



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS
CÂMPUS DE ARAGUAÍNA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

ADRIANO FREIRE RODRIGUES

**CONSTRUÇÃO DA ESCALA PITAGÓRICA: ALGUMAS REFLEXÕES
MATEMÁTICAS**

**ARAGUAÍNA, TO
2018**

ADRIANO FREIRE RODRIGUES

**CONSTRUÇÃO DA ESCALA PITAGÓRICA: ALGUMAS REFLEXÕES
MATEMÁTICAS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado.
Universidade Federal do Tocantins, curso de
Licenciatura em Matemática, campus de Araguaína
– TO, como requisito parcial para obtenção do título
de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Marcos José Pereira Barros.

ARAGUAÍNA, TO

2018

ADRIANO FREIRE RODRIGUES

**CONSTRUÇÃO DA ESCALA PITAGÓRICA: ALGUMAS REFLEXÕES
MATEMÁTICAS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado.
Universidade Federal do Tocantins, curso de
Licenciatura em Matemática, campus de
Araguaína – TO, como requisito parcial para
obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Aprovada em ____ de _____ de 2018.

Banca examinadora

Prof. Marcos José Pereira Barros
Orientador/UFT

Prof. Dr. Douglas Silva Fonseca
Examinador/UFT

Prof. Christyan Martins da Silva Costa
Examinador/SEDUC - TO

RESUMO

O seguinte trabalho mostra a aplicação do conteúdo matemático de Razão e Proporção interdisciplinando com a Música. Buscando o entendimento das relações fracionárias que deram origem a primeira escala musical na Música Ocidental, pesquisando acerca da história da música e da matemática, afim de conhecer o início da relação existente entre a Matemática e a Música. Norteador com a seguinte pergunta, como se deu a construção da Escala Pitagórica? O mesmo foi estruturado com uma mescla de pesquisas, adotando a estratégia de leitura de livros, artigos, dissertações e teses. Chegando à conclusão de que se pode trabalhar a matemática com outras áreas de conhecimento, tornando compreensível a aplicabilidade de alguns conteúdos matemáticos.

Palavras-chave: Matemática e a Música, Escala Pitagórica, História da Matemática, História da Música.

ABSTRACT

The following work shows the application of the mathematical content of Reason and Proportion interdisciplinary with Music. Seeking the understanding of the fractional relations that originated the first musical scale in Western Music, researching the history of music and mathematics, in order to know the beginning of the relationship between Mathematics and Music. With the following question, how did the construction of the Pythagorean Scale take place? The same was structured with a mixture of researches, adopting the strategy of reading books, articles, dissertations and theses. To the conclusion that one can work the mathematics with other areas of knowledge, making comprehensible the applicability of some mathematical contents.

Keywords: Mathematics and Music, Pythagorean Scale, History of Mathematics, History of Music.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Frequências de som grave e som agudo	17
Figura 2: Monocórdio.	20
Figura 3: Oitava, Quinta e Quarta	24

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Relação de $\frac{1}{2}$ do comprimento de uma corda com sua frequência.....	21
Tabela 2: Relação de $\frac{2}{3}$ do comprimento de uma corda com sua frequência.....	21
Tabela 3: Relação de $\frac{3}{4}$ do comprimento de uma corda com sua frequência.....	22
Tabela 4: Cálculo das médias aritmética e harmônica entre 12 e 6.....	23
Tabela 5: Escala Pitagórica	25
Tabela 6: Cálculo do Ciclo de Quintas.....	25
Tabela 7: Cálculo do Ciclo de Quintas.....	26
Tabela 8: Escala Pitagórica exemplificada.....	26

SUMÁRIO

1 CAMINHOS PERCORRIDOS ATÉ A INQUIETAÇÃO	9
1.1 A problemática e questão de pesquisa	10
1.2 Justificativa.....	11
2 METODOLOGIA DA PESQUISA	13
3 RELAÇÃO MATEMÁTICA E MÚSICA.....	15
3.1 A origem da Música	15
3.2 Matemática e Música na história.....	17
3.3 Ligações entre a Música e a Matemática	19
3.3.1 Monocórdio	20
3.3.2 Escala Pitagórica	23
4 CONSIDERAÇÕES	31
REFERÊNCIAS	32

1 CAMINHOS PERCORRIDOS ATÉ A INQUIETAÇÃO

Ao longo da vida acadêmica me deparei com situações que desafiam e questionam o uso da matemática. Não são raras as indagações sobre a aplicabilidade da matemática no cotidiano e sua relação com as demais áreas e ciências.

Desde cedo tive afinidade com a música e, conseqüentemente, aos 11 anos iniciei minha prática em instrumentos musicais, mais precisamente, com o violão popular e mais adiante passando para a guitarra elétrica. Já com a matemática, meu entrosamento veio na época do ensino médio, onde tive dois professores de matemática que me disseram: “a matemática também está na música”. Essa informação foi algo que me fez despertar um interesse maior pela matemática, aguçando minha curiosidade sobre os dois temas, matemática e música.

Durante o ensino superior, na graduação de Licenciatura em Matemática, obtive um aguçamento na minha visão crítica, acerca dos problemas e dificuldades enfrentadas no processo de ensino e de aprendizagem da matemática, ao qual durante o curso mudou bastante, a ponto de me fazer refletir sobre o que poderia ser feito para tentar sanar as dificuldades tanto do aluno quanto do professor.

Tomei conhecimento que se pode usar a história do objeto matemático a ser estudado e interdisciplinar com outra matéria, afim de tornar mais compreensível a aplicabilidade de alguns conteúdos matemáticos do ensino básico. Como, por exemplo, o uso da Razão e Proporção para a obtenção de uma escala musical. Foi aí então que meu interesse pela música e pela matemática aumentou, sendo possível unir nesse trabalho, meus dois maiores prazeres.

Música uma arte tão presente no meio social e a matemática uma ciência considerada por muitos abstrata e complexa, apesar de estar a todo tempo em nossas vidas. Pretendemos mostrar como a matemática pode ser um poderoso instrumento para compreender outras disciplinas, destacando aqui seus aspectos artísticos. Brasil (1998), destaca

Utilizar as diferentes linguagens – verbal, matemática, gráfica, plástica e corporal – como meio para produzir, expressar e comunicar suas ideias, interpretar e usufruir das produções culturais em contextos públicos e privados, atendendo a diferentes intenções e situações de comunicação. (BRASIL, 1998)

A matemática pode ser um importante instrumento para a compreensão da realidade que nos cerca, pois garante outras formas de enxergar o mundo. “É importante destacar que a Matemática deverá ser vista pelo aluno como um conhecimento que pode favorecer o desenvolvimento do seu raciocínio, de sua sensibilidade expressiva, de sua sensibilidade estética e de sua imaginação” (BRASIL, 1998).

Partindo dessas considerações o presente trabalho busca investigar, em um contexto histórico, a relação de razão e proporção existente na escala musical construída no período da escola pitagórica.

1.1 A problemática e questão de pesquisa

“A interdisciplinaridade só ocorrerá, quando houver uma fusão dos conteúdos das disciplinas, trabalhando em conjunto para compreensão de uma determinada importância social” (Franco Araújo, 2017). Pretendemos investigar na história as relações entre a matemática e a música, onde, iremos buscar a explicação de como se dá a relação de razão e proporção para a construção da escala pitagórica¹.

