

UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE ARAGUAÍNA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ARTUR CRUZ DE SOUSA

**O USO DO SOFTWARE Wxmaxima NOS CONTEÚDOS DE FUNÇÕES DO
PRIMEIRO GRAU E SEGUNDO GRAU**

ARAGUAÍNA - TO
2016

ARTUR CRUZ DE SOUSA

**O USO DO SOFTWARE Wxmaxima NOS CONTEÚDOS DE FUNÇÕES DO
PRIMEIRO GRAU E SEGUNDO GRAU**

Monografia apresentada ao Colegiado do
Curso de Licenciatura em Matemática como
requisito parcial para obtenção do título de
licenciado em matemática.

Orientador: Prof. MSc. André Luiz Ortiz da
Silva

ARAGUAÍNA - TO
2016

O USO DO SOFTWARE Wxmaxima NOS CONTEÚDOS DE FUNÇÕES DO PRIMEIRO GRAU E SEGUNDO GRAU

Monografia apresentada ao Colegiado do
Curso de Licenciatura em Matemática como
requisito parcial para obtenção do título de
licenciado em matemática.

Orientador: Prof. MSc. André Luiz Ortiz da
Silva

Aprovado em 28 / 11 / 2016.

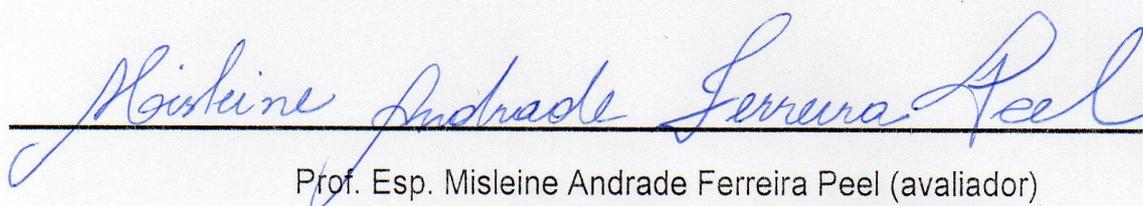
BANCA EXAMINADORA



Prof. MSc. André Luiz Ortiz da Silva (Orientador)



Prof. Dra. Elisângela Aparecida P. de Melo (avaliador)



Prof. Esp. Misleine Andrade Ferreira Peel (avaliador)

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer primeiramente a Deus por me ajudar em momentos difíceis que passei na Universidade e na vida fora dela.

A minha família, por saber respeitar meus momentos de estudo e saber que o curso de Licenciatura em Matemática é um dos mais difíceis da Universidade.

Ao professor Luis Cabral, por me encaminhar pelo meio que me fascina que é a área de software educacional. Pelo fato de me disponibilizar a bolsa do PIBEX e poder a partir daí criar a ideia da minha pesquisa, vinculada logo após com o PIBID.

Ao PIBID, por me ajudar a decidir ser professor futuramente.

Aos meus colegas de classe, por me ajudarem com ao longo deste percurso todo da Universidade.

“Só os idiotas acham que a máquina deixa o professor menos importante. É justamente o contrário. Um professor apaixonado pela vida estimula a curiosidade e a curiosidade é a maior fonte do saber.”

Paulo Freire

RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo investigar: como o software Wxmaxima pode ser utilizado como um recurso para o ensino e a aprendizagem de funções do 1º e 2º grau? Neste sentido, desenvolveu-se uma pesquisa de cunho bibliográfico e qualitativo, e optou-se pela utilização do Software Wxmaxima que possui um sistema de álgebra computacional completo especializado em operações simbólicas, ele é gratuito e possibilita a visualização de gráfico das funções de primeiro e segundo grau, o que pode ser um instrumento auxiliar no estudo deste conteúdo. Assim realizou-se uma monitoria e uma oficina com a participação de vinte e nove alunos das turmas do Ensino Médio, no Laboratório de informática do Colégio Aplicação de Araguaína na cidade de Araguaína, estado do Tocantins, uma das escolas participantes do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação a Docência (PIBID). O foco foi a abordagem do conteúdo de funções, em específico: tipos de funções, esboço de gráficos e determinação de raízes. Com o resultado, as respostas dissertativas, mostram que o software conseguiu despertar o interesse dos alunos em relação ao conteúdo, tendo em vista que os alunos raramente tinham disciplinas voltadas para o uso da informática na escola. Outro ponto importante foi que os alunos avaliaram que o software poderia auxiliá-los na aprendizagem da Matemática, devido as respostas serem exatas. Segundo as repostas do professor, os computadores eram pouco utilizados devido à quantidade deles não atenderem a demanda do público, a falta de manutenção e de formação dos professores. Logo, este trabalho discute essas problemáticas sobre a utilização dos softwares no ambiente escolar.

Palavras-chave: Software Wxmaxima. Estudo das funções. PIBID. Oficina.

ABSTRACT

The purpose of this study is to investigate: how can Wxmaxima software be used as a resource for teaching and learning 1st and 2nd grade functions? In this sense, a bibliographical and qualitative research was developed, and Wxmaxima Software was chosen, which has a complete computational algebra system specialized in symbolic operations, it is free and allows the graphic visualization of the functions of first and second functions. Second grade, which can be an auxiliary tool in the study of this content. Thus, a monitoring and a workshop was held with the participation of twenty-nine students from the High School classes, at the Computer Laboratory of the Araguaína Application College in the city of Araguaína, state of Tocantins, one of the participating schools of the Institutional Scholarship Program Of Teaching Initiation (PIBID). The focus was on the approach to the content of functions, in particular: types of functions, sketching of graphs and determination of roots. With the result, the dissertation answers show that the software was able to arouse the interest of the students in relation to the content, considering that the students rarely had subjects directed to the use of computer science in the school. Another important point was that the students evaluated that the software could assist them in learning Mathematics, because the answers were accurate. According to the teacher's answers, computers were underused due to their lack of attendance, lack of maintenance and teacher training. Therefore, this work discusses these problems about the use of softwares in the school environment.

Keywords: Wxmaxima Software. Function study. PIBID. Workshop.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Diagrama de flechas.	15
Figura 2 - Diagrama de flechas.	15
Figura 3 - Diagrama de flechas.	15
Figura 4 - Diagrama de flechas representando o domínio e o contradomínio.	17
Figura 5 - Demonstração do domínio, contradomínio e imagem de uma função.	18
Figura 6 - Gráfico cartesiano representando o intervalo do domínio e da imagem. ..	19
Figura 7 - Gráfico da função constante.	20
Figura 8 - Gráfico da função identidade.	21
Figura 9 - Gráfico da função linear.	22
Figura 10 - Gráfico da função linear $y = 2x$	22
Figura 11 - Gráfico do triângulo ABD e BCE.	24
Figura 12 - Gráfico da função afim $f(x) = 4x - 1$	25
Figura 13 - Função crescente.	26
Figura 14 - Função decrescente.	27
Figura 15 - Sinal da função afim crescente.	28
Figura 16 - Sinal da função afim crescente.	28
Figura 17 - Sinal da função afim decrescente.	29
Figura 18 - Sinal da função afim decrescente.	29
Figura 19 - Parábola voltada para cima.	30
Figura 20 - Parábola voltada para baixo.	30
Figura 21 - Função $f(x) = 4x^2 - 1$	32
Figura 22 - Conjunto imagem da função quadrática.	33
Figura 23 - Conjunto imagem da função quadrática.	34
Figura 24 - Sinal da função quadrática.	34
Figura 25 - Sinal da função quadrática.	35
Figura 26 - Sinal da função quadrática.	35
Figura 27 - Menu do software wxMaxima.	41
Figura 28 - Quatro operações básicas.	42
Figura 29 - Quatro operações básicas e raiz quadrada.	43
Figura 30 - Quatro operações básicas e potenciação.	44
Figura 31 - Quatro operações básicas.	45
Figura 32 - Quatro operações básicas.	46

Figura 33 - Alunos da oficina.....	46
Figura 34 - Alunos da oficina.....	47
Figura 35 - Oficina wxMaxima.....	48
Figura 36 - Comandos de funções.....	49
Figura 37 - Gráfico da função.....	49
Figura 38 - Gráfico da função.....	50
Figura 39 - Gráfico da função.....	51
Figura 40 - Gráfico da função.....	51
Figura 41 - Gráfico da função seno.....	52
Figura 42 - Gráfico da função $-4x^3+x^2+x-1$	53
Figura 43 - Gráfico da função $-4x^3+x^2+x-1$	53
Figura 44 - Gráfico das funções (x^2+1) ; $(x+1)$ e $\text{sen}(x)$	54
Figura 45 - Função $f(x)=x^2-3x+2$, comando solve e $f(0)$	55
Figura 46 - Gráfico da função x^2-3x+2	55

SÚMARIO

1. INTRODUÇÃO	11
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	13
2.1 O ESTUDO DE FUNÇÕES NO ENSINO MÉDIO.....	13
2.2 A IMPORTÂNCIA DO ESTUDO DE FUNÇÕES ATRAVÉS DAS TICS.....	36
3. DESENVOLVIMENTO DA OFICINA	40
4. ANÁLISE DAS INFORMAÇÕES E DISCUSSÃO	56
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	63
REFERÊNCIAS	65
APÊNDICE A – QUESTIONARIO DA OFICINA DOS ALUNOS	68
APÊNDICE B – QUESTIONARIO DA PROFESSORA	69

1. INTRODUÇÃO

O projeto de pesquisa que deu origem a este texto teve um caminho percorrido pelas bolsas do Programa Institucional de Bolsas de Extensão (PIBEX) e Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), nas quais, na primeira ocasião tive a oportunidade de aprender a manusear e explorar os comandos do software Wxmaxima¹ para a abordagem de diversos conteúdos matemáticos, e na segunda tive a oportunidade de ter a experiência com os alunos em sala de aula, desde o planejamento a execução desse projeto.

Nas últimas décadas a informática teve um grande avanço na educação e a cada dia vem se tornando mais presente no nosso cotidiano, um exemplo disso é o computador, que ao passar do tempo foi sendo implantado nas escolas, no entanto, em alguns casos não ocorreu à formação adequada dos professores para a utilização destas máquinas no ambiente escolar e por este fato os computadores nas escolas acabaram sendo deixados de lado e ficaram em desuso.

Alguns professores por receio acabam não utilizando esta ferramenta que pode potencializar no processo de ensino e aprendizado dos seus alunos. O professor que se atualiza em relação aos softwares matemáticos, sabe que existem diversos softwares que facilitam o estudo de conteúdos de Matemática, alguns deles são: Geogebra², Graphmatica³, Maple⁴ e WxMaxima, os quais possibilitam através de comandos obter a resolução de problemas matemáticos, sendo que alguns são mais complexos que outros.

O uso destas ferramentas é comum apenas nas universidades, no entanto, todo o conhecimento acadêmico deve ser aplicado em algo, neste caso nas escolas públicas ou escolas privadas, pelo fato dele, poder mostrar outros meios de aprender o conteúdo matemático. É notável que a cada dia as crianças estejam aprendendo a mexer nas tecnologias mais cedo, tanto no celular quanto no computador, e o professor deve saber usar isto ao seu favor.

¹ Um software livre que permite realizar cálculos numéricos e simbólicos.

² Um programa capaz de realizar cálculos de álgebra / geometria e que possibilita a construção de gráficos.

³ Plotador de equações com funções de cálculos.

⁴ Um sistema algébrico computacional comercial de uso genérico. Constitui um ambiente informático para a computação de expressões algébricas.

Assim, este TCC (Trabalho de Conclusão de Curso) tem como objetivo responder o seguinte questionamento: como o software Wxmaxima pode ser utilizado como um recurso para o ensino e a aprendizagem de funções? A fim de buscar informações para tentar responder a esta pergunta, este trabalho foi dividido em três momentos planejados.

