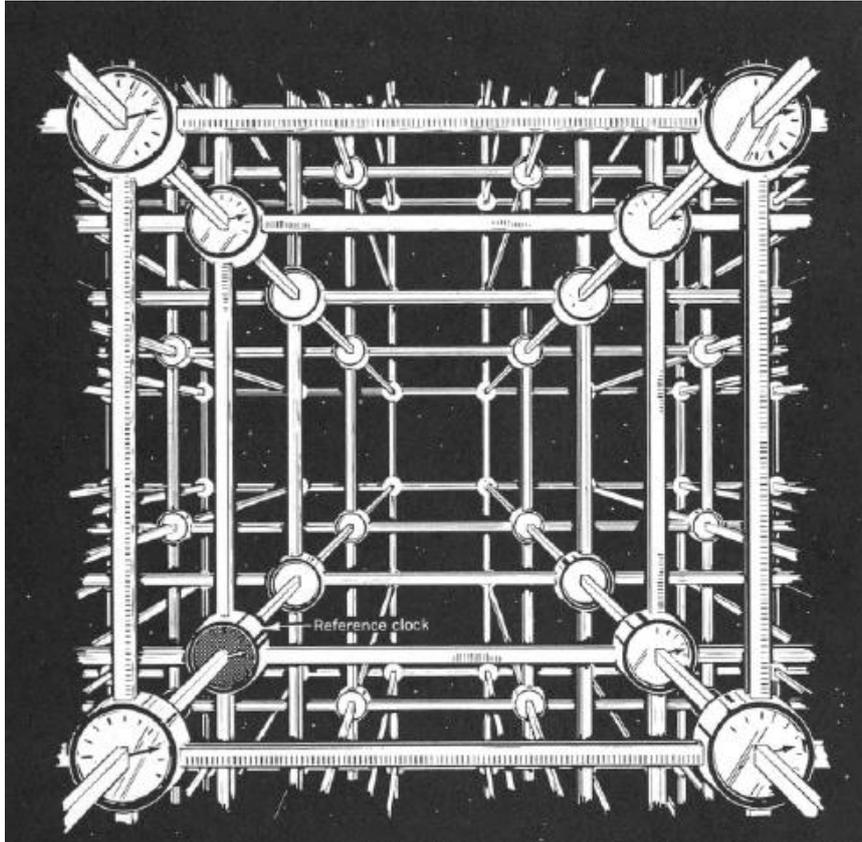


Figura 7 - Treliça de medidores e relógios (TAYLOR & WHEELER, 1992, p. 47).

As réguas estão dispostas nas arestas de vários cubos adjacentes. Em cada ponto de interseção está localizado um relógio. Os relógios da rede são idênticos e medem o tempo em metros.

Só para relembrar o que significa medir o tempo em metros, se o relógio medir 1 metro ele medirá o tempo que a luz leva para percorrer 1 metro, ou seja, 1 metro é equivalente à fração $0,3 \cdot 10^{-8}$ de um segundo.

Os relógios dessa rede devem estar sincronizados, ou seja, quando um relógio medir um determinado tempo, todos os outros deverão também medir o mesmo tempo. Mas, como podemos sincronizar todos os relógios de uma maneira precisa?

Uma forma de fazer isso é escolher um dos relógios, definindo-o como o relógio de referência. Zere o ponteiro desse relógio. No instante em que o ponteiro do relógio de referência for zerado, emita uma onda esférica de luz a partir dele.

Denomine essa emissão de luz, de evento de referência e chame a onda de luz emitida, de luz de referência. Quando o raio de luz de referência atingir um relógio distante de 5 metros, o ponteiro desse relógio será ajustado para 5 metros, pois esse é o tempo que a luz levou para percorrer 5 metros. Um relógio distante de 7 metros, por

exemplo, terá o seu ponteiro ajustado para de 7 metros, assim que o raio de luz que partiu do relógio de referência atingi-lo. Repete-se esse procedimento para todos os relógios da rede. Dessa forma, fica garantido que todos os relógios estarão absolutamente sincronizados. Mas, afinal, para que serve essa rede tridimensional de réguas e relógios?

A resposta é que ela serve para determinarmos a localização espacial e temporal de um evento. O tempo do evento será dado pela medida que o relógio mais próximo do evento registrar. E a posição do evento será dada pela medida da régua que estiver no relógio mais próximo. Assim, o relógio mais próximo determina a posição e o tempo do evento. Lembre-se que a rede é tridimensional. A posição do evento é caracterizada por três números, correspondendo às três dimensões espaciais, e o tempo é caracterizado por apenas um número. Assim, a localização de um evento é dada por 4 números, 3 que especificam a coordenada espacial e 1 que especifica a coordenada temporal. Note que o evento é determinado por aproximação uma vez que tomamos as medidas do relógio mais próximo. Contudo, podemos obter medidas bastante precisas com essa rede tridimensional de réguas e relógios se diminuirmos apreciavelmente as distâncias entre os relógios (LOBO, 2021, p. 05 e 06).

3.1.5 Sobre observadores, tem-se 1 milhão de testemunhas

Em relatividade é comum falar em observadores. Mas, qual o significado físico da palavra observador? De quantos observadores está-se falando? Na verdade, a palavra observador é uma maneira de se referir ao conjunto de réguas e relógios associados a um referencial inercial. Pode-se pensar no observador como uma pessoa que vai percorrendo a rede de relógios de um dado referencial inercial e vai anotando a localização dos eventos que ficaram gravados nos respectivos relógios. É como se os relógios da rede pudessem gravar automaticamente a posição e o instante de eventos sucessivos. Dessa forma, basta que alguém percorra esses relógios para ter acesso aos dados coletados.

É isso o que se pensa ao falar a palavra observador. Se fosse considerado um único observador parado na Terra, por exemplo, e se ele fosse medir o tempo e o espaço de um evento distante a partir de um ponto fixo, sua medida seria imprecisa, pois a luz leva um tempo para chegar até o observador. Assim, o observador na Terra marcaria o tempo de um evento com algum atraso.

Vale lembrar que tudo o que se olha com os olhos reflete um acontecimento do passado. Isso ocorre quando se olham as estrelas no céu. Se ela está a 100 mil anos-luz da Terra, por exemplo, enxerga-se a luz que foi emitida da estrela há 100 mil anos.

Por causa desse atraso é que se considera a rede tridimensional de régua e relógios, sincronizados através da velocidade da luz, como um legítimo referencial inercial.

O que se pode concluir, então, sobre os referenciais inerciais, onde a TRR é válida, é que um referencial de flutuação livre (também chamado de referencial inercial e referencial de Lorentz) fornece um ambiente no qual é possível realizar experimentos sem a presença das chamadas forças gravitacionais.

Nesse referencial, uma partícula liberada do repouso permanece em repouso e uma partícula em movimento continua esse movimento sem mudança na velocidade ou na direção, como Newton declarou em sua Primeira Lei do Movimento. Existem três características centrais de uma estrutura de flutuação livre. (1) Pode-se abandonar a gravidade entrando em uma estrutura de flutuação livre. (2) A existência de um referencial de flutuação livre depende da aceleração igual de todas as partículas em um determinado local em um campo gravitacional – na maneira de Newton falar. (3) Todo referencial de flutuação livre tem extensão limitada no espaço-tempo (TAYLOR & WHEELER, 1992, p. 54).

O Princípio da relatividade tem, portanto, por base, a incapacidade de distinguir em qual referencial e com que velocidade ele se move com velocidade constante.

“As leis da Física são as mesmas em qualquer referencial inercial” é, portanto, o princípio da TRR, e significa que para as leis da física todos os referenciais inerciais são equivalentes. Isso implica em todo movimento ser relativo.

Daí, tem-se que, para distintos referenciais inerciais, os valores medidos de grandezas como força, aceleração, tempo e espaço, por exemplo, não são os mesmos, mas as leis da física – que relacionam essas grandezas – e as constantes fundamentais, como a carga do elétron ou a velocidade da luz no vácuo são as mesmas, para qualquer um dos referenciais.

Quanto à simultaneidade de eventos, a TRR diz que um evento não é simultâneo para referenciais distintos, ou seja, simultaneidade é relativa, ou seja, quando eventos ocorrem em diferentes pontos da direção do movimento relativo, haverá somente um referencial para o qual os eventos são simultâneos.

Outro ponto a ser destacado da teoria é que comprimento é relativo, ou seja, observadores em movimento relativo uniforme não medem o mesmo comprimento para um objeto – é o conceito da contração espacial de Lorentz.

O maior comprimento de um objeto é aquele medido no seu referencial, e é denominado comprimento próprio.

Isto vale somente para a direção do movimento relativo, o que significa dizer que para as direções ortogonais ao movimento relativo não há contração alguma.

A conclusão teórica-experimental é de que as dimensões ortogonais ao movimento relativo não se alteram, somente as longitudinais.

No final das contas, o resultado da TRR é que a velocidade da luz no vácuo tem o mesmo valor medido em qualquer referencial inercial e é a maior velocidade permitida: nada pode viajar com velocidade maior que a da luz.

É importante destacar, da relatividade, e lembrar que as leis são as mesmas, para todos.

O princípio da relatividade diz que, sem olhar pela janela, não se pode afirmar em qual referencial se está, ou, com qual velocidade se está movendo.

O Princípio da Relatividade de Galileu, anterior ao de Einstein, é mais simples devido à equivalência e simetria dos dois referenciais adotados por ele: um navio movendo-se uniformemente e um navio em repouso, cujo movimento uniforme relativo não afeta as leis do movimento em nenhum deles.

O Princípio da Relatividade de Einstein é uma generalização dos experimentos feitos anteriormente, e de muitos outros tipos de experimentos, que vão da mecânica e do eletromagnetismo e não param na física nuclear. Ele diz que as leis da Física, estabelecidas em um referencial inercial, podem ser aplicadas em qualquer outro referencial inercial.

Os valores da velocidade da luz, medidos por um observador no laboratório e por um observador no foguete, revelaram-se os mesmos, e desde 1905 os experimentos não fazem senão confirmar o princípio da relatividade.

A tabela 2 mostra alguns exemplos do que se altera e do que não se altera em diferentes referenciais inerciais, em movimento relativo.

Tabela 2 - O que se altera e que se mantém, para diferentes referenciais inerciais, em movimento relativo (Fonte: os autores).

Muda	Não muda
Espaço entre dois eventos	leis da física
Tempo entre dois eventos	constantes fundamentais
Aceleração	carga do elétron
velocidade de um elétron	velocidade da luz no vácuo
energia cinética do próton	a ordem dos elementos na tabela periódica
o valor do campo elétrico em um dado ponto	a primeira lei de newton
o tempo entre dois eventos	o valor do intervalo espaço-tempo

3.1.6 Também a simultaneidade provou-se relativa!

Dois eventos que são simultâneos em um referencial não são simultâneos em nenhum outro referencial inercial, que esteja em movimento em relação ao primeiro.

Usando um exemplo proposto por Einstein, imagine que um trem está passando pela plataforma de uma estação com velocidade v .

O referencial ligado à plataforma é chamado (P) e o referencial ligado ao trem é chamado (T).

Existem dois observadores, um homem está em repouso em relação à Terra (P) e outro, uma mulher, está sobre o trem (T).

O trem se move com relação ao observador na Terra. Dois raios caem, um em cada extremidade do trem e ambos os raios caminham rumo aos observadores. A luz emitida pelos raios será simultânea nos dois referenciais, no observador fixo na Terra (P) e no observador posicionado sobre o trem(T)? A resposta é não.

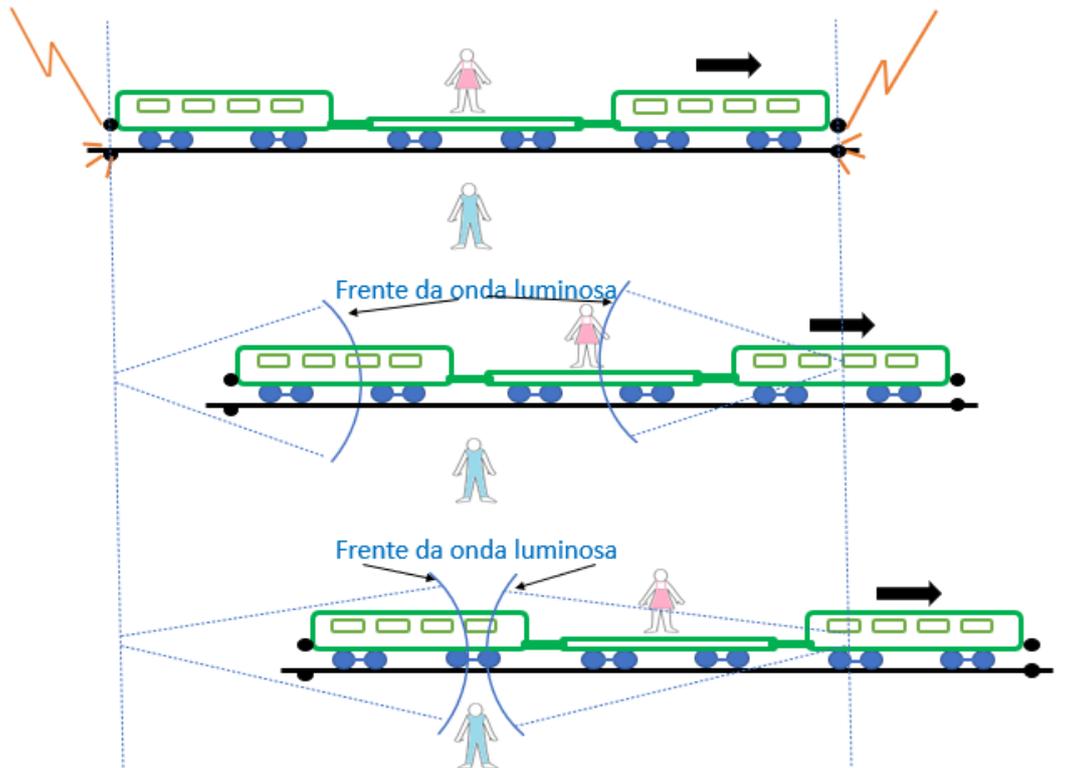


Figura 8 - Representação do movimento da luz em relação a dois referenciais, em movimento relativo, um em relação ao outro (adaptado de Taylor & Wheeler, 1992, p. 73).

O observador na Terra receberá ambos os raios ao mesmo tempo, mas para o observador no trem isso não acontecerá, pois o trem está indo em sentido a um dos raios, o da direita. Esse observador, o da terra (P), sabe que os raios chegaram nas extremidades do trem, ele sabe também que está situado bem no meio do trem, por isso ele conclui que os raios percorreram a mesma distância. Portanto, para o observador sobre o trem, o raio da direita chega antes do que o raio da esquerda.

É importante ressaltar o seguinte. A relatividade da simultaneidade é válida apenas quando os eventos ocorrem cuja separação espacial esteja na mesma direção do movimento. Se os eventos ocorrerem em pontos cuja separação espacial for ortogonal à direção do movimento, então a simultaneidade desses eventos não será relativa, isto é, os eventos serão simultâneos para todos os referenciais inerciais com essa propriedade.

Concluindo, a Relatividade do conceito de simultaneidade garante que, quando os eventos ocorrerem em diferentes pontos na direção do movimento relativo, então haverá um único referencial onde os eventos serão simultâneos.

3.1.7 Contração de comprimento de Lorentz

Com relação à contração do espaço entre dois eventos de medição, no comprimento de uma haste longa, por exemplo, ela pode ser verificada usando uma rede de relógios para marcar a localização das extremidades, ao mesmo tempo, mas, quando a barra está posicionada ao longo da direção do movimento relativo, alguém que anda com a barra não concorda que a marcação das posições das duas extremidades ocorra ao mesmo tempo (relatividade da simultaneidade). Então dois observadores discordam sobre se uma medição válida de comprimento ocorre, ou não.

Independente da maneira de se medir, importante é que o resultado deve sempre ser o mesmo: “a separação de espaço entre as extremidades da barra é menor do que medida em uma estrutura na qual a barra está se movendo do que medida em uma estrutura em que a barra está em repouso” (TAYLOR & WHEELER, 2019, p. 74). É a dita contração de Lorentz. Deve-se observar, portanto, que a medida do comprimento de um objeto em repouso é o comprimento próprio desse objeto.

A contração de Lorentz não é vista a olho nu, mas é medida – necessitando recorrer à rede de treliças e relógios para obter esse resultado.

Mesmo assim, o comprimento que se mede é aquele que está na direção do movimento relativo, ou longitudinal, somente.

Na dimensão transversal ao movimento, nada se altera. Isso implica que dois eventos – com separação apenas transversal à direção do movimento relativo – mas simultâneos nos dois referenciais, são simultâneos.

Para demonstrar a invariância do intervalo espaço-tempo, imagine um foguete com uma velocidade próxima a da luz, em relação a um observador em repouso localizado na superfície Terra (laboratório). Dentro do foguete, um raio de luz deixa o chão, em linha reta e vertical atingindo um espelho fixado no teto, e é refletido de volta, pela mesma trajetória.

Como será este trajeto para o observador no laboratório? Veja a figura 9.

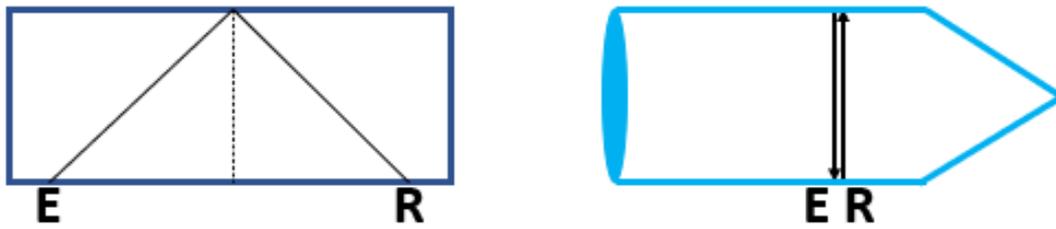


Figura 9 - Observador no laboratório e observador no foguete, respectivamente (adaptada de Taylor & Wheeler, 1992, p. 79).

Para o observador na Terra, a trajetória é diagonal, enquanto no foguete, a trajetória é para cima e para baixo.

Estamos interessados em dois eventos, o evento E (de emissão) da luz, e o evento R (de recepção dela).

Seja a distância entre o chão e o teto do foguete igual a 3 metros, ou seja, ida e volta igual a 6 metros.

No sistema natural de unidades em que o tempo é medido em metros, a velocidade da luz vale 1. Assim, o tempo será igual a 6 metros.

$$c = 1, c = \frac{2d'}{t'}$$

$$d' = 3 \text{ m} \Rightarrow 1 = \frac{6}{t'}$$

$$\therefore t' = 6 \text{ m}$$

No referencial da Terra, se a velocidade do foguete for tal que entre a emissão e a recepção do raio de luz, o foguete percorre 8 metros, como mostra a figura 10,

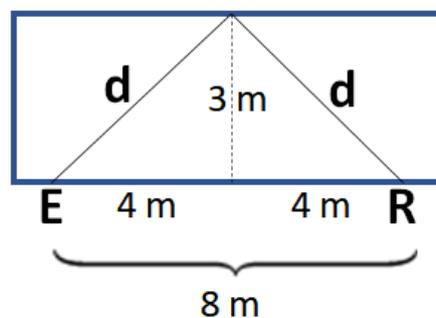


Figura 10 - Observação do raio de luz no referencial do laboratório (fonte: os autores).

a luz terá percorrido, no referencial do laboratório, uma distância $2d$, relativa às hipotenusas dos triângulos retângulos da figura anterior, que, por Pitágoras, resulta em:

$$d^2 = 3^2 + 4^2$$

$$\therefore d = 5 \text{ m}$$

$$c = 1, \quad c = \frac{2d}{t}$$

$$1 = \frac{10}{t}$$

$$\therefore t = 10 \text{ m}$$

Portanto, tem-se a seguinte situação: no referencial do laboratório t é igual a 10 metros e x é igual a 8 metros. t e x representam a separação temporal e espacial entre os eventos E e R, respectivamente. No referencial do foguete t' , é igual a 6 metros e x' vale zero, onde t' e x' representam a separação temporal e espacial entre os eventos E e R, no referencial do foguete.

Observe que $t \neq t'$, $x \neq x'$, $t + x \neq t' + x'$, $t^2 + x^2 \neq t'^2 + x'^2$, $(t + x)^2 \neq (t' + x')^2$, $t - x \neq t' - x'$, $(t - x)^2 \neq (t' - x')^2$, mas existe, porém, uma medida que tem o mesmo valor em ambos os referenciais.

Essa medida se chama intervalo do espaço-tempo. O intervalo ao quadrado é igual ao tempo ao quadrado menos o espaço ao quadrado. Neste exemplo, $t^2 - x^2 = 36 \text{ m}^2$ e $t'^2 - x'^2 = 36 \text{ m}^2$. Assim, o intervalo do espaço-tempo é invariante, ou seja, ele tem o mesmo valor para diferentes referenciais inerciais. Em outras palavras: $t^2 - x^2 = t'^2 - x'^2$.

Este exemplo demonstra duas coisas. Primeiro, observe que, assumindo a premissa de que a velocidade da luz tem o mesmo valor para ambos os observadores, obtém-se que $t \neq t'$, o que significa que a duração para os mesmos dois eventos foi diferente para cada um dos observadores. Tempo é relativo!

Não existe um tempo absoluto, no qual dois observadores em movimento relativo constante concordarão. A duração entre dois eventos depende essencialmente do estado de movimento do observador. Esse é um resultado bastante surpreendente!

Por meio deste exemplo demonstra-se também que, apesar da separação espacial e temporal ser diferente, para cada um dos observadores, existe uma grandeza

denominada intervalo do espaço-tempo que tem o mesmo valor para todo e qualquer referencial inercial.

Reveja a trajetória do raio de luz, do ponto de vista do laboratório. A figura mostra a trajetória da luz entre os eventos E e R, mas ao invés de representar o tamanho de cada trajeto pelo seu respectivo valor numérico, foi colocado, genericamente, em termos de x e t .

Compare as figuras 9 e 10 e observe que o trajeto correspondente a cada base do triângulo retângulo vale 4 metros, que é equivalente a $x/2$ e, similarmente, cada trajeto oblíquo vale d , que é igual a 5 metros, e equivalente a $t/2$. Repare que isso não é uma coincidência dos valores escolhidos, pois vale para outros quaisquer.

Essa é uma propriedade do sistema analisado e vem do fato que a velocidade da luz vale 1, neste que é o sistema **natural** de unidades.

A distância vertical, que corresponde à altura do foguete, e é ortogonal ao movimento, é $t/2$.

Usando o teorema de Pitágoras para o triângulo da figura, tem-se que $\left(\frac{\tau}{2}\right)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = \left(\frac{t}{2}\right)^2$. Isso leva à equação $\tau^2 = t^2 - x^2$, que é justamente a equação para o intervalo do espaço-tempo!

Portanto, a dimensão ortogonal ao movimento está diretamente relacionada com o intervalo do espaço-tempo. Esse fato é de fundamental importância porque permite responder a seguinte questão: Por que o intervalo do espaço-tempo é invariante?

E a resposta, é: o intervalo é invariante porque a dimensão que está ortogonal ao movimento é também um invariante. O que se quer dizer com isso é o seguinte:

A equação para o intervalo $\tau^2 = t^2 - x^2$ foi obtida geometricamente. Assim, se τ está relacionado à dimensão ortogonal, e é um invariante, a direção ortogonal ao movimento é, também, um invariante. Portanto, a invariância do intervalo vem da invariância da dimensão ortogonal ao movimento!

3.1.8 Invariância do intervalo provado

É importante lembrar que observadores de laboratório e foguetes concordam em algo importante: a invariância do intervalo espaço-tempo.

O tempo não ser absoluto implica que a diferença de tempo medida em dois referenciais distintos depende desses referenciais. Os valores de tempo e espaço, medidos nos referenciais escolhidos serão, necessariamente, diferentes. Mas, e quanto à diferença dos quadrados obtida por meio dos cálculos realizados a partir destes valores de medidas?

Observe a tabela 3 que exprime, numericamente, as medidas realizadas em dois referenciais, o laboratório e o foguete, para os eventos mencionados nela.

Tabela 3 - Diferença entre os valores de medidas em diferentes referenciais: foguete, laboratório e superfoguete (Adaptada de (Taylor & Wheeler, 2019)).

Evento	Medida no foguete	Medida no laboratório	Medida no superfoguete
Tempo desde a emissão do flash até a sua recepção	6 m	10 m	20,88 m
Distância do ponto de emissão do flash até sua recepção	0 m	8 m	20 m
Tempo ao quadrado (t^2)	36 m ²	100 m ²	436 m ²
Distância ao quadrado (x^2)	0 m ²	64 m ²	400 m ²
Resultado da subtração dos quadrados (τ^2)	36 m ²	36 m ²	36 m ²
Raiz quadrada da diferença entre eles	6 m	6 m	6 m

Resumindo: tem-se as mesmas leis para todos; o intervalo do espaço-tempo é um invariante para todos. Do que foi visto, tem-se que:

* Dois eventos que estão ao longo da direção do movimento relativo entre dois referenciais não podem ser simultâneos, conforme medido em ambos os referenciais (relatividade da simultaneidade).

* Um objeto em movimento de alta velocidade é medido para ser mais curto ao longo de sua direção de movimento do que seu comprimento original, medido em seu referencial de repouso (contração de Lorentz).

* As dimensões dos objetos em movimento transversais à sua direção de movimento relativo são medidas para serem as mesmas, qualquer que seja a velocidade relativa (invariância das distâncias transversais).

* Dois eventos com separação apenas transversal à direção do movimento relativo e simultâneos em qualquer um dos referenciais são simultâneos em ambos.

* O intervalo de espaço-tempo entre dois eventos é invariante, ou seja, tem o mesmo valor nos referenciais do laboratório e de foguetes.

Tabela 4 – intervalo de espaço – tempo entre dois eventos é invariante – tem o mesmo valor em referenciais de laboratório e foguete, adaptada do livro (Taylor e Wheeler, 2019).

	Laboratório		Laboratório	
$(\text{intervalo})^2_L$	=	$(\text{separação no tempo})^2_L$	–	$(\text{separação no espaço})^2_L$
		Foguete		Foguete
$(\text{intervalo})^2_F$	=	$(\text{separação no tempo})^2_F$	–	$(\text{separação no espaço})^2_F$

* Em qualquer referencial de flutuação livre, nenhum objeto se move com uma velocidade maior do que a velocidade da luz.

Para se aprofundar nesse último tópico, veja o artigo, com resolução comentada, sobre referencial superluminal, na segunda parte do Produto Educacional.

3.1.9 Transformação de Lorentz

Tudo o que foi visto até aqui fala sobre referenciais inerciais, treliça de relógios e conceitos que nos aproximam da compreensão do que é o invariante da relatividade especial: o espaço-tempo (três coordenadas do espaço e uma de tempo).

Os eventos e os intervalos entre eles permitem esboçar uma visão mundo físico, mesmo sabendo que treliça de relógios não existem de fato. No entanto, existem as transformações de Lorentz, que mapeiam cada evento único, desconectado de tudo, e que permite o trânsito seguro entre coordenadas conhecidas e a lógica matemática.

A razão para detalhar estas transformações é compreender que nada viaja com velocidade superior à velocidade da Luz (c). No caso de velocidades próximas à da luz, não se podem somar velocidades, como é usual para velocidades muito menores que c .

A matemática vai além do que o mundo real pode ir, assim, você pode dizer que viajando em um foguete com velocidade igual a $4/5$ da velocidade da luz, dispara uma bala para frente com velocidade igual a $4/5$ da velocidade da luz. Daí, poderia estimar que a velocidade dela seria $\frac{4}{5} + \frac{4}{5} = \frac{8}{5} = 1,6 c$, o que não é verdade, assim como não é verdade que ao misturar um volume de 1 litro de gás Oxigênio com outro de gás Carbônico, nas mesmas condições de pressão e temperatura, eles passam a ocupar o volume de dois litros. Não é assim que acontece!

Da mesma forma, a adição anterior terá como resposta um número menor que um, ou seja, de acordo com as transformações de Lorentz, $\frac{4}{5} + \frac{4}{5} = \frac{40}{41} = 0,9756 c$ (TAYLOR & WHEELER, 2019, p. 108).

A transformação de Lorentz incorpora uma característica central da relatividade: distintos valores para as separações de espaço e de tempo entre eventos, observados em diferentes referenciais, podem ser calculados a partir de seus dados, já que o espaço e o tempo são relativos, mas o intervalo espaço-tempo é invariante.

As Transformações de Lorentz (TAYLOR & WHEELER, 2019, p. 108),

$$x = \frac{x' + v_{rel} t'}{(1 - v_{rel}^2)^{1/2}}, \quad (4)$$

$$t = \frac{v_{rel} x' + t'}{(1 - v_{rel}^2)^{1/2}}, \quad (5)$$

$$y = y' \text{ e } z = z', \quad (6)$$

pairam sobre dois fundamentos:

1°. As equações devem ser lineares, e estão, portanto, elevadas à primeira potência.

2°. O intervalo do espaço-tempo é invariante (TAYLOR & WHEELER, 2019, p. 109).

Da invariância do espaço-tempo temos que as coordenadas y e z , transversais à direção do movimento relativo, não se alteram, ou seja, $y = y'$ e $z = z'$. Um conjunto de coordenadas, por exemplo (x, y, z, t) se refere ao laboratório, enquanto o outro (x', y', z', t') representa as coordenadas referentes ao foguete.

Para clarear um pouco mais, pense em um evento que ocorra, em repouso, na origem de um foguete. Este, por sua vez, se move com velocidade constante em relação ao laboratório. No referencial do foguete, o evento ocorre no tempo t' , e em $x' = 0$.

No referencial do laboratório, quais seriam a posição e o tempo do mesmo evento, considerando a velocidade entre eles igual à v_{rel} .

No laboratório, a posição é $x = v_{rel} \cdot t$ e a invariância do intervalo nos dá uma relação entre t e t' , como segue:

$$(t')^2 - (x')^2 = (t')^2 - (0)^2 = t^2 - x^2 = t^2 - (v_{rel} \cdot t)^2 = t^2(1 - v_{rel}^2)$$

do qual

$$t' = t(1 - v_{rel}^2)^{1/2}$$

ou

$$t = \frac{t'}{(1 - v_{rel}^2)^{1/2}} \quad [\text{Quando } x' = 0] \quad (7)$$

Normalmente, para simplificar, faz-se (Taylor & Wheeler, 2019, p. 109)

$$\gamma = \frac{1}{(1 - v_{rel}^2)^{1/2}}$$

e a equação (7) torna-se:

$$t = \gamma \cdot t' \quad [quando \ x' = 0] \quad (8)$$

Substituindo na equação $x = v_{rel} \cdot t$ acima para encontrar a posição no laboratório em termos de medidas no foguete,

$$x = v_{rel} \cdot \gamma \cdot t' \quad [quando \ x' = 0] \quad (9)$$

As equações anteriores dizem que se as coordenadas de espaço e de tempo de um evento são conhecidas em um referencial inercial, é possível saber essas mesmas informações em outro referencial, em movimento relativo, desde que ambos os eventos ocorrem no mesmo lugar ($x' = 0$) no foguete.

3.1.10 Transformação Inversa de Lorentz

Para o caso contrário, onde as coordenadas conhecidas são as do laboratório, para calcular as coordenadas no foguete basta que se façam as manipulações algébricas necessárias, ou seja, as equações de transformação de Lorentz inversa se tornam (TAYLOR & WHEELER, 2019, p. 112):

$$\begin{aligned} t' &= -v_{rel}\gamma x + \gamma t \\ x' &= \gamma x - v_{rel}\gamma t \\ y' &= y \\ z' &= z \end{aligned} \quad (10)$$

Ou, substituindo novamente por $\gamma = 1/(1 - v_{rel}^2)^{1/2}$

$$\begin{aligned} t' &= \frac{-v_{rel}x + t}{(1 - v_{rel}^2)^{1/2}} \\ x' &= \frac{x - v_{rel}t}{(1 - v_{rel}^2)^{1/2}} \\ y' &= y \\ z' &= z \end{aligned} \quad (11)$$

As equações 10 e 11 transformam as coordenadas de um evento conhecido, no referencial do laboratório, em coordenadas no referencial do foguete (TAYLOR & WHEELER, 2019, p. 113).

A seguir, um exemplo numérico que exemplifica o que foi dito.

Exemplo 1 – Um foguete se move com velocidade $v_{rel} = 0,866$ (portanto $\gamma = 2$) ao longo da direção x no laboratório. No referencial do foguete, um evento ocorre nas coordenadas $x' = 10 \text{ m}$, $y' = 7 \text{ m}$, $z' = 3 \text{ m}$ e $t' = 20 \text{ metros}$ de tempo de viagem da luz, em relação ao evento de referência (TAYLOR & WHEELER, 2019, p. 114).