A música está presente ao nosso redor, seja nas rádios, na televisão ou em meios audíveis, evidencia-se que poucos são os casos de pessoas que não gostam de música e poucos são os que tem conhecimento de que a matemática está presente em toda e qualquer música que ouvimos. Ao se tratar de escalas musicais, onde temos sequencias de notas que ao se relacionarem em uma situação musical produzem uma sensação sonora agradável, a noção matemática de relacionar divisões e proporções de algum material físico está presente. Temos como objeto os instrumentos musicais.

Mesmo que para ensinar precisemos mostrar a teoria, ainda assim aguça os sentidos dos alunos e chama a atenção deles para o novo, não sendo apenas mais um conteúdo matemático como os que sempre são ensinados de forma repetitiva, levando à conhecida “decoreba”, onde nem sempre torna possível o real entendimento de como aplicar esse conteúdo. Sem dizer que ainda poderemos ter um momento de prática na aula, o que a torna mais interessante e que, se bem aplicada, leva o aluno a desenvolver suas habilidades intelectuais antes inativas ou apenas adormecidas.

A escolha da Música como objeto para desenvolver aplicações matemáticas se deu por ser algo que me instiga muito, pois uni duas áreas de conhecimento ao qual tenho afinidade. Além disso, a Lei 11.769/08 determina a obrigatoriedade da música na escola, podendo se dar este ensino dentro de uma ou outra disciplina, como no caso que veremos mais a frente, fazendo uso da interdisciplinaridade com a Música a partir da aplicabilidade de razão e proporção nas escalas musicais. Busquei na história, utilizando pesquisas bibliográficas como suporte teórico para mostrar uma forma de aplicabilidade da Matemática.

¹ Primeira escala musical, como conhecimento científico, criada a partir do monocórdio pela escola pitagórica.

Com a intenção não apenas de trazer uma nova abordagem na perspectiva de como utilizar a matemática, mas também provocar um ambiente onde é propício estruturar ou reestruturar, estabelecer ou reestabelecer relações envolvendo o conteúdo de razão e proporção acerca da ciência matemática e sua importância para a construção do conhecimento da humanidade, foi que escolhemos este tema. Pois, uma aula com o uso de uma tendência de ensino propõe esse ambiente onde é possível ter maior liberdade de usar a criatividade e buscar novos conceitos, novas relações envolvendo as áreas estudadas. Para isso é necessário sair da zona de conforto e promover a mudança que precisa ocorrer. Este é um dos porquês de se utilizar a História da Matemática quando se quer trabalhar com a Matemática.

A Matemática do ensino básico, da maneira que é ministrada na maioria das vezes, deixa escapar muitos de seus aspectos belos e prazerosos. Devido a urgência de se cumprir conteúdos que nem sempre são primordiais, muitas aplicações práticas interessantes da matemática são deixadas em segundo plano, o que ao meu ver, favorece o desinteresse e o consequente atrofiamento matemático da maior parte dos alunos.

O interesse em pesquisar mais a fundo sobre a história da matemática, mais especificamente correlacionando com a música foram compondo inquietações e reflexões, me fazendo perceber que ao fazer uso da Música em uma aula interdisciplinar com a Matemática, trabalhando em uma perspectiva histórica, a assimilação do conteúdo matemático de razão e proporção pode torna-se mais compreensível e contribuindo para tornar a prática de ensino do professor mais interessante e eficiente.

Neste sentido, delineamos a seguinte pergunta norteadora para este trabalho: Como se deu a construção da Escala Pitagórica? Onde objetivamos: Investigar por meio de pesquisa bibliográfica, e em uma abordagem histórica, as relações fracionárias que deram origem a primeira escala musical na Música Ocidental, a escala pitagórica; pesquisar a história da música e da matemática afim de conhecer os primórdios da relação existente entre ambas e compreender como se deu a construção da escala pitagórica.

1.2 Justificativa

Buscar maneiras diferentes de se trabalhar a matemática, de tal forma que venha dar auxílio a aula que esteja abordando o conteúdo de frações, e que possam se tornar atrativas didaticamente, aliando diferentes abordagens, constituem-se como instrumentos promotores da formação humana interconectada ao desenvolvimento da sociedade. O ensino da matemática

está ligado a outros conhecimentos que interagem entre si o tempo todo, permitindo assim pesquisas extraclasse, atividades práticas, leitura, momentos lúdicos e o uso de tecnologias.

A utilização da história da matemática pode se dar de várias formas, como oportunidade para promover atividades diferenciadas, integrando a Matemática com as demais disciplinas. O professor de matemática pode, pela via da história da matemática, envolver o professor de física e música, por exemplo.

“As ideias matemáticas comparecem em toda a evolução da humanidade, definindo estratégias de ação para lidar com o ambiente, criando e desenhando instrumentos para esse fim, e buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para a própria existência. Em todos os momentos da história e em todas as civilizações, as ideias matemáticas estão presentes em todas as formas de fazer e de saber.”. D’Ambrósio (1999, p. 97)

Entende-se que a história da matemática tem potencial para fazer a interligação necessária entre os conteúdos da matemática e desta com as outras disciplinas, uma vez que ela acompanha a história da humanidade.

Uma forma de se entender como se deu a construção da Escala Pitagórica, se dá em compreender a relação existente entre a mesma e a Matemática. Portanto, este trabalho se justifica por, almejar conhecer a contribuição matemática-musical que a escola construiu na história da humanidade e que enriqueceu a visão que se pode possuir a partir da aplicabilidade da matemática conjunto a arte musical ao qual podemos desfrutar nos dias atuais, ao aplicar um conteúdo matemático na ciência musical.

2 METODOLOGIA DA PESQUISA

O trabalho foi desenvolvido com a intenção de mostrar a importância e alternativa de se usar a História da Matemática e a interdisciplinaridade da Matemática com a Música ao se trabalhar essas áreas de conhecimento. Pressupondo um método dedutivo, essa pesquisa contém um objeto de estudo explicativo, pois “procura identificar os fatores que causam um determinado fenômeno, aprofundando o conhecimento da realidade” Cleber Cristiano (2013).

Este tipo de pesquisa explicativa preocupa-se em identificar os fatores que determinam ou que contribuem para a ocorrência dos fenômenos (GIL, 2007). Ou seja, este tipo de pesquisa explica o porquê das coisas através dos resultados oferecidos.

O trabalho foi dividido em três etapas, a saber: etapa 1 – Identificação do problema em questão (desconhecimento da aplicabilidade de conteúdos matemáticos); etapa 2 – pesquisa bibliográfica, levantamento/construção do referencial que tratam do tema; etapa 3 – conclusões / considerações finais.

Este trabalho foi realizado por meio de uma mescla de pesquisas. Sendo qualitativa, buscando pesquisas bibliográficas acerca dos assuntos aqui abordados. Para que pudéssemos compreender a questão da pesquisa foi adotado a estratégia de leitura de livros, artigos, dissertações e teses.

“Na pesquisa qualitativa o pesquisador procura reduzir a distância entre a teoria e os dados, entre o contexto e a ação, usando a lógica de análise fenomenológica, isto é, da compreensão dos fenômenos pela descrição e interpretação. As experiências pessoais do pesquisador são elementos importantes na análise e compreensão dos fenômenos estudados” (TEIXEIRA, 2004, p. 137).

Temos também que essa pesquisa se identifica como Pesquisa Bibliográfica, que é “aquela que se realiza a partir do registro disponível, decorrente de pesquisas anteriores, em documentos impressos, como livros, artigos, teses, etc. (SEVERINO, 2007, p. 122) ”.