No Capítulo 2, trazemos o estudo de funções do Ensino Médio, fazemos uma abordagem de como as tecnologias podem ser implantadas na escola, assim como a importância da formação dos professores em relação ao seu uso. Assim como, as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), Orientações Curriculares Nacionais (OCN) e Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) sobre esse tema.

No Capítulo 3, abordamos a oficina e os passos que foram feitos, a introdução, o seu desenvolvimento, a metodologia, ou seja, todas as etapas que foram feitas com a intenção de tentar verificar se os alunos conseguiam aprender o conteúdo matemático também com a utilização do software.

No Capítulo 4, apresentamos os resultados da pesquisa de cunho qualitativo e quantitativo, a partir de um questionário para os alunos e outro para o professor supervisor que estava presente na execução desse projeto. Neste mesmo capítulo é feita a análise e a discussão sobre as respostas dadas em relação à utilização do software no ambiente escolar.

No Capítulo 5, fazemos as considerações finais deste trabalho.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo trataremos de tópicos que foram importantes para o desenvolvimento deste trabalho, que é dividido entre o estudo do conteúdo e a sua importância com base em referências como: Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), Orientações Curriculares Nacionais (OCN), Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN), livros didáticos e alguns autores. Além disso, exponho como estes conteúdos são apresentados nos livros textos de Fundamentos da Matemática, que são utilizados pelos professores que ministram aulas no Ensino Médio.

2.1 O ESTUDO DE FUNÇÕES NO ENSINO MÉDIO.

As funções são um dos principais conceitos de Matemática utilizado para estabelecer uma relação entre dois conjuntos distintos. No Ensino Médio, esse é um tema de suma importância, por possibilitar ao aluno visualizar informações a partir de gráficos e compreender variações. Nesta seção abordaremos conceitos básicos relacionados a conteúdos de funções, tais como: a definição, exemplos, domínio, imagem e alguns tipos de funções.

O conceito e a definição formal de função, encontrada em alguns livros didáticos do Ensino Médio e Ensino Superior (IEZZI, 1997; BUCCHI, 1998; MACHADO et al,1996; PINTO, 2008), podem ser sintetizada da seguinte maneira.

A partir do Livro de fundamentos da matemática elementar (IEZZI, 1997, p. 73-A-74-A) vamos considerar, por exemplo, os conjuntos $A = \{0,1, 2, 3\}$ e $B = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ e as seguintes relações binárias de A em B:

$$R = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x + 1\},$$

$$S = \{(x, y) \in A \times B \mid y^2 = x^2\},$$

$$T = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x\},$$

$$V = \{(x, y) \in A \times B \mid y = (x - 1)^2 - 1\},$$

$$W = \{(x, y) \in A \times B \mid y = 2\}$$

Após estas leis expressas, o livro aborda como é feito o diagrama delas ressaltando que, as relações T, V e W, que apresentam a particularidade: “para todo $x \in A$ existe um só $y \in B$ tal que (x, y) pertencem a relação”.

O conceito de função segundo Bucchi (1998, p. 61-62) é o único que aborda de maneira mais formal esse conteúdo, pois,

Ao estudar os fenômenos que ocorrem na natureza, é fundamental estabelecer relações entre as grandezas envolvidas. As relações existentes entre as grandezas são representadas por expressões matemáticas denominadas leis de formação. (...) Existem varias outras situações em que uma grandeza depende da outra.

Em todos estes casos a lei determinar como a função se comportará no gráfico. A definição de função com base nestes livros expressão a mesma compreensão, pois Iezzi (1997, p. 74-A) estabelece que:

Dados dois conjuntos A e B⁵, não vazios, uma relação f de A em B recebe o nome de aplicação de A em B ou função definida em A com imagens em B se, e somente se, para todo $x \in A$ existe um só $y \in B$ tal que $\{x, y\} \in f$. Sendo que, f é aplicação de A em B $\Leftrightarrow \{\forall x \in A, \exists! y \in B \mid \{x, y\} \in f\}$.

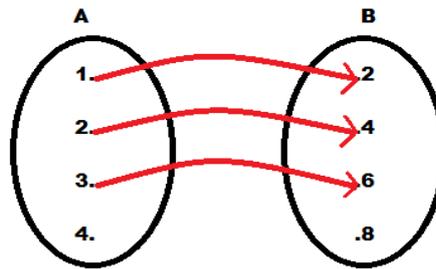
A utilização dos diagramas é importante para os alunos poderem visualizar se para cada valor de A está relacionado a um único elemento em B e determinar se é uma função ou não.

Vejam agora com o auxílio do esquema das flechas, que condições devem satisfazer uma relação de f de A em B para ser aplicação (ou função). 1º) é necessário que todo elemento $x \in A$ participe de pelo menos um par $\{x, y\} \in f$, isto é, todo elemento de A deve servir como ponto de partida de flecha. Um relação f, não é aplicação (ou função) se não satisfazer uma das condições acima isto é, se existir um elemento de A do qual não parta flecha alguma (Figura 01) ou se existir um elemento de A do qual partam duas ou mais flechas (Figura 02). (IEZZI, 1997, p. 75-A)

A seguir apresentamos as Figuras 01 e 02, mencionadas na citação acima.

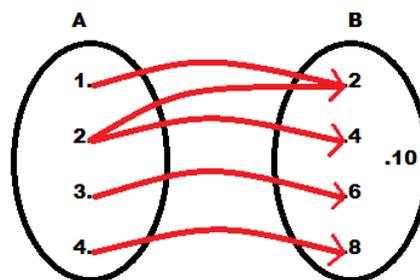
⁵ Em todo o nosso estudo de funções, fica estabelecido que A e B são conjuntos formados de números reais, isto é, A e B contidos em \mathbb{R} .

Figura 1 - Diagrama de flechas.



Fonte: Sousa, 2016.

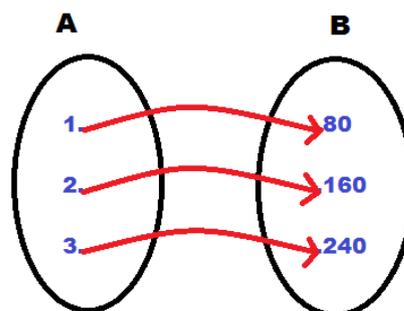
Figura 2 - Diagrama de flechas.



Fonte: Sousa, 2016.

Uma função pode ser representada por diagrama de flechas, conforme exemplo apresentado por Bucchi (1998, p. 63-64), consideremos “ $A = \{1, 2, 3\}$ o conjunto dos valores assumidos pelo intervalo de tempo e $B = \{80, 160, 240\}$ o conjunto dos valores assumidos pela distancia percorrida”, então temos que:

Figura 3 - Diagrama de flechas.



Fonte: Sousa, 2016.

É possível notar que todos os elementos de A, estão associados, por meio de f, a elementos de B e que cada elemento de A, está associado, por intermédio de f, a um único elemento de B.

Desta forma, podemos dizer neste caso, que a relação apresentada na Figura 03 é uma função de A em B, com a lei de formação $y = 80x$, pois se substituirmos os elementos do conjunto A em x, teremos os elementos que se encontra no conjunto B.

Segundo lezzi (1997, p. 77-A-78-A) temos também que,

toda função é uma relação binária de A em B, portanto, toda função é um conjunto de pares ordenados. Geralmente, existe uma sentença aberta $y = f(x)$ que expressa a lei mediante a qual, dado $x \in A$, determina-se $y \in B$ tal que $\{x, y\} \in f$, então $f = \{\{x, y\} \mid x \in A, y \in B \text{ e } y = f(x)\}$. Isto significa que, dados os conjuntos A e B, a função f tem a lei de correspondência $y = f(x)$. Para indicarmos uma função f, definida em A com imagens em B segundo a lei de correspondência $y = f(x)$, usaremos uma das seguintes notações.

$$f: A \rightarrow B.$$

$$x \rightarrow f(x).$$

Por exemplo,

$$f: A \rightarrow B.$$

$$x \rightarrow 2x.$$

Neste caso cada x de A, é associado a um y de B tal que $y = 2x$.

Se tivermos $\{a, b\} \in f$, como já dissemos anteriormente, o elemento B é chamado imagem de a pela aplicação f ou valor de f no elemento a e indicamos: $f(a) = b$, que se lê “f de a é igual a b”. Por exemplo, seja a função,

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}.$$

$$x \rightarrow 2x + 1.$$

Tomando $x=0$, pela aplicação temos $f(0)$ como 1, isto é:

$$f(0) = 2 \cdot 0 + 1 = 1.$$

Tomando $x=-2$ pela aplicação temos $f(-2)$ como -3, isto é:

$$f(-2) = 2 \cdot (-2) + 1 = -3.$$

Analogamente tomando x como $\left(\frac{1}{2}\right)$, $(\sqrt{2})$, $(0,7)$, temos:

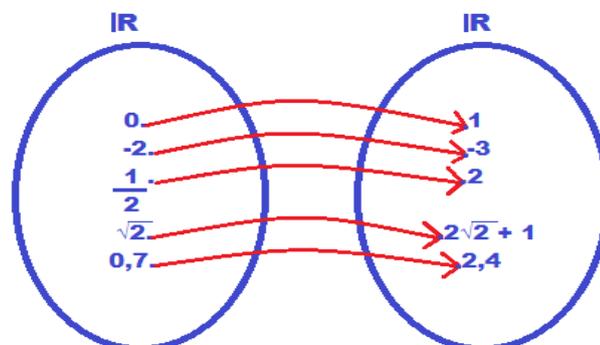
$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + 1 = 2,$$

$$f(\sqrt{2}) = 2 \cdot (\sqrt{2}) + 1,$$

$$f(0,7) = 2 \cdot (0,7) + 1 = 2,4.$$

Logo teremos a representação do diagrama de flechas conforme apresentado na Figura 04, a seguir.

Figura 4 - Diagrama de flechas representando o domínio e o contradomínio.



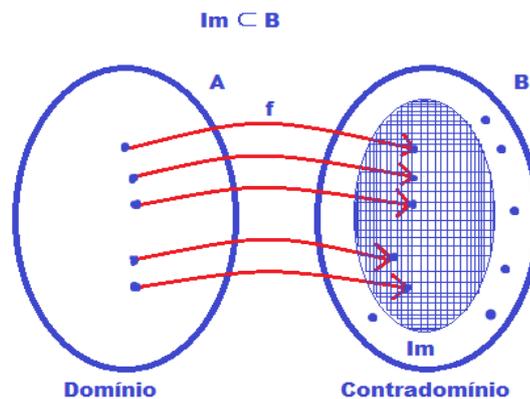
Fonte: Sousa, 2016.

O livro de lezzi (1997) destaca a importância de conhecer as notações e os diagramas de flechas, para posteriormente poder falar sobre o domínio e o contradomínio da função.

Desta forma, considera-se que toda função f de A em B é uma relação binária, então f tem um domínio e uma imagem, onde o domínio é o conjunto D dos elementos $x \in A$ para os quais existe $y \in B$ tal que $\{x, y\} \in f$. Como, pela definição de função, todo elemento de A , tem essa propriedade, temos nas funções, o domínio sendo o “conjunto de partida”, ou seja, $D = A$.

Chamamos de imagem o conjunto Im dos elementos $y \in B$ para os quais existe $x \in A$ tal que $\{x, y\} \in f$, portanto, a imagem é subconjunto do contradomínio, isto implica dizer que a imagem está contida no contradomínio. Por exemplo:

Figura 5 - Demonstração do domínio, contradomínio e imagem de uma função.



Fonte: Sousa, 2016.