- a. Quais são as coordenadas do evento observadas em laboratório?
- b. Transforme as coordenadas de laboratório de volta para o referencial do foguete para verificar se as coordenadas resultantes são as dadas acima.

SOLUÇÃO

a. as coordenadas transversais à direção do movimento relativo são iguais no laboratório e no foguete. Portanto, sabemos imediatamente que

$$y = y' = 7 \text{ metros}$$

$$z = z' = 3 \text{ metros}$$

As coordenadas x e t do evento, observadas no laboratório, fazem uso das duas primeiras equações:

$$t = v_{rel} \cdot \gamma \cdot x' + \gamma \cdot t' = (0,866) \cdot (2) \cdot (10 \text{ metros}) + (2) \cdot (20 \text{ metros})$$
$$t = 17,32 + 40 = 57,32 \text{ metros},$$

e

$$x = \gamma \cdot x' + v_{rel} \cdot \gamma \cdot t' = 2(10 \text{ metros}) + (0,866)(2) \cdot (20 \text{ metros})$$
$$x = 20 + 36,64 = 54,64 \text{ metros}.$$

Portanto, as coordenadas do evento no laboratório são $t = 57,32 \text{ metros}$, $x = 54,64 \text{ metros}$, $y = 7 \text{ metros}$ e $z = 3 \text{ metros}$.

- b. Use a equação 8 para retornar do laboratório às coordenadas do foguete.

$$t' = -v_{rel} \cdot \gamma \cdot x + \gamma \cdot t = -(0,866) \cdot (2) \cdot (54,64 \text{ metros}) + (2) \cdot (57,32 \text{ metros})$$
$$t' = -94,64 + 114,64 = 20,00 \text{ metros},$$

e

$$x' = \gamma \cdot x - v_{rel} \cdot \gamma \cdot t = 2(54,64 \text{ metros}) - (0,866)(2) \cdot (57,32 \text{ metros})$$
$$x' = 109,28 - 99,28 = 10 \text{ metros},$$

como foi dado no enunciado original do problema (TAYLOR & WHEELER, 2019, p. 114).

Para finalizar, compreende-se que um objeto material viajando mais rápido que a luz violaria a ordem natural de causa e efeito e isto é completamente contrário a qualquer experiência.

A seguir, o referencial teórico apresenta ideias de outros autores, a fim de compor a escolha da metodologia de ensino utilizada neste trabalho.

3.2 Sala de aula invertida

A escolha da metodologia considerou, mesmo reconhecendo que as metodologias ativas alteram o foco da Aprendizagem, do professor para o estudante e dos conteúdos para a forma, a possibilidade de inverter, em parte, o que se faz em sala de aula. Este foi um apelo, também, devido à época em que se deu o planejamento da pesquisa – em meio à pandemia do Covid-19 – e pelas incertezas sobre as possibilidades de retorno das aulas presenciais, em tempo para a aplicação do produto.

Os autores que originalmente inverteram a sala de aula (BERGMANN & SAMS, 2016) discutem as dificuldades que muitos estudantes têm em matemática e em Ciências, no geral, abordando problemas de acompanhamento, que pode ter relação com a dificuldade de os estudantes tomarem notas dos conteúdos, por causa da velocidade da explicação do professor, ou da dificuldade em decodificar as anotações feitas, depois do encerramento das aulas.

Eles citam que, por mais cuidadoso que seja o aluno, perder uma ou mais aulas compromete diretamente os resultados da aprendizagem e que os professores não podem, depois, retomar tudo o que foi perdido.

Neste ponto há que se reconhecer que, em tendo que cumprir um programa, previamente planejado, inexistente a possibilidade de o professor retornar, para atender as demandas particulares de cada um dos seus estudantes, sempre que elas surgem e, diante disso, de perdas de conteúdos e de conexões entre conteúdos, eles veem fracassar, pelo menos parcialmente, suas tentativas de manter a motivação de seus alunos.

Ao considerar que conceitos A ou B, como notas de avaliações, não correspondem à aprendizagem dos conceitos principais das disciplinas, os professores são obrigados a admitir que esses conceitos refletem apenas a capacidade de os estudantes cumprirem as exigências, de classificação escolar, satisfazendo assim, os

critérios de avaliação, encaixando-os em um padrão de acertos dos gabaritos; por isso, os autores se perguntavam sobre como evitar que os alunos simplesmente desistam de aprender, diante de todas as dificuldades em aprender conteúdos escolares.

Assim, ao justificar a inversão da sala, BERGMANN & SAMS afirmam que, nas suas perspectivas, esta foi uma tentativa de estar com seus alunos quando eles mais precisam da presença do professor, ou seja, quando estão bloqueados e carecem da ajuda para realizar as tarefas escolares e resolver os problemas.

A proposta passa, então, pela ideia de gravação das aulas, de forma que os estudantes possam assisti-las quantas vezes quiserem, e ter a oportunidade de “rebobinar” ou “pausar” o professor.

Os autores afirmam que a inversão ajuda a personalização das aulas, ajustando-as às necessidades de cada um, e pode ser compreendida como uma proposta promissora, com vistas a melhorar o desempenho dos estudos, além de favorecer a formação ininterrupta dos professores.

Diante disso, e da dificuldade da própria mestrandia em assimilar e delimitar, dentre os textos de relatividade que passou a estudar, o que seria mais importante discutir com os estudantes, a opção pela gravação das aulas em vídeos surgiu de forma a resolver dois problemas: o de sistematizar o estudo, por parte dos pesquisadores, e o de fornecer aulas gravadas para garantir o acesso de seus estudantes, mesmo aqueles que devido à pandemia, não pudessem comparecer a algum dos encontros planejados para o estudo.

3.3 Avaliação da aprendizagem

Para articular os resultados da Educação com as expectativas sociais é necessário compreender um pouco sobre a posição dos pais e dos estudantes, com relação à escola.

De uma forma esclarecedora, Luckesi aborda esse tema atrelando as expectativas dos estudantes às notas escolares, por compreenderem estas como a expectativa de seus pais. No entanto, viu-se com Bergmann & Sams que isso abre possibilidades para a criação de lacunas de formação por desmotivar a aprendizagem devido à falta de referências cognitivas, necessárias à construção do conhecimento escolar, como será explicado por Ausubel, na Teoria da Aprendizagem Significativa.

É como se a nota e os resultados da escolarização fossem sinônimos, ou representassem a mesma coisa, quando na verdade são coisas completamente diferentes.

Por mais que estudantes sejam aprovados, ou seja, tenham notas que lhes permitam prosseguir nos estudos, em níveis de maior complexidade, os índices educacionais do país demandam atenção, há décadas, e a compreensão de textos, articulações de ideias e autonomia intelectual não são propriamente os resultados associados, atualmente, aos processos educacionais.

Luckesi coloca o sistema educacional como satisfeito com os resultados e as notas obtidas nos exames:

O próprio sistema de ensino está atento aos resultados gerais. Aparentemente (só aparentemente), importa-lhe os resultados gerais: as notas, os quadros gerais de notas, as curvas estatísticas. Dizemos “aparentemente”, devido ao fato de que, se uma instituição escolar inicia um trabalho efetivamente significativo do ponto de vista de um ensino e de uma correspondente aprendizagem significativa, social e politicamente, o sistema “coloca o olho” em cima dela. Pode ser que essa instituição, com tal qualidade de trabalho, esteja preparando caminhos de ruptura com a “normalidade”. Contudo, se apresentar bonitos quadros de notas e não estiver atentando contra “o decoro social”, ela estará muito bem. Porém, caso esteja agindo um pouco à margem do “normal” (ou seja, na perspectiva da formação de uma consciência crítica do cidadão), será “autuada”. Enquanto o estabelecimento de ensino estiver dentro dos “conformes”, o sistema social se contenta com os quadros estatísticos. Saindo disso, os mecanismos de controle são automaticamente acionados: pais que reclamam da escola; verbas que não chegam; inquéritos administrativos etc. (LUCKESI, 2013, p. 458/4129 Kindle).

Este é um quadro facilmente reconhecido por agentes sociais e é, segundo o autor, articulado com um sentimento humano tão comum, que às vezes passa despercebido: o medo (que carrega consigo formas de submissão, necessárias ao poder do Estado, da Igreja e até da família, e que acabaram substituindo as formas explícitas de castigo físico por formas de punição mais sutis – as de castigo psicológico).

Esta é uma questão que visa transformar o que não é normal, em normal. De se aceitar que processos escolares gerem resultados pouco significativos, na valorização das notas em detrimento da própria construção do conhecimento escolar.

Daí a prática de aferir aproveitamento escolar vem na contramão dessa normalidade, por pretender tirar proveito dela para a prática docente, no sentido de possibilitar alterações metodológicas geradoras desse conhecimento, que advém de dar

significado a representações, conceitos e proposições, estas sim, que propiciem a construção do conhecimento por meio da dinâmica das interações entre professores, estudantes e materiais didáticos potencialmente significativos.

Para isso, “a ciência constitui um instrumento com o qual se trabalha no desvendamento dos objetos e, por isso, nos permite, com alguma segurança, escolher um caminho de ação” (LUCKESI, 2013, p. 599/4129 Kindle).

Na concepção de Luckesi, portanto, a prática de aferir o aproveitamento escolar deve ser acompanhada por, basicamente, três procedimentos sucessivos:

- medida do aproveitamento escolar;
- transformação da medida em nota ou conceito;
- utilização dos resultados identificados.

Com esse resultado em mãos, o professor tem diversas possibilidades de utilização, tais como:

1. registrá-lo, simplesmente, no Diário de classe ou caderneta de alunos;
2. oferecer ao educando, caso ele tenha obtido uma nota ou conceito inferior, uma “oportunidade” de melhorar a nota ou conceito, permitindo que faça uma nova aferição;
3. atentar para as dificuldades e desvios da aprendizagem dos educandos e decidir trabalhar com eles para que, de fato, aprendam aquilo que deveriam aprender, construam (LUCKESI, 2013, p. 647/4129 Kindle).

Mas não deixa de ser um problema político a ser resolvido mediante as críticas ao sistema, ou como ele está constituído atualmente, mas também, mediante apresentações de soluções estudadas e compreendidas a fim de que sejam construídas alternativas metodológicas plausíveis.

Neste sentido, o de compreender o problema da Educação sob diferentes olhares, outros estudos como o de Saviani (2018), descrito a seguir, pode contribuir para a articulação das ideias apresentadas.

3.4 Escola e democracia

Saviani, ao abordar o problema político relativo ao funcionamento interno da escola de 1º grau, no Brasil, o faz pela diferenciação entre atividades-meio – vinculadas ao corpo técnico/administrativo – e atividades-fim – que diz respeito aos professores e

estudantes, colocando o foco sobre as atividades-fim, que são as que efetivamente motivam e mantêm a existência e o funcionamento das escolas.

Dito de outra forma, as escolas não foram criadas para abrigar estudantes, professores e o corpo técnico administrativo, mas para permitir a construção do conhecimento e colocar o conhecimento humano ao acesso de todos.

Três teses apresentadas pelo autor podem situar as ideias no tempo, e são resumidas da seguinte forma (SAVIANI, 2018, p. 1411/2638 Kindle):

1ª (de caráter filosófico-histórica) – do caráter revolucionário da pedagogia da essência e do caráter reacionário da pedagogia da existência;

2ª (de caráter pedagógico-metodológica) – do caráter científico do método tradicional e do caráter pseudocientífico dos métodos novos;

3ª (de caráter conclusivo) – de como, quando mais se falou em democracia no interior da escola, menos democrática foi a escola; e de como, quando menos se falou em democracia, mais a escola esteve articulada com a construção de uma ordem democrática.

Da forma com que apresenta suas ideias, desde a concepção de liberdade do homem na antiguidade grega, o autor chama a atenção para o fato de que liberdade nem sempre tem o mesmo significado para todo e qualquer indivíduo, ou em todo e qualquer momento no tempo.

Naquela época, dirigir-se aos homens equivaleria a dirigir-se aos senhores, já que servos não eram considerados seres humanos.

A liberdade dos dias atuais, cuja transformação passou pela Idade Média como algo respaldado pela divindade, responsável pela criação de homens e servos, segundo uma essência predeterminada – de modo que a essência humana justificava as diferenças – permite comparações e reflexões sobre o que era, e o que se compreende por liberdade, atualmente.

Desse ponto de vista, a palavra liberdade pode ser vista como uma máscara para esconder um plano que prevê justamente o contrário do que ela representa: manter servos os indivíduos que ignoram a própria ignorância, relativa aos conhecimentos que deveriam advir da própria formação escolar.

É desse ponto que este trabalho parte, assumindo as semelhanças que o alerta de Saviani, inserido na discussão sobre o contexto escolar, tem com a autonomia intelectual proposta pela Teoria da Aprendizagem Significativa. Essa autonomia, que decorre da construção e organização do conhecimento, deve surgir no interior de

estruturas cognitivas individuais, mas passam, necessariamente, pelo processo coletivo da Educação.

Indo além, Saviani afirma que “ENSINO NÃO É PESQUISA” e que o movimento da Escola Nova marcou o cenário do sistema escolar, ao tentar articular o ensino com o processo de desenvolvimento da ciência – desarticula a legitimidade do chamado método tradicional com o produto da ciência, ou seja, a Escola Nova buscou considerar o ensino como um processo de pesquisa,

daí por que ela se assenta no pressuposto de que os assuntos de que trata o ensino são problemas, isto é, são assuntos desconhecidos não apenas pelo aluno, como também pelo professor. Nesse sentido, o ensino seria o desenvolvimento de uma espécie de projeto de pesquisa, quer dizer, uma atividade – vamos aos cinco passos do ensino novo que se contrapõem simetricamente aos passos do ensino tradicional: então, o ensino seria uma atividade (1º passo) que, suscitando determinado problema (2º passo), provocaria o levantamento dos dados (3º passo), a partir dos quais seriam formuladas as hipóteses (4º passo) explicativas do problema em questão, empreendendo alunos e professores, conjuntamente, a experimentação (5º passo), que permitiria confirmar ou rejeitar as hipóteses formuladas (SAVIANI, 2018, p. 1238/2638 Kindle).

Dessa forma, a Escola Nova tenta estabelecer uma nova estrutura Educacional, que contraria o método tradicional, impondo aos Sistemas de Ensino abortar a transmissão dos conhecimentos obtidos pela Ciência, que passam previamente pela compreensão das áreas do conhecimento, pela organização e sistematização metódica, antes de serem aceitos e incorporados ao acervo cultural da humanidade.

Então, a diferença a ser compreendida e estudada é que o ensino tradicional

centra-se no professor, nos conteúdos e no aspecto lógico, ou, centra-se no professor, o adulto, que domina os conteúdos logicamente estruturados, organizados, enquanto os métodos novos centram-se no aluno (nas crianças), nos procedimentos e no aspecto psicológico, isto é, centram-se nas motivações e interesses da criança em desenvolver os procedimentos que a conduzam à posse dos conhecimentos capazes de responder às suas dúvidas e indagações (SAVIANI, 2018, p. 1238/2638 Kindle).

A discussão de Saviani se interconecta com a de Ausubel, no sentido de que os métodos novos, em atual curso na Educação Básica, privilegiam os processos de **obtenção** dos conhecimentos, enquanto os métodos tradicionais privilegiam os métodos de **transmissão** dos conhecimentos já obtidos e sedimentados pelas Ciências.

Ausubel, ao apresentar sua teoria, reconhece, assim como Saviani, o retrocesso dos métodos atribuídos a esta concepção, e resgata o ensino à transmissão de conteúdos, basicamente por recepção:

o interesse pela TAS, e pela “aprendizagem de recepção significativa, por meio de ensino expositivo apropriado e materiais instrucionais, tem sido o declínio nas abordagens de "aprendizado por descoberta", "aprendizagem por processo", "aprendizagem por investigação", etc. (AUSUBEL, 2000, p.12)

Parte-se, portanto, do reconhecimento da Teoria da Relatividade como um conhecimento da humanidade para, por meio da análise de dados gerados a partir da experiência docente, acessar qual a demanda técnica e temporal que permite a aprendizagem da teoria por estudantes da educação pública.

A avaliação, no contexto deste trabalho, será como propõe Luckesi, um mecanismo subsidiário da condução da ação em prol dos objetivos da pesquisa que utilizará, como referência principal, a proposta de ensino por recepção, apresentada por Ausubel.

3.5 Teoria da aprendizagem Significativa

Esta seção considera como principal referência a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS), discutida por muitos professores como simples de ser aplicada, mas que na verdade não produz os resultados ventilados por eles.

Por exemplo, quando se admite utilizar a TAS como referência para criar métodos de ensino, sem respeitar suas prerrogativas, ou sem compreender suas bases, se está contribuindo, imperceptivelmente talvez, para a perpetuação dos resultados que mantém o sistema educacional em um nível de qualidade abaixo do que é esperado.

Moreira (2018), um dos principais articuladores da teoria de Ausubel na pesquisa sobre Ensino, no país, admite que a apropriação da TAS foi superficial e polissêmica, ou seja, com muitas possibilidades de interpretações. Isto significa dizer que nem todas as estratégias educacionais, que usam a teoria como referência, estejam produzindo a Aprendizagem a que se referem.

O autor esclarece que nem tudo o que é feito em nome da TAS usa efetivamente a teoria como suporte metodológico, e reafirma que existe a necessidade do estudo

sistematizado da teoria, para que a escola compreenda que a aprendizagem mecânica permanece na maioria de seus resultados, mesmo aqueles que declaram ter a Aprendizagem Significativa como objetivo.

A questão da polissemia, abordada por Moreira (1996), quando admite as múltiplas interpretações para a mesma teoria, foi cuidadosamente evitada, já em 1976, quando, falando sobre modelos mentais, Miller e Johnson-Laird publicaram sobre “psico lexicologia” (OAKHILL, J. GARNHAM, 1996, APUD MILLER & JOHNSON-LAIRD, 1976, p.677).

Eles previam que as palavras têm certos sentidos centrais, e que a decomposição semântica desses sentidos lançaria luz interessante sobre as mentes que as usam, e, embora na época tenha sido tratada como questão periférica, nas páginas finais de seu livro sobre o tema, Miller e Johnson-Laird admitem que a maturidade das ideias recupera a importância de se considerar a polissemia e as dificuldades atreladas a ela: “Contamos com definições incompletas para nos dar as dimensões maiores da organização léxica e tentamos deixar em aberto a questão de como melhor explicar a polissemia” (OAKHILL, J. GARNHAM, 1996, APUD MILLER & JOHNSON-LAIRD, 1976, p.677).

Na atualidade, muito provavelmente, seria importante retomar esse tema, pela impossibilidade de deixá-lo à parte das discussões, como reconhece Moreira, quando afirma que muito do que se faz no Ensino é associado à teoria sem, no entanto, que o significado do que é tratado por ela tenha sido compreendido ou, tenha produzido os frutos preconizados por ela.

O produto educacional que se apresenta tem como objetivo principal aumentar a eficácia escolar, no que se refere, especificamente, ao tema “Teoria da Relatividade Restrita”, tendo a compreensão da TAS como suporte para a escolha da metodologia a ser utilizada. Por isso, os parágrafos que seguem se utilizarão da apresentação, detalhamento e exemplos práticos, para que a organização da estrutura cognitiva de quem o escreve sirva de base para a organização, sistematização e recursão dos temas, que realmente se destacam da fundamentação, no sentido de atingir os objetivos propostos.

Em primeiro lugar far-se-á uma tentativa de distinguir entre os pressupostos de teorias anteriores e posteriores à TAS.

A figura 11 possibilita uma visão geral do que cada enfoque propõe, permitindo, portanto, uma discussão mais detalhada a respeito da implicação das escolhas das referências, nas metodologias pelas perspectivas indicadas.

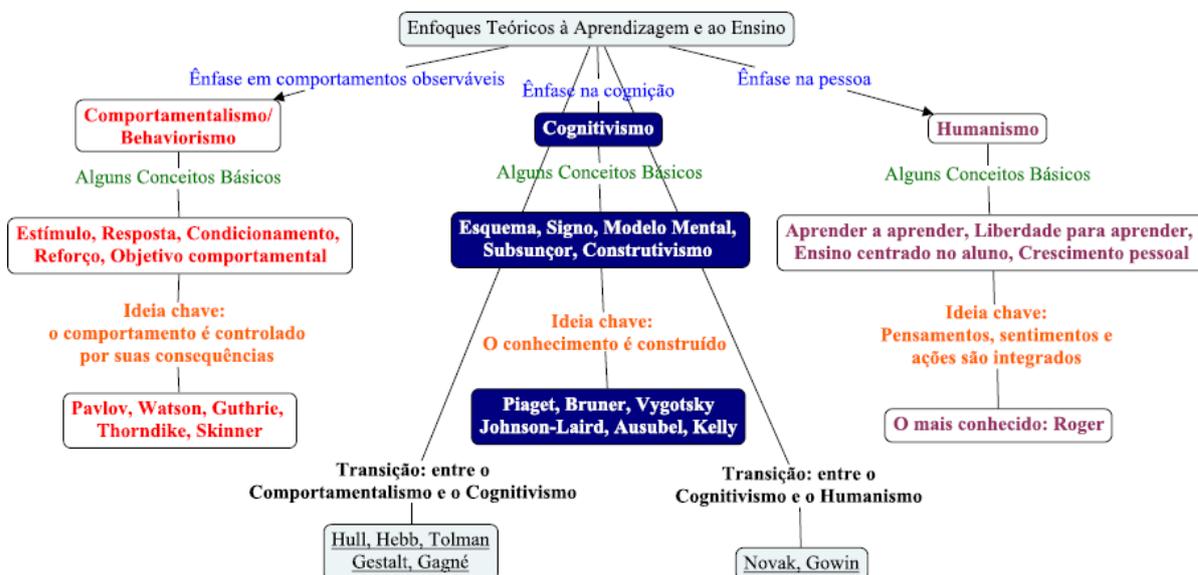


Figura 11 - Resumo das Teorias de Aprendizagem (Fonte: adaptada do livro de Moreira, 1999, p.18).

Observando a figura 11, os Enfoques Teóricos à Aprendizagem e ao Ensino, observa-se que na primeira coluna tem-se o Comportamentalismo, com ênfase nos comportamentos observáveis. Essa teoria defende que o comportamento se manifesta como respostas do indivíduo a um estímulo externo.

O Comportamentalismo, ou Behaviorismo – como é conhecida a teoria – trabalha a ideia de conceitos como estímulos, respostas, condicionamento, reforço e objetivo comportamental. A chave é o comportamento ser controlado por suas consequências.

Skinner pode ser escolhido como um bom representante do comportamentalismo e da associação da teoria com o que ocorre nos processos de Ensino-Aprendizagem (MOREIRA, 1999, P.18).

Na escola essa teoria traz consigo algumas características como, criar comportamentos específicos e desejados, vendo o aluno como alguém que pode aprender por meio de estímulos, que são recompensados conforme os objetivos sejam alcançados.

Passando para a coluna central, a ênfase é cognitivista, e seu principal representante é David Ausubel. Na teoria cognitiva, os conceitos básicos são: esquema,

signo, modelo mental, subsunção e construtivismo, e sua linha de pensamento é que o conhecimento é construído, e não adquirido pelo Homem. Note que, nos sistemas escolares, essa construção, por parte dos estudantes, é rigorosamente atrelada à compreensão dos professores, por isso, é necessário considerar a formação inicial e continuada destes profissionais, no contexto da pesquisa.

Para o cognitivismo, o conhecimento é um processo acionado por um novo conhecimento, ou nova informação, que interage de forma não literal, e não arbitrária, com outras, presentes na estrutura cognitiva.

O cognitivismo vem, historicamente, depois do comportamentalismo e colabora com uma nova visão do processo de aprender. Enquanto o Behaviorismo está preocupado em estudar estímulos, respostas, condicionamento, reforço e objetivo comportamental, o cognitivismo quer expandir essa lista incluindo a cognição, ou seja, o raciocínio.

Assim, a pessoa percebe um estímulo e isso aumenta as chances de ela emitir uma resposta. No entanto, o estímulo recebido passa por um processo mental antes de o indivíduo responder a ele, e é esse processamento cognitivo de informações que interessa ao cognitivismo. Passa-se da observação do comportamento “observável” – característico do behaviorismo – à pretensão de observar a estrutura cognitiva dos indivíduos, ou seja, uma estrutura impossível de ser observada diretamente.

Na terceira coluna, identificam-se as características do humanismo na educação, e talvez seja possível identificar os dois problemas citados no início do texto: 1. a apropriação superficial e polissêmica da TAS e 2. o motivo dessa indistinção – que tem vínculos maiores com a fase de transição do foco das segunda e terceira colunas apresentadas na figura 11.

Na teoria humanista, a ênfase está na pessoa, e alguns conceitos básicos dela é o Aprender a aprender, liberdade para aprender, ensino centrado no aluno e crescimento pessoal. Sua ideia chave é que os pensamentos, sentimentos e ações, estão integrados, ou seja, todos conectados entre si. Na escola, dentro da visão humanista, o professor acaba sendo o facilitador da aprendizagem, e deve atuar como mediador, sempre respeitando as individualidades de cada estudante.

Já o estudante, tido como centro integrado de seus esforços, é o foco do processo de aprendizagem. Desta perspectiva, o ensino deve ser centrado no aluno, ele deve aprender a aprender, com total liberdade e assessoramento, para buscar o crescimento pessoal.

É preciso considerar, no Humanismo, que sentimentos, pensamentos e ações estão conectados ao processo e devem ser respeitados. O autor humanista mais conhecido dentro das teorias educacionais é Carl Roger.

Algo que deve ser considerado, ao longo do trabalho, é como a escola pública se encaixa dentro das condições em que se querem implantar metodologias de Ensino que vislumbrem a TAS como resultado, mesmo adotando metodologias do humanismo, que demandam muito mais recursos, humanos e financeiros, do que a escola atual dispõe para seu funcionamento.

Antes de discutir sobre isso, porém, é necessário introduzir pontos importantes da teoria para subsidiar as análises e explicar quais afirmações de Ausubel forjaram a escolha do método.

Ausubel (2000) parte do pressuposto de que a relação entre ideias, simbolicamente expressas, devem, necessariamente, interagir com o que o aprendiz já sabe, de modo substantivo, ou seja, não é suficiente que se compreendam as frases e seus significados, o que poderia ser classificado como interação literal, mas que o que é dito por aquele que ensina encontre respaldo nas ideias presentes na estrutura cognitiva de quem aprende. Mais do que isso: um significado deve ser associado a algo com o que mantenha uma relação não-arbitrária.

Falando de outra forma, não é qualquer conhecimento prévio do estudante que servirá de suporte a um novo e particular conhecimento. Os subsunçores de um conceito não são os mesmos que servem como suporte para outros, o que implica dizer que diferentes conhecimentos exigem diferentes subsunçores.

É verdade, porém, que quanto mais complexa, mais organizada e mais compreensiva for a estrutura cognitiva de um aprendiz, maior as chances de alguns dos subsunçores presentes nela servir de suporte para novos conhecimentos, que devem ser construídos nessa interação. Porém, se é verdade que conceitos mais gerais fazem sentido quando conceitos menos abrangentes, mais restritos, estão presentes, também é verdade que os conceitos específicos são trazidos à compreensão quando suportados por outros, mais complexos e abrangentes.

Assim, dependendo de o subsunçor ser mais ou menos estável, de ele ser mais ou menos diferenciado de outros, o fato é que novos conhecimentos dependem de um processo dinâmico e interativo que, na Aprendizagem Significativa, modela ideias âncoras e novos conhecimentos, em um novo subproduto, que altera ambos e corrobora significados já existentes e novos.

Moreira diz, em um de seus ensinamentos sobre a teoria de Ausubel:

É importante reiterar que a aprendizagem significativa se caracteriza pela *interação* entre conhecimentos prévios e conhecimentos novos, e que essa interação é *não-litera*l e *não-arbitrária*. Nesse processo, os novos conhecimentos adquirem significado para o sujeito e os conhecimentos prévios adquirem novos significados ou maior estabilidade cognitiva (MOREIRA, 2012, p.2).

Variantes dinâmicas que interagem com esse tipo de aprendizagem são o que se denomina de **diferenciação progressiva** e **reconciliação integradora**. Ambas relacionam as novas informações às já existentes na estrutura cognitiva do estudante, ou seja, à medida que o indivíduo aprende, alguns significados vão ficando mais evoluídos, mais apurados, mais elaborados e organizados, prontos para novos usos, portanto. Isso decorre da percepção de diferenças entre conceitos.

Dessa forma, conhecimentos novos são construídos, mantendo ou alterando significados anteriores e criando outros para, na medida em que a aprendizagem se estabelece enquanto método, ela se transforme em Significativa.

A diferenciação progressiva é, portanto, o exercício que atribui novos significados a um certo subsunçor, ou seja, qualquer hipótese ou conceito que seja utilizado contínuas vezes dará significados a novos conhecimentos.

Já a reconciliação integradora, nada mais é que a reconciliação de diferentes significados, para um conceito chave. Um estabelecimento de analogias entre ideias que também podem ser conceitos ou proposições presentes na estrutura cognitiva do estudante. É como se a existência de conceitos estáveis, e com um certo grau de distinção, fossem relacionados com outros, passando a adquirir novos significados e levando a uma reestruturação da estrutura cognitiva de quem aprende de forma Significativa.

Há também outras formas de classificações de Aprendizagem Significativa, que são: Subordinada, Superordenada e Combinatória.

Aprendizagem subordinada é quando uma nova informação adquire um significado ao interagir com um subsunçor e essa nova informação é subordinada (condicionada) a estrutura cognitiva do aluno. Por exemplo: o aluno conhece algumas formas geométricas no plano, como triângulos e quadriláteros, e está sendo apresentado para sólidos geométricos, definidos no espaço tridimensional, como cubos ou prismas.

Os conceitos anteriores, e as novas informações, a serem apreendidas, tem íntima relação entre si e são, portanto, facilitadores dessas novas aprendizagens. A ideia

de quadrilátero é um conhecimento mais geral, mais relevante, ou seja, o conhecimento que ele já possui é o que se subordinará e modificará com os novos conhecimentos, de modo a facilitar o aprender com significados.

Aprendizagem superordenada é diferente e não muito comum, é quando um conceito mais significativo e mais globalizado que as ideias que já estão na estrutura cognitiva é adquirido, e passa a assimilar os conceitos que já existiam, mas eles acabam sendo menos desenvolvidos. O conteúdo aprendido se for mais abrangente, reúne as ideias já existentes e conduz também a outras passagens, outros subsunçores, relacionando-se com estes, mais geral do que as ideias cognitivas já existentes. Com isso, passam a assimilar através de globalizações e sínteses. É como se um indivíduo que conhece muito bem um prisma de base hexagonal, que é uma figura tridimensional, mais complexa do que as do plano, passasse a identificar, a partir do prisma, figuras mais simples, como triângulos, retângulos e hexágonos, por exemplo, como mostra a figura 12.

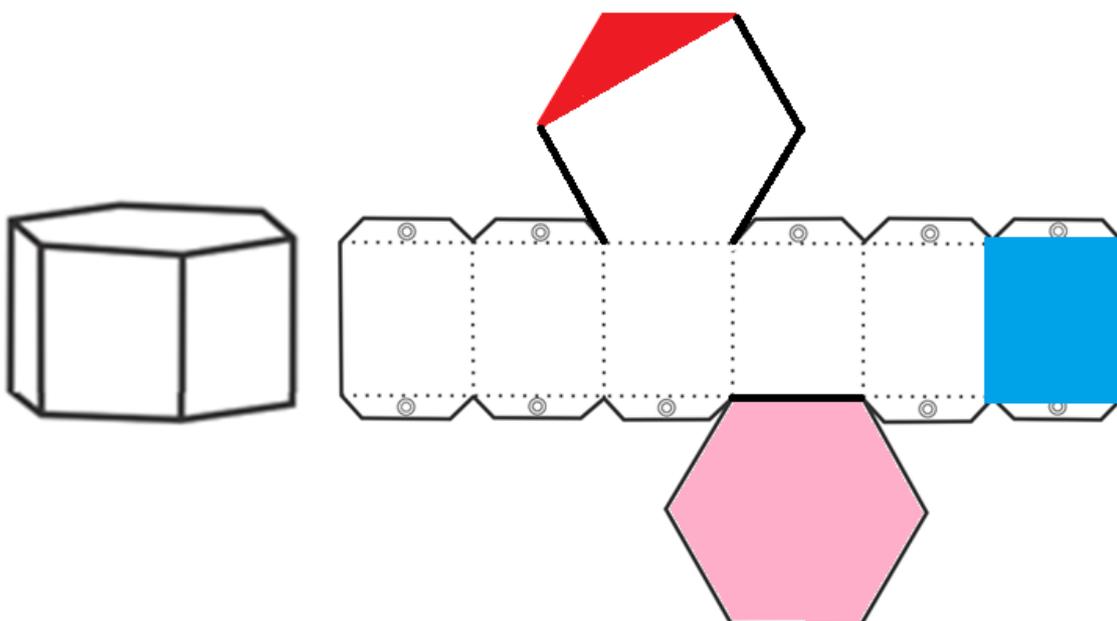


Figura 12 - Componentes de maior ou menor complexidade que subordinam ou superordenam novos conhecimentos (Fonte: os autores).