“A pesquisa bibliográfica é feita a partir do levantamento de referências teóricas já analisadas, e publicadas por meios escritos e eletrônicos, como livros, artigos científicos, páginas de web sites. Qualquer trabalho científico inicia-se com uma pesquisa bibliográfica, que permite ao pesquisador conhecer o que já se estudou sobre o assunto. Existem, porém, pesquisas científicas que se baseiam unicamente na pesquisa bibliográfica, procurando referências teóricas publicadas com o objetivo de recolher informações ou conhecimentos prévios sobre o problema a respeito do qual se procura a resposta” (FONSECA, 2002, p. 32).

Este trabalho também foi realizado por meio de Pesquisa Documental, que é aquela que utiliza materiais que não receberam tratamento analítico.

“A pesquisa documental trilha os mesmos caminhos da pesquisa bibliográfica, não sendo fácil por vezes distingui-las. A pesquisa bibliográfica utiliza fontes constituídas por material já elaborado, constituído basicamente por livros e artigos científicos localizados em bibliotecas. A pesquisa documental recorre a fontes mais diversificadas e dispersas, sem tratamento analítico, tais como: tabelas estatísticas, jornais, revistas, relatórios, documentos oficiais, cartas, filmes, fotografias, pinturas, tapeçarias, relatórios de empresas, vídeos de programas de televisão, etc.” (FONSECA, 2002, p. 32).

As fases da pesquisa constituem-se em leituras bibliográficas de Dissertações e Teses, e leituras documentais, cujas me auxiliaram na elaboração e estruturação do trabalho pretendido.

Posto que foi feito leituras similares acerca do tema abordado, conceitos, hipóteses e teorias emergentes deste estudo são comparados. O resultado disso é uma pesquisa com nível conceitual mais aprofundado, com maior validade interna.

3 RELAÇÃO MATEMÁTICA E MÚSICA

Nos dois tópicos a seguir iremos abordar os temas: Música, Matemática e Música. Com o intuito de conhecer, a história de ambos na construção da civilização humana, como se constituiu as primeiras noções musicais e a relação existente entre as duas ciências (Matemática e Música).

Nas seções 3.1 e 3.2 será abordado, de forma breve, acerca da História da Música e de sua relação com a matemática, que foi de grande importância para o início da construção da teoria musical, afim de tornar compreensível a aplicabilidade matemática que será apresentada na seção 3.3 ao analisar o experimento desenvolvido com o monocórdio pela Escola Pitagórica.

3.1 A origem da Música

Não se sabe dizer ao certo o início da manifestação da matemática e da música, pois na maioria dos povos da antiguidade encontravam-se evidências em separado. Muitos acreditam que a música existe desde a pré-história, e servia como método ritualístico e apresentava caráter religioso. Vários historiadores ressaltam que a música se dava a partir das batucadas e sons, existe desde os primórdios quando a organização dos homens se dava através das tribos primitivas pelo continente africano, e assim como atualmente a música fazia parte do dia-a-dia daqueles grupos de pessoas.

Na antiguidade os povos primitivos utilizavam como instrumentos musicais, utensílios que eram obtidos e/ou construídos através da relação que se encontrava com o corpo humano. O homem primitivo descobriu que em seu corpo existiam vários elementos que serviam como utensílios sonoros. A melodia que podia ser retirada através da voz, em conjunto com o ritmo obtido pelo estalar de dedos, palmas ou marcação de passos, produziam a música corporal. (SANTOS, 2013, p.11)

Desde o entendimento da existência da musicalidade presente na natureza, a humanidade criou variados tipos de instrumentos obedecendo estruturas e padrões importantes para a música, mas até então havia apenas noções do que seria a música por meio de experiências empíricas.

Segundo Edson Frederico (2000), a Lira² se deu a partir de um arco de madeira que servia como utensílio para arar a terra. O Tambor foi feito com um recipiente que servia como

² Instrumento musical de corda, com a forma aproximada de um U, cujos braços são ligados por uma barra a que se predem as extremidades superiores das cordas que eram feitas de tripa ou de tendões de boi ou carneiro.

um vaso de sacrifício. Com ossos e bambus, a Flauta foi criada emitindo apenas uma única nota, mais tarde descobriram que furos em diferentes posições do comprimento de uma única cana de bambu produziriam diferentes notas musicais.

Na Universidade de Nova York, pesquisadores do Queens College afirmam que a flauta, pode ser considerada o instrumento mais antigo da humanidade. Segundo os pesquisadores desta universidade, o Homem Neandertal³ foi o provável construtor desta flauta, considerada o instrumento mais antigo do mundo. (EDSON FREDERICO, 2000, p. 67)

O homem começou a notar que os sons produzidos pela cana de bambu variavam de acordo com o tamanho do bambu. As canas de bambus maiores produziam sons mais graves e as menores produziam sons mais agudos. Essa descoberta proporcionou para a música um grande avanço, então a partir desse acontecimento os instrumentos ganharam mais notas musicais. A flauta passou a ser fabricada com mais canas de bambus de variados tamanhos, na Lira aumentaram-se a quantidade de cordas e pedaços de madeiras de diferentes comprimentos com sons diversos se construía o xilofone⁴. (Edson Frederico, 2000, p. 93)

Segundo os pesquisadores do Queens College, considerado como o ancestral de todos os instrumentos de cordas, o Ravanastron (instrumento musical de duas cordas tocado com um arco) é o instrumento mais antigo após a flauta sendo construído há cerca de sete mil anos no Ceilão pelo Rei de Ravana.

Os instrumentos musicais da antiguidade podem ser classificados de acordo com algumas características, como: **Idiófonos** – materiais que produzem som por si próprio. Não possuem cordas ou peles esticadas. É um simples pedaço de madeira que vira uma placa do futuro xilofone; **Membranófonos** – instrumentos de percussão que possuem uma pele esticada num crânio humano ou num vaso; **Cordófonos** – possuem cordas esticadas que podem ser de tripas de macaco ou de baleia; **Aerófonos** – canos ou varas que possuem furos, obtendo sons a partir do sopro dos mesmos. Por exemplo, a flauta e a trombeta.

Considerado por muitos como a “idade das trevas”, a Idade Média contou com alguns avanços na teoria musical, como a invenção e posterior estabelecimento, fmentado principalmente pelo teórico musical italiano, Guido d’Arezzo (955-1050), escreveu o Micrologus – primeiro tratado completo sobre a prática musical – que, incluindo uma discussão

³ O Homem Neandertal é uma espécie humana já extinta. Alguns autores consideram-no como subespécie do Homo Sapiens.

⁴ É o nome genérico para vários instrumentos musicais, mais precisamente idiofonos percutidos, que consistem em várias lâminas de madeira dispostas cromaticamente.