Neste exemplo, segundo Bucchi (1998) percebermos que para

uma função de f de A em B podemos definir o domínio⁶ como o conjunto de todos os elementos pertencentes ao conjunto A e indicamos esse conjunto por $D(f)$, o contradomínio é o conjunto de todos os elementos pertencentes ao conjunto B . Indicamos esse conjunto por $CD(f)$, o conjunto imagem é o conjunto formado pelos elementos de B que são imagens dos elementos do domínio e indicamos esse conjunto por $Im(f)$. (BUCCHI, 1998, p. 69)

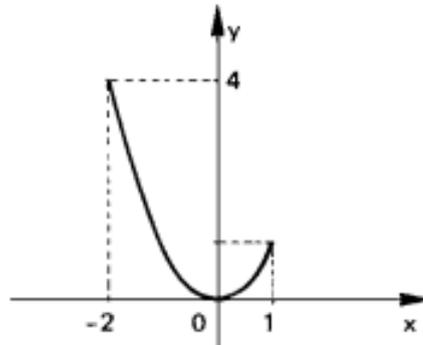
Neste aspecto, lezzi (1997) menciona que, a representação cartesiana do domínio da função f é formada pelo conjunto das abscissas dos pontos tais que as retas verticais conduzidas por esses pontos interceptam o gráfico de f , isto é, é o conjunto formado por todas as abscissas dos pontos do gráfico de f .

Com relação à representação cartesiana da imagem da função f , ela é formada pelo conjunto das ordenadas dos pontos tais que as retas horizontais conduzidas por esses pontos interceptam o gráfico de f , ou seja, é o conjunto formado por todas as ordenadas dos pontos do gráfico de f .

Por exemplo, se tivermos $D = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 1\}$ e $Im = \{y \in \mathbb{R} \mid 0 \leq y \leq 4\}$, teremos a seguinte representação gráfica:

⁶ O domínio também é chamado de “campo de definição” ou “campo de existência”. (BUCCHI, 1998, p.69)

Figura 6 - Gráfico cartesiano representando o intervalo do domínio e da imagem.



Fonte: (IEZZI, 1997, p. 81-A).

Segundo Iezzi (1997, p. 82-A),

As funções que apresentam maior interesse na Matemática são as funções numéricas, isto é, aquelas em que o domínio A e o contradomínio B são subconjuntos de \mathbb{R} . As funções numéricas são também chamadas funções reais de variável real. Observemos que uma função f fica completamente definida quando são dados seu domínio D , o seu contradomínio e a lei de correspondência $y = f(x)$. Quando nos referimos à função f e dermos apenas a sentença aberta $y = f(x)$ que a define, subentendemos que D é o conjunto dos números reais x cujas imagens pela aplicação f são números reais, logo, $x \in D \Leftrightarrow f(x) \in \mathbb{R}$.

Por exemplo, se tomarmos algumas funções e determinarmos o seu domínio como, por exemplo: $y = 3x$, considerando que $3x \in \mathbb{R}$ para todo $x \in \mathbb{R}$, logo teremos o domínio igual aos reais ($D = \mathbb{R}$).

Se analisarmos o domínio da função $y = \frac{1}{2x}$, com $\frac{1}{2x} \in \mathbb{R}$ teremos que $y \in \mathbb{R}$ se, e somente se, x é diferente de zero, assim $D = \mathbb{R}^*$.

Segundo Bucchi (1998, p.100 a 101), a definição da função do primeiro grau pode ser expressa da seguinte forma: sejam a e b números reais e $a \neq 0$. Dizemos que uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é função do 1º grau ou função afim quando está definida pela lei:

$$y = f(x) = ax + b$$

⁷ a e b são chamados também de coeficientes numéricos. (BUCCHI, 1998, p.100)

sendo: a, é o coeficiente de x; e b, é o termo independente.

Por exemplo, para determinarmos se uma função é do primeiro grau ou não em suma, devemos notar se a potência de x é 1, caso seja diferente logo ela não será.

No caso das funções $f(x) = \frac{1}{2x}$, $f(x) = 3\sqrt{x} - 7$, nota-se que estas funções não são uma função do primeiro grau pelo fato delas serem expressas da forma $f(x) = 2x^{-1}$, $f(x) = 3 \cdot x^{\frac{1}{2}} - 7$.

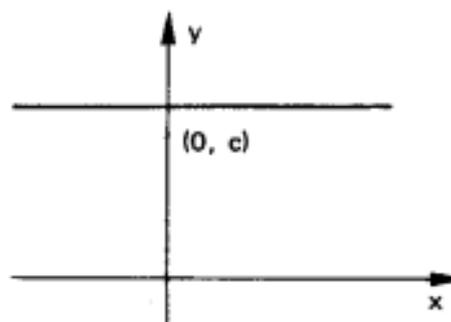
No caso das funções $y = \frac{4-2x}{2}$, $y = 3(x-1) + 2x + 6$, nota-se que são funções do primeiro grau por que podem ser expressas da forma $y = \frac{-2x}{2} + \frac{4}{2}$ e $y = 5x + 3$, respectivamente.

A função do primeiro grau ou função afim é determinada a partir da “lei de formação” da função, onde ela pode ser representada por diversas nomenclaturas. Por exemplo, Iezzi (1997, p. 93-A-97-A) destaca todas estas funções. No caso de uma aplicação f de \mathbb{R} em \mathbb{R} , ela recebe o nome de função constante, quando a cada elemento $x \in \mathbb{R}$ associa-se sempre o mesmo elemento $c \in \mathbb{R}$, ou seja,

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\rightarrow c \end{aligned}$$

O gráfico da função constante é uma reta paralela ao eixo dos x passando pelo ponto $\{0, c\}$, ou seja, teremos 0 pertencente ao eixo das abcissas e c pertencente ao eixo das ordenadas, sendo c um número qualquer. A imagem é o conjunto $\text{Im} = \{c\}$ e podemos representá-la da seguinte forma gráfica.

Figura 7 - Gráfico da função constante.



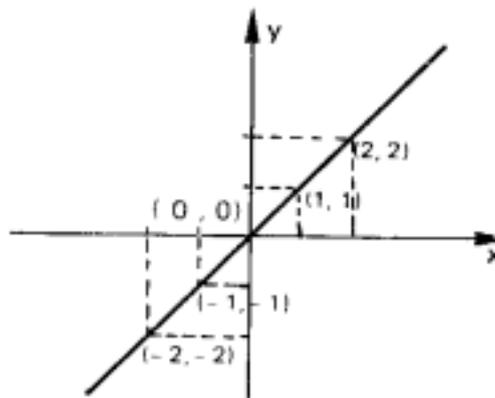
Fonte: (IEZZI, 1997, p. 93-A)

De acordo com Iezzi (1997), no caso de uma aplicação f de \mathbb{R} em \mathbb{R} recebe o nome de função identidade, quando cada elemento $x \in \mathbb{R}$ associa o próprio x , ou seja:

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\rightarrow x \end{aligned}$$

O gráfico que representa a função identidade é uma reta que intercepta o 1º e 3º quadrante do plano cartesiano e a imagem é $\text{Im} = \mathbb{R}$. Esta função pode ser apresentada pelo seguinte gráfico:

Figura 8 - Gráfico da função identidade.



Fonte: (IEZZI, 1997, p. 94-A).

O autor ressalta também que no caso de uma aplicação de \mathbb{R} em \mathbb{R} , está recebe o nome de função linear, quando cada elemento $x \in \mathbb{R}$ associa o elemento $ax \in \mathbb{R}$, onde $a \neq 0$ é um número real dado, ou seja:

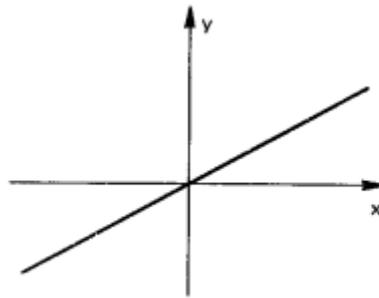
$$\begin{aligned} f: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\rightarrow ax, a \neq 0^8 \end{aligned}$$

Neste caso o gráfico da função linear é uma reta que passa pela origem do plano cartesiano e a imagem é $\text{Im} = \mathbb{R}$. De fato, qualquer que seja o $y \in \mathbb{R}$, existe

⁸ Observe que se $a = 0$, teremos a função constante $y = 0$.

$x = \frac{y}{a} \in \mathbb{R}$, sendo $a \neq 0$, tal que $f(x) = f\left(\frac{y}{a}\right) = a \cdot \frac{y}{a} = y$ e seu gráfico é representado da forma:

Figura 9 - Gráfico da função linear.

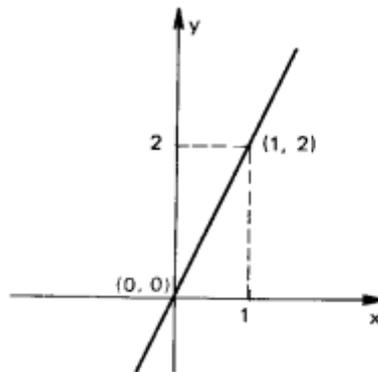


Fonte: (IEZZI, 1997, p. 94-A).

Pelo gráfico nota-se que $f(x) = ax + b$, com $a \neq 0$ e $b = 0$.

De acordo com Iezzi (1997, p. 95), vejamos, por exemplo: o caso em que uma função seja determinada pela lei $y = 2x$, “considerando que dois pontos distintos determinam uma reta e no caso da função linear um dos pontos é a origem”, basta atribuir a x um valor nulo e calcular o correspondente, se atribuirmos 1, para o domínio teremos o resultado 2 e podemos representar a reta partindo da origem $(0,0)$ até o ponto $(1,2)$ da seguinte forma gráfica:

Figura 10 - Gráfico da função linear $y = 2x$.



Fonte: (IEZZI, 1997, p. 95-A).

No caso de uma aplicação de \mathbb{R} em \mathbb{R} , está recebe o nome de função afim quando cada $x \in \mathbb{R}$ estiver associado ao elemento $(ax + b) \in \mathbb{R}$, com $a \neq 0$, ou seja:

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\rightarrow ax + b, a \neq 0 \end{aligned}$$

De acordo com Iezzi (1997) podemos notar que as seguintes funções com $a \neq 0$, sempre podemos determinar os elementos a e b da função.

Por exemplo, se $y = 3x + 4$, então $a = 3$ e $b = 4$; se $y = -x + 1$, então $a = -1$ e $b = 1$; e se $y = 3x$, então $a = 3$ e $b = 0$. “Notemos que para $b = 0$ a função afim $y = ax + b$ se transforma na função linear $y = ax$; podemos, então, dizer que a função linear é uma particular função afim. O gráfico cartesiano da função $f(x) = ax + b$ ($a \neq 0$) é uma reta.” (IEZZI, 1997)

Que foi demonstrado pelo autor da seguinte forma:

Sejam A , B e C três pontos quaisquer, distintos dois a dois, do gráfico cartesiano da função $y = ax + b$ ($a \neq 0$) e (x_1, y_1) , (x_2, y_2) e (x_3, y_3) , respectivamente, as coordenadas cartesianas desses pontos. Para provamos que os pontos A , B e C pertencem a mesma reta. Mostremos inicialmente que os triângulos retângulos ABD e BCE são semelhantes. (IEZZI, 1997, p. 96-A)

De fato segundo Iezzi (1997) nos temos,

$$(x_1, y_1) \in f \rightarrow y_1 = ax_1 + b$$

$$(x_2, y_2) \in f \rightarrow y_2 = ax_2 + b$$

$$(x_3, y_3) \in f \rightarrow y_3 = ax_3 + b$$

Subtraindo membro a membro, temos:

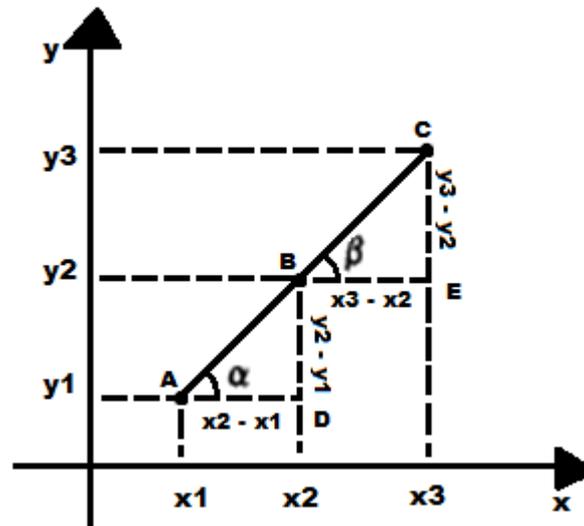
$$y_3 - y_2 = a(x_3 - x_2)$$

$$y_2 - y_1 = a(x_2 - x_1)$$

Logo,

$$\frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = a$$

Figura 11 - Gráfico do triângulo ABD e BCE.