Na aprendizagem combinatória existem conceitos ou proposições que não se subordinam nem podem conter os subsunçores existentes, ou seja, eles não têm uma relação de **subordinação** ou **superordenação**. É um conteúdo aberto e relevante de uma maneira geral na estrutura cognitiva. É uma ideia que não pode ser assimilada por outra, mas também não pode incorporar o que já existe.

Outra questão que também é abordado dentro da TAS é a assimilação obliteradora, que consiste no esquecimento dos conhecimentos mais específicos e, da continuação dos conhecimentos mais gerais que foram modificados pelos mais específicos. As ideias que foram aprendidas começam a tornar-se, progressivamente, menos recuperáveis das respectivas ideias ancoradas e deixam de figurar na estrutura cognitiva do sujeito.

Então pode-se entender que a Aprendizagem Significativa não é algo que o aprendiz nunca vai esquecer, mas sim algo sobre o quê se mantém um esquecimento residual, de forma que, com menor esforço é possível recuperar pela memória ou reaprender significados num tempo muito mais curto.

Nas palavras do autor, assimilação obliteradora é:

Quando não usamos um conhecimento por muito tempo, se a aprendizagem foi significativa temos a sensação (boa, tranquilizante) de que, se necessário, podemos reaprender esse conhecimento sem grandes dificuldades, em um tempo relativamente curto. Se a aprendizagem foi mecânica a sensação (ruim, de perda de tempo no passado) é a de que esse conhecimento nunca foi aprendido, e não tem sentido falar em reaprendizagem (MOREIRA, 2012, p.17).

Um exemplo, retirado do mesmo texto, é que se um aluno já conhece a Lei da Conservação da Energia, aplicada na energia mecânica ($E_m = E_{pg} + E_{el} + E_c$), por exemplo, e sabe resolver atividades que envolvem a mudança da energia potencial (E_{pg}) em cinética (E_c), ou vice – versa, esse “conhecimento” sobre conservação poderá servir de âncora para pensamentos mais fundamentados sobre outros assuntos. Dessa forma, caso ele seja apresentado à primeira lei da termodinâmica, $\Delta E = Q - \tau$, que relaciona a energia interna de um gás (E), com a quantidade de calor (Q) cedida ou retirada do sistema, e o trabalho realizado (τ) por, ou sobre, ele, aquelas ideias anteriores podem facilitar aprendizagens relacionadas.

Neste caso, a lei da conservação da energia para os sistemas termodinâmicos pode ser mais facilmente apreendida pelo indivíduo que tem a conservação de energia mecânica como aprendizagem anterior.

Quanto mais ele fizer relação entre os subsunçores ($\Delta E_m = 0$) com a nova informação ($\Delta E = Q - \tau$, ou, se $\Delta E = 0$, então $Q = \tau$), mais fácil será a construção do novo conhecimento.

Assim, fica claro que se tudo o que deve ser aprendido pelo estudante for novo, maior tempo e esforço exigirá dele, quando comparado a alguém que compreende coisas similares, e já possui um acervo anterior de conhecimentos, relevante para associar aos novos conteúdos a serem apreendidos. Neste caso, o indivíduo compreende que determinadas informações são complementares à outras que ele já conhece.

É na interligação de informações, conhecimentos, de áreas que se complementam e trocam significados entre si – ou subsunçores – que o estudante compreende algo novo como formado por peças e conexões que já compreendia e conhecia anteriormente.

É um processo de reconhecimento, aprendizagens e reconciliações, que potencializa o conhecimento como construção humana e que permite, a quem aprende de forma significativa, perceber que conhecimentos novos são construídos sobre outros que já lhe são anteriores e imprescindíveis.

Dessa forma, pode-se dizer que um bloco dessa construção depende intimamente de um outro bloco específico, ou de blocos anteriores que permitem dar corpo às ideias, ou vice-versa, mas que para se relacionarem, necessitam, antes, existir.

Dito de outra forma, não é possível relacionar objetos que não existam, da mesma forma como não é possível construir conhecimentos, cada vez mais elaborados e complexos, a partir de uma estrutura cognitiva que não possua subsunçores mínimos que permitam essa construção.

Por outro lado,

dizer que o conhecimento prévio é a variável que mais influencia a aprendizagem significativa de novos conhecimentos não significa dizer que é sempre uma variável facilitadora. Normalmente sim, mas pode, em alguns casos, ser bloqueadora (MOREIRA, 2012, p.7).

Alguns conhecimentos trazidos à sala de aula, incorretos, mas que foram aprendidos de forma significativa, podem, também, retardar ou impedir a construção de um novo conhecimento. É o que se denomina obstáculo epistemológico. Algo que, por fazer parte do acervo de conhecimentos do indivíduo pela via do senso comum, e estar relacionado de forma inequívoca com outros, parece verdadeiro e dificulta sua substituição pelo conceito estabelecido pela Ciência, por exemplo.

Diante disso, a construção do produto educacional que compõe esta dissertação, considerando: 1. a interpenetrabilidade de conteúdos, 2. as conexões que devem existir

entres as diferentes partes daquilo que é oferecido aos estudantes, como conteúdos a serem aprendidos, e principalmente, considerando 3. a organização e a sequência lógica e encadeada das ideias, necessárias para subsidiar o conhecimento sobre a teoria da relatividade, propõe a construção de várias unidades didáticas – como material potencialmente significativo – a ser detalhado, adiante, dentro do tópico metodologia.

Isto, para evitar o que acontece quando os conteúdos são listados em um programa, linearmente concebido e aplicado, sem que se permitam idas e voltas, capazes de reconciliar o que está sendo aprendido.

4. Metodologia

Como apresentado anteriormente, o estudo tem seu foco no tempo de aprendizagem, concebido como peculiar, e altamente interrelacionado à cultura de cada um, tendo, em acordo com a visão de Novak (1984), a concepção de cultura como a parte específica do conhecimento humano que um indivíduo é capaz de assimilar.

Essa visão complementa a defesa de Ausubel sobre a aprendizagem ser dependente do que o estudante já traz, em sua bagagem anterior, e que pode colaborar com a aprendizagem de temas relacionados.

Por isso, para atender a Teoria da Aprendizagem Significativa, referencial teórico principal considerado na construção do Produto Educacional, a metodologia do trabalho prevê a criação de questionários a serem respondidos pelos alunos, após as aulas, exclusivamente referentes aos conteúdos abordados em cada uma.

A metodologia de pesquisa articula, portanto, o objetivo de explorar o Ensino de Física pela perspectiva do interesse dos estudantes, motivada pela compreensão de tópicos relacionados. Trata-se de uma abordagem qualitativa, sobre aspectos de assimilação, recomposição iterativa, organização, e apreensão de conceitos.

Quanto ao procedimento técnico, ela pode ser classificada como uma pesquisa experimental (PRADANOV, 2013), já que a abordagem depende sempre do passo anterior, observado, durante o desenvolvimento do tema, pelo professor-pesquisador, que no caso é o articulador do projeto no que se refere à concepção e à aplicação do produto, de forma direcionada ao grupo de participantes.

A figura 13 mostra uma visão geral da metodologia.

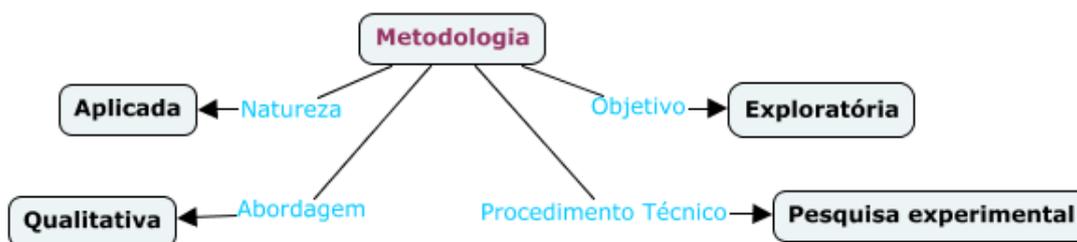


Figura 13 - Resumo da Metodologia da Pesquisa (Fonte: os autores).

O aspecto experimental permite do ponto de vista da análise da ação, a apropriação, por parte do professor, de quais os caminhos devem ser seguidos, mediante

a verificação e o acompanhamento das apreensões específicas, modeladas nas estruturas cognitivas em desenvolvimento, a partir do ensino proposto.

Portanto, a pesquisa é de natureza aplicada e com o objetivo de explorar o atual cenário educacional, por dentro da sala de aula, com vistas ao conhecimento de estruturas que, ao serem reproduzidas, deixa-o intato, ou, se compreendido, oferece a oportunidade de intervenção oportuna e orientada pelo estudo acadêmico.

O produto foi aplicado em três turmas de 3ª séries do ensino médio, com vinte alunos na primeira turma, dezesseis alunos na segunda turma e vinte e cinco alunos na terceira, em encontros síncronos, acompanhados pelos pesquisadores.

Sua elaboração, dentro da proposta desta dissertação, delimita o tema em cinco vídeos, preparados para que os alunos possam ter um panorama geral da Teoria da Relatividade Especial, com a liberdade de expandir as aulas por meio da criação de um ambiente de facilitação da Aprendizagem.

As aulas foram ministradas em um colégio estadual, no município de Campos Lindos – TO, em turmas do ensino regular.

A sequência do calendário escolar permitiu a aplicação de conceitos importantes da Física Moderna, embora tenha restringido os encontros em aulas de cinquenta minutos cada.

A parte expositiva se deu da seguinte forma: o primeiro vídeo, abordando conceitos sobre plano cartesiano e Teorema de Pitágoras; o segundo introduz o tema da Relatividade e o conceito de referenciais inerciais; o terceiro vídeo trata as quatro dimensões, de forma intrínseca, abordando a noção do intervalo do espaço-tempo e definindo eventos e intervalos; o quarto vídeo traz o conceito de Simultaneidade, o que é a contração de Lorentz, o comprimento próprio, a dilatação temporal e o tempo próprio e, por último, a invariância da dimensão transversal ao movimento; o quinto e último vídeo discute a impossibilidade de velocidades superiores à velocidade da luz e traz as transformações de Lorentz, que permite que o conhecimento sobre eventos ocorridos em um referencial possa ser reportado a outro, desde que o movimento entre eles seja uniforme.

A apresentação dos vídeos (de aproximadamente 10 minutos) se deu da forma descrita a seguir.

Abriam-se as discussões, em momentos determinados das aulas, para incitar o debate sobre os conteúdos, possibilitando a relação dos conceitos trabalhados com a

realidade do aluno. Na apresentação, foram utilizados *Datashow*, *notebook*, caixa de som e em alguns momentos, o quadro.

Os vídeos permitiam mostrar processos que apenas com o livro e o quadro não são possíveis de serem visualizados, por exemplo, como funciona a relatividade da simultaneidade aplicada em um trem em movimento.

Após a reprodução dos vídeos, pode-se fazer uma avaliação breve sobre como foi o aprendizado dos estudantes perguntando quais os principais fenômenos que eles identificam e o que percebem como mais interessante nos vídeos, além das conexões que fazem com exemplos do dia a dia.

A avaliação dos resultados do processo de Ensino-Aprendizagem foi feita pelo acompanhamento ininterrupto do professor e por meio de questionários, em cada um dos encontros, que foram enviados através de links do formulário do google, permitindo a cada um o tempo de resposta mais conveniente ao seu perfil, fora do horário síncrono, assim como os links dos vídeos, que ficaram acessíveis durante o todo o tempo da pesquisa, para que o horário das aulas não restringisse o acesso aos conteúdos.

De acordo com o que foi dito no referencial teórico, nas falas de Luckesi, a avaliação manteve o caráter diagnóstico, para orientar a aplicação do produto mediante a capacidade de reconhecimento do professor sobre as dúvidas dos estudantes e os pontos em que eles apresentam maior necessidade de apoio para prosseguir.

A disponibilidade do professor, para dirimir as dúvidas, está, como abordado na discussão dos resultados, intimamente vinculado às possibilidades de sucesso dos estudantes no processo de Aprendizagem.

A seguir serão apresentados os resultados e a discussão sobre eles, tendo como pano de fundo, o que é explicado pela TAS.

O Produto Educacional é detalhado no Apêndice I.

5. Resultados

A seguir são apresentados, na ordem em que ocorreram as aplicações do Produto Educacional, os dados, ou resultados, decorrentes da interação dos estudantes com o material produzido para o curso introdutório sobre relatividade especial.

A tabela 5 mostra os conteúdos abordados em cada uma das aulas ministradas para todas as turmas.

Tabela 5 - Sequência das videoaulas e conteúdo/exercícios correspondentes (Fonte: os autores).

Videoaula	Tema
1^a	Plano cartesiano e Teorema de Pitágoras.
2^a	Relatividade e Referencias Inerciais.
3^a	O intervalo espaço-tempo.
4^a	Simultaneidade, contração do espaço/comprimento próprio, dilatação temporal/tempo próprio e invariância da dimensão transversa.
5^a	A velocidades da luz como limite e transformação de Lorentz.

Como previsto no cronograma, cada aula foi acompanhada de exercícios relacionados aos temas expostos, mas também, de relatos da professora sobre como os estudantes receberam as informações e, na medida do possível, como se reportaram a ela para melhorar a compreensão e o estudo das aulas.

Trata-se de questões, dúvidas e considerações, que ocorreram no momento dos encontros entre pesquisador/estudante que serão colocadas logo após os gráficos e tabelas, decorrentes das respostas dos formulários que continham as questões das aulas.

Lembrando que apenas algumas das questões foram retiradas de provas de avaliações externas mas, a maioria são de confecção dos autores, para atender a abrangência dos temas.

A repetitividade de ocorrências de exercícios similares, retirados de vestibulares nacionais, e que medem, quase que exclusivamente, se os estudantes sabem utilizar as equações de Lorentz ou, se reconhecem a intangibilidade da velocidade da luz para corpos massivos, coloca ênfase em uma conclusão específica da relatividade, como se ela fosse mais importante que compreender o problema abordado pela teoria. No entanto, o foco das discussões vão além desse ponto, ou seja, quer responder não somente à forma de como os estudantes respondem a novas aprendizagens, mas de como elas se relacionam com aquelas que eles possuem, antes de atender à proposta.

A tabela 6 mostra o total de respondentes, por aula, assim como o número de acertos por questão proposta nas aulas correspondentes.

Tabela 6 – Total de respostas por aula e total de acertos por questão em cada aula (Fonte: os autores)

	Aula 1	Aula 2	Aula 3	Aula 4	Aula 5
Total de respostas por aula	43	43	36	37	99
Quantidade de acertos por questão					
1	33	23	26	5	60
2	37	15	27	15	61
3	30	28	29	17	63
4	35	22	22	18	60
5	33	25	21	11	69
6	30	29	22	15	63
7	22	27	20	10	59
8	21	26	27	5	59
9	26	27	25	10	62
10	20	22	27	8	69

Os gráficos a seguir dão uma ideia da quantidade de acertos por questão, mas também, mostram a evolução dos acertos durante a aplicação do produto, fato que será analisado na sequência.

Tabela 7 - Resultados do primeiro questionário e gráfico correspondente (Fonte: os autores).

Questão	Acertos (%)
1	76,7
2	86,0
3	69,8
4	81,4
5	76,7
6	69,8
7	51,2
8	48,8
9	60,5
10	46,5
Média	66,7

5.1 Síntese do primeiro questionário:

Nos resultados da primeira lista, tabela 6, o maior número de acertos foi o da segunda questão, o que está relacionado ao fato de os alunos recordarem o que foi visto nas séries anteriores, sobre plano cartesiano. No entanto, eles têm dificuldades em fazer

a multiplicação e calcular a distância entre dois pontos, como mostra a atividade proposta na décima questão.

A maior parte deles, mesmo na terceira série do EM, não domina os algoritmos da divisão e multiplicação de números reais – fato que pode ser observado diariamente nas escolas – o que impede que tenham o desempenho esperado e impõe, aos professores, muitos momentos de revisão e retomada de conteúdos do nível fundamental, o que inclui processos de como operar com os números, matematicamente falando. O gráfico 1 mostra o resultado da primeira aplicação.

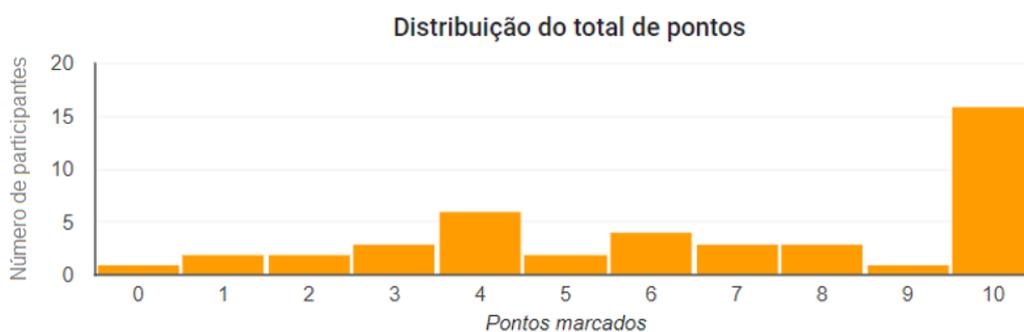
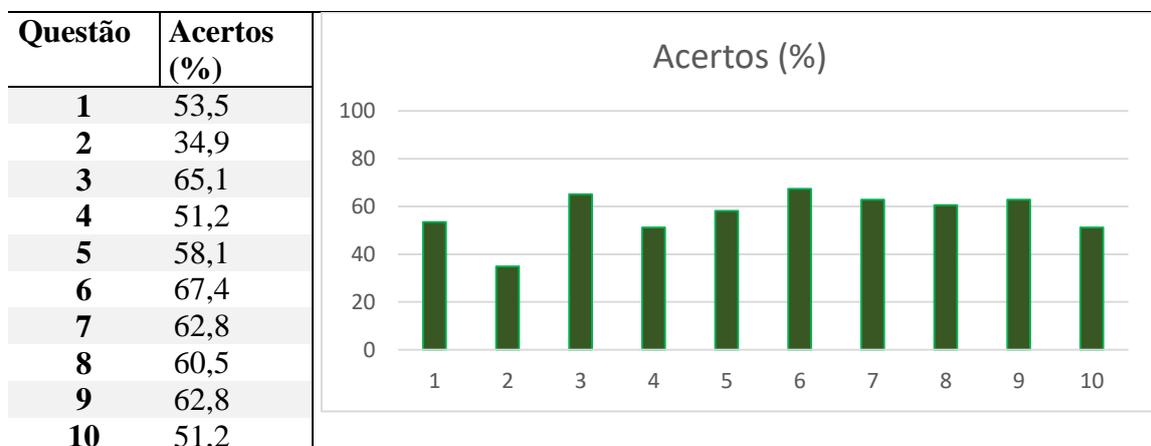


Gráfico 1 – Resultados da Primeira lista de exercícios para análise referente ao vídeo 1 (Plano cartesiano e Teorema de Pitágoras) (Fonte: os autores).

O resultado do gráfico 1 mostra a quantidade de acertos dos estudantes, o que é um bom começo, já que a maior parte dos estudantes (em torno de 17) obtiveram pontuação máxima. A tabela 8 mostra a síntese, com a tabela e o respectivo gráfico, do segundo questionário.

Tabela 8 - Resultados do segundo questionário e gráfico correspondente (Fonte: os autores).



5.2 Síntese do segundo questionário

Conforme pode ser observado na tabela 8, da segunda lista de exercícios, os alunos conseguiram o maior número de acertos na questão 6, que mostra a transformação da unidade do tempo, para metros, por meio da velocidade da luz. Este pode ser considerado o primeiro passo para a compreensão do sistema quadrimensional, o que contribui bastante para o entendimento da relatividade especial.

Já o resultado de acertos para a questão 2, abaixo da média, mostra a dificuldade que tiveram em identificar o sistema de referência, do plano cartesiano, e faz refletir sobre a aprendizagem ser dependente de outras, mais sedimentadas e anteriores. O gráfico 2 mostra o resultado da segunda aplicação.

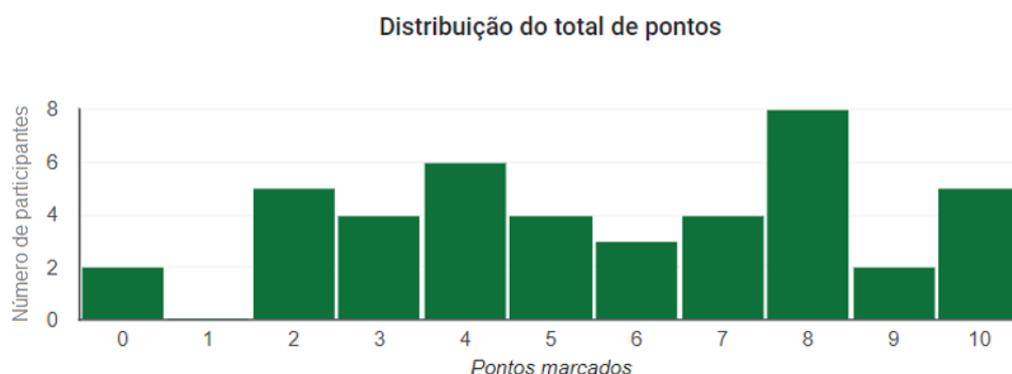


Gráfico 2 – Resultados da segunda lista de exercícios para análise referente ao vídeo 2 (Relatividade e Referências Inerciais) (Fonte: os autores).

A quantidade de pontos, no caso do gráfico 2, aparece mais bem distribuída entre os estudantes, o que significa que eles se dividiram, nessa atividade, entre acertar um número bem diferente de questões, entre si.

Tabela 9 - Resultados do terceiro questionário e gráfico correspondente (Fonte: os autores).

Questão	Acertos (%)
1	72,2
2	75,0
3	80,6
4	62,9
5	60,0
6	61,1
7	55,6
8	77,1
9	69,4
10	75,0

Acertos (%)

Questão	Acertos (%)
1	72,2
2	75,0
3	80,6
4	62,9
5	60,0
6	61,1
7	55,6
8	77,1
9	69,4
10	75,0

5.3 Síntese do terceiro questionário:

Na terceira lista de exercícios (tabela 9) a média pode ser considerada boa e, principalmente na questão 3, que aborda sobre tempo próprio, os estudantes associaram corretamente este tempo àquele onde os dois acontecimentos ocorrem no mesmo lugar. No caso da questão 7, no entanto, tiveram dificuldade em marcar a **alternativa incorreta**, mesmo reconhecendo que um referencial inercial é aquele em que o observador se move com velocidade constante, na ausência de gravidade. O fato é indicador de o quanto uma mudança de perspectiva – o de assinalar a resposta correta, invertendo para assinalar a incorreta, altera a percepção dos estudantes sobre o que responder na questão. Para alguns alunos, a gravidade é tão fundamental, que as leis da Física não funcionam se ela não existir. O gráfico 3 mostra o resultado da terceira aplicação.

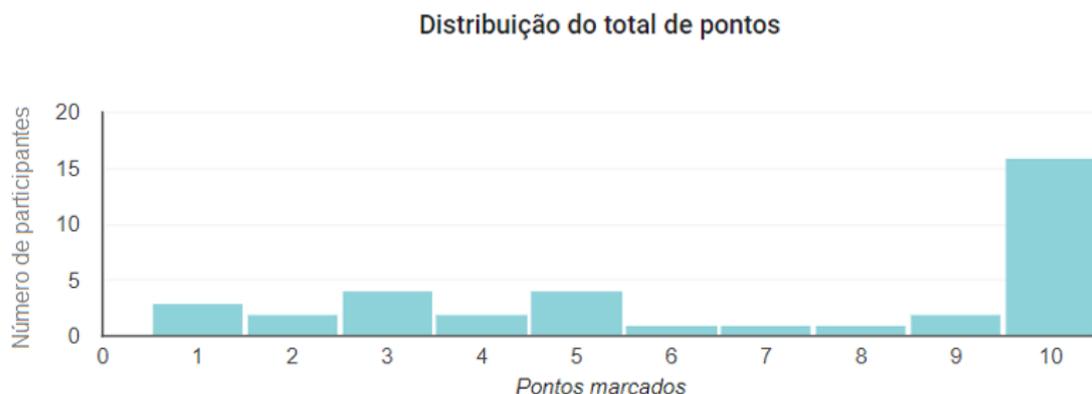
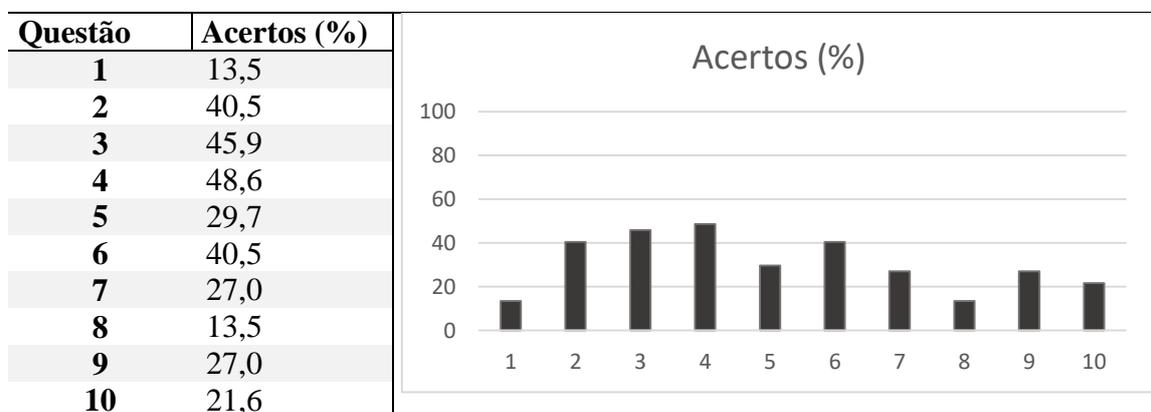


Gráfico 3 – Resultados da terceira lista de exercícios para análise referente ao vídeo 3 (O intervalo espaço-tempo) (Fonte: os autores).

O gráfico 3 mostra que, novamente, um número grande de estudantes acertaram muitas questões.

Tabela 10 - Resultados do quarto questionário e gráfico correspondente (Fonte: os autores).



5.4 Síntese do quarto questionário:

O quarto questionário teve, como se pode observar na tabela 10, um dos mais baixos índices de acertos. No que se refere à questão 1, novamente pede-se o que é **incorreto**, nas respostas, mas as chances e tentativas ficam divididas entre as que, na verdade, estão corretas. Analisando dessa perspectiva, é como se um número menor de estudantes tivesse efetivamente reconhecido o que era pedido, o que corresponde a dizer que a maioria ficou entre as afirmativas corretas.

As questões 8 e 9 fazem referência a uma tabela e os alunos expressam, espontaneamente, a dificuldade que têm em decifrar os dados, mas principalmente, os cálculos faziam referência ao intervalo espaço-tempo, tema que é absolutamente novo para eles.

Esse questionário foi o que mais entrou no assunto de relatividade, e aqui é necessário reconhecer que o tempo de aplicação foi insuficiente, no sentido de sedimentar muitas informações novas, que deveriam “conversar” umas com as outras, na construção do conhecimento novo.

Uma reflexão que também pode ser levantada é a concepção dos estudantes com relação ao vínculo das respostas com as notas, o que foi claramente explicado não existir. Nesse caso, eles declaram que a nota é um importante fator de comprometimento e o desejo por compreender não é elencado como principal, mesmo dentre os que se propõem a participar. O gráfico 4 mostra o resultado da quarta aplicação.

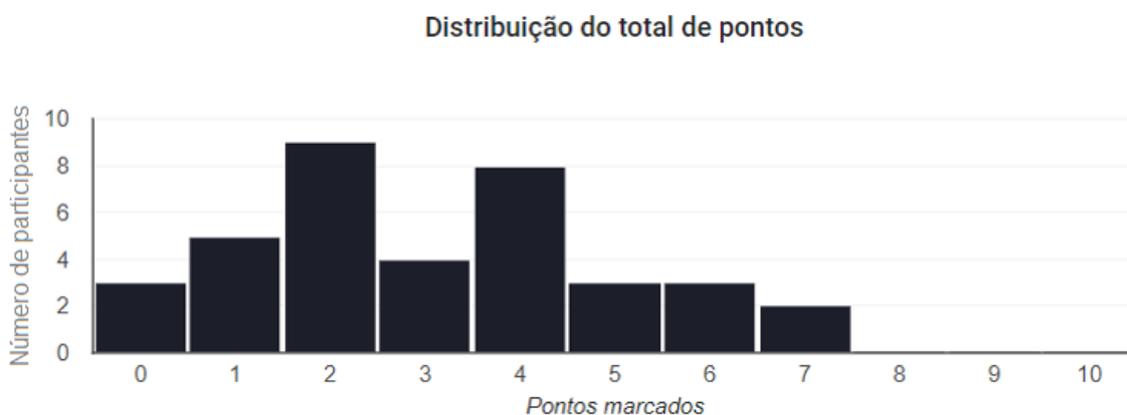
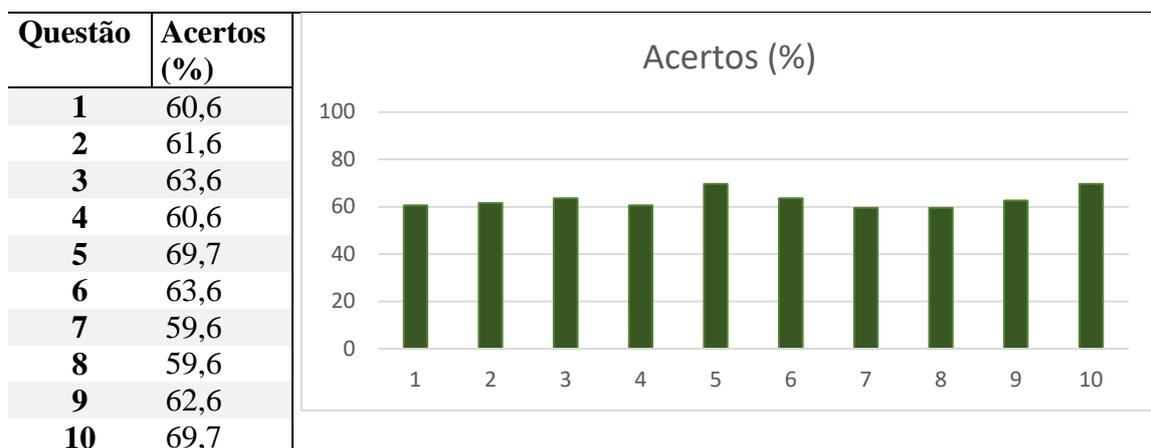


Gráfico 4 – Resultados da Primeira lista de exercícios para análise referente ao vídeo 4 (Simultaneidade, contração do espaço/comprimento próprio, dilatação temporal/tempo próprio e invariância da dimensão transversa) (Fonte: os autores)

Como pode ser visto na distribuição de pontos do gráfico 4, o número máximo de acertos foi 7, mesmo assim, para apenas dois estudantes. O restante fez, na maioria, entre 2 e 4 pontos, o que é bem preocupante já que isso corresponde a dizer que os cálculos não puderam ser realizados.

Tabela 11 - Resultados do quinto questionário e gráfico correspondente (Fonte: os autores).



5.5 Síntese do quinto questionário:

O quinto vídeo, resultados mostrados na tabela 11, foi um experimento didático, no sentido de ele ter sido gravado pela orientadora do trabalho, o que impõe um ritmo e uma abordagem diferenciada.

O índice de acertos aumenta, talvez pelo comprometimento deles, mas, muito provavelmente, pelo caráter explicativo inserido intencionalmente às questões, pela pesquisadora. Ocorreu também uma falha na configuração do questionário, o que possibilitou que um mesmo estudante registrasse duas versões de respostas.

A maioria das questões não envolveu gráficos e tabelas, nem esquemas mais complexos, somente tenta recuperar os conceitos, de forma o mais simples possível. Este talvez seja o resultado mais importante da pesquisa, pois diante dele, e da dificuldade em acertar ao acaso, a maioria das questões, tem-se um bom indicativo de que o tema foi incorporado, pelo menos nos aspectos mais relevantes.