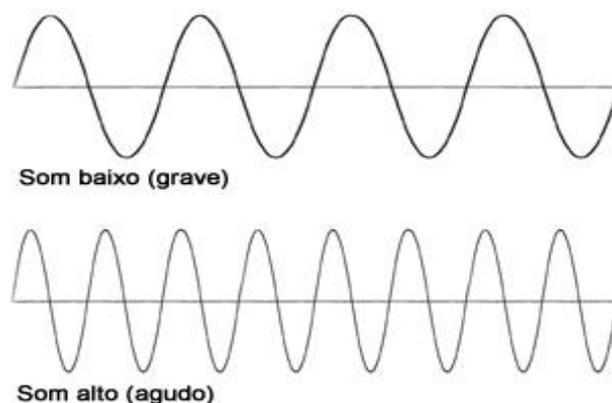
sobre a música polifônica⁵ e o cantochão⁶, desenvolvia, entre outros aspectos, uma técnica de canto com um sistema de notação, que também foi responsável pelos nomes das notas: ut, ré, mi, fá, sol, lá. Ao passar do tempo a sílaba “ut” foi substituída por “dó”, por ter a dicção⁷ mais suave para o canto. (ABDOUNUR, 2006, p. 23)

3.2 Matemática e Música na história

Algumas noções físicas em relação a onda sonora são postas nesse tópico para melhor compreensão de algumas relações entre a matemáticas e os sons, pois trataremos sobre como Pitágoras deu o início da aplicação da razão e proporção para se construir a escala pitagórica. Iremos também citar a escala temperada.

Temos que a altura é uma característica do som que nos permite classificá-lo em grave ou agudo. Essa propriedade do som é caracterizada pela frequência da onda sonora, ou seja, pela vibração da onda sonora que pode ser de forma mais lenta ou mais rápida em um determinado período de tempo. Dessa forma, a altura de um som está diretamente relacionada com a frequência do som: Sons de maior frequência são vibrações rápidas e correspondem a sons agudos (ou altos); sons de menor frequência são vibrações lentas e correspondem a sons graves (ou baixos).

Figura 1: Frequências de som grave e som agudo



Fonte: Daniel Darezzo (2016)

⁵ Aquela que possui uma textura sonora específica, em que duas ou mais vozes se desenvolvem preservando um caráter melódico e rítmico individualizado.

⁶ Uma das formas musicais reconhecidas entre as mais antigas, consistindo de uma única melodia limitada pelo intervalo de uma oitava.

⁷ I) Maneira de articular ou pronunciar palavras; pronúncia, prolação.

II) Palavra, som ou conjunto de sons articulados que exprimem uma ideia.

“No que concerne à organização das escalas musicais, esta ocorreu de diversas maneiras em diferentes povos e épocas, porém com alguns aspectos em comum” (ABDOUNUR, 2006, p. 3). O início da relação entre as escalas musicais e a Matemática deu-se através do estudo dos gregos, mais especificamente na escola pitagórica. Com a construção das escalas musicais foi possível notar várias situações tanto na construção de instrumentos quanto no estudo teórico musical em que envolve a matemática.

Na composição musical erudita, usam-se, há muito tempo, propriedades de alguns números ou proporções especiais e transformações geométricas. Alguns compositores modernos recorrem a teorias matemáticas mais complexas, como, por exemplo, a dos processos estocásticos.

Se observarmos entre outros povos, escalas com mais sons foram criados. Nesse sentido, Abdounur (2002) destaca que “[...] a China desenvolveu desde a antiguidade as sequências pentatônicas [...] correspondentes às cinco primeiras notas [...]. Já os árabes elaboraram escalas com 17 notas e os hindus com 22” (ABDOUNUR, 2002, p. 3-4). Como pode os ver, a música esteve presente em várias épocas diferentes, cada qual com suas características próprias. No entanto, não existem documentos ou arquivos que comprovem a existência de estudos realizados por esses povos, não se sabe a real fonte desses conhecimentos, se era algo embasado em relações matemáticas ou somente de pura curiosidade. A música vem ganhar estrutura científica no século VI a.c. quando Pitágoras realiza seu estudo com os sons do monocórdio.

A matemática possui grande contribuição para a música. Na Grécia, com a escola pitagórica tornou-se possível estudar um pouco dos conceitos que levaram o indivíduo a chegar no estágio em que hoje a música se encontra, na qual a música depende de estudos e principalmente de compreensão de conceitos matemáticos. É através da história que se pode perceber a grande contribuição dos cientistas e pensadores desta escola para o aprimoramento e aperfeiçoamento da música. E é com base no estudo dos pitagóricos que foi possível chegar à conclusão de que a Matemática está inserida na Música.

Na afinação dos instrumentos é por vezes necessário usar as proporções entre as frequências e definir ajustes, chamados temperamentos.

Até a Idade Média, o modelo matemático de escala criado por Pitágoras era o mais aceito pela comunidade musical no Ocidente, todavia havia outros. E outros estavam sendo desenvolvidos para tentar corrigir as ‘falhas’ do modelo grego. Talvez o próprio Pitágoras também tenha percebido que o intervalo entre duas notas da escala, quer dizer, entre a frequência sonora das notas, não era sempre o mesmo. (PEREIRA, 2013, p. 31)

Apesar de todas essas relações encontradas por Pitágoras se mostrarem válidas, a partir do século XVI, essa escala veio a ser substituída aos poucos pela chamada escala temperada devido a um pequeno desajuste encontrado pelos estudiosos da época o que chamaram de coma pitagórico. Devido a este acontecimento, foi organizado um novo estudo para melhor definir as escalas musicais de forma correta e sem erros, mas tudo isso com a intenção de manter pelo menos alguns dos conceitos estabelecidos pelos pitagóricos e, assim, criaram a escala temperada. (ABDOUNUR, 2006)

A Matemática sempre esteve presente na história da Música Ocidental, seja na fundamentação teórica ou na composição musical. Uma das primeiras tentativas de organizar e compreender o espectro sonoro foi na Grécia antiga, há mais de 500 anos a.C. pelos pitagóricos. A escola pitagórica foi a protagonista nos estudos matemáticos-musicais iniciais ao perceber que o som de uma corda esticada produzia sons graves e agudos, dependendo de sua divisão.

A escola pitagórica dedicava-se ao estudo de quatro áreas de conhecimento que denominavam de Quadrivium, eram estas a aritmética, música, geometria e astronomia. Para eles tudo poderia ser explicado através dos números inteiros, aos quais eram devotos. (EVENS, 2004).

Pitágoras nasceu por volta de 540 a.c. Para os membros de sua escola, a escola pitagórica, toda a compreensão do mundo passava pelo total entendimento do Quadrivium. Pitágoras e seus seguidores procuravam inter-relacionar suas descobertas, de modo a torna-las perfeitas“. Assim, eles relacionavam por exemplo, conceitos aritméticos à geometria, e esta à música e à astronomia.

Os pitagóricos foram os únicos até Aristóteles a fundamentarem cientificamente a música (EVENS, 2008). Embora diversos povos já tivessem organizado suas escalas musicais, foi Pitágoras o primeiro a criar uma escala obedecendo uma lógica científico-matemática (ABDOUNUR, 2003).

3.3 Ligações entre a Música e a Matemática

Nos tópicos a seguir abordamos algumas relações existentes entre a matemática e a música, a partir da experiência com o monocórdio feita na escola pitagórica. No primeiro, falaremos sobre o monocórdio e como se deu a construção da escala pitagórica a partir de seu uso, e no segundo, escrevemos um pouco acerca da escala pitagórica.

3.3.1 Monocórdio

O primeiro registro científico que se tem conhecimento da relação entre a matemática e a música é de, aproximadamente, VI a.C na escola Pitagórica. Ao passar por uma oficina de ferreiros, Pitágoras observou que ao bater dos ferros, obtinha-se sons consonantes ou dissonantes, ou seja, sons agradáveis ou desagradáveis para o ouvido humano, quando propagados em sequência.