Fonte: Sousa, 2016.

Por este gráfico é possível notar que, segundo lezzi (1997), “os triângulos ABD e BCE são retângulos e têm lados proporcionais, então são semelhantes e, portanto, $\alpha = \beta$. Segue-se que os pontos A, B e C estão alinhados.”

No caso do conjunto da imagem da função afim, segundo lezzi (1997, p. 100-A-101-A) é dada por, “ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax + 1$ com $a \neq 0$ é \mathbb{R} . De fato, qualquer que seja $y \in \mathbb{R}$ existe $x = \frac{y-b}{a} \in \mathbb{R}$, tal que $f(x) = f\left(\frac{y-b}{a}\right) = a \cdot \frac{y-b}{a} + b = y$.”

Se a função de primeiro grau tiver um a diferente de zero e pertencente ao conjunto dos reais, nos podemos determinar o seu coeficiente angular e o seu coeficiente linear. Nesse sentido, lezzi (1997) destaca que,

O coeficiente da função afim $f(x) = ax + b$, onde a é denominado *coeficiente angular* ou *declive* da reta representada no plano cartesiano. Já o coeficiente b da função $y = ax + b$ é denominado *coeficiente linear*. Por exemplo, na função $y = 2x + 1$ o coeficiente angular é 2 e o coeficiente linear é 1. Observe que se atribuirmos $x = 0$ temos $y = 1$. Portanto, o coeficiente

linear pela ordenada do ponto em que a reta corta o eixo y. (IEZZI, 1997, p. 101-A)

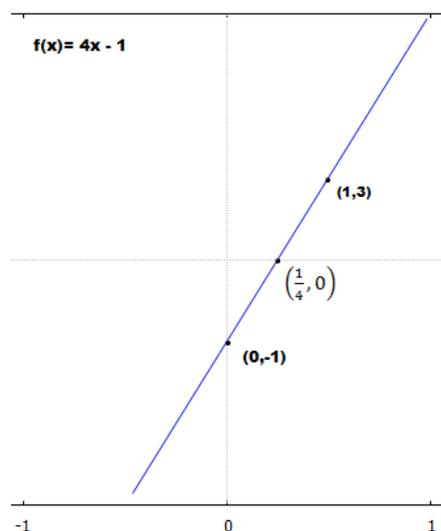
No caso do zero da função afim, segundo Iezzi (1997), temos que:

zero de uma função é todo número x cuja imagem é nula, isto é, $f(x) = 0$, ou seja, x é zero de $y = f(x) \Leftrightarrow f(x) = 0$. Assim, para determinarmos o zero da função afim, basta resolver a equação do 1º grau $ax + b = 0$ que apresenta uma única solução $x = -\frac{b}{a}$. De fato, resolvendo $ax + b = 0$, $a \neq 0$, temos $ax + b = 0 \Leftrightarrow ax = -b \Leftrightarrow x = -\frac{b}{a}$. (IEZZI, 1997, p. 102-A)

Como por exemplo, na função $f(x) = 4x - 1$, o zero da função é $x = \frac{1}{4}$, pois fazendo $4x - 1 = 0$ temos que $x = \frac{1}{4}$. Atribuindo os valores 1 e 0 para x temos 3 e (-1) para y , respectivamente.

Logo teremos os pontos (1, 3) e (0, -1) e quando atribuímos 0 para y encontramos o zero da função, fazendo o gráfico da função $y = 4x - 1$, podemos notar que o zero função de uma reta intercepta o eixo x em $x = \frac{1}{4}$ e $y = 0$, isto é, no ponto $(\frac{1}{4}, 0)$.

Figura 12 - Gráfico da função afim $f(x) = 4x - 1$.



Fonte: Sousa, 2016.

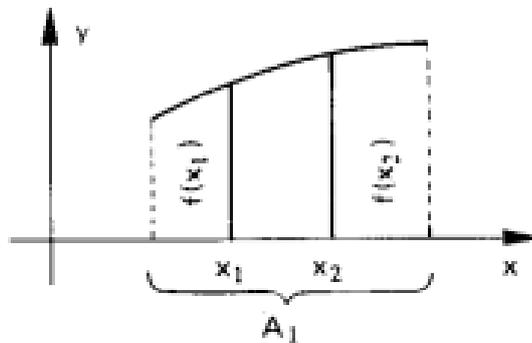
No caso das funções crescentes ou decrescentes temos a definição,

a função $f: A \rightarrow B$ definida por $y = f(x)$ é crescente no conjunto $A_1 \subset A$ se, para dois valores quaisquer x_1 e x_2 pertencentes a A_1 , com $x_1 < x_2$, teremos que $f(x_1) < f(x_2)$. Em símbolos: f é crescente quando $(\forall x_1, x_2)(x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2))$ e isto também pode ser posto assim: $(\forall x_1, x_2)(x_1 \neq x_2 \Rightarrow \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0)$.

Na linguagem prática (não matemática), isto significa que a função é crescente no conjunto A_1 se, ao aumentarmos o valor atribuído a x , o valor de y também aumenta. (IEZZI, 1997, p. 103-A-104-A)

Como podemos ver no gráfico:

Figura 13 - Função crescente.



Fonte: (IEZZI, 1997, p. 103-A)

Por exemplo, na a função $f(x) = 4x$ é crescente em \mathbb{R} , pois: $x_1 < x_2 \Rightarrow 4x_1 < 4x_2$ para todo $x_1 \in \mathbb{R}$ e todo $x_2 \in \mathbb{R}$. Lembrando que $4x_1$ equivale a $f(x_1)$ e $4x_2$ equivale a $f(x_2)$.

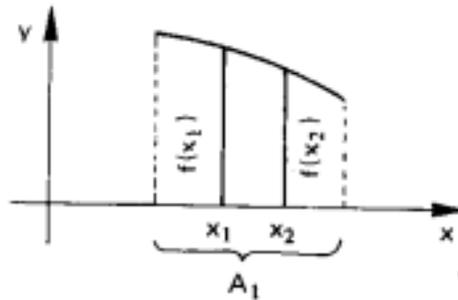
No caso da função decrescente a definição que este autor apresenta é:

a função $f: A \rightarrow B$ definida por $y = f(x)$ é decrescente no conjunto $A_1 \subset A$ se, para dois valores quaisquer x_1 e x_2 pertencentes a A_1 , com $x_1 < x_2$, teremos que $f(x_1) > f(x_2)$. Em símbolos: f é decrescente quando $(\forall x_1, x_2)(x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2))$ e isto também pode ser posto assim: $(\forall x_1, x_2)(x_1 \neq x_2 \Rightarrow \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0)$.

Na linguagem prática (não matemática), isto significa que a função é decrescente no conjunto A_1 se, ao aumentarmos o valor atribuído a x , o valor de y diminui. (IEZZI, 1997, p. 104-A)

Como podemos ver no gráfico:

Figura 14 - Função decrescente.



Fonte: (IEZZI, 1997, p. 104-A)

Neste livro apresenta-se também o seguinte Teorema: “A função afim é crescente (decrescente) se, e somente se, o coeficiente angular for positivo (negativo)” (IEZZI, 1997, p. 105-A). De acordo com o autor, a função é crescente quando,

$$f(x) = ax + b \text{ é crescente} \Leftrightarrow \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0, \quad \text{com } (x_1 \neq x_2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{(ax_1 + b) - (ax_2 + b)}{x_1 - x_2} > 0, \quad \text{com } (x_1 \neq x_2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{a(x_1 - x_2)}{x_1 - x_2} > 0, \quad \text{com } (x_1 \neq x_2) \Leftrightarrow a > 0.$$

A função é decrescente quando,

$$f(x) = ax + b \text{ é decrescente} \Leftrightarrow \frac{[-f(x_1)] - [-f(x_2)]}{x_1 - x_2} > 0, \quad \text{com } (x_1 \neq x_2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{[-(ax_1 + b)] - [-(ax_2 + b)]}{x_1 - x_2} > 0, \quad \text{com } (x_1 \neq x_2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{a(x_2 - x_1)}{x_1 - x_2} > 0, \quad \text{com } (x_1 \neq x_2) \Leftrightarrow a < 0.$$

Assim, segundo Iezzi (1997), para sabermos o sinal da função afim,

consideramos que $x = -\frac{b}{a}$, seja zero da função afim $f(x) = ax + b$, o valor de x para qual $f(x) = 0$, vamos examinar para $f(x) > 0$ ou $f(x) < 0$. Quando temos $a > 0$, temos que: $f(x) = ax + b > 0 \Leftrightarrow ax > -b \Leftrightarrow x > -\frac{b}{a}$; $f(x) = ax + b < 0 \Leftrightarrow ax < -b \Leftrightarrow x < -\frac{b}{a}$. Colocando os valores de x sobre um eixo, o sinal da função $f(x) = ax + b$ com $a > 0$ (IEZZI, 1997, p.108-A).

Graficamente podemos expressar o sinal função afim crescente como:

Figura 15 - Sinal da função afim crescente.



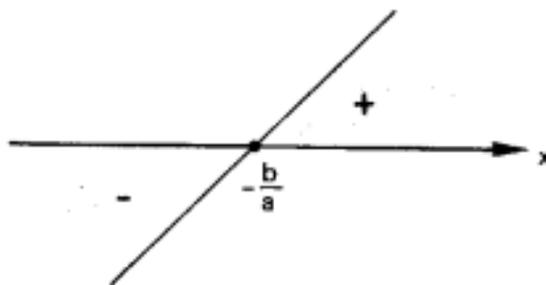
Fonte: (IEZZI, 1997, p. 108-A)

lezzi (1997) ressalta que

Outro processo para analisarmos a variação do sinal da função afim é construir o gráfico cartesiano. Lembremos que na função afim $f(x) = ax + b$ o gráfico cartesiano é uma reta e, se o coeficiente angular a é positivo, a função é crescente. Construindo o gráfico de $f(x) = ax + b$ com $a > 0$, e lembrando que não importa a posição do eixo y

Isso quer dizer graficamente que:

Figura 16 - Sinal da função afim crescente.