Um bom indício da preferência deles pelas questões que não envolvem matemática é o de que o menor nível de acertos foi referente à questão 7, que inclui um cálculo que envolve a contração de Lorentz.

A questão 8 também trata do mesmo assunto, mas de forma teórica, e corrobora a dificuldade que eles têm em compreender problemas mais complexos e que necessitam a matemática como estruturante do raciocínio.

As questões 5 e 10, as de maior índice de acertos, tratam do comportamento da velocidade da luz e, sobre isso, eles discutiram muito e demonstraram uma boa compreensão. O gráfico 5 mostra o resultado da quinta aplicação.

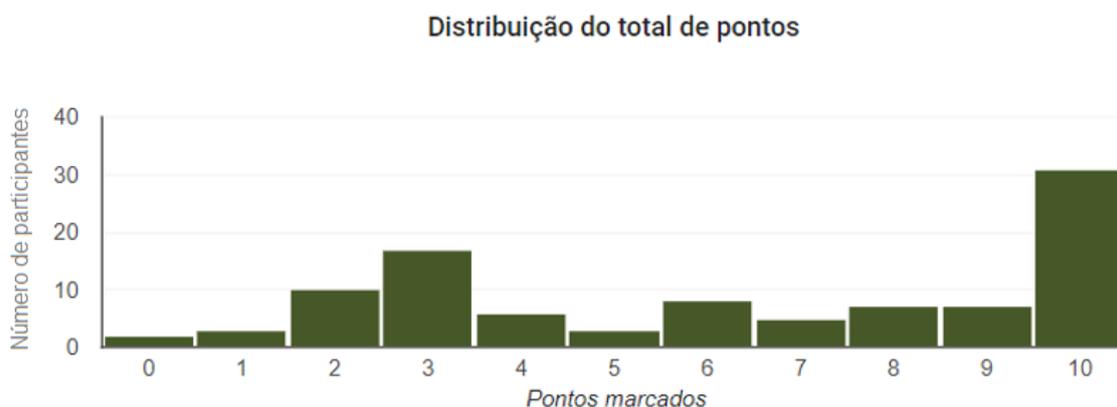
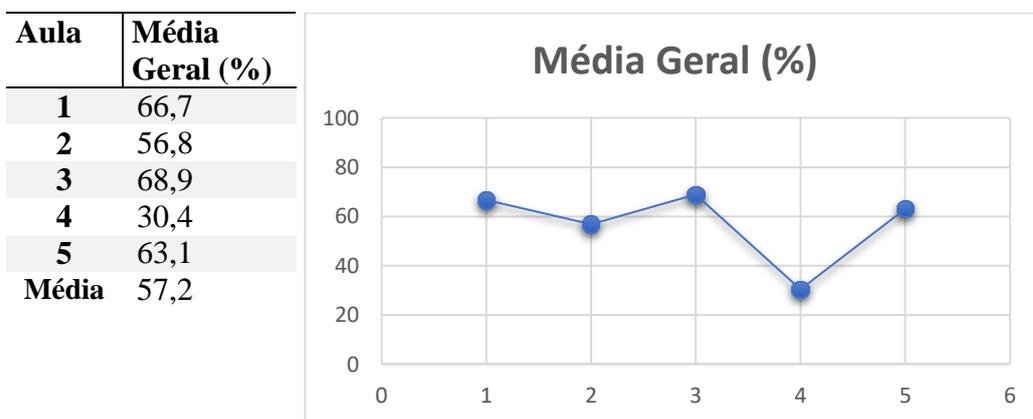


Gráfico 5 – Resultados da primeira lista de exercícios para análise referente ao vídeo 5 (A velocidades da luz como limite e transformação de Lorentz) (Fonte: os autores).

Com relação a todas as aulas, o gráfico 5 mostra o resultado em que um número maior de estudantes se saiu muito bem. No total, foram noventa e nove respostas coletadas, pois ocorreu uma falha na configuração do questionário, e os alunos registraram mais de uma resposta sem querer.

A tabela 11 mostra o índice geral de aproveitamento da turma e evidencia que assunto novo, com muita matemática envolvida, faz cair o rendimento médio dos estudantes. Isto pode ser visualizado, claramente, no decréscimo de acertos relativos ao quarto encontro.

Tabela 12 - Resultados gerais dos cinco questionários e gráfico correspondente (Fonte: os autores).



Os dados já eram previstos, visto que o tempo de apropriação de conceitos e de construção dos novos conhecimentos está diretamente relacionado, como afirma Ausubel, com os conhecimentos que os estudantes já trazem consigo e que são relevantes – não literais e não arbitrários – ao tema estudado e, os estudantes das escolas públicas muito dificilmente entraram em contato prévio com a TRR.

Uma análise mais geral aponta para o comprometimento deles – talvez não muito grande – que pode ser consequência de a aplicação ter coincido como o período de final do bimestre, quando muitos dos alunos já estavam aprovados. Isso, como dito por eles mesmos, tira das notas a relevância que têm, normalmente.

Infelizmente, é fácil constatar, no cotidiano escolar, a grande associação que os estudantes fazem entre notas e aprovação, ao contrário de associarem conhecimento com aprovação. A nota parece, pelo menos em um nível muito superficial, assumir o lugar do conhecimento que deveria ser construído ao longo do período escolar. Uma prova disso é a facilidade que se tem em encontrar estudantes da terceira série do EM que não conseguem multiplicar e dividir, ou mais genericamente, operar com números reais.

5.6 Relatos da pesquisadora sobre as principais observações e dificuldades dos estudantes durante a aplicação do Produto Educacional

No início da aplicação, até mesmo o conteúdo de plano cartesiano não era familiar a muitos estudantes, que solicitaram atenção para resgatar algum conhecimento, pois, mesmo declarando já ter aprendido sobre, não se lembravam de quase nada. Este é um indício da aprendizagem mecânica que marca o Ensino e que se desfaz como precursor da construção de novos conhecimentos.

Outro questionamento foi referente à relatividade do espaço e do tempo, conceito chave para a compreensão da teoria, mas de difícil compreensão dos estudantes, para os quais o tema era completamente novo.

A segunda grande dificuldade foi a de transformar o tempo em unidades de espaço, por meio da equação da velocidade para o movimento uniforme, $c = \frac{x}{t}$, que equivale a $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$, mas, que não se configura, mesmo para estudantes da terceira série, como um conhecimento estável em suas estruturas cognitivas.

Nesse sentido, o de resgatar, organizar e tornar consciente os meios de manipulação da equação, propostos pelos exercícios resolvidos e indicados para resolução, mostraram-se de grande valor.

O intervalo espaço-temporal e a invariância dele foi recebida com estranheza, no início, mas ganhou a cena depois de algumas manipulações, reflexões e discussões, em conjunto com a professora – parte indiscutivelmente importante do processo de Ensino-Aprendizagem.

Embora em alguns contextos, muito se discuta sobre a autonomia dos estudantes para a autoformação, diante de materiais gravados e disponíveis por meio das novas tecnologias educacionais, a pesquisa evidenciou que o rendimento do “**apreender**” discente, é estritamente correlacionado à dinâmica do “**fazer**” docente, no sentido de apresentar e organizar o conteúdo das aulas. O autoatendimento às questões, também, e aparece como parte integrante dessa dinâmica no sentido de manter a atenção no foco do processo de Aprendizagem

No decorrer das atividades, alguns ficaram fascinados em saber da exclusividade de a velocidade ser a única grandeza que relaciona, de forma direta, o espaço e o tempo. Fascínio este que se exauriu diante da necessidade de localizar eventos por meio da inserção cognitiva de treliças e relógios, usados como suporte cognitivo, pois, claramente, não retratam a realidade física, constituindo-se, portanto, em uma construção cognitiva para ajudar a compreensão dos conceitos.

Este é um ponto em que a teoria de Ausubel auxilia, pelo menos ao professor, a compreender o que são as situações que subordinam, superordenam ou combinam conceitos, nem sempre todas reais, mas necessárias à extrapolação cognitiva do mundo, antes das aplicações desses conceitos poderem ser comprovadas e utilizadas no mundo real.

A exigência de extrapolação da realidade vai, muitas vezes, muito além do que o nível de compreensão dos estudantes suporta e muito além da capacidade cognitiva suscitada no cotidiano do processo educacional. O estudo da relatividade foi, definitivamente, um desses casos.

Tanto o limite imposto à velocidade dos corpos pelo valor da velocidade da luz, quanto as transformações de Lorentz, trouxeram certo desconforto cognitivo à maioria deles, que chegaram a falar em desistir de tentar compreender. Era mais uma evidência de fadiga causada pela escassez do tempo de acomodação dos novos conhecimentos, nas frágeis estruturas cognitivas dos participantes.

A proposta deles, para resolver o cansaço passou, nesse momento, pela proposta deles de descansar um pouco e retomar, em casa, o restante da 5ª aula.

Dáí, uma mostra de que, em compreendendo a disponibilidade do material, foi possível, durante o desenvolvimento, “pausar o professor” a fim de restituir a capacidade de manter a atenção na atividade proposta.

Este foi um diferencial trazido pelo Produto Educacional, que mesmo sendo uma novidade, inicialmente, foi muito bem-vinda, diante do testemunho das falas e das ações dos participantes.

Por mais diferente que tenha sido participar das atividades, houve o reconhecimento de que muito do que foi feito, em termos de alterações metodológicas, auxiliaria em outros contextos da rotina escolar.

6. Considerações Finais

Os primeiros resultados que devem ser reportados são referentes ao estudo e à aprendizagem do conteúdo, pela proponente da ação, que é professora do Ensino Médio e estudante do MNPEF. Sem a preparação dos roteiros e a orientação recebida, dentro do programa de pós-graduação, seria impossível o preparo do curso. Isto está de acordo com a previsão de Oliveira, Vianna e Gerbassi (2007), que cogitam as dificuldades, por causas variadas, do enfrentamento dos temas de Física Moderna e Contemporânea, por parte dos professores do nível médio.

Sob orientação o planejamento escolar e o acesso a materiais diferenciados indica que alterações de propostas devem ser parte da pauta ininterrupta da Universidade, sobre a formação de professores, sem o quê é difícil conceber que as alterações nas práticas escolares se tornem mais eficazes, com foco na aprendizagem, efetivamente. Essa é uma importante contribuição dos mestrados profissionais em Ensino.

Os resultados sobre acertos em questões conceituais – e naquelas que envolvem cálculos matemáticos, ou que exigem a leitura e interpretação de textos e tabelas – são bastante diferentes. A dificuldade em resolver as operações matemáticas apresenta-se de forma clara, nos dados, e impede que os conceitos se sobressaiam dos resultados.

Daí, a indicação de que o tempo de estudo reservado ao Ensino de Física no nível médio mostra-se insuficiente. Mas não só isso, a articulação de conteúdos estudados em diferentes disciplinas do currículo não se estabelece, como declaram os estudantes diante da dificuldade em compreender pontos específicos do curso sobre relatividade.

Se então, a restrição de tempo para o estudo da Física aparece nos relatos – poucas horas-aulas disponíveis – a Física Moderna demanda mais ainda dessa realidade.

No entanto, do ponto de vista da aplicação do produto educacional, como um todo, é visível o comprometimento dos participantes nas aulas, não só pelo número de dúvidas resolvidas nos encontros, mas pelo próprio aproveitamento médio da turma, que inicia o processo sem ter ideia do que será estudado e finaliza o período discutindo sobre coisas como: contração espacial, intervalo espaço-tempo, transformação de Lorentz.

Desse ponto de vista, a hipótese original é confirmada, pois o comprometimento deles, mesmo sem vínculo com notas e aprovações, e o nível médio de respostas e acertos nas atividades, apontam para um bom aproveitamento na utilização do material construído. Isso, sem contar o quanto a construção ajudou a compor e reorganizar a estrutura cognitiva dos próprios pesquisadores sobre como pensar a sala de aula.

A inversão da aula é algo que, nesse modelo, deu bastante certo, pois eles viram os vídeos mais de uma vez e atenderam as atividades até o final, ou seja, foi possível construir e utilizar, na prática docente, uma alternativa de materiais didáticos-pedagógicos que potencializam a construção do conhecimento.

A sequência didática apresentou alguns erros, que foram corrigidos ao longo da confecção/aplicação do produto, mas que não dificultaram a diferenciação progressiva e, em alguns casos, a reconciliação integrativa de conceitos estudados, haja vista a construção gradativa e o aumento de complexidade dos conteúdos das aulas e, mesmo assim, a continuidade no atendimento dos estudantes aos encontros programados. Isso mostra que os objetivos do trabalho foram alcançados, pelo menos parcialmente.

Para manter a coleta de dados, o Produto Educacional pode ser transformado em curso de pequena duração, e disponibilizado como material de extensão, tanto para estudantes de Física, do nível superior, como de diferentes cursos, ou ainda, para escolas de nível médio. Isso, utilizando os recursos do Moodle da Universidade, para acesso remoto, com períodos de divulgação que propiciem a execução do projeto por diferentes estudantes.

Com relação ao tempo de aprendizagem, as dúvidas relativas às lacunas de formação em matemática não puderam ser todas trabalhadas à exaustão, o que indica que, como afirma Ausubel, que o tempo de aprendizagem deve ser respeitado – e a falta de referência específica, ou subsunçores, que possam subsidiar a construção de novos conhecimentos, implica em aumento da demanda temporal. Dito de outra forma, o tempo de execução da proposta, de 5 semanas, foi insuficiente, pela inexistência de muitos dos subsunçores, específicos e necessários.

Daí a preocupação em voltar o olhar da escola aos anos iniciais, pois é nesse período que começam a se formar as lacunas de formação em matemática básica e, em decorrência de falta de medidas para reestabelecer as aprendizagens “perdidas”, ou incompletas, a educação acaba por aceitar o abismo que nasce entre a estrutura cognitiva disponível e a pronta capacidade de resolução de problemas, que está indisponível.

Como os exercícios que envolvem cálculos estão mais presentes em questões de vestibulares, do que os conceituais, como pode ser visto nas listas de aplicação, os resultados de estudantes das escolas públicas, de acordo com a amostra trabalhada na pesquisa, são presumivelmente menores se comparados aos de outras escolas, que dispendo de mais recursos para a aquisição/confecção de materiais e pagamento diferenciados aos professores, estão mais adequados a implementar a proposta de ensinar Física Moderna. Isto está, também, em acordo com as previsões de Saviani.

O sucesso em responder aos questionários podem ser atribuídos, em parte, à sistematização do pensamento recorrente de várias nuances, criadas na essência dos questionários, que repetiam, intencionalmente, os textos das aulas, de forma, ora, muito semelhante a eles, ora, de forma a recontar o conteúdo por outras palavras. É algo que pode auxiliar, na TAS, a diferenciação progressiva.

O índice geral de acertos, em torno de 57%, pode parecer pequeno, mas é significativo diante do protagonismo do tema e em relação ao nível médio de acertos em outras atividades nas aulas de Física. O interesse deles foi constante, algo incomum nas demais atividades escolares.

Estas são evidências presumíveis de que a aplicação do produto foi significativa, por permitir o acesso dos estudantes a um material criado exclusivamente para atendê-los e por contribuir com o conhecimento acadêmico sobre o quanto os subsunçores, descritos por Ausubel, são imprescindíveis na construção do conhecimento escolar; afinal, novos conhecimentos devem ser atrelados a outros, anteriores e relevantes, e, neste ponto, vê-se a necessidade de retomar a formação no nível fundamental como base para qualquer nível posterior.

Também os aspectos históricos, sobre a necessidade de sincronizar os relógios no mundo moderno, traz a discussão para o plano do real, como mostra Rovelli, ao situar Einstein em um escritório de patentes, trabalhando em sincronizar o tempo ao longo do globo terrestre. Este resultado confirma os de Wolff, que também indicaram a necessidade de situar o estudante no “evento” estudado.

Como afirma Luckesi, mesmo as notas escolares satisfazendo as expectativas dos pais, e conseqüentemente dos estudantes e demais agentes escolares, da forma com que se apresentam os resultados, não reconhecer o seu real posicionamento no ranking escolar, abre a porta do processo para a armadilha de ter notas altas, sem que elas correspondam às aprendizagens, propriamente ditas.

De acordo com os resultados, é possível perceber que a forma de avaliar implica na própria avaliação dos resultados, o que concorda com as previsões de Luckesi. Viuse que pedir a alternativa **incorreta** exige atenção por parte dos alunos, e que visivelmente ainda não é qualidade sedimentada na ação de estudar. Isso implica em uma grande responsabilidade, por parte de quem avalia a aprendizagem, em distinguir que podem ocorrer falhas advindas do próprio método utilizado.

Os resultados do último encontro, cuja predominância foram questões conceituais, indica a aprendizagem das ideias sobre a relatividade, no geral. Os acertos nas duas questões que abordam o comportamento da luz apoiam essa afirmação.

Sem dúvida, o tempo é uma variável diretamente relacionada à possibilidade de sucesso dos estudantes, pois em um tempo menor ainda do que o da aplicação do produto, dificilmente eles teriam respondido com mais de 50% de acertos.

Na fragilidade formal e temporal em que se tentam construir conceitos escolares, tudo pode se perder, e a educação se fragilizar por não ser capaz de escolher entre o que sedimentar, pelo processo de escolarização dos jovens. Neste caso, a escola está escolhendo entre apresentar aos estudantes, talvez muito mais do que eles podem assimilar, devido ao tempo das aulas, ou o que talvez seria mais apropriado, em redução na aprendizagem de temas, muito mais bem trabalhados (os conteúdos de base para a formação de estruturas cognitivas autônomas).

Entende-se que o estudo deve ser mais aprofundado, e uma sugestão seria incluir a Teoria da Carga Cognitiva (TCC) que vem ao encontro dos resultados apresentados.

7. Referências Bibliográficas

- AUSUBEL, David P. **The acquisition and retention of knowledge: A cognitive view**. 1. New York: Springer, 2000. 226 p.
- BERGMANN, J; SAMS A. **Sala de Aula Invertida: uma Metodologia Ativa de Aprendizagem**. Rio de Janeiro – RJ. LTC ed. 2016. Edição do Kindle.
- BOURDIEU, P. **Razões práticas: sobre a teoria da ação**. 11 ed. Campinas, SP: Papyrus, 2018. 311 p.
- CODIVAP. Ministério da Educação avalia resultado do Pisa 2018 e apresenta ações para melhoria da educação brasileira. São Paulo. 2019. Disponível em: <<https://www.codivap.org.br/ministerio-da-educacao-avalia-resultado-do-pisa-2018-e-apresenta-acoes-para-melhoria-da-educacao-brasileira/>> Acesso em: 18 de agosto de 2022.
- CASTILHO, Maria Inês. **Uma Introdução Conceitual à Relatividade Especial no Ensino Médio**. 2005. 143 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.
- CASTRO, M. P. Banda desenhada e paisagem. **Studies in Education Sciences**, Curitiba, v.3, n.3, p.1070-1086, jul./sep., 2022. Acesso em 05/08/22. Disponível em: <https://studiespublicacoes.com.br/ojs/index.php/ses>
- LOBO, M. P. et al. Measuring time in meters. **Open Journal of Mathematics and Physics**. Vol. 1, n. 26, p. 1 – 4. Jun. 2019, Disponível em: <https://osf.io/4ntwu/>. Acesso em: 17 de Mar. de 2022.
- LOBO, M. P. Física do espaço-tempo. **Open Journal of Mathematics and Physics**. Vol. 3, n. 241, p. 1 – 4. Jun. 2019, Disponível em: <https://doi.org/10.31219/osf.io/afuzc>. Acesso em: 20 jun. 2022.
- LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem: componente do ato pedagógico**. 1 ed. São Paulo: Cortez, 2013.448 p.
- LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem escolar: Estudos e proposições**. Cortez Editora. São Paulo. 2013. 1ª ed. Edição do Kindle.
- MOREIRA, M. A. Modelos Mentais. **Investigações em Ensino de Ciências** V1(3), p.193-232, Brasil. 1996.
- MOREIRA, M. A. **Teorias de Aprendizagem**. 1. ed. São Paulo: EPU, 1999. p. 9-200.
- MOREIRA, M. A. O que é afinal aprendizagem significativa? **Currículo, la laguna**, Espanha, n.11, p. 1-27, 2012. Disponível em: <<https://goo.gl/6qsysz>>. Acesso em: 05 jul. 2018.
- MORIN, E. Educação e complexidade: os setes saberes e outros ensaios. 4. Ed. São Paulo: Cortez, 2007.
- NOVAK, J. D. GOWIN, D.B. **Aprender a aprender**. Plátano edições Técnicas. Lisboa: 1ª ed., 1984.

OLIVEIRA, F. F.; VIANNA, D. M.; GERBASSI, R. S. **Física Moderna no Ensino Médio**. v.29, n. 3, 2007.

OSTERMANN, F.; MOREIRA, M. A. Uma revisão bibliográfica sobre a área de pesquisa "Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio". **Investigações em Ensino de Ciências**, v.5, n.1, 2000.

OAKHILL, J. GARNHAM A. **Mental Models in Cognitive Science** (Essays in Honour of Phil Johnson-Laird) ed. Taylor and Francis Ltd. 1996. ISBN 0-86377-448-2. Edição do Kindle.

PRODANOV, C. C.; De FREITAS, E. C. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**. 2 ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013. 277 p.

ROVELLI, C. **A ordem do tempo**. Objetiva. São Paulo. 2018. 1ª ed. p. 192. E-book Kindle.

SAVIANI, D. **Escola e democracia**. São Paulo. Autores Associados, 2018. 42ª Ed. E-book Kindle.

SILVA, A. S. **Relatividade Especial no Ensino Médio em um contexto de Aprendizagem Significativa**. MNPEF, 105 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física) – UNIRIO, Rio de Janeiro, 2019.

TAYLOR, E. F., WHEELER, J. A. **Spacetime physics: introduction to special relativity**. 2ª Ed. USA. 2019. 324 p. Acesso em 09 de jun. 2021. Disponível em: <https://eftaylor.com/spacetimephysics>

WOLFF, J. F. S. **O Ensino da Teoria da Relatividade Especial no Nível Médio: Uma Abordagem Histórica e Conceitual**. 2005. 174 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

8. Apêndice I – O Produto Educacional

Este é um Produto Educacional criado exclusivamente para atender ao objetivo de pesquisa da Dissertação do MNPEF com título:

UM RECORTE DA FÍSICA MODERNA NO ENSINO MÉDIO: A RELATIVIDADE ESPECIAL E A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO DENTRO DA REALIDADE DE UMA ESCOLA PÚBLICA DO TOCANTINS.

8.1 Introdução

Este Produto Educacional se apresenta separado em duas partes.

A primeira é um curso introdutório de Relatividade Restrita (ou especial) e a segunda, um aprofundamento opcional, para estudantes que optam por um desafio a mais. As duas partes podem ser aplicadas em sequência, ou de forma desconectada, ou seja, ambas são completas, em si mesmos.

8.2 Sequência didática com vídeos, roteiros e listas

Na sequência abaixo estão os links dos vídeos criados pela pesquisadora deste trabalho, os roteiros e as listas de exercícios para os professores terem um suporte nas suas aulas de Relatividade Especial. Esses materiais servem, também, de modelo para os mesmos criarem suas próprias metodologias em relação ao ensino de Física Moderna.

A escrita do roteiro antecede a gravação dos vídeos e é parte crucial da formação docente, pois depende da visão do conjunto completo de informações, recortado do livro texto, e que posteriormente deverá ser dividido nos conteúdos dos vídeos.

Como se trata de um produto dirigido ao Ensino Médio, o nível deve respeitar a maturidade dos estudantes, no entanto, para passar pelo crivo do professor que desenvolve a atividade, ele deve ser compreendido primeiramente pelo professor.

Esta é uma fase importante, por permitir o delineamento orientado por escolhas que contemplem o tema, que despertem o interesse de pessoas que podem sequer ter ouvido falar sobre relatividade anteriormente, ou mesmo tendo ouvido falar, não

refletiram suficientemente para compreender, por exemplo, que marcar um local de encontro com alguém não é suficiente para que o encontro ocorra. É necessário, também, que aqueles que pretendem o encontro combinem um mesmo instante do tempo, do contrário, se cada um comparecer no local correto, mas em dias ou horários diferentes, o encontro não ocorrerá.

A compreensão do significado de referencial inercial – associada as situações em que o movimento só pode ser percebido de fora – é outro ponto que obriga à reflexão e que impõe o amadurecimento e a organização de ideias do professor que, ao passar pelo processo da construção dos roteiros, se prepara para orientar esse mesmo processo nos estudantes, durante a aplicação do Produto.

Da mesma forma que essa reflexão fica ausente, muitas vezes, da formação inicial dos professores de Física – sem falar em professores de outras áreas que ministram a disciplina (Gomes, 2021) – também a questão histórica forja a compreensão dos temas, como por exemplo, quando se compreende que Albert Einstein, relegado a um escritório de patentes, trabalha justamente numa patente que tenta unificar o tempo – no mundo todo – quando compreende que o tempo é, tal como o espaço, relativo.

As peças se encaixam, e ao fazerem isso cumprem os pressupostos da TAS, de forma a reconciliar integrativamente, várias partes do conhecimento concebidas de forma diferenciadas, no tempo e no espaço cognitivo.

8.2.1 Parte 1 – Descrição da sequência didática

Professor, este produto educacional apresenta uma sequência didática que sugere a criação de roteiros de aulas, que dão suporte à gravação das videoaulas correspondentes, por permitir o recorte e a adequação dos temas a sua disponibilidade de tempo.

A partir das aulas, apresentadas neste material de apoio, os exercícios propostos podem ser criados, adaptados ou utilizados como estão, ou seja, podem ser modificados, se necessário, segundo as necessidades de quem os for utilizar.

8.2.2 Lista de vídeos para os encontros

Na tabela 12 estão listados os links dos vídeos produzidos a partir dos modelos de roteiros sugeridos na sequência do trabalho.

Tabela 13 - Endereços para acessar as vídeo aulas

Vídeo	Link para acesso
01	https://youtu.be/5GNpLtO17uk
02	https://youtu.be/Tg8X-rFpg1A
03	https://youtu.be/gFZAiztez3o
04	https://youtu.be/n84BCTNXXI4
05	https://youtu.be/9iRc-yS1a-M

(Fonte: os autores)

8.2.3 Modelo de roteiros para a gravação dos vídeos e das listas de exercícios correspondentes

Para cada encontro, dentro do tema delimitado, o vídeo pode ser construído pelo professor para se ajustar ao tempo da proposta e as condições em que ela será executada.

A seguir estão apresentados os roteiros utilizados na aplicação original, para orientar a utilização deste material em aplicações futuras, assim como os exercícios criados para cada proposta de encontro, os quais mantêm íntima relação com os conteúdos abordados nas aulas.

Alguns exercícios, como citados localmente, foram retirados de provas de vestibulares nacionais, mas a maioria foi produzida durante a execução da proposta para servir à metodologia, idealizada pelos autores, em concordância com a Teoria da Aprendizagem Significativa, no sentido de permitir acesso gradual às informações relevantes à construção do conhecimento individual.

Tanto os vídeos quanto as listas são disponibilizadas aos estudantes na sequência proposta, sendo a disponibilidade dos vídeos a principal forma de permitir o contato deles com as aulas do professor, mesmo quando o período desta é finalizado, ou seja, a aula gravada não acaba no tempo da aula escolar, mas perdura como recurso didático à disposição dos estudantes para além do intervalo de permanência na escola.

Tais quais os livros didáticos, os vídeos ficam como material de apoio, mas diferente dos primeiros, eles têm o diferencial de aproximar alunos e professores de uma forma mais interativa e, de responder à necessária evolução nas formas de acesso aos estudantes, utilizando-se, para isso, tecnologias de comunicação áudio visual de uso comum.

Neste sentido, a proposta visa respeitar a diferença no tempo de assimilação dos conteúdos, diferente para cada um.

Da mesma forma, o acesso aos exercícios, para além do tempo de aula, permite aos estudantes resolverem as dúvidas, em princípio, por conta própria, podendo, para isso, recorrer aos vídeos quantas vezes forem necessárias.

Mesmo assim, existe a indicação de um tempo em que o professor esteja à disposição deles, na escola e/ou por meios dos aplicativos de mensagens, para dirimir as dúvidas remanescentes, entre um e outro encontro, o que equivale a dizer entre um conteúdo e o próximo, a fim de se estabelecer a hierarquia conceitual proposta como base na construção dos conceitos.

A seguir, mostramos cada slide com seu respectivo roteiro em texto que foi narrado pela autora para a composição dos vídeos referentes ao curso introdutório de Relatividade Especial.

Vídeo 1



Slide 1



Capítulo 1 Uma Visão Geral do Espaço- Tempo

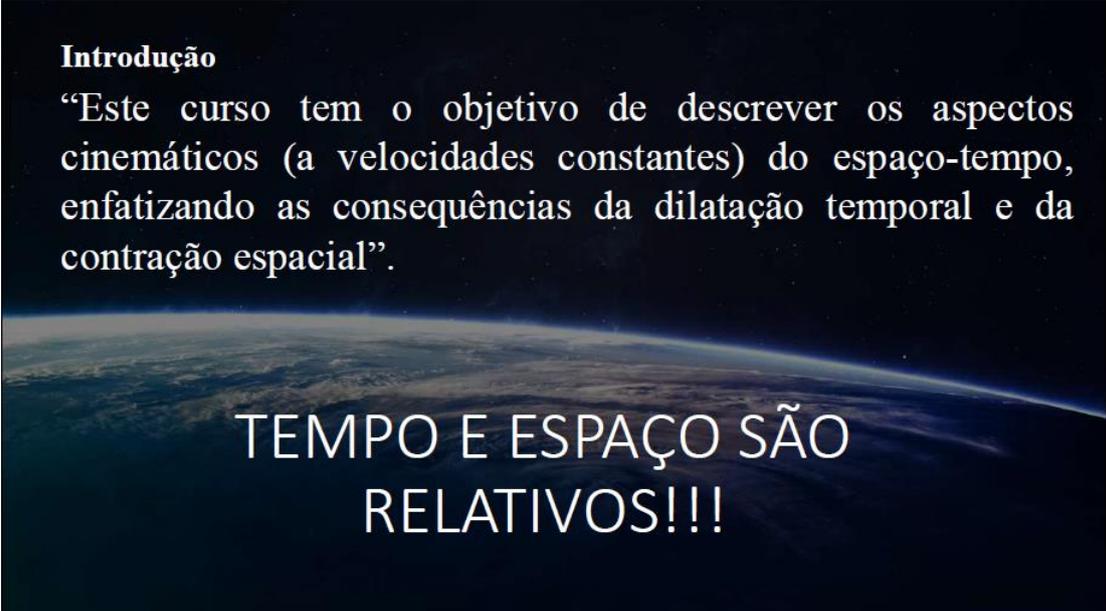
Os recortes deste Produto Educacional têm por base os conceitos de relatividade, mas foram modificadas para adequá-los ao nível médio, segundo a perspectiva da Aprendizagem Significativa.

Slide 2 Capítulo 1: Uma Visão Geral do Espaço-Tempo

Os recortes deste Produto Educacional têm por base os conceitos de relatividade, mas foram modificadas para adequá-los ao nível médio, segundo a perspectiva da Aprendizagem Significativa.

Introdução

“Este curso tem o objetivo de descrever os aspectos cinemáticos (a velocidades constantes) do espaço-tempo, enfatizando as consequências da dilatação temporal e da contração espacial”.



TEMPO E ESPAÇO SÃO RELATIVOS!!!

Slide 3 “Este curso tem o objetivo de descrever os aspectos cinemáticos (a velocidades constantes) do espaço-tempo, enfatizando as consequências da dilatação temporal e da contração espacial”.

A existência de uma grandeza invariante, denominada intervalo do espaço-tempo, leva a uma das consequências mais revolucionárias do pensamento científico atual: “TEMPO E ESPAÇO SÃO RELATIVOS!”.

A relatividade especial (ou restrita) é a teoria que trata uma classe especial de observadores – os que se movem, um com relação ao outro, com velocidade constante e, é ela que direciona o escopo deste produto.

Para introduzir o tema faz-se, então, o uso da seguinte parábola.