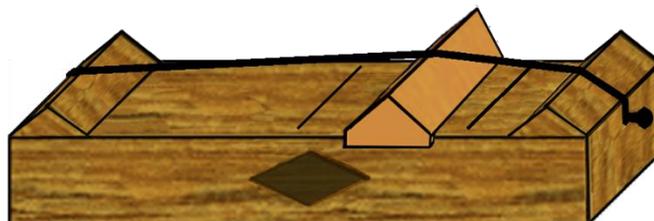
Pitágoras, ao ouvir os diferentes sons produzidos pelas batidas dos martelos numa oficina de ferreiro, percebeu que estes propiciavam uma sensação agradável e tinham uma harmonia entre si. Ele também teria notado que os valores dos sons poderiam ser expressos por relações numéricas (proporções) e que, para sua surpresa, os martelos que produziam os sons mais agradáveis (consonantes) pesavam 12, 9, 8 e 6 unidades de massa. (D'AREZZO, 1996 apud PEREIRA 2013, p. 20).

Sabemos que fazendo uma corda vibrar, a mesma emite som. De acordo, com Pereira (2013), os gregos perceberam que o som dependia do comprimento da corda, usando comprimentos aleatórios, sons diferentes eram produzidos, alguns agradáveis outros não. Curioso com isso, Pitágoras iniciou experimentos com um objeto que ele supostamente tenha construído, chamado “Monocórdio”, como descreve (ABDOUNUR, 2006, p. 4)

[...] o monocórdio é um instrumento composto por uma única corda estendida entre dois cavaletes fixos sobre uma prancha ou mesa possuindo, ainda, um cavalete móvel colocado sob a corda para dividi-la em duas seções. A princípio, seus experimentos evidenciam relações entre comprimento de uma corda estendida e a altura musical do som emitido quando tocada.

Apresentamos na figura a seguir um modelo de monocórdio.

Figura 2: Monocórdio.



Fonte: Equipe COM – OBMEP

Pitágoras percebeu que o som produzido por $\frac{1}{2}$ da corda era equivalente ao som produzido pela corda inteira em seu momento e vibração. Hoje sabemos que essa equivalência

significa que a nota musical emitida pela metade de uma corda tem frequência duplicada em relação à frequência da corda inteira. Temos na tabela a seguir, a relação de equivalência entre os comprimentos e as frequências das cordas.

Tabela 1: Relação de $\frac{1}{2}$ do comprimento de uma corda com sua frequência.

Comprimento da corda (X)	Frequência (f)
$\frac{X}{2}$	$2f$

Fonte: Elaborado pelo autor.

A oitava é sempre obtida, ao tocar a corda na metade de seu comprimento, ou seja, $\frac{X}{2}$ do comprimento da corda, e para o ouvido humano é interpretada como a mesma nota. Ou seja, a primeira nota (corda solta “fundamental”) e a oitava são identificadas como notas iguais. O intervalo de uma oitava é considerado o intervalo mais consonante para a música, ou seja, os dois sons emitidos simultaneamente são os mais agradáveis aos ouvidos. Então, as notas diferenciadas pelo intervalo de oitavas apresentam uma certa equivalência, como aborda (ABDOUNUR, 2006, p. 9).

[...] notas diferenciadas por intervalos de oitava apresentam uma espécie de classe de equivalência musical da seguinte forma: duas notas são equivalentes, se o intervalo definido por elas for um número inteiro de oitavas. Sob essa ótica, as distintas oitavas reduzem-se apenas a uma, possuindo, portanto, cada nota, notas equivalentes em todas as outras oitavas, e particularmente naquela referencial.

Do mesmo modo, Pitágoras fez em outros comprimentos da corda, como por exemplo, colocando o cavalete móvel a $\frac{1}{3}$ da corda e tocando os $\frac{2}{3}$ restantes. Esse novo som produzido é consonante aos dois primeiros sons obtidos, o original e a oitava, e conseqüentemente sua relação de comprimento e frequência com a corda original é:

Tabela 2: Relação de $\frac{2}{3}$ do comprimento de uma corda com sua frequência

$\frac{X}{2}$	$2f$
$\frac{2X}{3}$	$\frac{3f}{2}$

Fonte: Elaborado pelo autor.

Também foi observado que poderia se ter um intervalo consonante ao se tocar, após a nota fundamental obtida pela vibração da corda inteira, $\frac{3X}{4}$ da corda. Já fazendo relação do comprimento e frequência desse novo som produzido, com a oitava temos a tabela a seguir.

Tabela 3: Relação de $\frac{3}{4}$ do comprimento de uma corda com sua frequência

$\frac{X}{2}$	$2f$
$\frac{3X}{4}$	$\frac{4f}{3}$

Fonte: Elaborada pelo autor.

Estes quatro sons produzidos pela vibração dos seguintes comprimentos da corda: X, $\frac{X}{2}$, $\frac{2X}{3}$ e $\frac{3X}{4}$ são todos consonantes entre si e são chamados de consonâncias pitagóricas.

Estas razões eram bastantes especiais para os pitagóricos, pois eram formados pelos 4 primeiros números inteiros, cuja soma $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ dá origem à chamada Tetraktys, que simbolizava o princípio gerador de tudo (HENRIQUE, 2011). A partir do intervalo de quinta⁸, todas as notas poderiam ser obtidas, criando a chamada Escala Pitagórica. A escala pitagórica foi pioneira pelo fato de poder ser reproduzida usando processos matemáticos, ao invés de pura utilização do aparato auditivo.

A harmonia musical herda do pitagorismo os números harmônicos, 6, 8, 9 e 12, que mais tarde seria nomeada a relação média harmônica. Por isso Pitágoras também fez marcas no monocórdio dividindo a corda em doze partes iguais e que ao tocar a corda na 6ª marca, na 8ª marca, na 9ª marca e na 12ª marca encontrou os sons que citamos acima. E que, ao tocar outras marcas dessa corda encontrou sons dissonantes ou, pelo menos, não tão consonantes como os anteriores.

As divisões em partes iguais do comprimento original da corda pelos números 12, 9, 8 e 6, constituíam, portanto, um tetracorde⁹ muito interessante por suas propriedades aritméticas pois verifica-se que, 9 é a média aritmética entre 12 e 6, e 8 é a média harmônica entre 12 e 6. Como vemos nas duas tabelas a seguir.

⁸ Intervalo de quinta de quinta - $\frac{2X}{3}$ refere-se à quinta nota da escala natural contada a partir da nota inicial. Exemplo, a partir do Dó, a quinta justa será a nota Sol, veja, 1ª - Dó, 2ª - Ré, 3ª - Mi, 4ª - Fá, 5ª - Sol. Para o intervalo de quarta - $\frac{3X}{4}$ vale a mesma lógica, neste caso obteríamos a quarta nota da escala natural a partir da nota inicial.

⁹ Acorde composto por quatro notas.