Fonte: (IEZZI, 1997, p. 108-A)

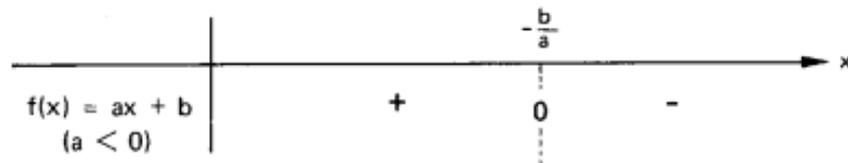
O autor destaca ainda que, quando temos $a < 0$, temos que:

$$f(x) = ax + b > 0 \Leftrightarrow ax > -b \Leftrightarrow x > -\frac{b}{a}$$

$$f(x) = ax + b < 0 \Leftrightarrow ax < -b \Leftrightarrow x < -\frac{b}{a}$$

Colocando os valores de x sobre um eixo, o sinal da função $f(x) = ax + b$ com $a < 0$, é

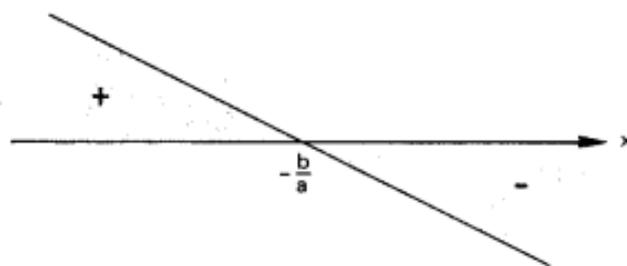
Figura 17 - Sinal da função afim decrescente.



Fonte: (IEZZI, 1997, p. 109-A).

Podemos analisar o sinal da função $f(x) = ax + b$ com $a < 0$, construindo o gráfico cartesiano. Lembremos que neste caso a função é decrescente.

Figura 18 - Sinal da função afim decrescente.



Fonte: (IEZZI, 1997, p. 109-A)

Segundo Bucchi (1998, p.137-140) e Iezzi (1997, p. 123-A-125-A), uma aplicação em \mathbb{R} recebe o nome de função quadrática ou do 2º grau quando associa a cada $x \in \mathbb{R}$ o elemento $(ax^2 + bx + c) \in \mathbb{R}$, onde $a \neq 0$. Isto é $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, temos $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$.

Por exemplo:

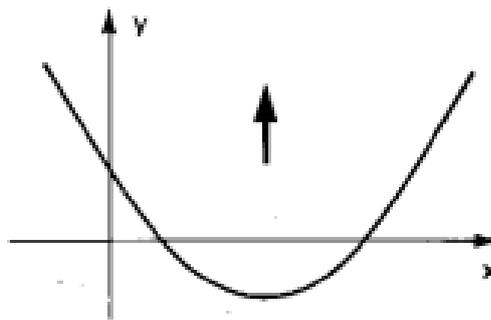
a) $f(x) = x^2 - 3x + 2$, onde $a = 1$, $b = -3$, $c = 2$;

b) $f(x) = -3x^2$, onde $a = -3$, $b = 0$, $c = 0$.

A função quadrática é representada graficamente em $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ por uma curva denominada por parábola, sendo que ela pode ter a concavidade voltada para “cima” ou voltada para “baixo”.

Se $a > 0$, a concavidade da parábola está voltada para cima.

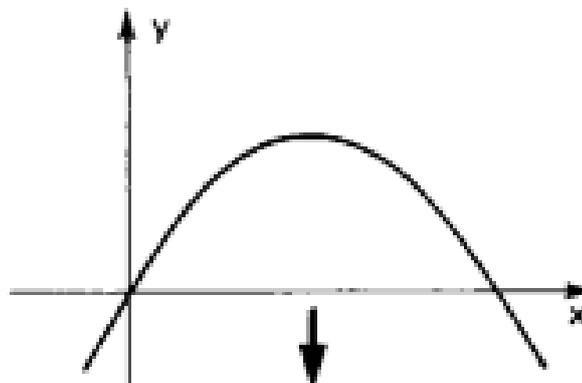
Figura 19 - Parábola voltada para cima.



Fonte: (IEZZI, 1997, p.125-A)

Se $a < 0$, a concavidade da parábola está voltada para baixo.

Figura 20 - Parábola voltada para baixo.



Fonte: (IEZZI, 1997, p.125-A)

A construção do gráfico da função quadrática $y = ax^2 + bx + c$, com o auxílio de uma tabela de valores x e y , pode torna-se às vezes um trabalho impreciso, pois na tabela atribuímos a x alguns valores inteiros e pode acontecer que para uma determinada função quadrática os valores da abscissa, onde a parábola intercepta o eixo dos x ou da abscissa do ponto da parábola de maior ou menor ordenada, não sejam inteiros.

No intuito de iniciarmos um estudo analítico mais detalhado da função quadrática, vamos inicialmente transformá-la em outra forma mais conveniente, chamada de forma canônica, temos que:

$$\begin{aligned} f(x) &= ax^2 + bx + c = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right) = a \left[x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} \right] = \\ &= a \left[\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} \right) - \left(\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} \right) \right] = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right) \right] \end{aligned}$$

Representando $b^2 - 4ac$, por Δ , também chamado de discriminante do trinômio do segundo grau, temos a forma canônica.

$$f(x) = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right]$$

Segundo lezzi (1997, p. 126-A), os zeros ou raízes da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ são os valores de x reais, tais que $f(x) = 0$ e, portanto, as soluções da equação do segundo grau $ax^2 + bx + c = 0$. Utilizando a forma canônica, temos:

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right] = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 = \frac{\Delta}{4a^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

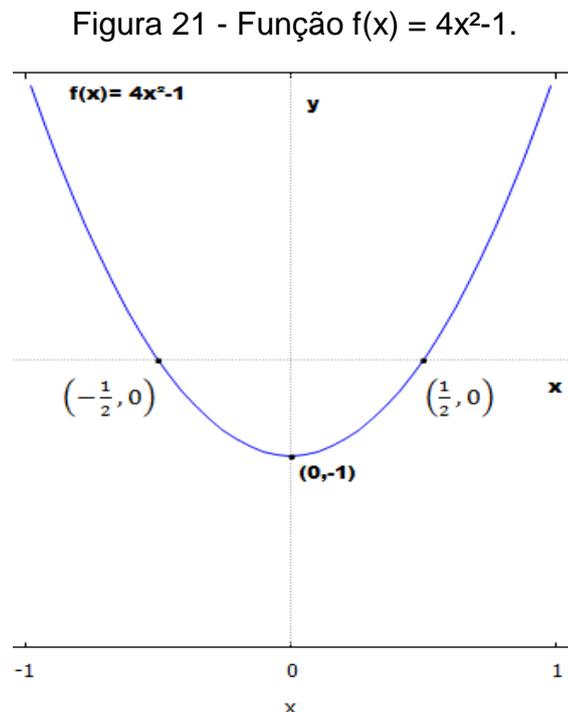
Quando temos uma função quadrática podemos encontrar três situações para o discriminante:

1) quando $\Delta > 0 \Rightarrow x = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ ou $x = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$, neste caso a raiz é composta por 2 raízes;

2) quando $\Delta = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{2a}$, neste caso temos apenas uma raiz e

3) no caso de $\Delta < 0 \Rightarrow$ não existem raízes reais.

Por exemplo, no gráfico da função $f(x) = 4x^2 - 1$, temos os pontos $(-\frac{1}{2}, 0)$ e $(\frac{1}{2}, 0)$, como os zeros da função, pelo fato de que nesses dois pontos a reta intercepta o eixo x, graficamente temos:



Fonte: Sousa, 2016.

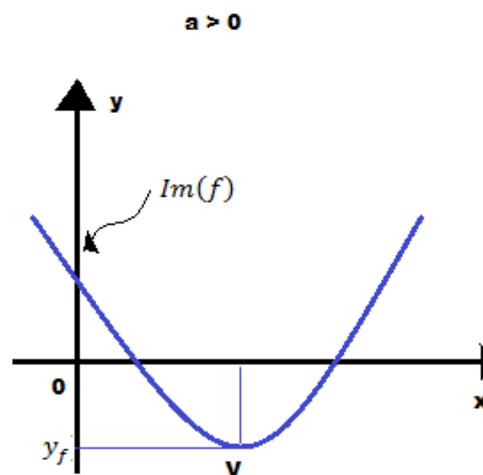
A definição de máximo e mínimo, segundo lezzi (1997, p. 123-A) considera que “o número $y_m \in \text{Im}(f)$ ($y_m \in \text{Im}(f)$) é o valor de máximo (mínimo) da função $y = f(x)$ se, e somente se, $y_m \geq y$ ($y_m \leq y$) para qualquer $y \in \text{Im}(f)$ e o valor de $(x_m \in D(f))$ tal que $y_m = f(x_m)$ ($y_m = f(x_m)$) é chamado ponto de máximo (mínimo) da função.”

Segundo Iezzi (1997) o teorema da função do segundo grau, $f(x) = ax^2 + bx + c$, admite um valor máximo $y = \frac{-\Delta}{4a}$ em $x = \frac{-b}{2a}$ se, e somente se, $a < 0$ ($a > 0$). Esse resultado, o autor demonstra da seguinte maneira:

Considerando a função quadrática na forma canônica $f(x) = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right]$ (1). Considerando que $\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ e $\frac{-\Delta}{4a^2}$ para uma dada função tem valor constante, então y assumirá valor máximo (mínimo) quando $a < 0$ ($a > 0$) e a diferença $\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{-\Delta}{4a^2}$ for a menor possível, isto é $\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{2a}$. Substituindo $x = \frac{-b}{2a}$ em (1) temos $y = a \left[\left(\frac{-b}{2a} + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right] = a \left[0^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right] = \frac{-\Delta}{4a}$. (IEZZI, 1997, p. 130)

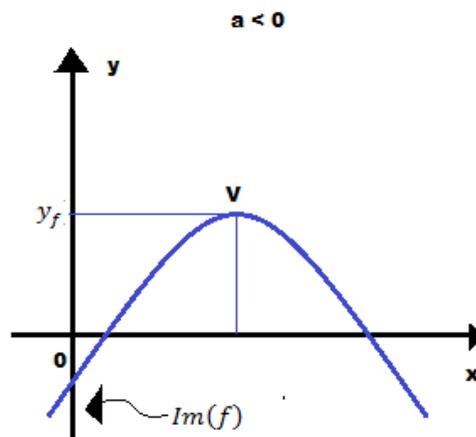
Segundo Iezzi (1997) e Bucchi (1998), ao projetarmos ortogonalmente os pontos da parábola no eixo das ordenadas, obtemos um conjunto denominado conjunto imagem, do qual y_f é um dos extremos. Para determinarmos o conjunto imagem da função $y = ax^2 + bx + c$, é necessário conhecer o sinal de a e o valor de y_f . Existe o caso em que $a > 0$, onde $Im(f) = \{y \in \mathbb{R} | y \geq y_f\}$ e o caso em que $a < 0$, onde $Im(f) = \{y \in \mathbb{R} | y \leq y_f\}$, que graficamente podemos representar como nas Figuras 24 e 25, respectivamente:

Figura 22 - Conjunto imagem da função quadrática.



Fonte: Sousa, 2016.

Figura 23 - Conjunto imagem da função quadrática.

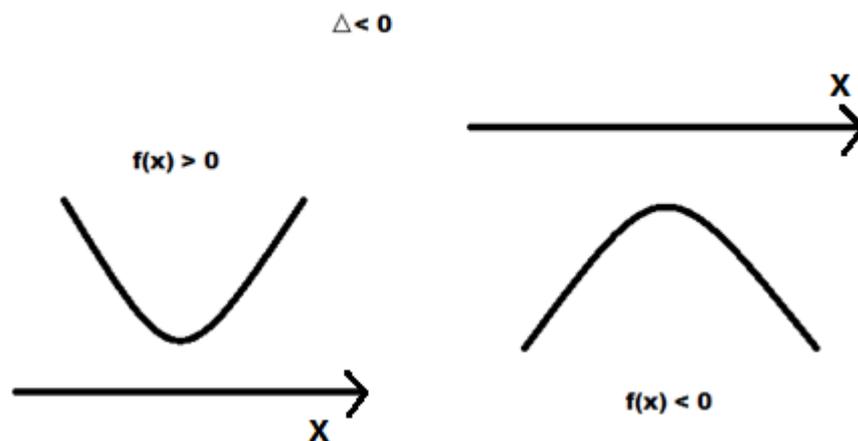


Fonte: Sousa, 2016.