A parábola dos agrimensores

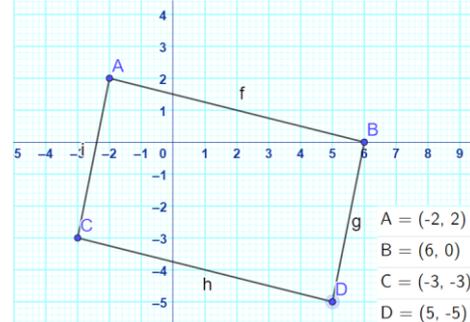
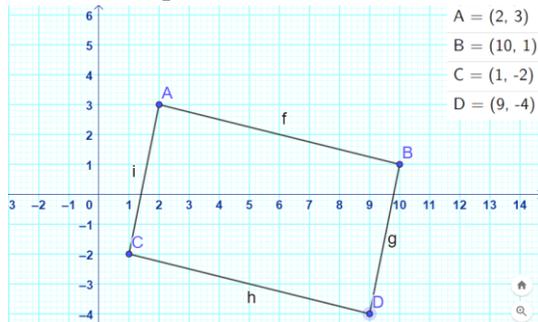
Diferentes unidades de medidas - Transformação de unidades

Slide 4 A parábola dos agrimensores

De acordo com o livro Física do espaço tempo, havia uma disputa de grupos diferentes de agrimensores quanto à localização das estacas que delimitavam um terreno.

Os valores, tomados a partir de dois sistemas distintos de referência, discordavam, e

isso era um problema.



Mesmo tomando precauções quanto ao método e precisão dessas medidas, ainda assim os valores discordavam.

Um primeiro problema: diferentes unidades de medidas: o metro e a milha. O que demandava transformação de uma unidades.

O segundo problema: dois sistemas distintos de referência.

A descoberta surpreendente: os valores discordavam, mas a distância entre dois pontos era invariante!

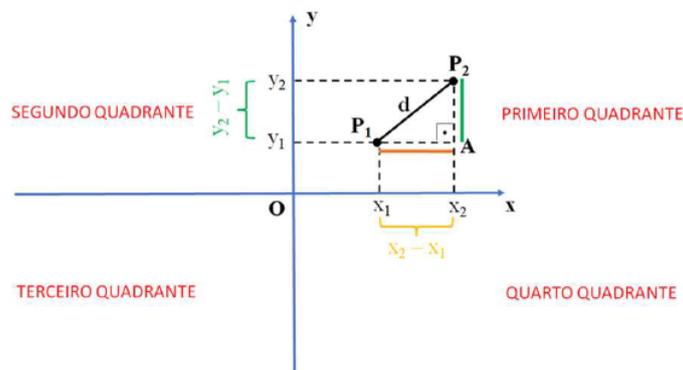
Uma comparação com o Sistema de coordenadas cartesiano

Para entender o problema, e a solução, trabalhemos no plano cartesiano com localização de pontos e uma rotação, de um quadrado de lado 1, com um dos vértices na origem do sistema e os lados sobre os eixos.

Slide 5 Uma comparação com o Sistema de coordenadas cartesianas.

Para entender o problema, e a solução, trabalhemos no plano cartesiano com localização de pontos e uma rotação, de um quadrado de lado 1, com um dos vértices na origem do sistema e os lados sobre os eixos.

A reta orientada x é denominada eixo x ou eixo das abscissas, enquanto a reta orientada y é denominada eixo y ou eixo das ordenadas. Eles dividem o plano em 4 partes ou quadrantes. $P_1 = (x_1, y_1)$ e $P_2 = (x_2, y_2)$



Slide 6 Duas retas orientadas, x e y , perpendiculares entre si e de mesma origem O , constituem um sistema ortogonal no espaço bidimensional.

A reta orientada x é denominada eixo x ou eixo das abscissas, enquanto a reta orientada y é denominada eixo y ou eixo das ordenadas. Eles dividem o plano em 4 partes ou quadrantes.

Para cada ponto P do plano traçam-se perpendiculares que vão até os eixos e determinam as projeções de P , em que x é a distância horizontal da origem do sistema até a projeção horizontal, e y é a distância vertical da origem até a projeção vertical.

Dessa forma, é possível associar a cada ponto P do plano um par ordenado de números reais de modo que P fica determinado por suas coordenadas cartesianas: $P = (x, y)$, em que x é abscissa de P e y é a ordenada de P .

Portanto, no caso da figura, tem-se: $P_1 = (x_1, y_1)$ e $P_2 = (x_2, y_2)$

Reciprocidade
– Relação
biunívoca!

Um ponto define duas coordenadas ou, duas coordenadas identificam um único ponto.

Slide 7 Reciprocamente, um par de números reais localiza no plano um único ponto P . Há, portanto, uma correspondência bijetiva entre os pontos do plano e os pares de

números reais.

Ou seja, um ponto define duas coordenadas ou, duas coordenadas identificam um único ponto.

É possível operar e comparar pares ordenados, como mostrado a seguir.

Adição

$$(x_1, y_1) + (x_2, y_2)$$



$$(x_1 + x_2, y_1 + y_2)$$

Exemplo:

$$(3, 9) + (2, -1) = (5, 8)$$



Slide 8 Adição: $(x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$.

Exemplo: $(3, 9) + (2, -1) = (5, 8)$

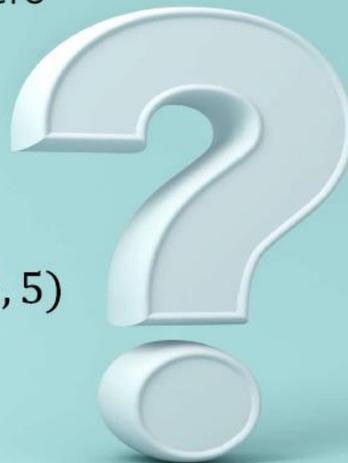
Multiplicação por um número real k :

$$k \cdot (x_1, y_1)$$



$$(k \cdot x_1, k \cdot y_1)$$

$$\text{Exemplo: } 5 \cdot (3, 1) = (15, 5)$$



Slide 9 Multiplicação por um número real k : $k \cdot (x_1, y_1) = (k \cdot x_1, k \cdot y_1)$.

Exemplo: $5 \cdot (3, 1) = (15, 5)$

$$(x_1, y_1) = (x_2, y_2)$$

$$x_1 = x_2 \text{ e } y_1 = y_2$$

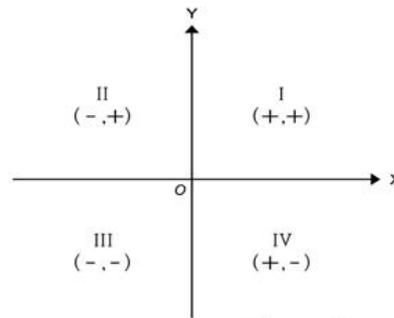
Exemplo: $(a - 1, b + 3) = (1, 7)$

$$a - 1 = 1$$

$$a - 1 + 1 = 1 + 1 \Rightarrow a = 2$$

$$b + 3 = 7$$

$$b + 3 - 3 = 7 - 3 \Rightarrow b = 4$$



Slide 10 Igualdade de dois pares ordenados: Igualar dois pontos é o mesmo que igualar suas coordenadas, certo? Então P_1 ser igual a P_2 é o mesmo que $(x_1, y_1) = (x_2, y_2)$, ou seja, $x_1 = x_2$ e $y_1 = y_2$

Veja no exemplo: se as coordenadas x e y de um ponto são $a - 1$, que corresponde à coordenada x, e $b + 3$, que corresponde à y e o ponto tem coordenadas $x = 1$ e $y = 7$, tem-se:

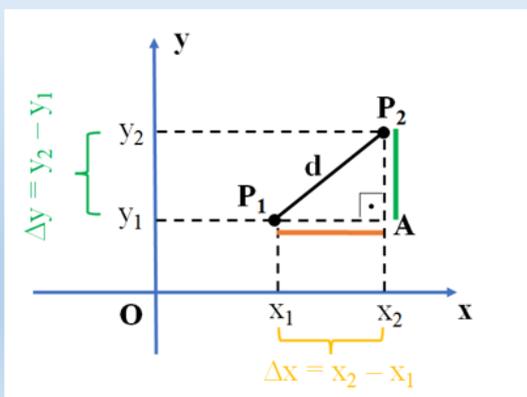
$a - 1 = 1$ (para deixar o a sozinho no primeiro membro, devemos somar 1, porque $-1 + 1$ é igual a zero (e o zero é o elemento neutro da adição). Claro que, para manter a igualdade, o 1 deve ser adicionado dos dois lados!

Assim, $a - 1 + 1 = 1 + 1 \Rightarrow a = 2$

Da mesma forma, se $b + 3 = 7$ tem-se que tirar 3 nos dois membros da igualdade, assim: $b + 3 - 3 = 7 - 3$, que implica em $b = 4$.

Distância entre pontos

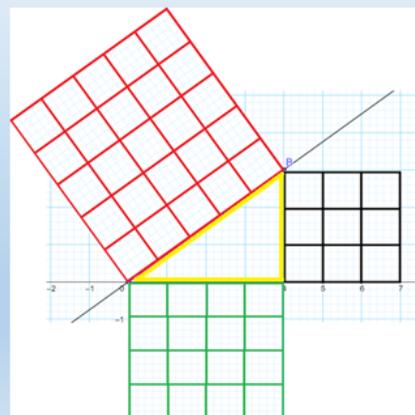
$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



Teorema de Pitágoras:

Em qualquer triângulo retângulo, o quadrado da Hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.

$$h^2 = a^2 + b^2$$



Slide 11 Distância entre pontos: dados dois pontos P_1 , com coordenadas (x_1, y_1) e P_2 , com coordenadas (x_2, y_2) é possível calcular a distância entre eles, aplicando-se o

Teorema de Pitágoras ao triângulo retângulo $P_1 A P_2$.

Veja, na figura da direita, que o quadrado preto, construído sobre o primeiro cateto do triângulo retângulo (amarelo), cuja medida é três unidades, tem área $3 \times 3 = 9$, assim como, o quadrado verde, de lado 4, tem área 16. Note que o quadrado vermelho, ou seja, a área do quadrado construído sobre a hipotenusa, é realmente igual à soma $9 + 16$, neste caso, que é 25.

Daí, é fácil ver que a distância entre os pontos P_1 e P_2 tem a mesma medida da hipotenusa, de onde tiramos que: $d^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2$ ou

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

Lista 1

1. Sobre o plano cartesiano, julgue as afirmativas a seguir:

- I. O eixo horizontal é conhecido também como eixo das abscissas.
- II. O ponto A $(-5, 3)$ é um ponto do terceiro quadrante.
- III. O eixo vertical é conhecido também como eixo das coordenadas.

Podemos afirmar que:

- a) Somente a afirmativa I é verdadeira.
- b) Somente a afirmativa II é verdadeira.
- c) Somente a afirmativa III é verdadeira.
- d) Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.
- e) Somente as afirmativas I e III são verdadeiras.

2. Em um plano cartesiano, foram marcados os pontos A $(2, 3)$, B $(-1, 2)$, C $(2, -3)$ e D $(1, 0)$. O único quadrante em que não há nenhum ponto marcado é:

- a) I
- b) II
- c) III
- d) IV

3. O plano cartesiano é um sistema de coordenadas desenvolvido por René Descartes. Esse sistema de coordenadas é formado por duas retas perpendiculares, chamadas de eixos cartesianos. O plano cartesiano é dividido em quadrantes. Sobre os quadrantes do plano cartesiano, considerando um ponto A (x, y) , em que $x > 0$ e $y < 0$, temos um ponto que pertence ao:

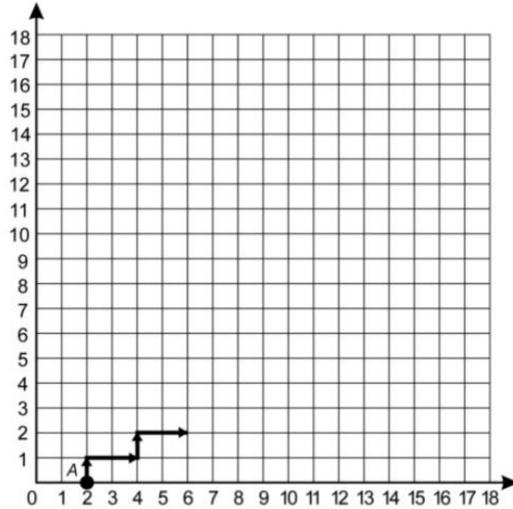
- a) primeiro quadrante
- b) segundo quadrante
- c) terceiro quadrante
- d) quarto quadrante
- e) eixo das abscissas

4. (USP) Uma das diagonais de um quadrado tem extremidades A $(1; 1)$ e C $(3; 3)$. As coordenadas dos outros dois vértices são:

- a) $(2; 3)$ e $(3; 2)$
- b) $(3; 1)$ e $(1; 3)$

- c) (3; 0) e (1; 4)
- d) (5; 2) e (4; 1)
- e) nenhuma das anteriores

5. (Enem Digital 2020) O gráfico mostra o início da trajetória de um robô que parte do ponto A (2; 0), movimentando-se para cima ou para a direita, com velocidade de uma unidade de comprimento por segundo, no plano cartesiano.



O gráfico exemplifica uma trajetória desse robô, durante 6 segundos.

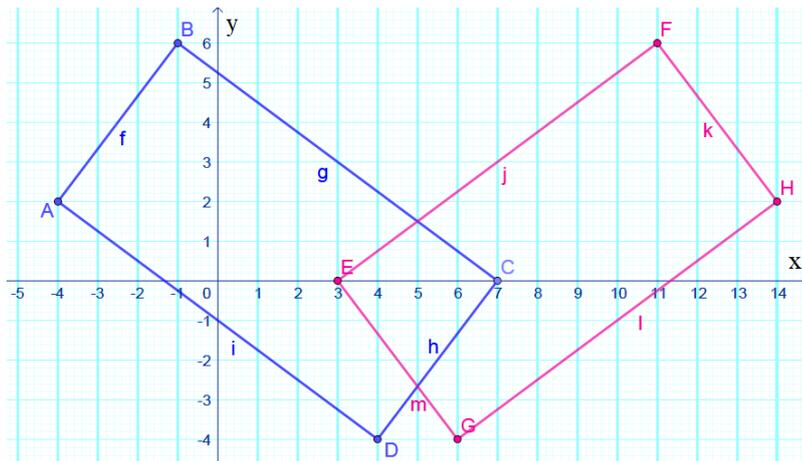
Supondo que esse robô continue essa mesma trajetória, qual será sua coordenada, após 18 segundos de caminhada, contando o tempo a partir do ponto A?

- a) (0; 18)
- b) (18; 2)
- c) (18; 0)
- d) (14; 6)
- e) (6; 14)

6. Considerando que a relatividade especial (ou restrita) é a teoria que trata uma classe especial de observadores, é correto afirmar que ela se refere a objetos que se movem:

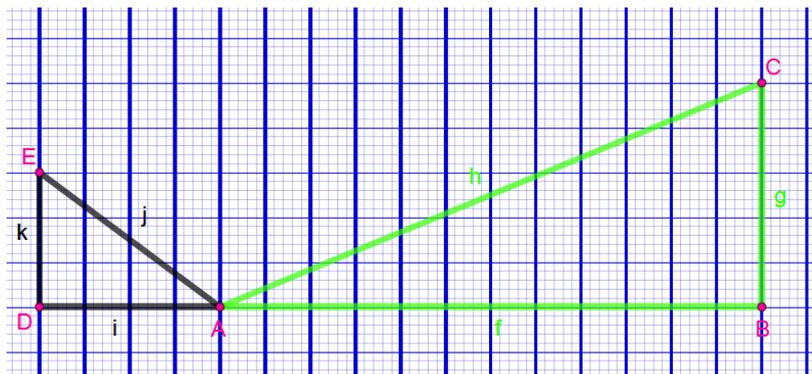
- a) com velocidades iguais.
- b) com velocidade diferentes.
- c) um em relação ao outro, com velocidade decrescente.
- d) um com relação ao outro, com velocidade constante.
- e) um com relação ao outro, com velocidade crescente.

7. Observe as figuras a seguir, em que os vértices dos quadriláteros são, respectivamente, os pontos A, B, C, D e F, G, H, I. Sabendo-se que a distância entre dois pontos é dada por $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$, é correto afirmar que:



- a) $d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-1 - (-4))^2 + (6 - 2)^2} = 5$
 b) $d_{BC} = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(7 - (-1))^2 + (0 - 6)^2} = 8$
 c) $d_{AB} = d_{BC}$
 d) $d_{AB} \neq d_{EG}$
 e) $d_{AD} \neq d_{GH}$

8. A soma das hipotenusas dos triângulos da figura é igual a:

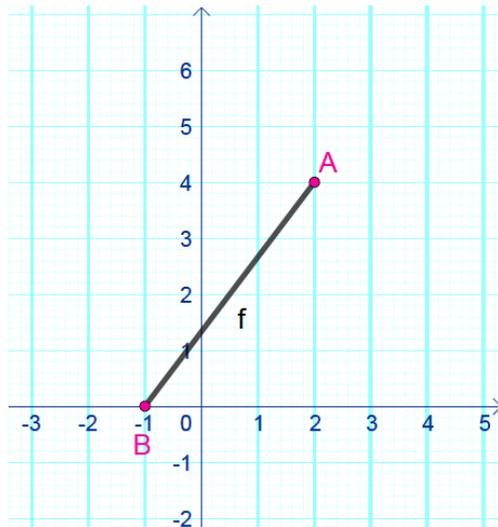


- a) 16
 b) 17
 c) 18
 d) 19
 e) 20

9. Quais o ponto que tem coordenadas igual à soma das coordenadas dos pontos $P = (10, -2)$ e $Q = (-5, 1)$?

- a) $R = (15, -1)$
 b) $S = (-5, 2)$
 c) $T = (5, -1)$
 d) $U = (5, 1)$
 e) $V = (-5, -3)$

10. A distância entre os pontos A e B da figura é igual a 5, mas se as coordenadas de B for multiplicada por 3, a distância entre A e B', será, então:



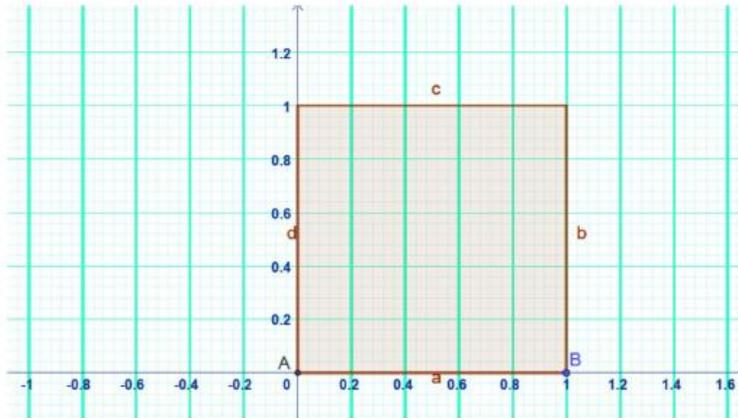
- a) 6,4
- b) 7
- c) 7,5
- d) 8
- e) 8,6

Vídeo 2



Slide 1 De volta, este é o segundo vídeo sobre Relatividade: para “construir um novo conhecimento”

Recontando a Parábola dos agrimensores!

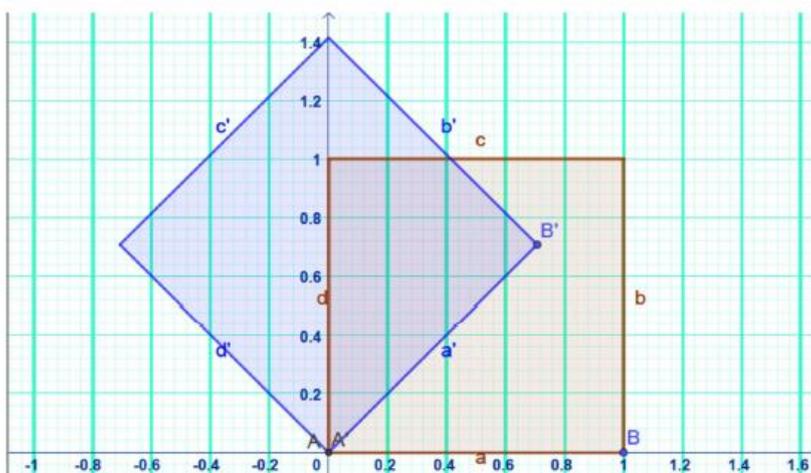


A distância entre os pontos A e B, na horizontal, coincide com a medida do lado do quadrado, ou seja $d = (x_B - x_A) = (1 - 0) = 1$

Slide 2 Recontando a parábola dos agrimensores, sobre os eixos cartesianos, e com um quadrilátero regular de lado igual a 1 unidade, que à princípio é mostrado com dois lados coincidentes com os eixos coordenados, além de ter um dos vértices sobre a origem desse sistema, como mostra a figura:

A distância entre os pontos A e B, na horizontal, coincide com a medida do lado do quadrado, ou seja $d = (x_B - x_A) = (1 - 0) = 1$.

Rotacionando para a esquerda (com vértice A, fixo)



Slide 3 A partir daí, a figura sofre uma rotação, com relação aos eixos, o que coincide muito de perto com a proposta de rotação da base de coordenadas, em que A coincide com A', mas as coordenadas de B' diferem das coordenadas de B, como mostra a figura.



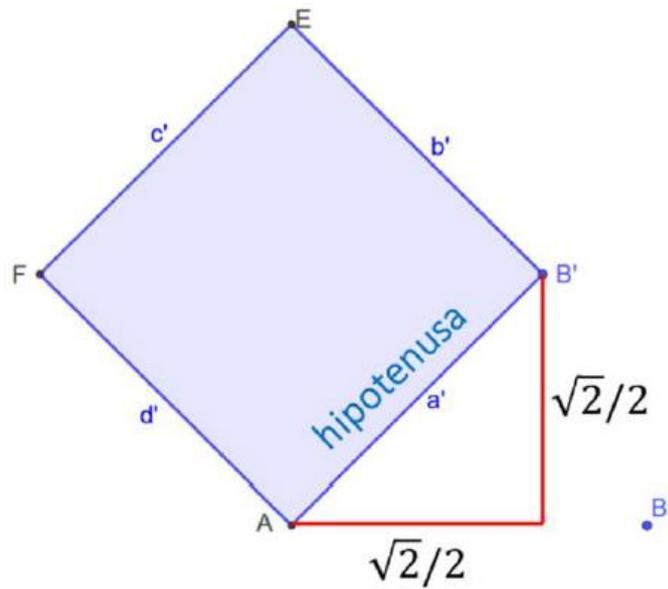
$$h^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{2}{4} + \frac{2}{4}$$

$$h^2 = 1$$

$$\sqrt{h^2} = \sqrt{1}$$

$$\pm h = 1$$

(sinal negativo não convém!)



Slide 4 A partir das alterações nas coordenadas dos pontos e das distâncias envolvidas, é possível trabalhar a ideia de que, independente das alteração dos valores dos vértices com relação aos eixos, as distâncias com relação a um ponto fixo resultam num invariante, como mostra a equação a seguir, em que as coordenadas de B' são $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$:

$$h^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{2}{4} + \frac{2}{4}$$

$$h^2 = 1$$

Tirando a raiz quadrada de ambos os membros, tem-se:

$$\sqrt{h^2} = \sqrt{1}$$

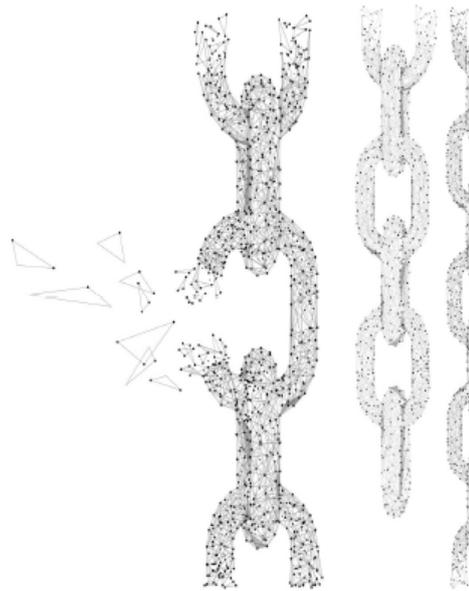
$$\pm h = 1$$

Considerando que o valor negativo não convém, por tratar-se da medida de uma distância, tem-se que $h = 1$ m, exatamente como no caso anterior.

Neste caso, ambas as direções tem a mesma unidade de medida, portanto não é necessário transformar as unidades.

A invariância das distâncias mostra que mesmo discordando sobre as separações verticais e horizontais, é possível concordar com os resultados das distâncias envolvidas.

A analogia mostra que, assim como no caso da parábola dos agrimensores, é possível discordar com as separações no espaço e no tempo, mesmo concordando com a invariância do intervalo espaço-tempo.



Slide 5 Neste caso, ambas as direções têm a mesma unidade de medida, portanto não é necessário transformar as unidades.

A invariância das distâncias mostra que mesmo discordando sobre as separações verticais e horizontais, é possível concordar com os resultados das distâncias envolvidas.

A analogia mostra que, assim como no caso da parábola dos agrimensores, é possível discordar com as separações no espaço e no tempo, mesmo concordando com a invariância do intervalo espaço-tempo.

Tudo isso para mostrar a ingenuidade do pensamento anterior à compreensão da Teoria da Relatividade de Einstein, quando mediamos tempo em segundos e espaço em metros, sem supor que poderíamos utilizar uma transformação de unidades que colocasse as grandezas espaço e tempo sobre um mesmo olhar.



Três pontos importantes:

1. Usar a mesma unidade para tempo e espaço;
2. Não pensar na mesma separação no tempo entre dois eventos, independentemente do movimento do observador, mas,
3. O intervalo do espaço-tempo invariável, assim como a distância também era, no caso da parábola.

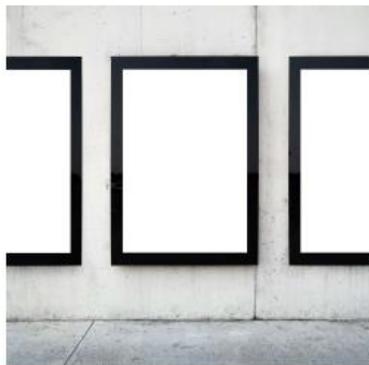
Slide 6 Para isso, são trabalhados três pontos que diferenciam a visão antes e depois da relatividade:

Usar a mesma unidade para tempo e espaço;

Não pensar na mesma separação no tempo entre dois eventos, independentemente do movimento do observador, mas,

O intervalo do espaço-tempo invariável, assim como a distância também era, no caso da parábola.

Quadrar e combinar separações em espaço e tempo, medidos ambos em metros, mostrou aos pesquisadores resultados importantes sobre aspectos da natureza insondáveis antes da compreensão do invariante que se sobressai dos cálculos.



Resumo

- 1 – Transformar Unidades
- 2 – Reconhecer o invariante
(neste caso, a distância!)

A analogia que se faz, com relação ao exemplo da parábola dos exploradores e do conhecimento que se tinha sobre o espaço e o tempo, até a teoria da relatividade, era de que um e outro divergiam em unidades de medida, o que foi contornado pela descoberta de um outro invariante que, em qualquer sistema de referência tem o mesmo valor: o intervalo espaço-temporal. Por isso é denominado invariante.

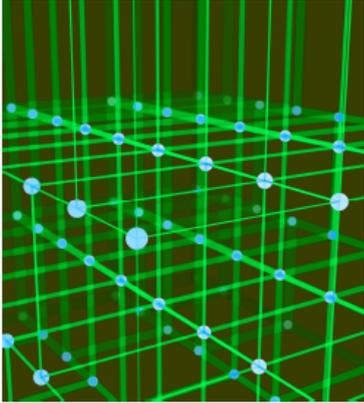
Slide 7 Resumo da parábola

Na parábola dos exploradores é importante reconhecer que medidas realizadas por dois sistemas que diferem entre si, apenas por rotação, podem apresentar valores que divergem em valores e em unidades de medidas, mas que mesmo assim podem levar a um mesmo valor de distância entre dois pontos.

A primeira coisa a ser feita, quando as unidades divergem, é transformar uma delas na mesma unidade da outra, por um fator de conversão adequado.

A segunda, é utilizar a expressão que calcula a distância entre dois pontos, quaisquer que sejam as unidades de medida, porque nesse exemplo o importante é notar o que é invariante: a distância.

A analogia que se faz, com relação ao exemplo da parábola dos exploradores e do conhecimento que se tinha sobre o espaço e o tempo, até a teoria da relatividade, era de que um e outro divergiam em unidades de medida, o que foi contornado pela descoberta de um outro invariante que, em qualquer sistema de referência tem o mesmo valor: o intervalo espaço-temporal. Por isso é denominado invariante.



Relatividade

A velocidade da luz é utilizada para transformar o tempo em unidades de espaço, por meio da equação:

$$c = \frac{x}{t} \Rightarrow c \cdot t = x$$

ou seja, c vezes o tempo medido em segundos será idêntico a um tempo que é medido em metros.

Slide 8 Neste caso, da relatividade, a velocidade da luz é utilizada para transformar o tempo em unidades de espaço, por meio da equação: $c = \frac{x}{t} \Rightarrow c \cdot t = x$, ou seja, c vezes o tempo medido em segundos será idêntico a um tempo que é medido em metros.

Diferentes notações para diferentes referenciais

	Laboratório (fixo na Terra)	Foguete (viajando com velocidade próxima à da luz)
Intervalo espacial entre dois eventos	x	x'
Intervalo de tempo entre dois eventos	t	t'

Slide 9 Considere, então, dois possíveis referenciais, nos quais diferentes medidas são feitas para dois eventos distintos:

Diferentes notações para diferentes referenciais

	Laboratório (fixo na Terra)	Foguete (viajando com velocidade próxima à da luz)
Intervalo espacial entre dois eventos	x	x'
Intervalo de tempo entre dois eventos	t	t'

Até então, a mecânica newtoniana diria que x seria diferente de x' , mas que t e t' seriam idênticos, o que é verdade no mundo de baixas velocidades, em que as diferenças são imperceptíveis, mas deixa de ser verdade no mundo de altas velocidades, em que x e x' diferem entre si, assim como t e t' , já que mesmo pequenas diferenças nessas medidas passam a ser relevantes neste contexto.

$$(c \cdot t_{\text{em segundos}})^2 - x^2 = (c \cdot t'_{\text{em segundos}})^2 - x'^2$$



Como no exemplo da parábola, a distância espacial era um invariante, na natureza, o intervalo do espaço-tempo é um invariante.

Slide 10 Esses resultados são reais e são confirmados por inúmeros experimentos validados pela ciência e pela aplicação e uso no mundo atual, portanto a análise de situações desse tipo são altamente necessárias para a compreensão desses resultados.

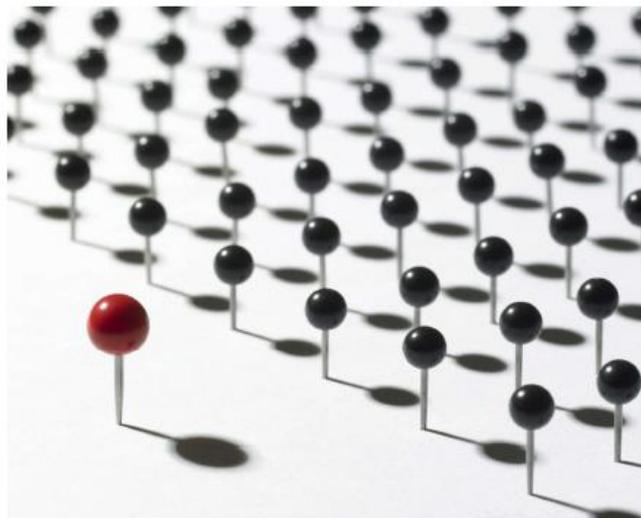
Assim: $(c \cdot t_{\text{em segundos}})^2 - x^2 = (c \cdot t'_{\text{em segundos}})^2 - x'^2$

Como no exemplo da parábola, a distância espacial era um invariante, na natureza, o intervalo do espaço-tempo é um invariante.

Por que o intervalo foi definido dessa maneira?

$$\tau^2 = t^2 - x^2$$

A medida do tempo em metros traduz a distância em metros que a luz percorre no intervalo de tempo igual a 1 segundo.



Slide 11 Uma questão possível seria:

Por que o intervalo foi definido dessa maneira? E a resposta seria: esta é a única combinação de tempo e espaço que se consegue construir para obter uma grandeza invariante.

Dessa maneira, utiliza-se a definição de intervalo $\tau^2 = t^2 - x^2$, lembrando que o tempo é, na expressão, medido em metros.

A medida do tempo em metros traduz a distância em metros que a luz percorre no

intervalo de tempo igual a 1 segundo.

Sistema Natural de Unidades

$$\tau^2 = c^2 \cdot t^2 - x^2$$

$$c = 1$$

$$\tau^2 = t^2 - x^2$$



(já que 1 é o elemento neutro da multiplicação e pode ser suprimido)

Slide 12 O sistema de unidades em que o tempo é medido em metros é chamado sistema de unidades naturais.

Note que $\tau^2 = c^2 \cdot t^2 - x^2$, mas, como $c = 1$, a equação para o intervalo fica reduzida a $\tau^2 = t^2 - x^2$, já que 1 é o elemento neutro da multiplicação e pode ser suprimido.