Tabela 4: Cálculo das médias aritmética e harmônica entre 12 e 6

m = média aritmética entre dois números	h = média harmônica entre dois números
$m = \frac{a + b}{2}$	$\frac{1}{h} = \frac{\left[\left(\frac{1}{a}\right) + \left(\frac{1}{b}\right)\right]}{2}$
$9 = \frac{(12 + 6)}{2}$	$\frac{1}{8} = \frac{\left[\left(\frac{1}{12}\right) + \left(\frac{1}{6}\right)\right]}{2}$

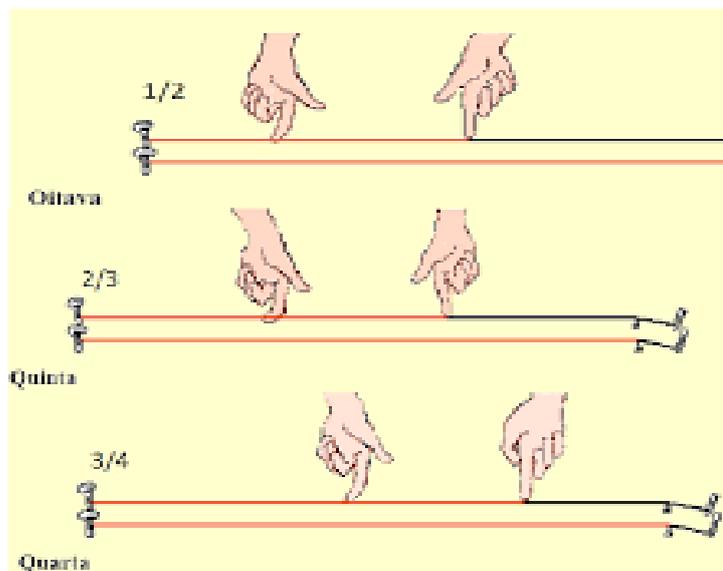
Fonte: Elaborada pelo autor.

E ainda, o produto entre 12 e 6 é igual ao produto entre 9 e 8, que é uma propriedade geral da média aritmética e da média harmônica, ou seja, $a \cdot b = h \cdot m$. Estas relações foram primordiais para que se fosse possível encontrar outros sons que viriam fazer parte do estudo para a construção de uma escala mais completa, a escala pitagórica.

3.3.2 Escala Pitagórica

Pitágoras descobriu uma relação existente entre os números e os sons, sons esses que vieram se tornar as notas musicais. Essa relação, que o matemático descobriu, ao passar do tempo irá dar origem à harmonia musical, que nada mais é que a união e interação das notas musicais tocadas simultaneamente ou em conjunto, produzindo um som agradável aos ouvidos.

Ao pôr em vibração a única corda do monocórdio produz-se uma nota musical, chamada fundamental, que serve de referência para que seja possível determinar as outras notas. Essas novas notas podem ser definidas a partir de proporções numéricas, como vimos no tópico anterior. Onde, para um comprimento X de corda, obtemos a fundamental ao pôr em vibração a razão de $\frac{X}{1}$ da corda, a oitava ao pôr em vibração a corda na razão de $\frac{X}{2}$, a Quinta Justa ao pôr a razão de $\frac{2X}{3}$ da corda em vibração e obtemos a Quarta Justa ao pôr em vibração a razão de $\frac{3X}{4}$ da corda.

Figura 3: Oitava, Quinta e Quarta

Fonte Equipe COM – OBMEP

Os sons harmoniosos são sempre produzidos por uma corda vibrante cujo comprimento é dividido em proporções simples, assim existe uma relação entre sons harmoniosos e números inteiros, que conforme Pereira (2013), para os pitagóricos “A consonância [...], seria mais bela quanto mais simples fosse à relação proporcional entre os sons. A mística dos números fica evidente quando se observam os denominadores das frações: $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$ ” (PEREIRA, 2013, p.21).

Coincidentemente, essas frações eram equivalentes às frações que relacionavam os pesos dos martelos da oficina que Pitágoras tivera observado, sendo o doze o inteiro, $\frac{12}{12}, \frac{6}{12}, \frac{8}{12}$ e $\frac{9}{12}$.

A primeira escala musical foi formada a partir dessas quatro notas, e foram descobertas mais quatro notas, seguindo a mesma lógica proporções estabelecidas por Pitágoras, até se chegar à escala pitagórica, ao qual, hoje chamamos de escala diatônica¹⁰. Este padrão se repete a cada oitava nota numa sequência tonal específica. Segundo Pereira (2013), é uma escala que possui 7 notas, mais a oitava. Obtemos essa escala através de um método chamado Ciclo de Quintas Sobrepostas. Temos na tabela a seguir as razões de comprimento que formam a Escala Pitagórica, que conseguimos adquirir através do método de Ciclo de Quintas Sobrepostas.

¹⁰ Escala composta por sete notas, com cinco intervalos de tons e dois intervalos de semitons entre as notas.

Tabela 5: Escala Pitagórica

Nota Fundamental	Segunda	Terça	Quarta Justa	Quinta Justa	Sexta	Sétima	Oitava Justa
X	$\frac{8X^2}{9}$	$\frac{64X^4}{81}$	$\frac{3X}{4}$	$\frac{2X}{3}$	$\frac{16X^3}{27}$	$\frac{128X^5}{243}$	$\frac{X}{2}$

Fonte: Elaborada pelo autor

Conforme Abdounur (2006)

Para efeito da análise em questão, quando se atinge uma nota qualquer na construção de escalas, seu significado é a sua posição relativa à nota mais grave (no caso Dó) da oitava em que se encontra. Portanto, começando, por exemplo, em Fá, após uma quinta, obtém-se um Dó, que por sua vez acrescido de uma quinta toma-se um Sol, depois Ré (oitava acima), seguindo de Lá, Mi (oitava acima) e Si. Portanto, forma-se a sequência Fá, Dó, Sol, Ré, Lá, Mi e Si, que remanejada à oitava inicial, apresenta-se como Dó, Ré, Mi, Fá, Sol, Lá, Si e Dó. Tal sequência constituída por quintas puras – relação de comprimento $2/3$ – denomina-se gama pitagórico (ABDOUNUR, 2006, p. 9).

Desta forma tendo algum instrumento como o violão e, considerando o comprimento da corda sendo 1 unidade de comprimento, observemos o que acontece ao aplicarmos o intervalo de quintas sobrepostas (repetidas aplicações do intervalo de quinta – $2/3$). Iniciando na nota Dó:

[...] percorre-se a escala por quintas ascendentes transpondo as notas obtidas à oitava referência em caso de ultrapassagem desse intervalo, assim, obtêm-se as notas sol; com comprimento $2/3$, ré com $8/9$, lá com $16/27$, Mi com $64/81$, Si com $128/243$, etc. E no percurso descende, fá com $4/3$, etc. de acordo com a seguinte configuração: Dó – 1, Ré – $8/9$, Mi – $64/81$, Fá – $3/4$, Sol – $2/3$, Lá – $16/27$, Si – $128/243$, Dó – $1/2$ (ABDOUNUR, 2006, p. 9-10).

O ciclo de quintas sobrepostas consiste em multiplicar $\frac{2X}{3}$ por alguma razão de corda já conhecida. Pois, sabemos que $\frac{X}{2}$ e X da corda possuem consonância perfeita, e que $\frac{2X}{3}$ e $\frac{3X}{4}$ da corda também são consonantes as duas primeiras notas citadas. Com isso, ao sobrepormos $\frac{2X}{3}$ em X e $\frac{3X}{4}$, conseguimos obter notas já conhecidas, como podemos ver na tabela a seguir.

Tabela 6: Cálculo do Ciclo de Quintas.

(Quinta Justa) . (Nota Fundamental) = (Quinta Justa)	→	$\left(\frac{2X}{3}\right) \cdot (X) = \frac{2X^2}{3}$
(Quinta Justa) . (Quarta Justa) = (Oitava Justa)	→	$\left(\frac{2X}{3}\right) \cdot \left(\frac{3X}{4}\right) = \frac{X^2}{2}$
(Quinta Justa) . (Quinta Justa) = Segunda	→	$\left(\frac{2X}{3}\right) \cdot \left(\frac{2X}{3}\right) = \frac{4X^2}{9}$

Fonte: Elaborada pelo autor.