Segundo Bucchi (1998) e Iezzi (1997), o estudo da função quadrática é feito com base no discriminante Δ e no sinal do coeficiente angular. Daí, temos três casos a considerar:

No caso do $\Delta < 0$ então $-\Delta > 0$, temos que $a > 0 \Rightarrow f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ e quando $a < 0 \Rightarrow f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$, graficamente, temos que a parábola não toca nenhuma vez no eixo $x, \forall x \in \mathbb{R}$:

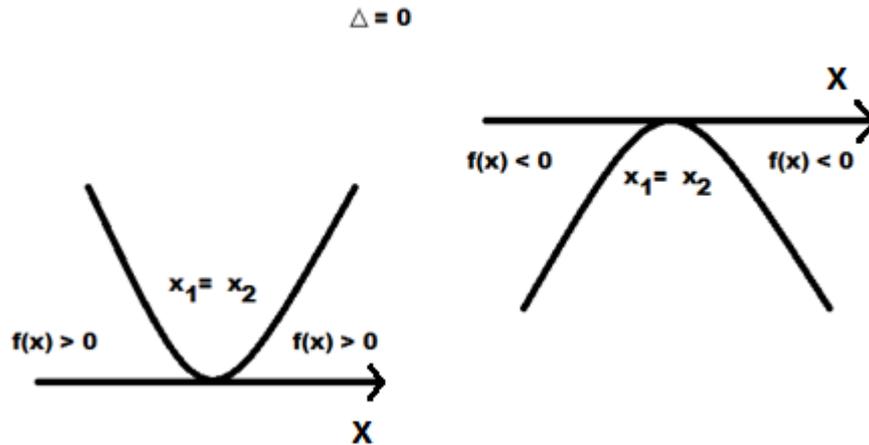
Figura 24 - Sinal da função quadrática.



Fonte: Sousa, 2016.

No caso do $\Delta = 0$ temos que para $a > 0 \Rightarrow f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$, e quando $a < 0 \Rightarrow f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$, logo teremos que a parábola toca apenas uma vez no eixo $x, \forall x \in \mathbb{R}$.

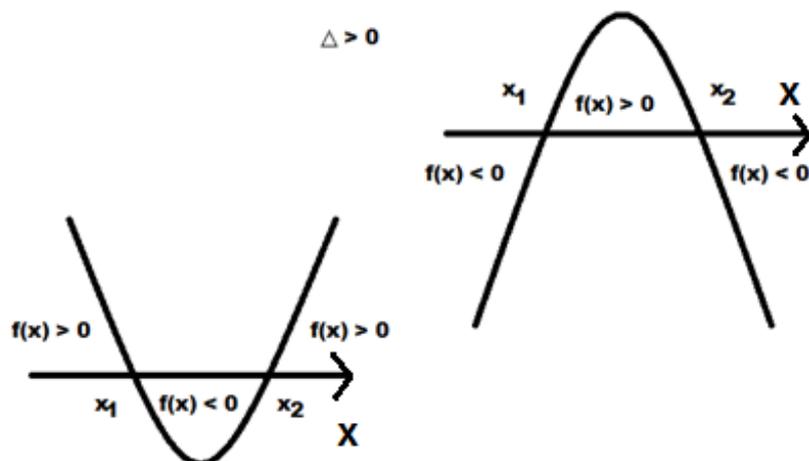
Figura 25 - Sinal da função quadrática.



Fonte: Sousa, 2016.

No caso de $\Delta > 0$ temos que para $a > 0 \Rightarrow f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} | x < x_1 \text{ ou } x > x_2$, e quando $a < 0 \Rightarrow f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} | x_1 < x < x_2$, logo teremos que a parábola toca duas vezes no eixo $x, \forall x \in \mathbb{R}$.

Figura 26 - Sinal da função quadrática.



Fonte: Sousa, 2016.

Neste trabalho o foco principal foi à abordagem de funções do primeiro e segundo grau, as quais apresentamos detalhadamente nesta seção. Outros tipos de função apresentadas na oficina, serviram de exemplos que também podem ser analisadas usando-se o software.

2.2 A IMPORTÂNCIA DO ESTUDO DE FUNÇÕES ATRAVÉS DAS TICS.

Nesta seção destacamos a importância das TICs no ensino de Matemática. Desta forma, tomamos como referências os PCNs, OCNs, DCNs, e alguns autores que tratam da utilização das tecnologias no ensino de determinados conteúdos.

Alguns estudos defendem a utilização de computadores, softwares e novas políticas públicas voltadas para área educacional, dentre eles optamos por utilizarmos os estudos de Paulo Freire (1997), por ser contra o tradicionalismo da educação bancária; Seymour Papert (1997) por criar a linguagem Logo; Mercado(1998) e Almeida (2000), por serem os defensores do uso de novas tecnologias na educação; e José Armando Valente (1993), Borba e Penteado (2005), que estimulam o uso da informática na educação brasileira.

A inserção da informática no ambiente educacional pode contribuir para o desenvolvimento do aluno, um exemplo disto é o uso do computador na educação que aliado aos softwares educativos pode facilitar a aprendizagem. Alguns estudos como os de Valente (1993 apud ROCHA, 2008, p.1) ao esclarecer que “na educação de forma geral, a informática tem sido utilizada tanto para ensinar sobre computação, o chamado *computer literacy*, como para ensinar praticamente qualquer assunto por intermédio do computador” e também segundo Almeida (2000 apud ROCHA, 2008, p.1) ao falar que o computador é “uma máquina que possibilita testar idéias ou hipóteses, que levam à criação de um mundo abstrato e simbólico, ao mesmo tempo em que permite introduzir diferentes formas de atuação e interação entre as pessoas” e segundo Mercado (1998),

O objetivo de introduzir novas tecnologias na escola é para fazer coisas novas e pedagogicamente importantes que não se pode realizar de outras maneiras. O aprendiz, utilizando metodologias adequadas, poderá utilizar estas tecnologias na integração de matérias estanques. A escola passa a ser um lugar mais interessante que prepararia o aluno para o seu futuro. A aprendizagem centra-se nas diferenças individuais e na capacitação do aluno para torná-lo um usuário independente da informação, capaz de usar

vários tipos de fontes de informação e meios de comunicação eletrônica. (MERCADO, 1998, p. 2)

Estes estudiosos afirmam que a implantação de novas tecnologias podem despertar o interesse e a motivação para o aluno buscar informações e conhecimentos, transformando, assim, o paradigma da escola, de que o aluno é apenas um “depósito bancário, uma fábrica”, como fala Freire (1997 apud LINS, 2011, p. 2), em sua conhecida obra intitulada: “Pedagogia do Oprimido”, em que ele rebate a ideia de que o professor na sala de aula é o único detentor do saber. No entanto, se não houver uma formação dos professores voltada para o uso destas novas tecnologias, nos não poderemos exigir que os professores adotem esses recursos em sua metodologia para os alunos em questão. Segundo Mercado (1998),

A formação de professores para essa nova realidade tem sido crítica e não tem sido privilegiada de maneira efetiva pelas políticas públicas em educação nem pelas Universidades. As soluções propostas inserem-se, principalmente, em programas de formação de nível de pós-graduação ou, como programas de qualificação de recursos humanos. O perfil do profissional de ensino é orientado para uma determinada “especialização”, mesmo por que, o tempo necessário para essa apropriação não o permite(...). O salto de qualidade utilizando novas tecnologias poderá se dar na forma de trabalhar o currículo e através da ação do professor, além de incentivar a utilização de novas tecnologias de ensino, estimulando pesquisas interdisciplinares adaptadas à realidade brasileira” (MERCADO, 1998, p. 2)

A adoção pelo professor de um software ou um recurso informático em sua metodologia pode possibilitar, que caso o aluno tenha interesse, possa explorar as suas ferramentas a fim de facilitar a compreensão de conceitos de Matemática e proporcionar experiências únicas, porém segundo Silva (2008, p.1) devemos levar em conta que “o computador por si não atende ao objetivo de formar o “homem social” com que sonha a humanidade, o que formará o homem será a maneira como ele utilizará a máquina.” Neste sentido Mercado (1998) coloca que,

Com as novas tecnologias, novas formas de aprender, novas competências são exigidas, novas formas de se realizar o trabalho pedagógico são necessárias e fundamentalmente, é necessário formar continuamente o novo professor para atuar neste ambiente telemático, em que a tecnologia serve como mediador do processo ensino-aprendizagem. (MERCADO, 1998, p. 3)

Assim, o computador deve ser utilizado como uma ferramenta que pode facilitar a aprendizagem, em que o aluno possa interagir e passar pelo processo de

construção do conhecimento de forma ativa com o auxílio do professor. Segundo Mercado (1998, p. 3) “é preciso estimular a pesquisa e coloca-se a caminho com o aluno e estar aberto à riqueza da exploração, da descoberta de que o professor, também pode aprender com o aluno [...]”. Segundo Flores (1996 apud Lopes, 2004, p. 3)

“a informática deve habilitar e dar oportunidade ao aluno de adquirir novos conhecimentos, facilitar o processo de ensino/aprendizagem, enfim ser um complemento de conteúdos curriculares visando o desenvolvimento integral do indivíduo”

Ou seja, ela deve ser uma ferramenta auxiliadora visando o desenvolvimento do aluno. Podemos visualizar nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN), a importância do contato dos alunos com as tecnologias,

É esperado que nas aulas de Matemática se possa oferecer uma educação tecnológica, que não signifique apenas uma formação especializada, mas antes, uma sensibilização para o conhecimento dos recursos da tecnologia, pela aprendizagem de alguns conteúdos sobre sua estrutura, funcionamento e linguagem e pelo reconhecimento das diferentes aplicações da informática, em particular nas situações de aprendizagem, e valorização da forma como ela vem sendo incorporada nas práticas sociais. (BRASIL, 1998, p.46).

Segundo Borba; Penteado (2005 apud KUSIAK, 2012, p. 3), temos que ter consciência de que “o acesso à informática deve ser visto como um direito e, portanto, nas escolas públicas e particulares o estudante deve poder usufruir de uma educação que no momento atual, inclua no mínimo uma alfabetização tecnológica.” No entanto, é importante ressaltar que o professor deve escolher um software que tenha um caráter significativo para sua prática pedagógica, nesse sentido o professor deve fazer uma avaliação prévia e determinar qual o melhor software para abordar determinado conteúdo.

Dentre os softwares disponíveis para uso, temos aqueles que se enquadram na teoria proposta por Papert (1997), que é denominada pelo termo construcionismo, pelo fato dela defender a interação do aluno-objeto mediado por

uma linguagem de programação, como por exemplo: wxMaxima⁹, Maple¹⁰ e Logo¹¹. Segundo Nascimento (2007 apud KUSIAK, 2012, p. 4),

Ao avaliar um software educativo, sob uma ótica construtiva, é primordial a identificação da concepção teórica de aprendizagem que está subjacente a ele, a sua compreensão enquanto programa de cunho educativo e ainda, vislumbrar no usuário um aprendiz que, ao interagir com o programa, o transforme em um ambiente virtual de aprendizagem significativa, capaz de gerar um conhecimento novo, com potencial para promover mudanças no cotidiano escolar ou fora dele.