Lista 2

1. Invariante e algo que:

- não se altera.
- se altera, dependendo das referências usadas.
- se altera em valores, mas não em essência.
- não se altera para referenciais acelerados.
- se altera em quantidades imperceptíveis.

2. A parábola dos agrimensores nos ajuda a compreender que, para dois pontos, identificados corretamente por suas coordenadas, a distância entre eles:

- sempre depende do sistema de referência.
- nem sempre depende do sistema de referência.
- varia de acordo com os valores das coordenadas.
- não pode ser medida de forma segura.
- permanece inalterada, mesmo que se altere o sistema de referência.

3. A velocidade da luz, c , é utilizada, na teoria da relatividade, para converter a medida de:

- tempo em unidades de espaço.
- metros para milhas.
- segundo para quilômetros.

- d) metros para segundos.
- e) espaço em unidades de tempo.

4. A medida do tempo em metros traduz a distância em metros que a luz percorre no intervalo de tempo igual a:

- a) 1 segundo.
- b) 10 segundos.
- c) 1 minuto,
- d) 100 minutos.
- e) 1 nanosegundo.

5. Comparando a parábola dos agrimensores e a teoria da relatividade, tem-se claro que:

- a) na parábola a distância variava com o referencial.
- b) na teoria da relatividade o tempo medido é sempre fixo.
- c) na parábola o tempo de medida das distancias altera os valores medidos.
- d) na teoria da relatividade o tempo e o espaço não tem qualquer relação.
- e) na parábola a distância era invariante, e na teoria da relatividade, o invariante é o intervalo espaço-tempo.

6. Sabendo que a velocidade da luz é igual a c , em que $c = \frac{x}{t} = \frac{\text{distância percorrida pela luz, em metros}}{\text{tempo decorrido para a luz percorrer a distancia } x, \text{ em segundos}} \cong 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, é correto afirmar que, em 10 segundos a luz percorre a distância, em metros, igual a:

- a) $3 \cdot 10^6 \text{ m}$
- b) $3 \cdot 10^7 \text{ m}$
- c) $3 \cdot 10^8 \text{ m}$
- d) $3 \cdot 10^9 \text{ m}$
- e) $3 \cdot 10^{10} \text{ m}$

7. Considere dois possíveis referenciais, nos quais diferentes medidas são feitas para dois eventos distintos, conforme indica a tabela a seguir, e escolha a alternativa correta:

Diferentes notações para diferentes referenciais

	Laboratório (fixo na Terra)	Foguete (viajando com velocidade próxima à da luz)
Intervalo espacial entre dois eventos	x	x'
Intervalo de tempo entre dois eventos	t	t'

- a) para Newton, x é diferente de x', mas que t e t' são sempre idênticos.
- b) em nenhum caso x seria diferente de x', e t e t' seriam diferentes.
- c) o que é verdade no mundo de baixas velocidades, nem sempre é verdade no mundo de altas velocidades.
- d) x e x' diferem entre si, assim como t e t', pois mesmo pequenas diferenças nessas medidas passam a ser relevantes no contexto de altas velocidades.

e) a relatividade foi descoberta para explicar efeitos vistos em baixíssimas velocidades.

8. Um terreno retangular será dividido ao meio, pela sua diagonal, formando dois triângulos retângulos. A metade desse terreno será cercada com 4 fios de arame farpado. Sabendo que as dimensões desse terreno são de 20 metros de largura e 21 metros de comprimento, qual será a metragem mínima gasta de arame?

- a) 300 metros
- b) 280 metros
- c) 140 metros
- d) 70 metros
- e) 29 metros

9. Uma represa no formato retangular possui dimensões de 30 metros por 40 metros. Qual será a distância percorrida por uma pessoa que atravessa essa represa pela sua diagonal?

- a) 45 metros
- b) 50 metros
- c) 65 metros
- d) 70 metros
- e) 80 metros

10. (IBEG) Um empresário adquiriu um terreno comercial em formato triangular. As medidas perpendiculares são de 120 metros e 160 metros. Após a limpeza do terreno, o proprietário decidiu construir uma cerca de arame liso com 8 fios em volta de todo o perímetro do terreno. Cada metro do fio de arame custa R\$ 1,50. Diante das informações apresentadas, calcule o perímetro total do terreno utilizando o teorema de Pitágoras, a quantidade de metros de arames a ser utilizado e o valor do custo com a aquisição dos fios de arame.

- a) Perímetro total de 280 metros; 2.240 metros de fios; custo de R\$ 3.360.
- b) Perímetro total de 300 metros; 2.400 metros de fios; custo de R\$ 3.600.
- c) Perímetro total de 350 metros; 2.800 metros de fios; custo de R\$ 4.200.
- d) Perímetro total de 480 metros; 3.840 metros de fios; custo de R\$ 5.760.
- e) Perímetro total de 400 metros; 3.200 metros de fios; custo de R\$ 4.800.

Vídeo 3

O Produto: UM RECORTE DA FÍSICA MODERNA NO ENSINO MÉDIO: A
RELATIVIDADE ESPECIAL E A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO DENTRO
DA REALIDADE DE UMA ESCOLA PÚBLICA DO TOCANTINS

ADRIANA DA SILVA VALADARES (Mestranda)
Dra. SHIRLEI NABARRETE DEZIDERIO (Orientadora)
Dr. MATHEUS PEREIRA LÔBO (Coorientador)

Apresentação do produto

Este é um Produto Educacional criado exclusivamente para atender ao objetivo de pesquisa da Dissertação do MNPEF com título:

UM RECORTE DA FÍSICA MODERNA NO ENSINO MÉDIO: A RELATIVIDADE ESPECIAL E A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO DENTRO DA REALIDADE DE UMA ESCOLA PÚBLICA DO TOCANTINS.

Ele está separado em duas partes:

1. Curso introdutório de Relatividade Restrita (ou especial);
2. Aprofundamento (opcional).

A sequência didática

Na sequência abaixo estão os links dos vídeos criados pela pesquisadora deste trabalho, os roteiros e as listas de exercícios para os professores terem um suporte nas suas aulas de Relatividade Especial. Esses materiais servem, também, de modelo para os mesmos criarem suas próprias metodologias em relação ao ensino de Física Moderna.

A escrita do roteiro antecede a gravação dos vídeos e é parte crucial da formação docente, pois depende da visão do conjunto completo de informações, recortado do livro texto, e que posteriormente deverá ser dividido nos conteúdos dos vídeos.

Como se trata de um produto dirigido ao Ensino Médio, o nível deve respeitar a maturidade dos estudantes, no entanto, para passar pelo crivo do professor que desenvolve a atividade, ele deve ser compreendido primeiramente pelo professor.

Esta é uma fase importante, por permitir o delineamento orientado por escolhas que contemplem o tema, que despertem o interesse de pessoas que podem sequer ter ouvido falar sobre relatividade anteriormente, ou mesmo tendo ouvido falar, não refletiram suficientemente para compreender, por exemplo, que marcar um local de encontro com alguém não é suficiente para que o encontro ocorra. É necessário, também, que aqueles que pretendem o encontro combinem um mesmo instante do tempo, do contrário, se cada um comparecer no local correto, mas em dias ou horários diferentes, o encontro não ocorrerá.

A compreensão do significado de referencial inercial – associada as situações em que o movimento só pode ser percebido de fora – é outro ponto que obriga à reflexão e que impõe o amadurecimento e a organização de ideias do professor que, ao passar pelo processo da construção dos roteiros, se prepara para orientar esse mesmo processo nos estudantes, durante a aplicação do Produto.

Da mesma forma que essa reflexão fica ausente, muitas vezes, da formação inicial dos professores de Física – sem falar em professores de outras áreas que ministram a disciplina (Gomes, 2021) – também a questão histórica forja a compreensão dos temas, como por exemplo, quando se compreende que Albert Einstein, relegado a um escritório de patentes, trabalha justamente numa patente que tenta unificar o tempo – no mundo todo – quando compreende que o tempo é, tal como o espaço, relativo.

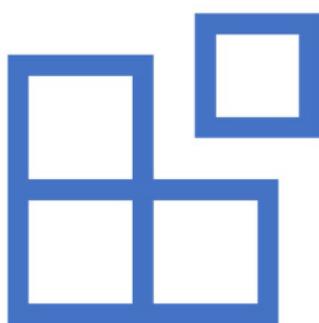
As peças se encaixam, e ao fazerem isso cumprem os pressupostos da TAS, de forma a reconciliar integrativamente, várias partes do conhecimento concebidas de forma diferenciadas, no tempo e no espaço cognitivo.



Slide 1 Olá! Vamos continuar nosso curso sobre relatividade especial?

O importante no vídeo de hoje é estabelecer uma relação entre o invariante do vídeo anterior – que era a distância entre dois pontos – com o invariante que surge da TRR: o intervalo espaço-tempo.

Exemplificando, para organizar e diferenciar



Multiplicando o tempo, em ns, por c, obtém-se:

$$v = c = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$c \cdot \Delta t = \Delta s$$

$$3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \cdot 10^{-9} s = 0,3 m$$

A luz percorre aproximadamente 0.3 m em 1 ns!

c é a única constante da natureza que relaciona o espaço e o tempo.

Slide 2 Exemplificando, para organizar e diferenciar

O tempo em metros é o tempo em que a luz percorre determinada distância, que decorre da multiplicação da velocidade da luz pelo tempo, em segundos, que resulta num número acompanhado da unidade de medida em metros, exatamente como a unidade de medida do espaço.

Por exemplo, multiplicando o tempo, em nanosegundos, pela velocidade da luz, obtém-se:

$$v = c = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow c \cdot \Delta t = \Delta s \Rightarrow 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \cdot 10^{-9} s = 0,3 m$$

Isto equivale a dizer que a luz percorre aproximadamente 0.3 m em 1 ns.

A velocidade da luz é uma constante natural, e é a única constante da natureza que

relaciona o espaço e o tempo.

O novo invariante

$$(\text{intervalo})^2 = [c \cdot (\Delta t \text{ em segundos})]^2 - (\Delta s \text{ em metros})^2$$

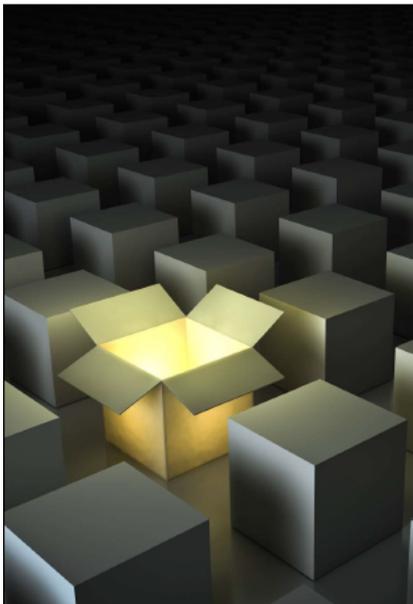
$$(b)^2 = [\text{hipotenusa}]^2 - (a)^2$$

Slide 3 A analogia entre os invariantes fica completa na proposta de experimento, quando é, então, evocado o quadrado do intervalo de espaço-tempo, calculado a partir das medições do observador de laboratório, como mostra a equação a seguir: (destaque para o sinal negativo, que a difere do cálculo do Teorema de Pitágoras)

$$(\text{intervalo})^2 = [c \cdot (\Delta t \text{ em segundos})]^2 - (\Delta s \text{ em metros})^2$$

Como entender isso?

$$(b)^2 = [\text{hipotenusa}]^2 - (a)^2$$



Tempo e espaço fazem parte de uma única entidade, denominada ESPAÇO-TEMPO!!!

$$(\text{intervalo})^2 = \left[\frac{\text{separação}}{\text{no tempo (m)}} \right]^2 - \left(\frac{\text{Separação}}{\text{no espaço (m)}} \right)^2$$

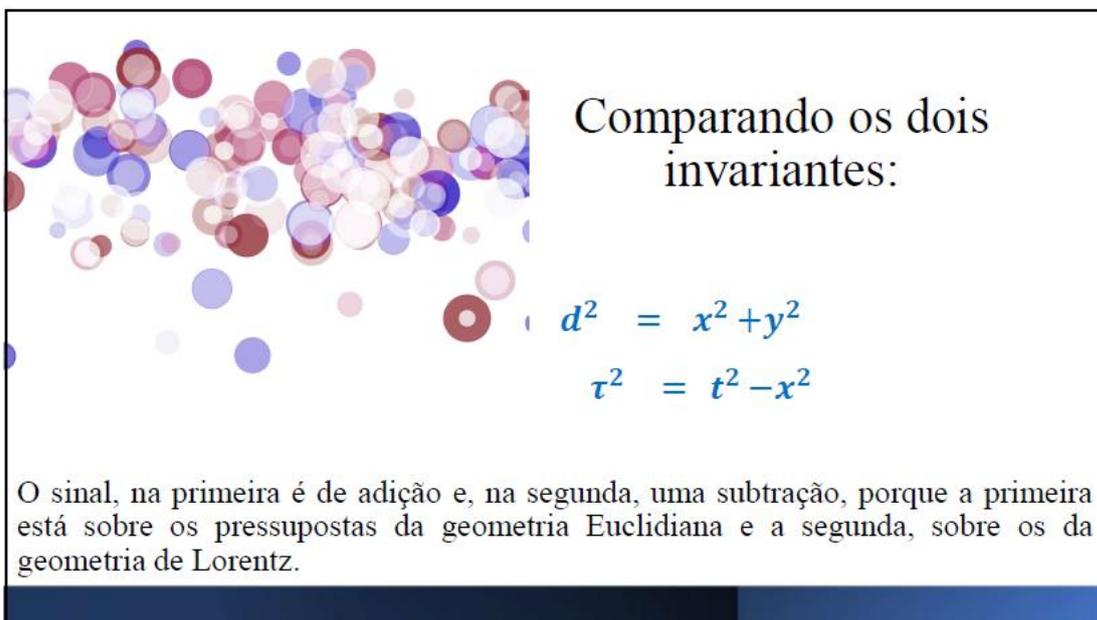
A invariância do intervalo espaço-tempo, e sua independência do estado de movimento do observador, resulta em que tempo não pode ser visto como separado do espaço: fazem parte de uma única entidade, o espaço-tempo. Daí, as três direções do espaço e a direção (avante) do tempo se combinam numa geometria verdadeiramente quadrimensional.

Slide 4 Mesmo que dois observadores encontrem diferentes separações de espaço e de tempo, respectivamente, entre eventos distintos, o intervalo espaço-tempo entre eles coincidem, depois de convertido o tempo em metros, $t \text{ (metros)} = c \times t \text{ (segundos)}$, pela equação:

$$(\text{intervalo})^2 = \left[\begin{array}{l} \text{separação} \\ \text{no tempo (m)} \end{array} \right]^2 - \left(\begin{array}{l} \text{Separação} \\ \text{no espaço (m)} \end{array} \right)^2$$

A invariância do intervalo espaço-tempo, e sua independência do estado de movimento do observador, resulta em que tempo não pode ser visto como separado do espaço: fazem parte de uma única entidade, o espaço-tempo. Daí, as três direções do espaço e a direção (avante) do tempo se combinam numa geometria verdadeiramente quadridimensional.

Assim, embora os tempos e as distâncias sejam diferentes para os dois referenciais, existe uma combinação entre eles que é invariante, o intervalo do espaço-tempo que mostra que o tempo não pode ser considerado como uma grandeza independente do espaço. Tempo e espaço fazem parte de uma única entidade, denominada ESPAÇO-TEMPO!!!



Comparando os dois invariantes:

$$d^2 = x^2 + y^2$$

$$\tau^2 = t^2 - x^2$$

O sinal, na primeira é de adição e, na segunda, uma subtração, porque a primeira está sobre os pressupostas da geometria Euclidiana e a segunda, sobre os da geometria de Lorentz.

Slide 5 Comparando os dois invariantes que estudamos aqui, temos:

$$d^2 = x^2 + y^2$$

$$\tau^2 = t^2 - x^2$$

Em que o sinal, na primeira é de adição e, na segunda, uma subtração, porque a primeira está sobre os pressupostas da geometria Euclidiana e a segunda, sobre os da geometria de Lorentz

Eventos e Intervalos

O conceito fundamental é o evento.

A grandeza invariante é o intervalo do espaço-tempo entre dois eventos.

Um evento é um ponto (ou localização) no espaço e no tempo.

Exemplos: uma colisão entre duas partículas, a emissão de luz por um átomo, a explosão de uma bomba, etc.

Para um observador em repouso, onde ocorrem dois eventos, a separação espacial entre eles é igual a zero e o tempo, neste referencial é dito tempo próprio.

Slide 6 Eventos e Intervalos

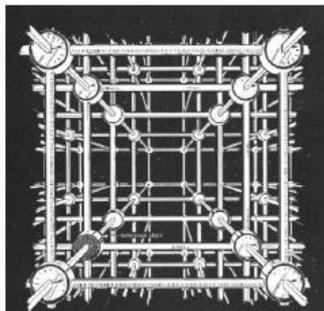
Em relatividade o conceito fundamental é o evento.

A grandeza invariante é o intervalo do espaço-tempo entre dois eventos.

Um evento é um ponto (ou localização) no espaço e no tempo. Exemplos de eventos são: uma colisão entre duas partículas, a emissão de luz por um átomo, a explosão de uma bomba etc. Tudo que ocorrer em um dado momento e em uma dada posição do espaço constitui-se um evento.

Para um observador em repouso, onde ocorrem dois eventos, a separação espacial entre eles é igual a zero e o tempo, neste referencial é dito tempo próprio.

Localizando eventos



Treliça de medidores e relógios



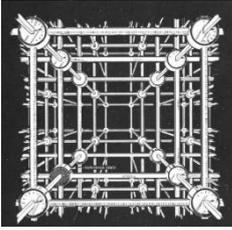
Um evento é um ponto no espaço-tempo, ou seja, uma localização no espaço e no tempo.

Slide 7 Localizando eventos

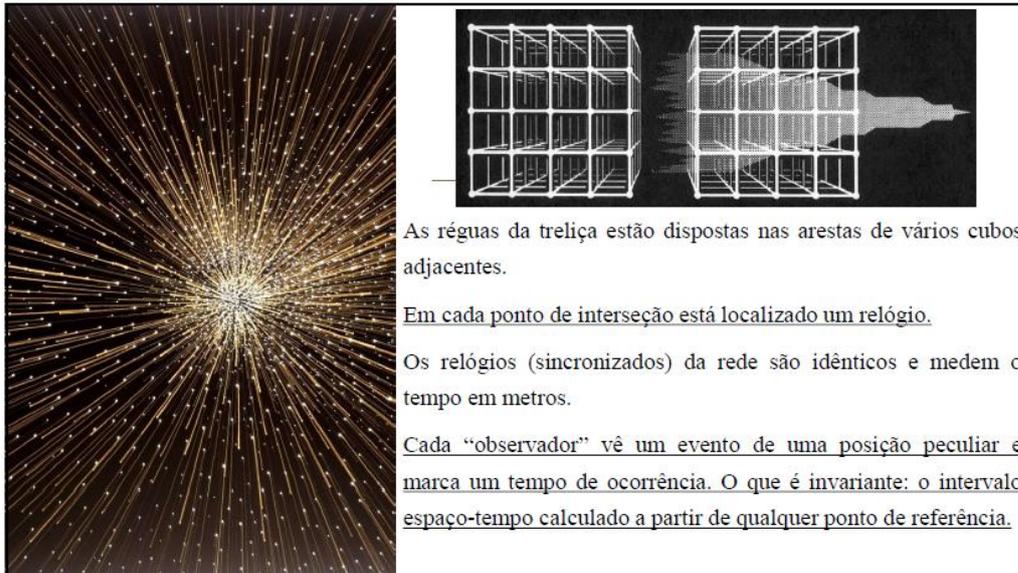
Como podemos determinar onde e quando um dado evento ocorreu?

Uma maneira de determinarmos o ponto do espaço e do tempo de um evento é construirmos uma rede de réguas e relógios. É instrutivo discutirmos essa rede para entendermos o conceito de observador... Considere uma rede tridimensional de réguas

e relógios, como mostrado na figura.
Treliça de medidores e relógios



Um evento é um ponto no espaço-tempo, ou seja, uma localização no espaço e no tempo.



As réguas da treliça estão dispostas nas arestas de vários cubos adjacentes.

Em cada ponto de interseção está localizado um relógio.

Os relógios (sincronizados) da rede são idênticos e medem o tempo em metros.

Cada "observador" vê um evento de uma posição peculiar e marca um tempo de ocorrência. O que é invariante: o intervalo espaço-tempo calculado a partir de qualquer ponto de referência.

Slide 8 As réguas da treliça estão dispostas nas arestas de vários cubos adjacentes.
Em cada ponto de interseção está localizado um relógio.

Os relógios da rede são idênticos e medem o tempo em metros.

Os relógios dessa rede devem estar sincronizados. (o mecanismo é complexo demais para ser trabalhado neste curso, mas a informação é muito relevante)

O que é importante: Cada observador vê um evento de uma posição peculiar e marca um tempo de ocorrência. O que é invariante: o intervalo espaço-tempo calculado a partir de qualquer ponto de referência.

Sobre observadores!

1. Observadores (1 milhão de testemunhas): a palavra observador é uma maneira de nos referirmos ao conjunto de réguas e relógios associados a um referencial inercial.
2. Tudo o que olhamos (estrelas no céu, por exemplo) reflete um acontecimento do passado, pois se ela está a 100 mil anos-luz da Terra, o que vemos é a luz que foi emitida dela há 100 mil anos atrás.
3. É necessário considerar a rede tridimensional de réguas e relógios, sincronizados através da velocidade da luz, como um legítimo referencial inercial.



Slide 9 Sobre observadores

Observadores (1 milhão de testemunhas). Em relatividade é comum falarmos em observadores. Mas, qual o significado físico da palavra observador? De quantos observadores estamos falando? ... Na verdade, a palavra observador é uma maneira de nos referirmos ao conjunto de réguas e relógios associados a um referencial inercial.

Tudo o que olhamos (estrelas no céu, por exemplo) reflete um acontecimento do passado, pois se ela está a 100 mil anos-luz da Terra, o que vemos é a luz que foi emitida dela há 100 mil anos atrás.

Por isso é necessário considerar a rede tridimensional de réguas e relógios, sincronizados através da velocidade da luz, como um legítimo referencial inercial.



Características centrais de uma estrutura de flutuação livre:

1. Podemos "nos livrar da gravidade" entrando numa estrutura de flutuação livre.
2. A existência de um quadro de flutuação livre depende da aceleração igual de todas as partículas em um determinado local.
3. Todo quadro de flutuação livre tem extensão limitada no espaço-tempo.

Slide 10

Resumindo:

Referenciais inerciais, onde a TRR é válida, é um referencial de flutuação livre (ou referencial inercial, ou q referencial de Lorentz) e fornece um ambiente no qual é possível realizar experimentos sem a presença das chamadas "forças gravitacionais".

Nesse contexto, uma partícula liberada do repouso permanece em repouso e uma

partícula em movimento continua esse movimento sem mudança na velocidade ou na direção (1ª Lei de Newton).

Há três características centrais de uma estrutura de flutuação livre:

- (1) Podemos “nos livrar da gravidade” entrando numa estrutura de flutuação livre.
- (2) A existência de um referencial de flutuação livre depende da aceleração igual de todas as partículas em um determinado local.

(3) Todo referencial de flutuação livre tem extensão limitada no espaço-tempo.

Por hoje é isso, e voltaremos no próximo vídeo para complementar este assunto, ok?

Não deixem de fazer os exercícios e de me perguntar sobre qualquer ponto que não tenha ficado claro.

Lista 3

1. Seja a velocidade da luz dada por $v = c = \frac{\Delta s}{\Delta t}$. Calcule a distância que a luz viaja em $4 \cdot 10^{-10}$ s e marque a alternativa correta:

- a) no intervalo de $4 \cdot 10^{-10}$ s a luz percorre aproximadamente 0,12 m.
- b) no intervalo de $4 \cdot 10^{-10}$ s a luz percorre exatamente 1,2 m.
- c) no intervalo de $4 \cdot 10^{-10}$ s a luz percorre aproximadamente 7,5 m.
- d) no intervalo de $4 \cdot 10^{-10}$ s a luz percorre exatamente 0,012 m.
- e) no intervalo de $4 \cdot 10^{-10}$ s a luz percorre aproximadamente 0,75 m.

2. Para calcular o intervalo do espaço-tempo, na TRR, utiliza-se a velocidade da luz para transformar o tempo em metros, antes de fazer qualquer cálculo por meio da equação $\tau^2 = t^2 - x^2$. Isto se deve ao fato de que a velocidade da luz:

- a) é a única constante da natureza que relaciona o espaço e o tempo.
- b) tem valor exato, ou seja, $3 \cdot 10^8$ s.
- c) tem valor pouco acima de $3 \cdot 10^8$ m/s.
- d) é uma constante especial, sob qualquer ponto de vista.
- e) só pode ser superada por partículas com massas infinitamente pequenas.

3. Escolha a alternativa correta. Tempo próprio é:

- a) Quando dois eventos ocorrem no mesmo ponto, em um referencial inercial, o intervalo de tempo entre os eventos, medido neste referencial, é chamado tempo próprio.
- b) A velocidade da luz no vácuo que tem o mesmo valor em todas as direções e em todos os referenciais inerciais.
- c) É algo que ocorre e ao qual se atribui uma posição (espaço) e um instante (tempo).
- d) Um conceito absoluto mas, sim relativo, que depende do movimento do observador.

4. Comparando os dois invariantes que estudamos aqui, temos: $d^2 = x^2 + y^2$ e $\tau^2 = t^2 - x^2$. Imagine que os pontos P e Q sejam definidos a partir de dois sistemas de referencias ortogonais distintos, nos quais os valores das coordenadas dos pontos sejam dados como na tabela a seguir:

Sistema de referência	Ponto P = (x _P , y _P)	Ponto Q = (x _Q , y _Q)
-----------------------	--	--

A	P = (0, 0)	Q = (6, 8)
B	P = (-2, 5)	Q = (6, 11)

Sabendo que a distância entre P e Q é dada por $d = \sqrt{(x_Q - x_P)^2 + (y_Q - y_P)^2}$, assinale a alternativa correta:

- nos dois sistemas a distância entre P e Q é igual a 100 unidades.
- a distância entre P e Q é maior no sistema de referência A do que no B
- a distância entre P e Q é menor no sistema de referência A do que no B
- a distância entre P e Q não depende do sistema de referência adotado.
- a distância entre P e Q depende do sistema de referência adotado.

5. Observe na tabela a seguir os valores de x e x' e de t e t', medidos por dois observadores distintos, em relação ao mesmo evento.

Observador	Posição	tempo
A	x = 8	t = 10
B	x' = 20	t' = 20,88

Sabendo que $\tau^2 = t^2 - x^2$, é correto afirmar:

- nos dois sistemas o valor do intervalo espaço-tempo é igual a 6 unidades.
- o valor do intervalo espaço-tempo é maior no sistema de referência A do que no B
- o valor do intervalo espaço-tempo é menor no sistema de referência A do que no B
- o valor do intervalo espaço-tempo não depende do sistema de referência adotado.
- o valor do intervalo espaço-tempo depende do sistema de referência adotado.

6. Escolha a alternativa **incorreta**:

- o tempo próprio mede diretamente o intervalo do espaço-tempo entre dois eventos.
- τ é o intervalo do espaço-tempo ou também chamado de tempo próprio.
- o tempo próprio, ou intervalo, medido entre dois eventos é independente do sistema de referência adotado.
- o intervalo do espaço-tempo depende do estado de movimento do observador.
- um relógio que meça dois eventos em que a separação espacial é nula, em seu próprio referencial, mede o intervalo do espaço-tempo entre os eventos.

7. Escolha a alternativa incorreta:

- uma pessoa em queda livre sente muito a ação do campo gravitacional.
- na vizinhança de um objeto em queda livre, a gravidade é tão irrelevante que as leis da física funcionam como se não houvesse gravidade.
- um referencial inercial é aquele em que os observadores se movem com velocidade constante, na ausência de gravidade.
- um evento é um ponto no espaço-tempo, isto é, uma localização no espaço e no tempo.
- todos os referenciais são inerciais, por isso a TRR funciona tão bem.

8. Escolha a alternativa correta que mais defina o que seja Evento:

- É um ponto (ou localização) no espaço e no tempo.
- É a invariância do intervalo espaço tempo.
- É a única constante da natureza que relaciona espaço e tempo.
- Um referencial inercial em que os observadores se movem com velocidade constante, na ausência de gravidade.
- É uma pessoa em queda livre que não sente a ação do campo gravitacional.

9. Por que a velocidade da luz é considerada uma constante natural?

- a) É a única constante da natureza que relaciona espaço e tempo.
- b) Porque nada consegue ultrapassar sua velocidade.
- c) Porque sua velocidade no vácuo não tem o mesmo valor em todas as direções.
- d) Porque sua velocidade no vácuo não tem o mesmo valor em todos os seus referenciais inerciais.
- e) Porque todos os referenciais são inerciais, por isso a TRR funciona tão bem.

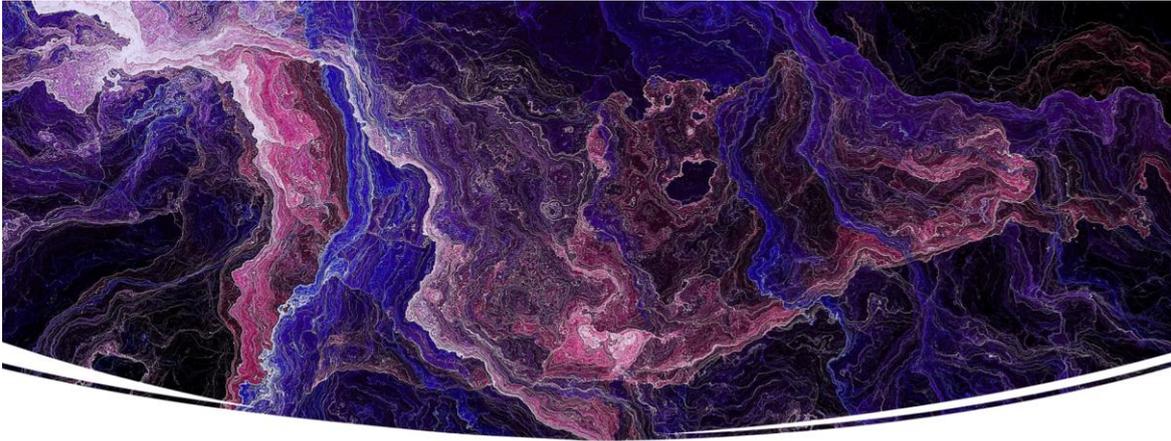
10. A invariância do intervalo espaço-tempo, e sua independência do estado de movimento do observador, resultam em que tempo não pode ser visto como separado do espaço: fazem parte de uma única entidade:

- a) geometria verdadeiramente quadridimensional;
- b) o espaço-tempo;
- c) que dois observadores encontrem diferentes separações de espaço e de tempo;
- d) existe uma combinação entre eles que é invariante.
- e) cada observador vê um evento de uma posição peculiar e marca um tempo de ocorrência.

Vídeo 4



Slide 1 Ler o Slide

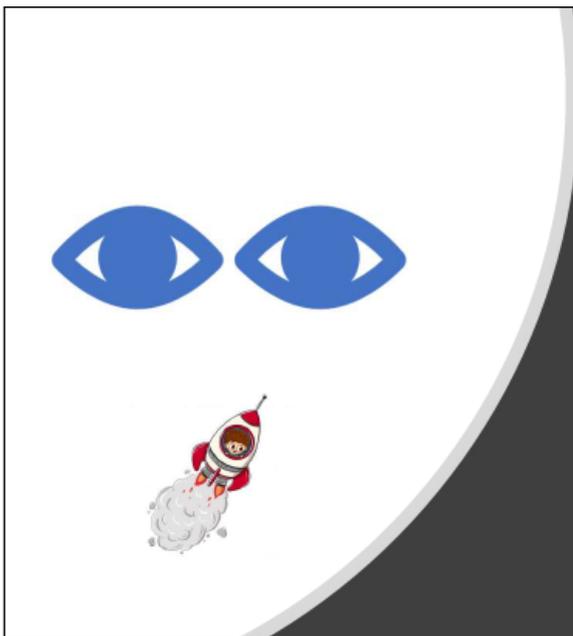


O que é tão importante na relatividade?

R: é que vemos que as leis são as mesmas, para todos os referenciais inerciais.

Ativar o Windows
Acesse Configurações para ativar o Windows.

Slide 2 Ler o Slide



O Princípio da Relatividade de Einstein é uma generalização dos experimentos feitos anteriormente, e de muitos outros tipos de experimentos, que vão da mecânica e do eletromagnetismo e não param na física nuclear.