Mas, ao sobrepormos $\frac{2X}{3}$ em $\frac{2X}{3}$, obtemos uma nota diferente, justificando-se ser consonante à X, por analogia aos dados vistos na tabela anterior. Com isso consegue-se encontrar quatro novas notas, então temos a tabela a seguir.

Tabela 7: Cálculo do Ciclo de Quintas.

(Quinta Justa) . (Segunda) = (Sexta)	→	$\left(\frac{2X}{3}\right) \cdot \left(\frac{4X^2}{9}\right) = \frac{8X^3}{27}$
(Quinta Justa) . (Sexta) = (Terça)	→	$\left(\frac{2X}{3}\right) \cdot \left(\frac{8X^3}{27}\right) = \frac{16X^4}{81}$
(Quinta Justa) . (Terça) = (Sétima)	→	$\left(\frac{2X}{3}\right) \cdot \left(\frac{16X^4}{81}\right) = \frac{32X^5}{243}$

Fonte: Elaborada pelo autor.

Descobrimos mais três notas consonantes à X, temos agora $\frac{4X^2}{9}, \frac{8X^3}{27}, \frac{16X^4}{81}, \frac{32X^5}{243}$, equivalentes respectivamente, na composição da Escala Pitagórica, à Segunda, Sexta, Terça e Sétima, temos assim encontrado todas as notas da escala: X, $\frac{X}{2}, \frac{2X}{3}, \frac{3X}{4}, \frac{4X^2}{9}, \frac{8X^3}{27}, \frac{16X^4}{81}$ e $\frac{32X^5}{243}$. Continuando as sobreposições será possível obter apenas as notas já conhecidas, já que a escala se encontra dentro de um ciclo.

Para organizar as notas da Escala em uma sequência da nota mais grave à mais aguda, partindo da Fundamental (X) para a sua Oitava $\left(\frac{X}{2}\right)$, multiplicaremos as notas encontradas no processo de Ciclo de Quintas, Segunda e Sexta por 2; Terça e Sétima por 4, afim de transpô-las para dentro do intervalo de uma Oitava Justa. Com isso, elaboramos a tabela abaixo.

Tabela 8: Escala Pitagórica exemplificada.

Nota Fundamental	Segunda	Terça	Quarta Justa	Quinta Justa	Sexta	Sétima	Oitava Justa
X	$\frac{8X^2}{9}$	$\frac{64X^4}{81}$	$\frac{3X}{4}$	$\frac{2X}{3}$	$\frac{16X^3}{27}$	$\frac{128X^5}{243}$	$\frac{X}{2}$
Dó	Ré	Mi	Fá	Sol	Lá	Sí	Dó

Fonte: Elaborada pelo autor.

Sendo assim formamos a escala pitagórica, como pode-se ver na tabela que elaboramos acima, onde foi usando como forma de exemplificação das razões proporcionais de uma corda

com as notas musicais, dentro do intervalo de Dó Maior Natural, ou seja, nossa fundamental é a nota Dó que seguindo a progressão da escala, temos: Dó, Ré, Mi, Fá, Sol, Lá, Sí, Dó.

4 INTERDISCIPLINARIDADE

4.1 Disciplina e Interdisciplinaridade

De acordo com Fortes (2012), a noção de disciplina é fundamental para que se possa entender o desenvolvimento das ciências, do pensamento humano. É uma categoria organizada dentro das diversas áreas do conhecimento que as ciências abrangem. Para se entender o termo interdisciplinaridade, deve-se partir da noção de disciplina.

A organização disciplinar foi instituída no século XIX, com a formação das universidades modernas; desenvolveu-se, depois, no século XX, com o impulso dado à pesquisa científica; isto significa que as disciplinas têm uma história: nascimento, institucionalização, evolução, esgotamento e etc., essa história está inscrita na da Universidade, que, por sua vez, está inscrita na história da sociedade (MORIN, 2002, p. 105).

A disciplina é uma forma de organizar, de delimitar, ela representa um conjunto de estratégias organizacionais, uma seleção de conhecimentos que são ordenados para apresentar ao aluno, com o apoio de um conjunto de procedimentos didáticos e metodológicos para seu ensino e de avaliação da aprendizagem.

Segundo Fazenda (1999, p. 66): “a indefinição sobre interdisciplinaridade origina-se ainda dos equívocos sobre o conceito de disciplina”. A polêmica sobre disciplina e interdisciplinaridade possibilita uma abordagem pragmática em que a ação passa a ser o ponto de convergência entre o fazer e o pensar interdisciplinar. É preciso estabelecer uma relação de interação entre as disciplinas, que seriam a marca fundamental das relações interdisciplinares.

O caráter disciplinar do ensino formal dificulta a aprendizagem do aluno, não estimula ao desenvolvimento da inteligência, de resolver problemas e estabelecer conexões entre os fatos, conceitos, isto é, de pensar sobre o que está sendo estudado. “O parcelamento e a compartimentação dos saberes impedem apreender o que está tecido junto” (MORIN, 2000, p.45).

Por outro lado, na formação de projeto interdisciplinar é necessário determinar o valor de cada disciplina, discute-se em nível teórico, suas estruturas e a intencionalidade de seu papel no currículo escolar. Esses fundamentos possibilitam entender que a interdisciplinaridade é muito mais que uma simples integração de conteúdo.

A interdisciplinaridade não dilui as disciplinas, ao contrário, mantém sua individualidade. Mas integra as disciplinas a partir da compreensão das múltiplas causas ou fatores que intervêm sobre a realidade e trabalha todas as linguagens

necessárias para a constituição de conhecimentos, comunicação e negociação de significados e registro sistemático dos resultados. (BRASIL, 1999, p. 89)

Para que ocorra a interdisciplinaridade não se trata de eliminar as disciplinas, trata-se de torná-las comunicativas entre si, concebê-las como processos históricos e culturais, e sim torná-la necessária a atualização quando se refere às práticas do processo de ensino e de aprendizagem.

Segundo Brasil (1999), a reorganização curricular em áreas de conhecimento tem o objetivo de facilitar o desenvolvimento dos conteúdos, numa perspectiva de interdisciplinaridade e contextualização. A proposta da interdisciplinaridade é estabelecer ligações de complementaridade, convergência, interconexões e passagens entre os conhecimentos. O currículo deve contemplar conteúdos e estratégias de aprendizagem que capacitem o aluno para a vida em sociedade, a atividade produtiva e experiências subjetivas, visando à integração.

De acordo com Morin (2000), as disciplinas como estão estruturadas só servirão para isolar os objetos do seu meio e isolar partes de um todo. A educação deve romper com essas fragmentações para mostrar as correlações entre os saberes, a complexidade da vida e dos problemas que hoje existem. Caso contrário, será sempre ineficiente e insuficiente para os cidadãos do futuro.

Para Fortes (2012), a inteligência parcelada, compartimentada, mecanicista, disjuntiva e reducionista rompe o complexo do mundo em fragmentos disjuntos, fraciona os problemas, separa o que está unido, torna unidimensional o multidimensional.

4.2 Conceito de Interdisciplinaridade

Ao conceituar o termo Interdisciplinaridade, não se possui ainda um sentido único e estável, trata-se de um conceito que varia, não somente no nome, mas também no seu significado. Entender o vocábulo Interdisciplinaridade foi e ainda é muito discutido, pois existem várias definições para ela, depende do ponto de vista e da vivência de cada um, da experiência educacional, que é particular. (FORTES, 2012).