Essa teoria tem como objetivo destacar a capacidade de gerar concentração, desenvolver as habilidades do indivíduo, promover a interação e gerar autonomia para os alunos construírem seu próprio conhecimento. Papert (1997), por meio do “Logo” procurou um meio que ajudasse à criança a realizar descobertas com novos processos de pensamento sobre o conteúdo matemático, nessa perspectiva o aluno passa a refletir sobre o que faz, buscando na maioria das vezes soluções para os problemas. Nesse aspecto, as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) destacam que,

A presença das TECNOLOGIAS em cada um das áreas merece um comentário mais longo. A opção por integrar os campos ou atividades de aplicação, isto é, os processos tecnológicos próprios de cada área de conhecimento, resulta da importância que ela adquire na educação geral – e não mais apenas na profissional -, em especial no nível do Ensino Médio. Neste, a tecnologia é o tema por excelência que permite contextualizar os conhecimentos de todas as áreas e disciplinas no mundo do trabalho. (BRASIL, 2000, p. 93)

As DCN abordam que o as tecnologias podem estar presentes em todas as áreas da educação, no entanto, o uso de softwares na Educação Básica ainda é tímido, por ser algo novo e pelo fato de alguns professores apresentarem um bloqueio em relação às tecnologias. No entanto, o professor deve saber que existem softwares que podem o ajudar neste processo e as Orientações Curriculares Nacionais (OCNs) mencionam que,

Já se pensando na *Tecnologia para a Matemática*, a programas de computador (*softwares*) nos quais os alunos podem explorar e construir

⁹ O wxMaxima é uma interface gráfica multi-plataforma, baseado em wxWidgets, para o Maxima, um sistema de computacional simbólico

¹⁰ Maple é um sistema algébrico computacional comercial de uso genérico.

¹¹ Logo é uma linguagem de programação interpretada, voltada para crianças, jovens e até adultos

diferentes conceitos matemáticos, referidos a seguir como programas de expressão¹². Os programas de expressão apresentam recursos que provocam, de forma muito natural, o processo que caracteriza o “pensar matematicamente”, ou seja, os alunos fazem experimentos, testam hipóteses, esboçam conjecturas, criam estratégias para resolver problemas. São características desses programas: a) conter um certo domínio de saber matemático – a sua base de conhecimento; b) oferecer diferentes representações para um mesmo objeto matemático – numérica, algébrica, geométrica; c) possibilitar a expansão de sua base de conhecimento por meio de macroconstruções; d) permitir a manipulação dos objetos que estão na tela. (BRASIL, 2006, p. 88)

Porém há professores que acham que o computador ocupará seu lugar e acabarão sendo dispensáveis; outros não têm a vontade de poder adquirir mais conhecimento sobre essa nova era da escola, em que a tecnologia está cada vez mais presente, seja com a lousa digital ou com o investimento nos laboratórios escolares. Mas para enfrentar essa realidade os professores precisam refletir sobre sua prática metodológica e a importância da utilização de recursos tecnológicos para se preparar, na perspectiva que destaca Freire (1996 apud SILVA, 2013, p. 128), “como professor crítico, sou um “aventureiro” responsável predisposto à mudança, à aceitação do diferente”. Também neste sentido, Alonso (1999 apud SILVA, 2013, p. 128) contempla dizendo que “a mudança somente ocorre, quando as pessoas diretamente envolvidas no processo estão convencidas de sua necessidade e se dispõem a mudar”.

3. DESENVOLVIMENTO DA OFICINA

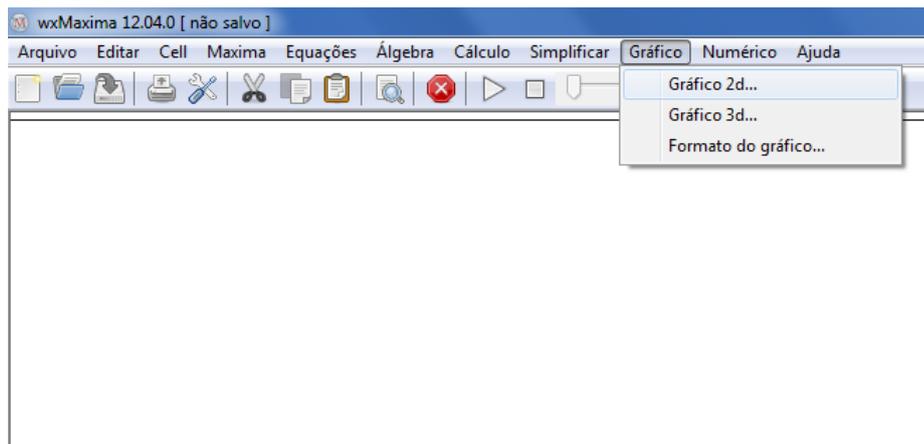
O projeto teve como público alvo os alunos do ensino público para ensinar como utilizar o software wxMaxima em resoluções de problemas matemáticos e como ele pode ser aplicado em sala de aula pelos alunos com os seus *androids* ou *laptops*. Com este programa o aluno pode construir gráficos e desenvolver atividades apresentadas pelo professor em sala de aula. O professor tem um papel fundamental na construção do conhecimento através do software, ele será orientado a instalar o programa gratuitamente pelo site do software e deixará o aluno livre para

¹² Uma coletânea desses programas está disponível no site Educação matemática e tecnologia, em <http://www.edumatec.mat.ufrgs.br>.

poder explorar e tirar suas próprias conclusões, a partir das suas dificuldades encontradas em sala de aula.

A instalação do software é possível tanto em sistema operacional Linux como Windows. A informação para a instalação nestes dois sistemas pode ser encontrada na página do wxMaxima. Como a oficina foi sobre matemática básica e o conteúdo de funções, os alunos poderão ver como o software facilita a visualização de gráficos de funções pelos comandos do menu, como por exemplo para achamos as coordenadas cartesianas para visualizarmos graficamente funções de uma variável qualquer, utiliza-se o comando “plot2d()”. Este comando se encontra na barra de menu do wxMaxima, logo após seleciona-se o comando **GRÁFICO(plot)** e em seguida a opção **GRÁFICO(plot2d)**.

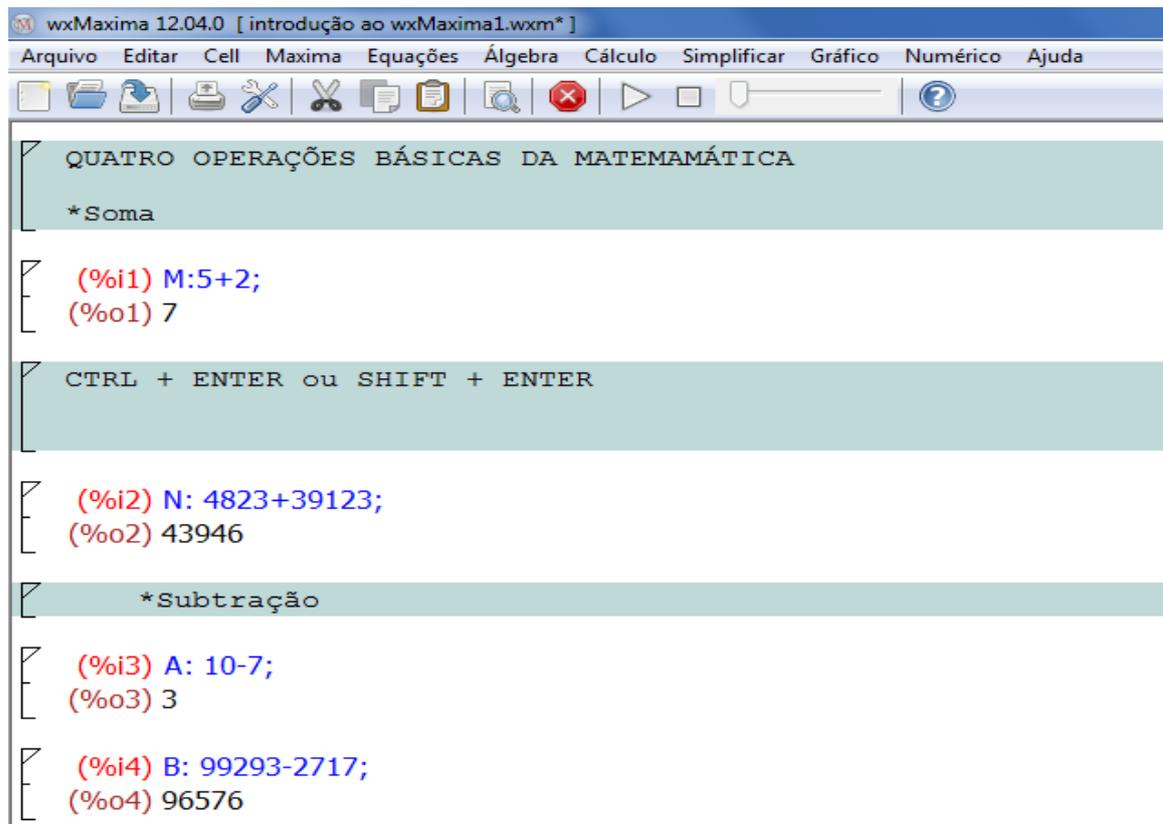
Figura 27 - Menu do software wxMaxima.



Fonte: Sousa, 2016.

Inicialmente, estava programado para nós, abordamos a parte de gráficos e resoluções de funções, só que pelo fato de ser o primeiro contato dos alunos com o software wxMaxima, optamos então por aplicar a oficina em dois dias, sendo que no primeiro dia abordamos a Matemática básica e comandos básicos para efetuar no programa, foi disponibilizada uma folha de comandos para serem seguidos pelos alunos na resolução de problemas que envolviam as quatro operações básicas da matemática, já no segundo dia usamos comandos mais avançados, por exemplo:

Figura 28 - Quatro operações básicas.



Fonte: Sousa, 2016.

Na figura 28 os alunos aprenderam os comandos das quatro operações básicas da matemática, e que o software resolveria as respostas com o comando "CTRL + ENTER" ou "SHIFT + ENTER".

Figura 29 - Quatro operações básicas e raiz quadrada.

The screenshot shows the wxMaxima 12.04.0 interface with the following content:

```

wxMaxima 12.04.0 [ introdução ao wxMaxima1.wxm* ]
Arquivo Editar Cell Maxima Equações Álgebra Cálculo Simplificar Gráfico Numérico Ajuda
*Multiplicação
(%i5) O: 3*2;
(%o5) 6
(%i6) P:32*32;
(%o6) 1024
*Comando de raiz
(%i7) sqrt(1024);
(%o7) 32
*Divisão
(%i8) R: 4/2;
(%o8) 2
(%i9) S:42/3;
(%o9) 14
(%i10) 3/4;
(%o10) 3/4
(%i11) 4/2;
(%o11) 2

```

Fonte: Sousa, 2016.

Na figura 29 continuamos o desenvolvimento das quatro operações básicas e nos propomos para os alunos os comandos que poderiam auxiliá-los como, por exemplo, o comando da raiz “sqrt”.

Figura 30 - Quatro operações básicas e potenciação.

The screenshot shows the wxMaxima 12.04.0 interface with the following content:

```

wxMaxima 12.04.0 [introdução ao wxMaxima1.wxm*]
Arquivo Editar Cell Maxima Equações Álgebra Cálculo Simplificar Gráfico Numérico Ajuda

[ (%i12) 3/4;
  (%o12)  $\frac{3}{4}$ 

*Comando de decimal

[ (%i13) float(%);
  (%o13) 0.75

O comando "kill(all)", cancela todos as incógnitas anteriores
podendo assim criar uma nova lista de comandos.

[ (%i14) kill(all);
  (%o0) done

[ (%i1) a:2;
  (%o1) 2

[ (%i2) b:3;
  (%o2) 3

*Potência

[ (%i3) a^b;
  (%o3) 8

Como o software é um auxiliador, vamos ter que provar que todas
essas resposta estão corretas, sendo assim nos vamos refazê-las
no caderno passo a passo.

```

Fonte: Sousa, 2016.