Ele diz que:
sem olhar pela janela, não se pode afirmar em qual referencial se está, ou, com qual velocidade se está movendo.

Slide 3 Ler o Slide, com calma.



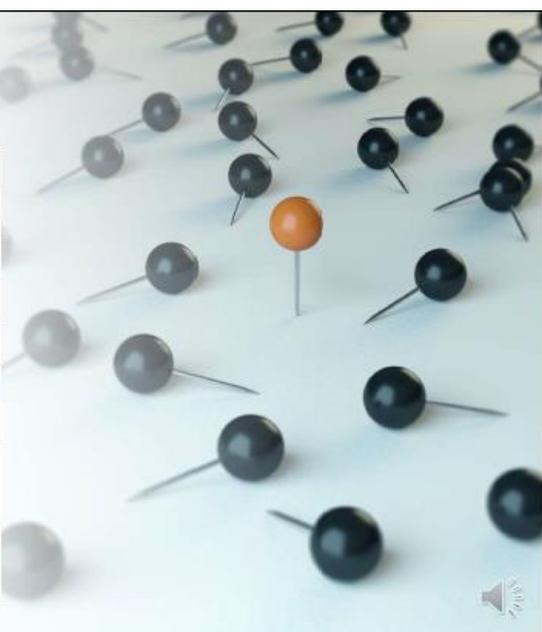
O PRINCÍPIO DA RELATIVIDADE

Os valores da velocidade da luz, medidos por laboratório e por observador de foguete, revelaram-se os mesmos, e desde 1905 os experimentos não fazem senão confirmar isso.

Slide 4 Ler o Slide com calma, e depois, Enfatizar: Uma das constantes, para qualquer referencial inercial é a velocidade da luz. Note que os experimentos confirmam isso todos os dias, há mais de um século.

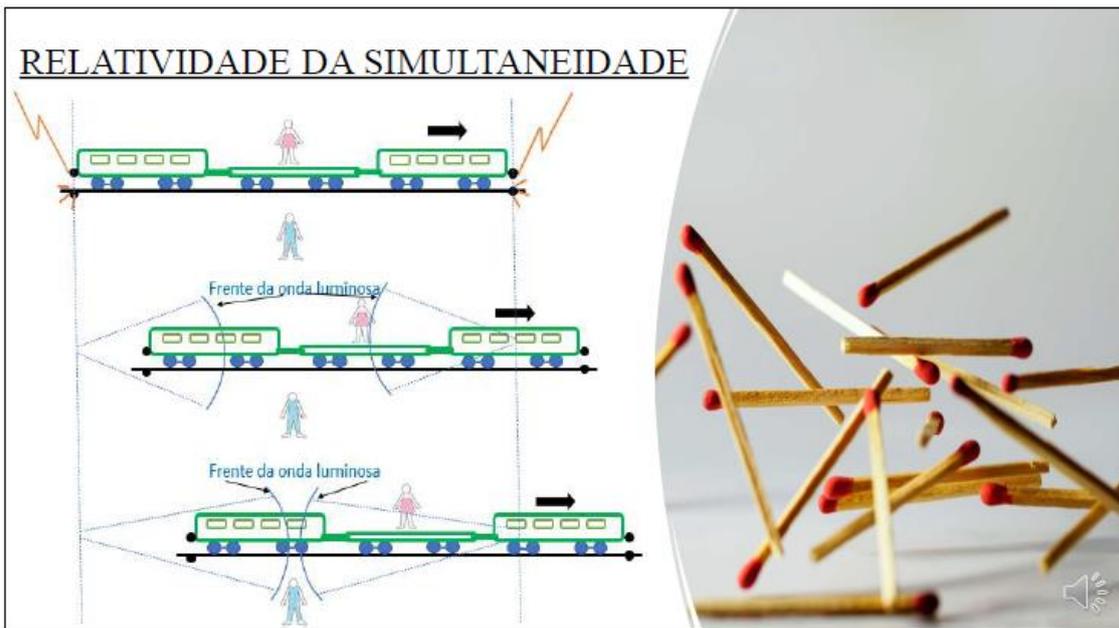
O que altera e o que não se altera em diferentes referenciais inerciais:

Muda	Não muda
espaço	leis da física
tempo	constantes fundamentais
aceleração	carga do elétron
velocidade de um elétron	velocidade da luz no vácuo
energia cinética do próton	a ordem dos elementos na tabela periódica
o valor do campo elétrico em um dado ponto	a primeira lei de Newton
o tempo entre dois eventos	<u>o valor do intervalo</u> espaço-tempo



Slide 5 Tudo isso que nós estudamos recai sobre alguns invariantes, para qualquer referencial inercial e coisas que variam de um para outro referencial em movimento relativo.

Ler a tabela, enfatizando o que muda e o que fica constante.



Slide 6 Por exemplo: imagine um trem passando pela plataforma de uma estação com velocidade v .

Há um observador, de rosa, sobre o trem e um observador, de azul, fixo na plataforma, ou seja, em repouso em relação a Terra.

Dois raios caem, um em cada extremidade do trem e a frente luminosa representada na figura mostra o caminhar dos raios na direção dos observadores.

O observador na Terra receberá ambos os raios ao mesmo tempo, porque ele está fixo no meio do caminho dos raios, mas isso não ocorre para aquele que está no trem, pois este viaja em no sentido da frente de onda da direita e, no sentido oposto ao da esquerda.

Ou seja, fixo na terra o observador percebe a simultaneidade dos eventos, enquanto o observador do trem nota primeiro o raio da direita e, depois o da esquerda.

Contração de Lorentz

A **contração do comprimento** é um fenômeno relativístico que consiste na diminuição do comprimento de um objeto, medido por um observador que viaja com velocidade diferente da do referencial do objeto.

Slide 7 Ler o texto.

COMPRIMENTO PRÓPRIO

É aquele em que a medida do comprimento é realizada no referencial do objeto a ser medido.



Slide 8 Então, o que é comprimento próprio?

É aquele medido no referencial do objeto.

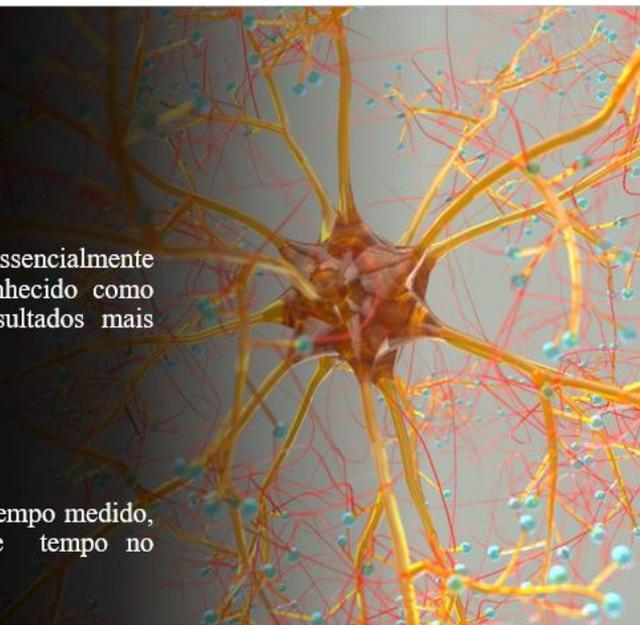
Porque num outro referencial, com velocidade relativa em relação ao objeto, a medida de comprimento será sempre menor do que medida no próprio referencial.

Dilatação Temporal

O tempo entre dois eventos depende essencialmente do referencial. Esse resultado é conhecido como dilatação temporal e é um dos resultados mais surpreendentes da relatividade!

O espaço contrai e o tempo, DILATA!

Tempo próprio é, portanto, o menor tempo medido, ou seja, a medida do intervalo de tempo no referencial do evento.



Slide 9 Ler o Slide, com calma!

INVARIÂNCIA DE DIMENSÃO TRANSVERSA

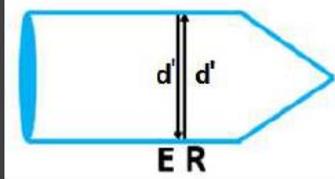
Nada se altera na dimensão transversal ao movimento. Isso implica em que dois eventos – com separação apenas transversal à direção do movimento relativo – mas simultâneos nos dois referenciais, são simultâneos.



Slide 10 Nada se altera na dimensão transversal ao movimento relativo entre dois referenciais. O que você precisa lembrar é que só na direção do movimento é que haverá contração espacial, ou, dilatação temporal.

DEMONSTRAÇÃO DA INVARIÂNCIA DO INTERVALO

Observador no foguete



$$c = 1, c = \frac{2d'}{t'}$$

$$d' = 3 \text{ m} \Rightarrow 1 = \frac{6}{t'}$$

$$\therefore t' = 6 \text{ m}$$



Slide 11 Agora, vamos comparar o Intervalo de tempo em dois referenciais. Primeiro, num foguete em movimento com relação a um observador no Laboratório (Fixo na Terra). Um flash de luz parte do ponto E, é refletido de volta, por um espelho no teto, e chega ao ponto R.

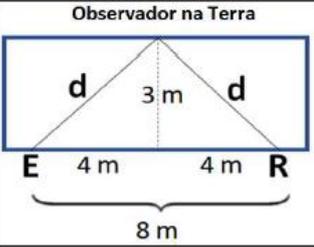
A distância de ida é d' , e de volta também. Como d' é igual a 3 metros, duas vezes d' é igual a 6 metros.

Veja os cálculos mostrados: no sistema natural, onde a velocidade da luz é $c = 1$, temos: c igual a duas vezes d' sobre t' . (Lembre-se que $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$).

Substituindo $d' = 3 \text{ m}$, temos que t' é igual a 6 m.

Mas qual o intervalo de tempo no referencial da Terra? Vejamos a seguir.

Observador na Terra



$$d^2 = 3^2 + 4^2$$

$$\therefore d = 5 \text{ m}$$

$$c = 1, \quad c = \frac{2d}{t}$$

$$1 = \frac{10}{t}$$

$$\therefore t = 10 \text{ m}$$



Slide 12 Para quem olha da Terra, com o foguete em movimento relativo, a luz percorre a hipotenusa do triângulo retângulo mostrado na figura. Um dos catetos, o vertical, sabemos que mede 3 metros.

Agora imagine que a velocidade do foguete seja tal que, na direção do movimento, entre a luz sair partir do ponto E e chegar em R, o foguete tenha se deslocado 8 m.

Pelo Teorema de Pitágoras, a medida da hipotenusa, ou seja, a medida de d, é igual a 5 metros.

Acompanhe os cálculos:

Veja, fazendo a mesma coisa de antes, tem-se que t é igual a 10 m.

Perceba que os eventos emitir e receber o flash de luz ocorrem no foguete, portanto, para a Terra houve a dilatação do tempo, pois 10 m é maior que 6 m.

Mas vamos ver tudo junto, para comparar.

INVARIÂNCIA DO INTERVALO PROVADO

É importante lembrar que observadores de laboratório e foguetes concordam em algo importante: a invariância do intervalo espaço-tempo.

$$\tau^2 = t^2 - x^2$$

Slide 13 Ler o Slide e acrescentar: Mesmo medindo distâncias diferentes e tempos

distintos, o intervalo calculado para os dois referenciais é o mesmo. Tem que ser o mesmo!!!

Faça as contas!!!

Evento	Medida no foguete	Medida no laboratório	Medida no superfoguete
Tempo desde a emissão do flash até a sua recepção	6 m	10 m	20,88 m
Distância do ponto de emissão do flash até sua recepção	0 m	8 m	20 m
Tempo ao quadrado	36 m ²	100 m ²	436 m ²
Distância ao quadrado	0 m ²	64 m ²	400 m ²
Resultado da subtração dos quadrados	36 m ²	36 m ²	36 m ²
Raiz quadrada do valor da diferença entre eles	6 m	6 m	6 m

Slide 14 Na tabela tem-se o resultado do mesmo evento para três referenciais. Olha que interessante: as medidas de tempo e distâncias nesses referenciais – do foguete, do laboratório e do superfoguete são mostrados nas duas primeiras linhas.

Como no cálculo tem-se que elevar ao quadrado, as duas seguintes mostram o valor elevado ao quadrado, e, vejam, são todos valores diferentes.

Mas o surpreendente é que quando você subtrai tempo ao quadrado menos distância ao quadrado, os resultados são idênticos! Olha aí a invariância do intervalo espaço-tempo.

E claro, a última linha, com a raiz quadrada de todos, também temos o mesmo valor!!!

Não é lindo!!! Então, vamos resumir tudo que aprendemos:

RESUMO

Dois eventos que estão ao longo da direção do movimento relativo entre dois quadros não podem ser simultâneos, conforme medido em ambos os quadros (relatividade da simultaneidade).

- Um objeto em movimento de alta velocidade é medido para ser mais curto ao longo de sua direção de movimento do que seu comprimento original, medido em seu quadro de repouso (contração de Lorentz).
- As dimensões dos objetos em movimento transversais à sua direção de movimento relativo são medidas para serem as mesmas, qualquer que seja a velocidade relativa (invariância das distâncias transversais).
- Dois eventos com separação apenas transversal à direção do movimento relativo e simultâneos em qualquer um dos quadros são simultâneos em ambos.
- O intervalo de espaço-tempo entre dois eventos é invariante - tem o mesmo valor em estruturas de laboratório e foguetes:

	Laboratório	Laboratório
$(\text{intervalo})^2$	= (separação no tempo) ²	- (separação no espaço) ²
	Foguete	Foguete
	= (separação no tempo) ²	- (separação no espaço) ²

6. Em qualquer quadro de flutuação livre, nenhum objeto se move com uma velocidade maior do que a velocidade da luz.

Slide 14 Leia o Slide, com bastante cuidado na tabela, lembrando que

$$\tau^2 = t^2 - x^2$$

Eu vou pedir para que assistam quantas vezes for preciso, para se acostumar com os termos e com os cálculos, assim, você construirá um novo conhecimento, só seu!!!

Lista 4

1. Sobre a afirmação a seguir, assinale a alternativa **incorreta**:

O Princípio da Relatividade de Einstein é uma generalização dos experimentos feitos anteriormente, e de muitos outros tipos de experimentos, que vão da mecânica e do eletromagnetismo e não param na física nuclear. Ele diz que:

- a) sem olhar pela janela, não se pode afirmar em qual referencial se está, ou, com qual velocidade se está movendo.
- b) as leis da física, estabelecidas em um referencial inercial, podem ser aplicadas em qualquer outro referencial inercial.
- c) Os valores da velocidade da luz, medidos por laboratório e por observador de foguete, revelaram-se os mesmos.
- d) sem olhar pela janela, é perfeitamente possível afirmar em qual referencial se está, ou, com qual velocidade se está movendo.
- e) Dois eventos que são simultâneos em um referencial não são simultâneos em nenhum outro referencial inercial que esteja em movimento em relação ao primeiro.

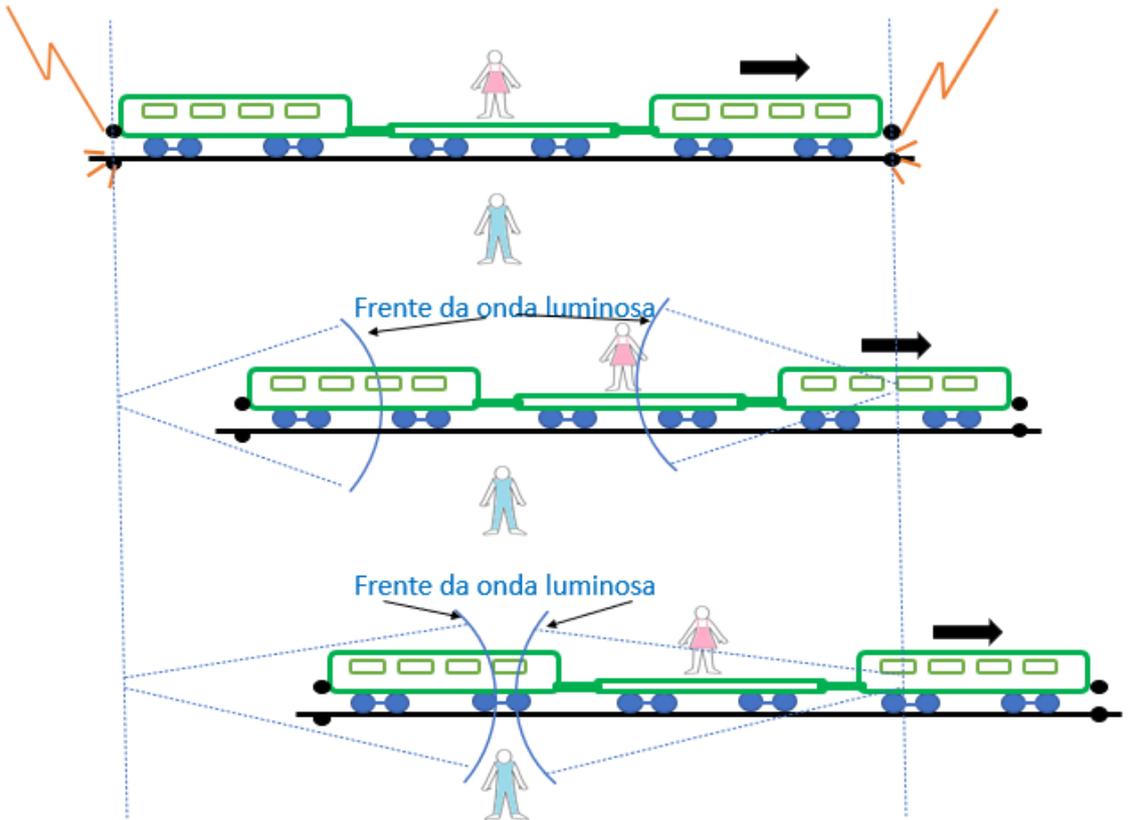
2. Admita que dois referenciais de flutuação livre, sobrepostos, estão em movimento relativo uniforme. Neste caso, de acordo com o Princípio da Relatividade, qual das grandezas na lista a seguir deve ser necessariamente a mesma medida nos dois referenciais?

- a) valor numérico da velocidade da luz no vácuo
- b) velocidade de um elétron
- c) energia cinética de um próton (o núcleo de um átomo de hidrogênio)
- d) valor do campo elétrico em um determinado ponto
- e) tempo entre dois eventos

3. Admita que dois referenciais de flutuação livre sobrepostos estão em movimento relativo uniforme. Neste caso, de acordo com o Princípio da Relatividade, qual quantidade não tem necessariamente a mesma medida nos dois referenciais?

- a) valor numérico da velocidade da luz no vácuo
- b) valor da carga no elétron
- c) tempo entre dois eventos
- d) ordem dos elementos na tabela periódica
- e) primeira lei do movimento de Newton

4. A figura a seguir mostra dois feixes de luz, que atingem os extremos de um trem em movimento para a direita, no mesmo instante, viajando a partir daí, em direção ao homem, parado no referencial da Terra e da mulher, na posição central do trem.



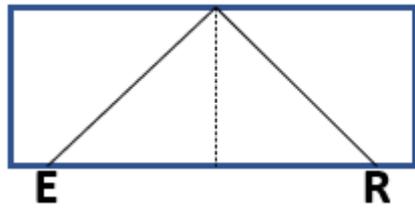
Da figura é possível afirmar, corretamente, que:

- As duas frentes da onda luminosa atingem o homem, na Terra, no mesmo instante, pois ele está a mesma distância inicial dos pontos que emitem a luz.
- As frentes da onda luminosa atingem a mulher, no centro do trem, no mesmo instante, pois ele está a mesma distância inicial dos pontos que emitem a luz.
- As frentes da onda luminosa atingem o homem e a mulher, simultaneamente, independente do movimento do trem.
- A frente que parte da onda luminosa na frente do trem atinge o homem, na Terra antes do que a frente da onda luminosa que parte da traseira do trem.
- A frente que parte da onda luminosa na frente do trem atingem a mulher, depois do que a frente da onda luminosa que parte da traseira do trem.

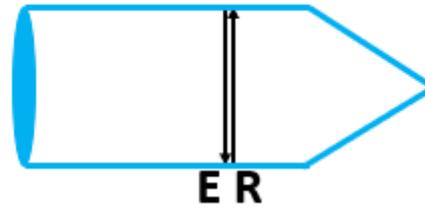
5. A contração de Lorentz está em desacordo com a seguinte afirmativa:

- a separação de espaço entre as extremidades da barra é menor do que medida em uma estrutura na qual a barra está se movendo do que medida em uma estrutura em que a barra está em repouso.
- a medida do comprimento de um objeto em repouso é o comprimento próprio do objeto.
- a contração de Lorentz não pode ser vista a olho nu.
- o comprimento que se mede é aquele paralelo à direção do movimento relativo.
- A dimensão transversa de um objeto também é afetada pela contração de Lorentz.

6. A figura a seguir mostra um pulso de luz que parte do ponto E e é refletido em direção ao ponto R, dentro de um foguete em movimento, visto no referencial do Laboratório e no do próprio foguete.



Observador no laboratório

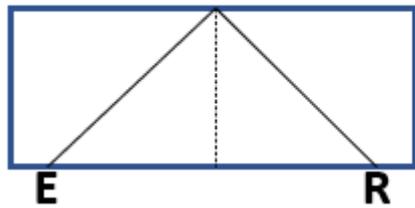


Observador no foguete

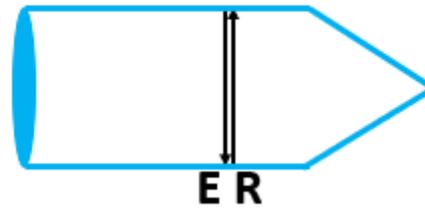
Considere a distância entre o chão e o teto do foguete igual a 12 metros, e a distância entre o ponto de Emissão (E) e do ponto de Recepção (R), do laboratório seja igual a 32 m. Assim, a distância percorrida pelo feixe de luz, no referencial do laboratório é, em metros, igual a:

- a) 12
- b) 32
- c) 16
- d) 20
- e) 22

7. A figura a seguir mostra um pulso de luz que parte do ponto E e é refletido em direção ao ponto R, dentro de um foguete em movimento, visto no referencial do Laboratório e no do próprio foguete.



Observador no laboratório



Observador no foguete

Agora vamos considerar que a distância entre o chão e o teto do foguete seja de 15 metros e a distância entre o ponto de Emissão (E) e do ponto de Recepção (R), do laboratório seja igual a 40 m. Assim, a distância percorrida pelo feixe de luz, no referencial do laboratório é, em metros, igual a:

- a) 12
- b) 25
- c) 48
- d) 60
- e) 72

8. Observe a tabela que exprime numericamente as medidas realizadas em dois referenciais, o foguete e o laboratório, para os eventos mencionados nela:

Evento	Medida no foguete	Medida no laboratório
Tempo desde a emissão do flash até a sua recepção	6 m	10 m
Distância do ponto de emissão do flash até sua recepção	0 m	8 m

- f) ambos tem o valor de 36 m, provando que é um invariante.
- g) ambos tem o valor de 6 m, mostrando que é um invariante.
- h) os valores do intervalo são diferentes, portanto ele não é um invariante.
- i) os valores do intervalo são iguais, portanto ele não é um invariante.
- j) ambos tem valores diferentes, provando que é um invariante.

9. Observe a tabela que exprime numericamente as medidas realizadas em dois referenciais, o laboratório e o foguete, para os eventos mencionados nela:

Evento	Medida no laboratório	Medida no superfoguete
Tempo desde a emissão do flash até a sua recepção	10 m	20,88 m
Distância do ponto de emissão do flash até sua recepção	8 m	20 m

- a) ambos têm o valor de 36 m, provando que é um invariante.
- b) os valores do intervalo são diferentes, portanto ele não é um invariante.
- c) ambos têm o valor de 6 m, mostrando que é um invariante.
- d) os valores do intervalo são iguais, portanto ele não é um invariante.
- e) ambos têm valores diferentes, provando que é um invariante.

10. Dois eventos que estão ao longo da direção do movimento relativo entre dois referenciais não podem ser simultâneos, conforme medido em ambos os referenciais. Essa afirmação está se referindo a que princípio?

- a) Contração de Lorentz
- b) Relatividade da simultaneidade
- c) Invariância das distâncias transversais
- d) Separação do tempo
- e) Separação do espaço.

Vídeo 5



Slide 1

TRANSFORMAÇÃO DE LORENTZ

- Tudo o que vimos até aqui fala sobre referenciais inerciais, treliça de relógios e conceitos que nos aproximam da compreensão do que é o invariante da relatividade especial: o espaço-tempo (3 coordenadas do espaço e uma de tempo).
- O que existe é a transformação de Lorentz, que mapeia cada evento único, desconectado de tudo, e que permite o trânsito seguro entre coordenadas conhecidas e outras, desconhecidas.

Slide 2 Tudo o que vimos até aqui falar sobre referenciais inerciais, treliça de relógios e conceitos que nos aproximam da compreensão do que é o invariante da relatividade especial: o espaço-tempo (3 coordenadas do espaço e uma de tempo).

Os eventos e os intervalos entre eles nos permite esboçar uma visão mundo físico, mesmo sabendo que treliça de relógios não existe de fato.

O que existe é a transformação de Lorentz, que mapeia cada evento único, desconectado de tudo, e que permite o trânsito seguro entre coordenadas conhecidas e outras, desconhecidas.

MAIS RÁPIDO QUE A LUZ?

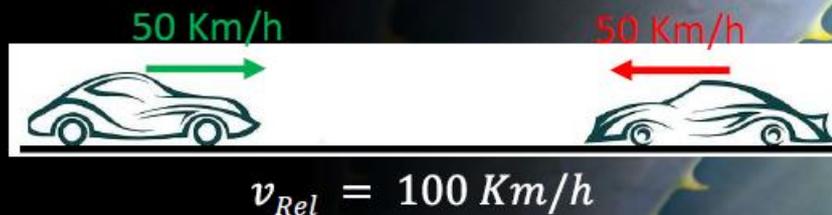
No caso de velocidades próximas à da luz, não se podem somar velocidades como é usual para velocidades muito menores que c .

Slide 3 MAIS RÁPIDO QUE A LUZ?

A razão para detalhar estas transformações é compreender que nada viaja com velocidade superior à velocidade da Luz, c .

No caso de velocidades próximas à da luz, não se podem somar velocidades como é usual para velocidades muito menores que c .

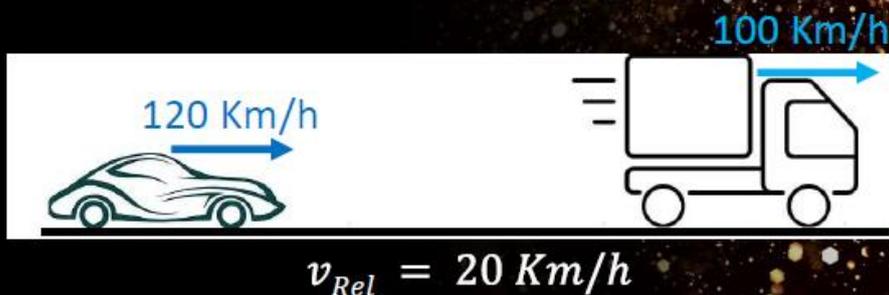
PARA REFLETIR:
SOMA DE VELOCIDADES



Slide 4 Pense na seguinte situação:

No dia a dia, um carro se aproximando de outro, ambos com velocidade igual a 50 km/h (e sentido contrários) tem o mesmo tempo de encontro que teriam se um deles estivesse em repouso e outro viajando com velocidade de 100 km/h.

PARA REFLETIR:
DIFERENÇA DE VELOCIDADES



Slide 5 E quando as velocidades têm o mesmo sentido?

Neste caso, se o carro está com velocidade de 120 Km/h e o caminhão, a 100 Km/h, faz-se a diferença de velocidades, ou seja, descontar a velocidade do caminhão da do carro dá o mesmo tempo de ultrapassagem que outra situação, em que o caminhão esteja parado e o carro, fazendo a ultrapassagem a 20 km/h.

Por isso é preciso bastante cuidado nas ultrapassagens!

Mas, como acontece quando as velocidades são próximas à velocidade da luz (c)?

A matemática vai além do que o mundo real pode ir, assim, você pode dizer que viajando num foguete com velocidade igual a $4/5$ da velocidade da luz, dispara uma bala para frente com velocidade igual a $4/5$ da velocidade da luz. Daí, poderia estimar que a velocidade dela seria $\frac{4}{5} + \frac{4}{5} = \frac{8}{5} = 1,6 c$?
A resposta é NÃO!

De acordo com as transformações de Lorentz, $\frac{4}{5} + \frac{4}{5} = \frac{40}{41} = 0,9756 c$.

Slide 6 A matemática vai além do que o mundo real pode ir, assim, você pode dizer que viajando num foguete com velocidade igual a $4/5$ da velocidade da luz, dispara uma bala para frente com velocidade igual a $4/5$ da velocidade da luz. Daí, poderia estimar que a velocidade dela seria $\frac{4}{5} + \frac{4}{5} = \frac{8}{5} = 1,6 c$, o que não é verdade, assim como não é verdade que ao misturar um volume de 1 litro de gás Oxigênio com outro litro de gás Carbônico, nas mesmas condições de pressão e temperatura, eles passam a ocupar o volume de dois litros. Não é assim que acontece!

Da mesma forma a adição anterior terá como resposta um número menor que um, ou seja, de acordo com as transformações de Lorentz, $\frac{4}{5} + \frac{4}{5} = \frac{40}{41} = 0,9756 c$.



A transformação de Lorentz

$$x = \frac{x' + v_{rel} \cdot t'}{(1 - v_{rel}^2)^{1/2}}$$

$$t = \frac{v_{rel} \cdot x' + t'}{(1 - v_{rel}^2)^{1/2}}$$

$$y = y' \text{ e } z = z'$$

Slide 7 A transformação de Lorentz incorpora uma característica central da relatividade: distintos valores para as separações de espaço e de tempo entre eventos, observados em diferentes referenciais.

E Estas são as equações correspondentes, que pairam sobre dois fundamentos:

- (1) As equações devem ser lineares, e estão, portanto, elevadas à primeira potência.
- (2) O intervalo do espaço-tempo é invariante.

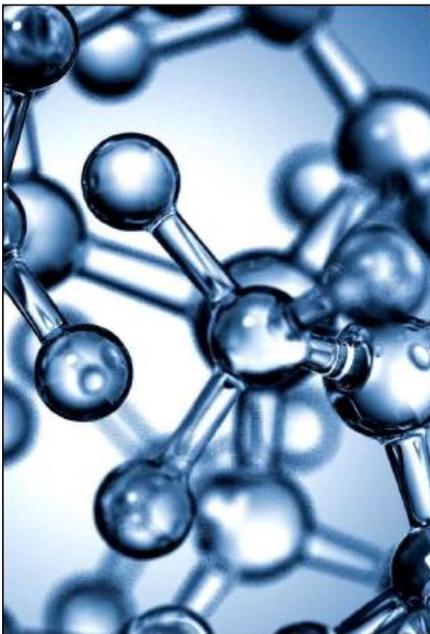


Primeiros passos

Da invariância do espaço-tempo temos que as coordenadas y e z , transversais à direção do movimento relativo, não se alteram, ou seja, $y = y'$ e $z = z'$.

Um conjunto de coordenadas, por exemplo (x, y, z, t) se referem ao laboratório, enquanto o outro (x', y', z', t') são as coordenadas referentes ao foguete.

Slide 8 Da invariância do espaço-tempo temos que as coordenadas y e z , transversais à direção do movimento relativo, não se alteram, ou seja, $y = y'$ e $z = z'$. Um conjunto de coordenadas, por exemplo (x, y, z, t) se referem ao laboratório, enquanto o outro (x', y', z', t') são as coordenadas referentes ao foguete.



TRANSFORMANDO t' EM t

No laboratório a posição é $x = v_{rel} \cdot t$ e a invariância do intervalo nos dá uma relação entre t e t' , como segue:

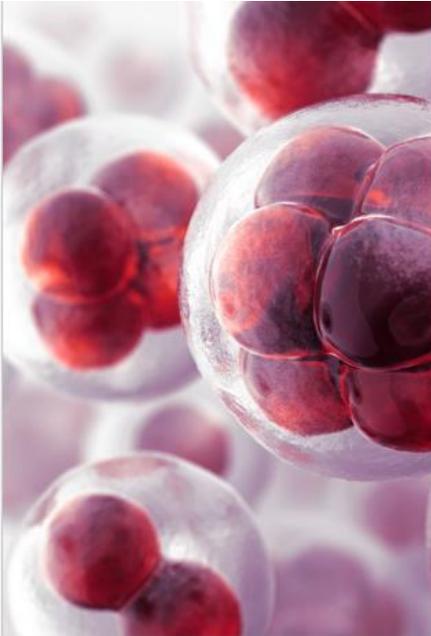
$$t = \frac{t'}{(1 - v_{rel}^2)^{1/2}} \quad [\text{Quando } x' = 0]$$

Slide 9 Para clarear um pouco mais, pense num evento que ocorra, em repouso, na origem de uma estrutura de foguete. Este, por sua vez, se move com velocidade constante em relação ao laboratório. No referencial do foguete, o evento ocorre no tempo t' , e em $x' = 0$.