Para Japiassu (1976, p.74): “A interdisciplinaridade caracteriza-se pela intensidade das trocas entre os especialistas e pelo grau de interação real das disciplinas no interior de um mesmo projeto de pesquisa”.

Essa temática é compreendida como uma forma de trabalhar em sala de aula, no qual se propõe um tema com possível abordagem em diferentes disciplinas. É compreender, entender as partes de ligação entre as diferentes áreas de conhecimento, unindo-se para transpor algo inovador, abrir sabedorias, resgatar possibilidades e ultrapassar o pensar fragmentado. É a busca constante de investigação, na tentativa de superação do saber. Ainda que a noção do termo interdisciplinaridade não se configure como um sentido unívoco e preciso, em vista do conjunto de enfoques que ela recebe, mesmo que não possamos generalizar uma concepção de interdisciplinaridade, o certo é que há uma compreensão comum, por parte dos seus diversos teóricos, na necessidade de relação de sentidos e significados na busca do conhecimento, objetivando uma percepção de saberes em conjunto.

O conceito de interdisciplinaridade fica mais claro quando se considera o fato trivial de que todo conhecimento mantém um diálogo permanente com os outros conhecimentos, que pode ser de questionamento, de confirmação, de complementação, da ampliação, de iluminação de aspectos não distinguidos (BRASIL 2000, p.75).

A preocupação interdisciplinar não é um fenômeno recente. Na atualidade, na área da educação se revelou tão importante repensarmos a produção dos saberes na prática e na teoria, levando-se em conta as suas implicações mútuas, seus valores, seus fins e motivações para a vida humana. É importante enfatizar que a interdisciplinaridade supõe um eixo integrador com as disciplinas de um currículo, para que os alunos aprendam a olhar o mesmo objeto sob perspectivas diferentes.

Segundo Fortes (2012) A importância da interdisciplinaridade aponta para a construção de uma escola participativa e decisiva na formação do sujeito social. O seu objetivo tornou-se a experimentação da vivência de uma realidade global, que se insere nas experiências cotidianas do aluno e do professor.

“O valor e a aplicabilidade da Interdisciplinaridade, portanto, podem-se verificar tanto na formação geral, profissional, de pesquisadores, como meio de superar a dicotomia ensino-pesquisa e como forma de permitir uma educação permanente”. (FAZENDA, 1992, p.49)

Tendo em vista essas reflexões a interdisciplinaridade se constitui como uma forma de ver e sentir o mundo, de estar no mundo, de perceber, de entender as múltiplas implicações que se, realizam, ao analisar um acontecimento, um aspecto da natureza, isto é, os fenômenos na dimensão social, natural ou cultural. É ser capaz de ver e entender o mundo de forma holística, em sua rede infinita de relações, em sua complexidade.

4 CONSIDERAÇÕES

Essa pesquisa traz uma das possíveis formas de se aplicar a razão e proporção, que pode vir a ser de grande auxílio para a preparação de aulas de matemática. Ainda mais, torna-se gratificante saber o quanto a área de conhecimento ao qual estou cursando uma licenciatura, foi responsável por uma importantíssima contribuição para a evolução humana, cujo tenho grande admiração pelas relações sonoras descobertas em questão.

Com as pesquisas que fizemos para elaboração deste trabalho, chegamos ao resultado de como se deu a construção da Escala Pitagórica. Concluimos que os pitagóricos da Grécia Antiga utilizaram as relações de comprimento de $1, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$ de uma corda, onde foi possível obter três das sete notas que compõem a escala, após, foi feita a multiplicação do produto de $\frac{2}{3}$ da corda por $\frac{2}{3}$ e assim sucessivamente, com isso conseguiram encontrar as quatro notas restantes, esse processo ficou conhecido como Ciclo de Quintas.

Para conseguirmos responder à pergunta norteadora e chegar ao resultado desta pesquisa, alcançamos os objetivos almejados, buscando o entendimento das relações fracionárias que deram origem a primeira escala musical na Música Ocidental, pesquisando acerca da história da música e da matemática, afim de conhecer o início da relação existente entre a Matemática e a Música.

Pudemos observar que a Matemática está presente na Música. Com isso, compreendemos uma forma de se aplicar o conteúdo matemático de Razão e Proporção, e que é possível trabalhar com as duas ciências de forma interdisciplinar, podendo utilizar esse conhecimento para auxiliar no ensino e na aprendizagem em sala de aula.

REFERÊNCIAS

ABDOUNUR, O. J. **Matemática e música: pensamento analógico na construção de significados**. 4. ed. São Paulo: Escrituras Editora, 2006.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio: bases legais**. Brasília: MEC, 2000. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>>. Acesso em: 15 jan. 2013.

SILVA COSTA, C. M. **MATEMÁTICA E MÚSICA: o ensino de razão e proporção através da escala pitagórica**. Araguaína – TO, 2016.

CHAGAS, M. S. **Professores de Matemática na Prática Docente com o Uso de Recursos Didáticos**. Araguaína – TO, 2013.

DAREZZO, D. **Curso de Viola**. Disponível em: www.auladeviola.com/altura-do-som-o-que-e-grave-e-agudo/#sthash.n3h8PbTa.5i42ARbW.dpbs/. Acesso em, 14 de outubro de 2018.

FAZENDA, I. **Interdisciplinaridade: história, teoria e pesquisa**. 4ª ed. Campinas: Papirus, 1999.

FAZENDA, I. **Integração e Interdisciplinaridade no Ensino Brasileiro: Efetividade ou ideologia?** São Paulo: Loyola, 1992.

FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002. Apostila.

FORTES, C. C. **Interdisciplinaridade: origem, conceito e valor**. Disponível em <http://www.pos.ajes.edu.br/arquivos/referencial_20120517101727.pdf> acessado em 08 jun. 2018.

FRANCO, Araújo. Disponível em: www.pensador.uol.com.br/frase/MTY2NDcwMw/. Acesso em 02 de Julho de 2018.

FREDERICO, Edson. **Música Breve História**. SBEM. 1ª Ed. Brasil. Editora Irmãos Vitale, 2000.

JAPIASSU, H. **Interdisciplinaridade e Patologia do saber**. Rio de Janeiro: Imago, 1976.

MARQUEZ, R. G. VAIANO, A. Z. OLIVEIRA, R. **A Matemática no Universo da Música**. Revista EIXO, Brasília - DF, v.3 n.1, Janeiro – Junho de 2014.

MARTINS, D. F. P. S. **Escalas, Inversas e Tríades: A Matemática aplicada à Música**. Rio de Janeiro, 2015.

MORIN, E. **Os Sete Saberes necessários à Educação do Futuro**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2000.

PCN. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, DF, 1998.

PRODANOV, C. C. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico** / Cleber Cristiano Prodanov, Emani Cesar de Freitas. - 2. ed. - Novo Hamburgo: Feevale. 2013.

SANTOS, J. B. O. **MATEMÁTICA E MÚSICA**. Jussara – GO, 2013.

SEVERINO, Antônio Joaquim, 1941. **Metodologia do trabalho científico**. 23 ed. rev. e atual. São Paulo: Cortez, 2007.

TEIXEIRA, Elizabeth. **As três metodologias: acadêmica, da ciência e da pesquisa**. 11 ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.

WLASTA N. H. De Gasperi, Edilson Roberto Pacheco. **A História Da Matemática Como Instrumento Para A Interdisciplinaridade Na Educação Básica**. [S. I.: s.n.]