No referencial do laboratório, quais seriam a posição e o tempo do mesmo evento,

considerando a velocidade entre eles igual a v_{rel} .

No laboratório a posição é $x = v_{rel} \cdot t$ e a invariância do intervalo nos dá uma relação entre t e t' , como segue: $t = \frac{t'}{(1-v_{rel}^2)^{1/2}}$



Fator de simplificação (γ)

$$v_{rel} = \frac{v}{c}$$
$$\gamma = \frac{1}{(1 - v_{rel}^2)^{1/2}}$$

e a equação (L-2) torna-se:

$$t = \gamma \cdot t'$$

Slide 10 Mas agora, como se calcula a velocidade relativa?

Bem, ela sempre será menor que 1, portanto, $v_{rel} = \frac{v}{c}$.

Normalmente, para simplificar, faz-se:

$$\gamma = \frac{1}{(1 - v_{rel}^2)^{1/2}}$$

e a equação torna-se:

$$t = \gamma \cdot t'$$



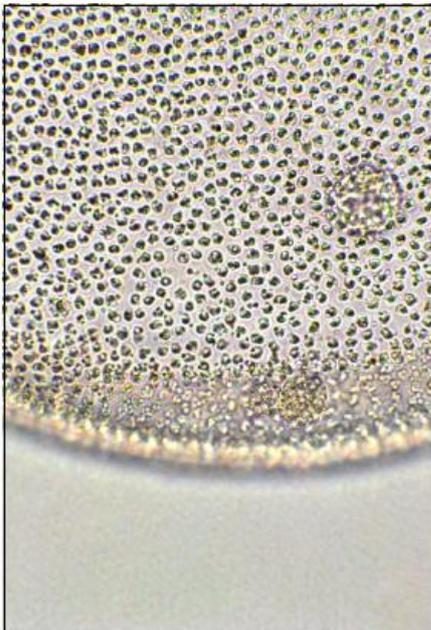
E quanto ao espaço?

$$x = v_{rel} \cdot t$$

$$x = v_{rel} \cdot \gamma \cdot t'$$

Slide 11 E se substituirmos na equação $x = v_{rel} \cdot t$, encontramos a posição no laboratório em termos de medidas no foguete.

$$x = v_{rel} \cdot \gamma \cdot t'$$



QUANDO USAR AS TRANSFORMAÇÕES DE LORENTZ?

Se as coordenadas de espaço e tempo de um evento são conhecidas em um referencial inercial é possível saber essas mesmas informações em outro referencial, em movimento relativo, desde que ambos os eventos ocorrem no mesmo lugar ($x' = 0$ – no foguete).

Slide 12 A transformação de Lorentz diz que se as coordenadas de espaço e tempo de um evento são conhecidas em um referencial inercial é possível saber essas mesmas informações em outro referencial, em movimento relativo, desde que ambos os eventos ocorrem no mesmo lugar ($x' = 0$) no foguete.



Dá para fazer o contrário? Das coordenadas do laboratório para as do foguete?

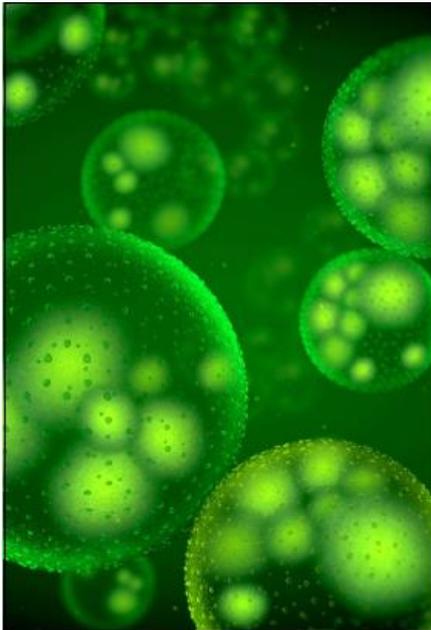
$$t' = -v_{rel}\gamma x + \gamma t$$

$$x' = \gamma x - v_{rel}\gamma t$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

Slide 13 Para o caso contrário, onde as coordenadas conhecidas são as do laboratório, para calcular as coordenadas no foguete basta que se façam as manipulações algébricas necessárias, ou seja, as equações de transformação de Lorentz inversa se tornam Essas que estão aí. Perceba que os cálculos não têm dificuldades adicionais, certo?



Um exemplo de adição de velocidades

No referencial do foguete, as coordenadas são:

$$x' = 10 \text{ m}$$

$$y' = 10 \text{ m e } z' = 3 \text{ m}$$

$$t' = 20 \text{ metros}$$

Slide 14 Como fica, então, a adição de grandes velocidades?

Vamos fazer um exemplo numérico, usando a transformação que acabamos de ver.

Um foguete se move com velocidade $v_{rel} = 0,866$ ao longo da direção x no laboratório. No referencial do foguete, as coordenadas são: $x' = 10 \text{ m}$, $y' = 10 \text{ m}$, $z' = 3 \text{ m}$ e $t' = 20$ metros de tempo de viagem da luz em relação ao evento de referência.



Quais são as coordenadas do evento observadas em laboratório?

Solução: as coordenadas transversais à direção do movimento relativo são iguais em laboratório e em foguete. Portanto, sabemos imediatamente que

$$y = y' = 7 \text{ metros}$$

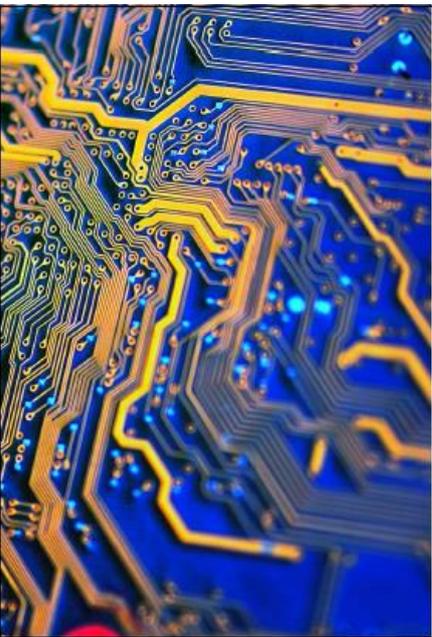
$$z = z' = 3 \text{ metros}$$

Slide 15 Quais são as coordenadas do evento observadas em laboratório?

Solução: as coordenadas transversais à direção do movimento relativo são iguais em laboratório e em foguete. Portanto, sabemos imediatamente que

$$y = y' = 7 \text{ metros}$$

$$z = z' = 3 \text{ metros}$$



As coordenadas x e t , substituindo os valores, são:

$$t = v_{rel} \cdot \gamma \cdot x' + \gamma \cdot t'$$

$$t = (0,866) \cdot (2) \cdot (10) + (2) \cdot (20)$$

$$t = 17,32 + 40 = 57,32 \text{ metros}$$

$$x = \gamma \cdot x' + v_{rel} \cdot \gamma \cdot t'$$

$$x = 2(10) + (0,866)(2) \cdot (20)$$

$$x = 20 + 36,64 = 54,64 \text{ metro}$$

Slide 16 As coordenadas x e t , substituindo os valores, são:

$$t = 57,32 \text{ metros}$$

e

$$x = 54,64 \text{ metros}$$

y e z não mudam.

Transformações inversas

$$t' = -v_{rel} \cdot \gamma \cdot x + \gamma \cdot t$$

$$t' = -(0,866) \cdot (2) \cdot (54,64) + (2) \cdot (57,32)$$

$$t' = -94,64 + 114,64 = 20,00 \text{ metros}$$

$$x' = \gamma \cdot x - v_{rel} \cdot \gamma \cdot t$$

$$= 2(54,64) - (0,866)(2) \cdot (57,32)$$

$$x' = 109,28 - 99,28 = 10 \text{ metros}$$

Slide 17 Se você transformar de volta, verá que os valores retornam ao que eram, ou seja:

$$t' = 20,00 \text{ metros}$$

e

$$x' = 10 \text{ metros}$$

Como dado no enunciado original do problema.

POR QUE NADA VAI MAIS RÁPIDO QUE A LUZ?

R: "Inversão da ordem natural de causa e efeito"

Veja mais em: O paradoxo de bootstrap e o efeito ovo-galinha em um referencial superluminal
Discutimos sobre o paradoxo de bootstrap e sobre o paradoxo ovo-galinha, sob a perspectiva de um referencial mais rápido do que a luz.
<https://doi.org/10.31219/osf.io/zuckf>

Slide 18 POR QUE NADA VAI MAIS RÁPIDO QUE A LUZ

A resposta é porque um objeto material viajando mais rápido que a luz violaria a ordem natural de causa e efeito e isto é completamente contrário a qualquer experiência.

Nós preparamos um artigo que descreve uma ocorrência no que seria um referencial mais rápido que a luz e deixamos o link aqui para consulta. Quem tiver interesse, fique à vontade!

Obrigada por acompanharem o curso. Espero poder ajudá-los a compreender sobre relatividade, que é um tema fascinante. Estou à disposição e até a próxima!

Lista 5

1. Sobre a afirmação a seguir, assinale a alternativa incorreta:

O Princípio da Relatividade de Einstein é uma generalização dos experimentos feitos anteriormente, e de muitos outros tipos de experimentos, que vão da mecânica e do eletromagnetismo e não param na física nuclear. Ele diz que:

- a) sem olhar pela janela, não se pode afirmar em qual referencial se está, ou, com qual velocidade se está movendo.
- b) as leis da física, estabelecidas em um referencial inercial, podem ser aplicadas em qualquer outro referencial inercial.
- c) Os valores da velocidade da luz, medidos por laboratório e por observador de foguete, revelaram-se os mesmos.
- d) sem olhar pela janela, é perfeitamente possível afirmar em qual referencial se está, ou, com qual velocidade se está movendo.
- e) Dois eventos que são simultâneos em um referencial não são simultâneos em nenhum outro referencial inercial que esteja em movimento em relação ao primeiro.

2. O que é permitido fazer por meio da transformação de Lorentz?

- a) conhecer as coordenadas espacial e temporal de um evento em determinado referencial a partir dos dados do mesmo evento conhecidos em outro referencial.
- b) Os eventos e os intervalos entre eles nos permite esboçar uma visão mundo físico, mesmo sabendo que treliça de relógios EXISTE de fato.
- c) No caso de velocidades próximas à da luz, não se podem somar velocidades como é usual para velocidades muito menores que c .
- d) Treliça de relógios e conceitos que nos aproximam da compreensão do que é o invariante da relatividade especial: o espaço-tempo (2 coordenadas do espaço e uma de tempo).
- e) Descrevem como, de acordo com a relatividade geral, as medidas de espaço e tempo de dois observadores não se alteram em cada sistema de referência.

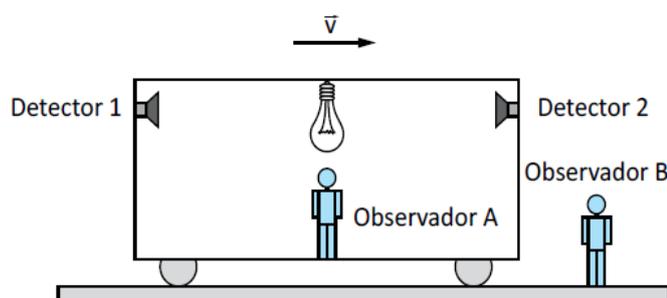
3. No mundo real é possível somar a velocidade de dois objetos que se movem um ao encontro do outro, para calcular o tempo de encontro. Da mesma forma, para baixas velocidades, é possível tirar uma velocidade da outra, no caso de os objetos estarem viajando no mesmo sentido. Na relatividade especial, que trata de corpos que viajam a velocidades próximas da velocidade de luz, c , é correto afirmar que:

- a) a composição das velocidades nunca supera a velocidade da luz.
- b) dois corpos viajando um ao encontro do outro teriam o tempo de encontro calculados a partir do dobro da velocidade com a que viajam.
- c) as Leis Físicas nunca devem ser as mesmas em quaisquer referenciais inerciais.
- d) velocidade da Luz no vácuo tem o mesmo valor, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, quando medida a partir de qualquer referencial inercial. Esse valor independe da velocidade do observador ou da fonte emissora de Luz.
- e) a máxima velocidade com que uma partícula pode viajar é sempre menor que $0,9c$.

4. (UEG-GO – Modificado) Qual das afirmações a seguir é correta para a teoria da relatividade especial de Einstein?

- a) A velocidade da luz depende do movimento da fonte de luz e tem igual valor em todas as direções.
- b) Elétrons são expulsos de uma superfície quando ocorre a incidência de uma radiação eletromagnética (luz) (efeito fotoelétrico).
- c) Em determinados fenômenos, a luz apresenta natureza de partícula e, em outros, natureza ondulatória (dualidade onda-partícula).
- d) Na natureza, não podem ocorrer interações de velocidades superiores à velocidade da luz c .
- e) O invariante da relatividade é a posição do corpo que viaja com, no máximo, a velocidade igual à da luz, c .

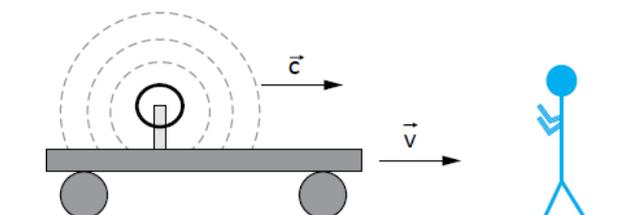
5. (UFCG-PB) Um carro viajando com velocidade constante comparável à da luz possui uma fonte de luz no seu interior, a igual distância dos detectores 1 e 2, localizados em suas extremidades, como mostra a figura.



Num dado instante, a fonte emite um pulso de luz. Os observadores inerciais A e B encontram-se no carro e na superfície da Terra, respectivamente. De acordo com a Teoria Especial da Relatividade, pode-se afirmar, **exceto**, que:

- a) para o observador A, a luz chega simultaneamente aos detectores.
- b) para o observador B, a luz não chega simultaneamente aos detectores.
- c) para o observador B, a luz chega primeiro ao detector 1.
- d) a simultaneidade é um conceito relativo, depende do observador.
- e) tanto para o observador A quanto para o observador B, a luz sempre chegará simultaneamente aos detectores.

6. (UFV-MG) A figura a seguir mostra um vagão aberto que se move com velocidade de módulo v em relação a um sistema de referência fixo no solo. Dentro do vagão existe uma lâmpada que emite luz uniformemente em todas as direções. Em relação ao vagão, o módulo da velocidade de propagação da luz é c . Para uma pessoa parada em relação ao solo, na frente do vagão, o módulo da velocidade de propagação da luz emitida pela fonte será:



- a) c
- b) $c + v$
- c) $\frac{c - v}{c}$
- d) $\frac{c + v}{c - v}$

7. (Metodista – SP) Um foguete parte da Terra com velocidade $v = 0,6 \cdot c$ (60% da velocidade da luz), em relação à Terra, transportando um astronauta e uma varinha de 1 m de comprimento.

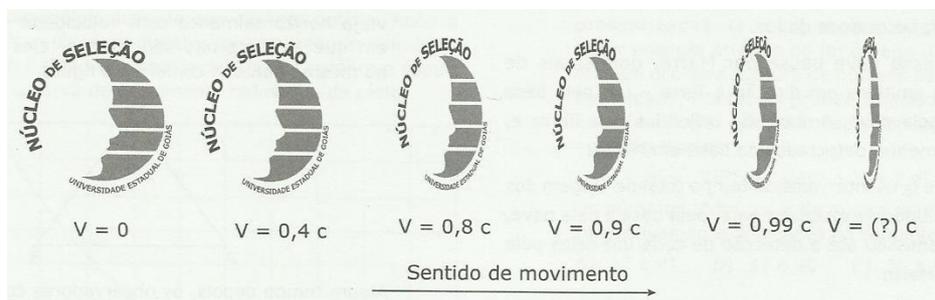
Em relação ao astronauta, a viagem dura 1 ano. Quanto tempo dura a viagem do astronauta em relação a um observador na Terra?

- a) 1 ano
- b) 9 meses
- c) 1 ano e 1 mês
- d) 1 ano e 3 meses
- e) 12,5 anos

8. Você acabou de iniciar o estudo sobre teoria da relatividade restrita e aprendeu, portanto, que tendo as coordenadas de um evento que ocorre dentro de um foguete, com velocidade próxima da velocidade da luz, é possível calcular as coordenadas do mesmo evento com relação a um laboratório na Terra. De acordo com a transformação de Lorentz é **incorreto** afirmar que:

- a) impossível calcular as coordenadas do evento no foguete, a partir das coordenadas do laboratório.
- b) em física, as transformações de Lorentz, em homenagem ao físico neerlandês Hendrik Lorentz, descrevem como, de acordo com a relatividade especial, as medidas de espaço e tempo de dois observadores se alteram em cada sistema de referência.
- c) a transformação de Lorentz substitui a transformação de Galileu da física newtoniana, que assumia um espaço e tempo absoluto.
- d) para velocidades maiores do que digamos $0,1c$, os efeitos relativísticos tornam-se suficientemente significativos de maneira tal que não podemos mais desprezá-los, sob a pena de não sermos capazes de prever corretamente as características e os resultados dos movimentos.
- e) um mesmo evento observado a partir de dois diferentes referenciais inerciais podem, e geralmente serão, não simultâneos.

9. (UEG-GO – modificado) Observe a seguinte sequência de figuras:



Na sequência indicada, estão representadas várias imagens do logo do Núcleo de Seleção da Universidade Estadual de Goiás, cada uma viajando com uma fração da velocidade da luz (c). O fenômeno físico exposto nessa sequência de figuras é explicado:

- a) pela ilusão de ótica com lentes.
- b) pela lei de proporções múltiplas.
- c) pelo efeito Compton da translação.
- d) pela teoria da relatividade especial.

e) pela refração da luz.

10. (CEFET-MG – modificado) Einstein deixou um grande legado para a humanidade ao apresentar, de forma brilhante, a Teoria da Relatividade Restrita. Segundo essa teoria, para uma partícula que se move com velocidade próxima à da luz, grandezas físicas como tempo e espaço, respectivamente:

- a) dilata, dilata.
- b) contrai, contrai.
- c) contrai, dilata.
- d) dilata, contrai.
- e) não se altera, contrai.

8.3 White Paper: por que nada viaja mais rápido que a luz?

Este é um artigo didático, que corresponde à segunda parte do Produto Educacional.

Trata-se de um complemento que pode ser utilizado separadamente, ou em conjunto com a primeira parte, de acordo com o nível de Ensino a que se tenha chegado sobre o tema.

Da mesma forma que os roteiros podem ser modificados por você, professor, a aplicação deste artigo pode ser modelada no tempo e na abrangência. Fique, portanto, à vontade para utilizar-se deste material de acordo com as necessidades de suas turmas.

Da própria estrutura de um *White Paper*, tem-se uma série de itens explicativos, no início, para introduzir o tema e nortear a confecção da resposta a uma questão única, dividida em partes, como forma de oportunizar, para o estudante, a criação gradual de respostas que compõem o objeto principal, ou seja, da resolução orientada proposta pelo artigo.

Novamente aqui é reportada a preocupação com a formação inicial dos professores e com a formação contínua deles, que pode ser feita durante o processo de preparo das aulas.

Os autores – descritos na referência – participam de um grupo adepto da Ciência Aberta e aceitam contribuições ao artigo, ao mesmo tempo que se permitem discussões que propiciam a formação ininterrupta de professores e de estudantes que busquem pela formação.

O Título do artigo traz uma provocação intelectual: **POR QUE NADA VIAJA MAIS RÁPIDO DO QUE A LUZ?**

E a sequência, a seguir, tenta-se construir a resposta de forma organizada e explicativa. Utilizamos a referência [LOBO, 2019].

1. Um objeto material viaja mais rápido do que a luz? Não!
2. Se um objeto viajasse mais rápido que a luz, a ordem normal de causa e efeito seria violada, contrariando as experiências já realizadas.
3. Causa vem antes do efeito.
4. A partir das equações de transformação do Lorentz, é possível visualizar um exemplo em que a velocidade da luz seria superada pela velocidade de um objeto.

5. Suponha a seguinte estória.
6. O Tratado de Paz de Shalimar foi assinado quatro anos antes da Grande Traição.
7. A Grande Traição foi um evento tão importante que foi considerado o marco zero (Fig. 14).
8. Pelo Tratado de Shalimar, os Klingons concordaram em parar de atacar os postos avançados da Federação em troca do acesso ao Banco de Dados da Federação.
9. Os negociadores saíram imediatamente após assinar o Tratado de Shalimar em uma nave se movendo a 0,6 da velocidade da luz (reta que liga Shalimar ao evento 3 na Fig. 14).

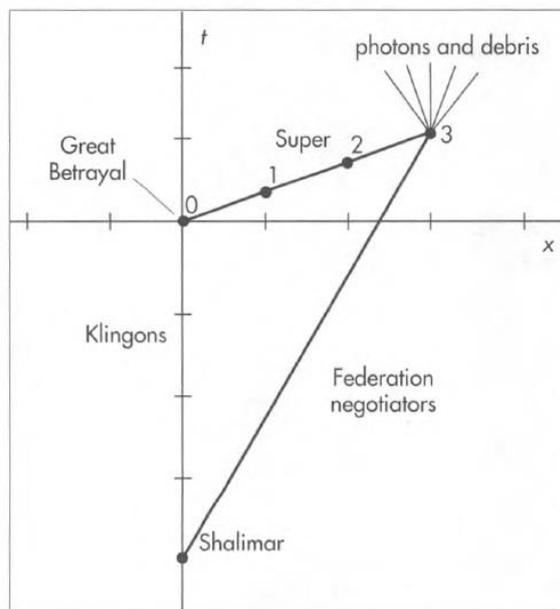


Figura 14 - Diagrama do espaço-tempo de Klingon ("laboratório") (Adaptada de Taylor, 1992, p.118).

10. A linha de mundo de Klingon é o eixo vertical do tempo.
11. O Tratado de Shalimar é assinado quatro anos antes da Grande Traição (evento 0) em que os Klingons lançam o Super, que se move a três vezes a velocidade da luz.
12. Viajando da esquerda para a direita, o Super passa na Colônia da Federação (evento 1) e depois por outra colônia (evento 2).
13. Finalmente, o Super destrói o navio dos negociadores da Federação (evento 3).
14. Em quatro anos, os Klingons usaram o Banco de dados da Federação para desenvolver um projétil mais rápido que a luz, o míssil Super (reta que liga o evento 0 ao evento 3).
15. No dia da Grande Traição (evento de referência 0), os Klingons lançaram o Super a três vezes a velocidade da luz em direção à nave da Federação em retirada.

16. Duas colônias espaciais da Federação situam-se entre os Klingons e o ponto de impacto do Super com a Federação.
17. Um vigia solitário na primeira colônia testemunha com admiração a passagem do Super (evento 1).
18. Mais tarde, muitos cidadãos da segunda colônia ficaram boquiabertos quando o Super demoliu um de seus comunicadores (evento 2).
19. Ambas as colônias desesperadamente enviaram avisos para a nave da Federação, mas sem sucesso, já que o Super destruiu o rádio.
20. Finalmente, no evento 3, o Super destruiu a nave da Federação.
21. Todos os negociadores da Federação explodiram em um terrível flash de luz e dispersão de escombros.
22. Um longo período sombrio de guerra renovada começou.
23. Mas espere! Olhe novamente para os eventos da Grande Traição, agora do ponto de vista da nave da Federação.
24. Onde e quando a Grande Traição ocorre no referencial da nave?
25. A Grande Traição é o evento de referência, o zero das coordenadas de espaço e tempo para todos os referenciais.
26. Onde e quando o Super explode (evento 3) na estrutura do foguete?
27. No referencial do “laboratório” (Klingon), o evento 3 tem coordenadas $x_3 = 3$ anos-luz e $t_3 = 1$ ano.
28. Use a transformação de Lorentz inversa para encontrar a localização do evento 3 na estrutura do foguete dos Negociadores da Federação.
29. O fator de dilatação do tempo (γ), usando a velocidade do foguete da Federação, dada por $V_{rel} = 0,6$, com relação ao referencial Klingon é dada por:

$$\gamma = \frac{1}{(1-V_{rel}^2)^{1/2}} = \frac{1}{(1-(0,6)^2)^{1/2}} = \frac{1}{(1-0,36)^{1/2}},$$

$$\gamma = \frac{1}{(0,64)^{1/2}} = \frac{1}{0,8} = 1,25.$$

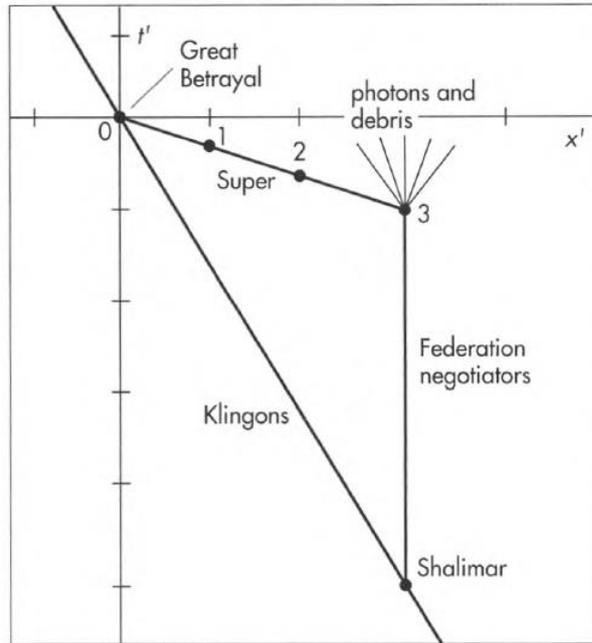


Figura 15 - Figura 2: Diagrama de tempo espacial "Foguete" dos negociadores da Federação que partem (Adaptado de Taylor, 1992, p.119)

30. Neste diagrama, sua destruição (evento 3) vem primeiro, seguido pela passagem do Super da direita para a esquerda após as colônias da Federação em ordem reversa (evento 2 seguido pelo evento 1).
31. Finalmente, o Super entra no lançador Klingon sem causar mais danos (evento 0). A Grande Traição se tornou a Grande Confusão de causa e efeito.
32. Substitua os mesmos valores nas equações (L-11) para calcular as coordenadas do foguete do evento 3:
33.
$$\begin{aligned} t'_3 &= -V_{rel} \cdot \gamma x_3 + \gamma t_3 \\ &= -(0,6) \cdot (1,25) \cdot (3 \text{ anos}) + (1,25) (1 \text{ ano}) \\ &= -2,25 \text{ anos} + 1,25 \text{ anos} = -1 \text{ ano} \end{aligned}$$
34.
$$\begin{aligned} X'_3 &= \gamma X_3 - V_{rel} \cdot \gamma t_3 \\ &= (1,25) (3 \text{ anos}) - (0,6) (1,25) (1 \text{ ano}) \\ &= 3,75 \text{ anos} - 0,75 \text{ anos} = 3 \text{ anos} \end{aligned}$$
35. O evento 3 é traçado no diagrama do foguete e na linha de mundo do Super, conectando o evento 3 com o lançamento do Super no evento 0.
36. Observe que esta linha de mundo desce para a direita.
37. Vem mais sobre o significado disso em um minuto.

38. De maneira semelhante, encontre as coordenadas do foguete da assinatura do tratado de Shalimar (subscrito Sh), que possui coordenadas do laboratório $X_{sh} = 0$ e $t_{sh} = -4$ anos:
39. $t'_{sh} = -V_{rel} \cdot \gamma \cdot x_{sh} + \gamma t_{sh}$
 $= - (0,6) (1,25) (0 \text{ anos}) - h (1,25) (-4 \text{ anos})$
 $= -5 \text{ anos}$
40. $X'_{sh} = \gamma X_{sh} - V_{rel} \cdot \gamma t_{sh}$
 $= (1,25) (0 \text{ anos}) - (0,6) (1,25) (-4 \text{ anos})$
 $= +3 \text{ anos}$
41. No diagrama do espaço-tempo da Federação (foguete), a linha de mundo dos negociadores da Federação se estende desde assinatura do tratado em Shalimar verticalmente à explosão do Super (evento 3).
42. A linha de mundo dos Klittgons se estende de Shalimar diagonalmente até o lançamento do Super no evento 0.
43. No diagrama do espaço-tempo da Federação, a linha de mundo para o Super inclina-se para baixo e para a direita.
44. Neste referencial dos negociadores da Federação (evento 3) ocorre um evento em um tempo $t'3 = -1 \text{ ano}$, ou seja, por causa do traiçoeiro Klittgons eles lançam o Super no evento da Grande Traição (evento de referência 0).
45. A partir do diagrama, dizemos que o Super se move com três vezes a velocidade da luz da nave da Federação em direção aos Klittgons.
46. Isso parece ser verificado pelo fato de que neste referencial o Super passa as colônias da Federação em ordem reversa, evento 2 seguido pelo evento 1, indo na direção oposta.
47. No entanto, os negociadores da Federação não criaram tal terrível arma e de fato são destruídos por ela, conforme comprovado pelo fótons voadores e detritos.
48. Os Klittgons não sofrem danos do poderoso impacto do massacre Super (evento 0). Em vez disso, neste referencial, ele entra em seu canhão suave como um cordeiro.
49. O que temos aqui? Uma confusão de causa e efeito, uma confusão que não pode ser resolvida enquanto assumirmos que o Super – ou qualquer outro objeto material – viaja mais rápido do que a luz no vácuo.

50. Por que nenhum sinal e nenhum objeto viajam mais rápido do que luz no vácuo?
Porque se qualquer sinal ou objeto fizesse, então toda a rede de causa e efeito seria destruída, e a ciência como a conhecemos não seria possível.

51. Em relação ao laboratório, temos a seguinte expressão

$$v = \frac{\frac{4}{5} + \frac{4}{5}}{1 + \left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{4}{5}\right)} = \frac{\frac{8}{5}}{1 + \frac{16}{25}} = \frac{\frac{8}{5}}{\frac{41}{25}} = \frac{40}{41}.$$

52. Com isso, o paradoxo de adição de velocidade está resolvido.

53. Assim, a bala se move no laboratório a uma velocidade menor que a da luz.

54. Como um caso limite, suponha que a "bala" disparada da frente do foguete seja, na verdade, um pulso de luz. Adivinha: Qual é a velocidade desse pulso de luz no laboratório? A seguir está a resposta calculada.

55. A luz se move em relação ao foguete na velocidade $v' = l$ enquanto o foguete continua a uma velocidade $Vel = 4/5$ em relação ao laboratório.

56. A luz então se move em relação ao laboratório na velocidade v dada por

$$v = \frac{1 + \frac{4}{5}}{1 + (1)\left(\frac{4}{5}\right)} = \frac{9/5}{9/5} = 1.$$

57. A velocidade da luz é invariante, como esperado.

58. Assim, a luz se move com a mesma velocidade em ambos os referencias, conforme exigido pelo Princípio de Relatividade. Pergunta: Isso também é verdade quando um pulso de luz é disparado da parte traseira do foguete?

8.4 Referências Bibliográficas

GOMES, E. C. et al. Diagnóstico do sistema educacional do tocantins sob o olhar do ensino de física. **Revista Eixo**, Brasília, v. 9, n. 3, p. 96-107, mar. /2022. Disponível em: <http://revistaeixo.ifb.edu.br/index.php/RevistaEixo/article/view/803>. Acesso em: 1 mar. 2021.

OLIVEIRA, Raul Rodrigues. **Exercícios sobre plano cartesiano**. 2022. Disponível em: <<http://lnnk.in/d9fi>>. Acesso em: 12 de abril de 2022.

OLIVEIRA, Raul Rodrigues. **Exercícios sobre teorema de Pitágoras**. 2022. Disponível em: <<http://lnnk.in/blgj>>. Acesso em: 25 de Abril de 2022.

PROJETO AGATHA. **Exercícios sobre teoria da relatividade especial**. 2022. Disponível em: <<http://lnnk.in/bigG>> Acesso em: 02 de maio de 2022.

BOCAFOLI, Francisco. **Exercícios de vestibulares com resoluções comentadas sobre teoria da relatividade**. 2022. Disponível em: <<http://lnnk.in/ebfd>> Acesso em: 16 de maio de 2022.