O primeiro contato foi para visualizar se o aluno tinha compreensão de como saber manusear um software em um computador e como seria a sua reação de fazer o exercício no caderno e depois utilizar o mesmo exercício para confirmar a resposta final com o uso do software. A ideia central do primeiro dia era o aluno perceber como o wxMaxima pode ser um grande instrumento metodológico para a resolução de exercício matemáticos. Nessa oficina foi deixado claro como os softwares podem se constituir em uma importante ferramenta pedagógica para o processo de ensino-aprendizagem dos alunos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais, Brasil (1997) destaca que o desafio das aulas de Matemática é encontrar recursos que possibilitem tornar as aulas motivadoras aos alunos, e que nesse sentido, o computador e a informática chegam como auxílio para a resolução dessa questão, pois a maioria dos alunos, até mesmo os menos favorecidos, tem contato e facilidade de utilização das novas tecnologias.

Para Pacheco e Barros (2013, p.6)

Os softwares educacionais são construídos para ser usado especificamente no âmbito educacional e seguem uma concepção educacional. Os softwares podem se constituir em uma importante ferramenta pedagógica para o processo de ensino-aprendizagem. Os usos destes recursos evidenciam uma forma de dinamização no ensino e motivação pela aprendizagem da matemática, ao passo em que seus conceitos são construídos a partir da informática e que está presente na realidade social de cada aluno.

Para Gladcheff, Zuffi & Silva(2001 apud PACHECO e BARROS, 2013, p.6), “o uso dos softwares pode ser um importante aliado no desenvolvimento cognitivo de cada aluno facilitando um trabalho que se adapta a distintos ritmos de aprendizagens e permite que os educandos aprendam com seus erros.” Tomando como base nesta linha de raciocínio sabemos que existem softwares que auxiliam os alunos, um deles é o wxMaxima. Para RioToro (2004 apud COSTA e TENÓRIO, 2011, p.2 e p.3), o software wxMaxima é um recurso com interface gráfica que disponibiliza o acesso às funções aritméticas e algébricas, ou seja, ele proporciona ao professor e aluno uma aprendizagem mais consistente.

Figura 31 - Quatro operações básicas.

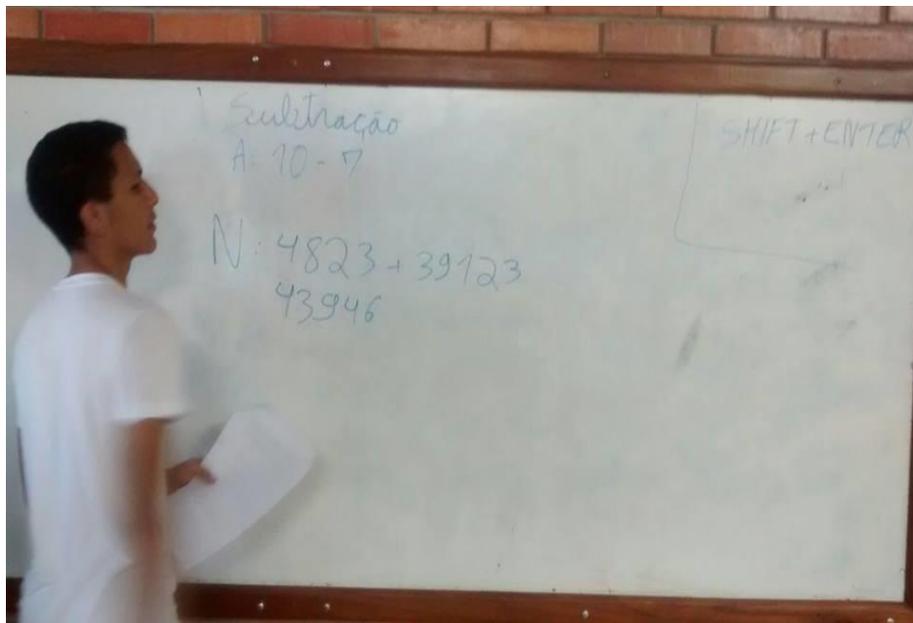


Foto: Acervo pessoal do pesquisador.

A oficina foi abordada com o auxílio do quadro branco e com uma apostilas de comandos, como eram 23 alunos tivemos que separa-los em grupos de 4 alunos por computador, no Colégio havia apenas 6 computadores funcionando.

Figura 32 - Quatro operações básicas.



Foto: Acervo pessoal do pesquisador.

Na figura 32 foi ensinado aos alunos os comandos da operação de multiplicação que é feito pelo comando "*", entre os números desejados.

Figura 33 - Alunos da oficina.



Foto: Acervo pessoal do pesquisador.

Na figura 33 nos mostra o público alvo e alguns integrantes do PIBID no laboratório de informática.

Figura 34 - Alunos da oficina.



Foto: Acervo pessoal do pesquisador.

Alguns alunos já haviam utilizado o software Geogebra, então estes não tiveram dificuldade na compreensão dos comandos utilizados no wxMaxima. Ao finalizar todos os comandos os alunos fizeram os cálculos dos exercícios em uma folha, para confirmarem a resposta, pois o software é apenas um auxiliador e não um substituto dos meios de aprendizado, pois o software nunca irá substituir uma aula tradicional, pois existe a necessidade do aluno por meio do professor compreender o ensino da matemática. Neste primeiro dia não houve muita dúvida em relação ao conteúdo matemático, no entanto, alguns alunos mostraram interesse pelo software devido ele conseguir abordar a resposta final com êxito.

No segundo dia ficou programado para explicarmos o conteúdo de funções do primeiro e segundo grau por meio do software, neste dia foram mais 3 alunos, sendo assim eram 6 computadores para 23 alunos, nós separamos os alunos conforme o seu conhecimento sobre manuseamento de software, como a oficina foi aplicada no PIBID os bolsistas se revezavam entre os grupos explicando os alunos como usar os comandos.

Figura 35 - Oficina wxMaxima.

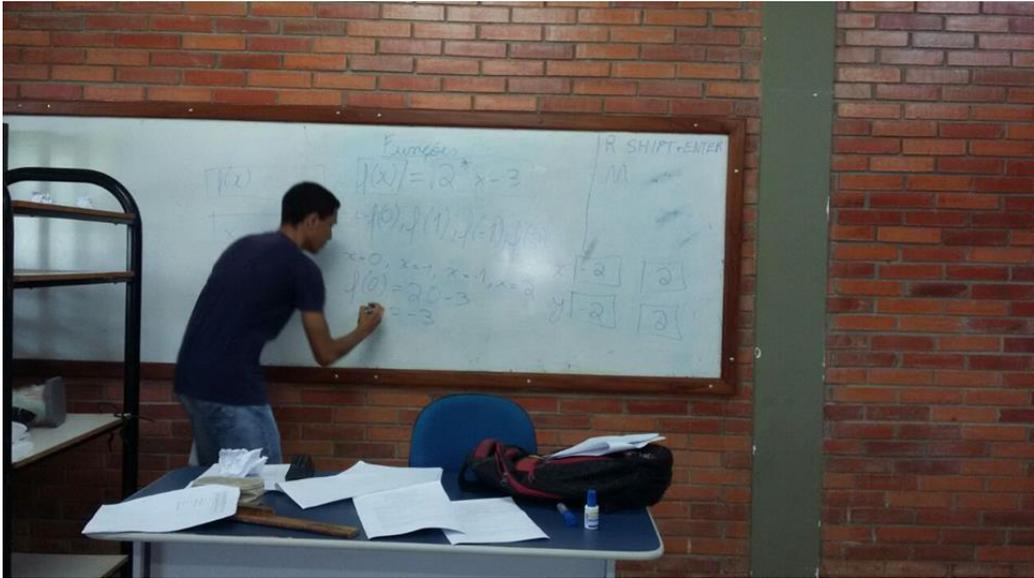
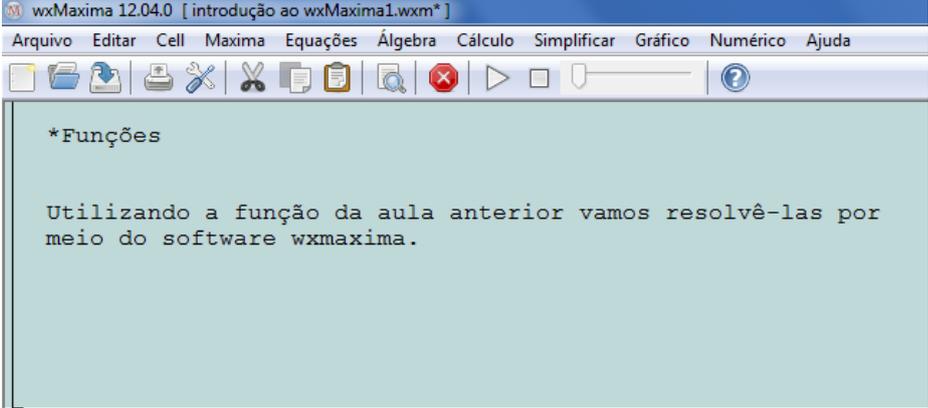


Foto: Acervo pessoal do pesquisador.

O wxMaxima tem um conteúdo matemático muito amplo que vai desde o mais simples, como as quatro operações básicas até as mais complexas como integrais e derivadas, ele tenta sempre sanar as dúvidas de quem o solicita com respostas rápidas e concisas. O comando `solve`, por exemplo, serve para resolver polinômios e o comando `f(0)` serve para determinar as raízes de funções. Ambos os comandos foram de suma importância para a execução desta oficina com o wxMaxima.

Figura 36 - Comandos de funções.



The screenshot shows the wxMaxima 12.04.0 interface. The title bar reads "wxMaxima 12.04.0 [introdução ao wxMaxima1.wxm*]". The menu bar includes "Arquivo", "Editar", "Cell", "Maxima", "Equações", "Álgebra", "Cálculo", "Simplificar", "Gráfico", "Numérico", and "Ajuda". The toolbar contains various icons for file operations and calculations. The main window displays the following text:

```
*Funções

Utilizando a função da aula anterior vamos resolvê-las por
meio do software wxmaxima.
```

Below the text, the command history shows the following input and output:

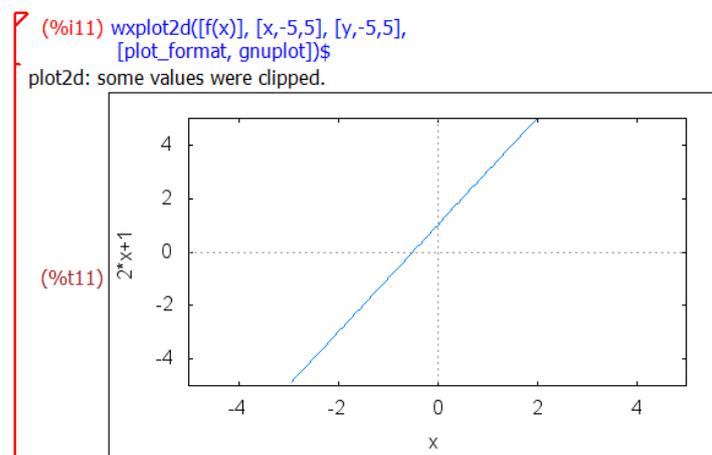
```
(%i4) f(x):=2*x+1;
(%o4) f(x):= 2 x + 1

(%i5) solve([f(x)],[x]);
(%o5) [x = -1/2]
```

Fonte: Sousa, 2016.

Além disso, ele é um software que permite visualizar software por intervalos diferentes dando uma melhor percepção sobre o comportamento da reta no plano cartesiano. Como por exemplo, no gráfico da função $f(x) = 2x + 1$ nos intervalos das abscissas entre -5 e 5 e ordenadas de -5 a 5 na *figura 10*. No segundo gráfico nos intervalos das abscissas entre -1 e 4 e ordenadas de -1 a 4 na *figura 11*, teremos o gráfico:

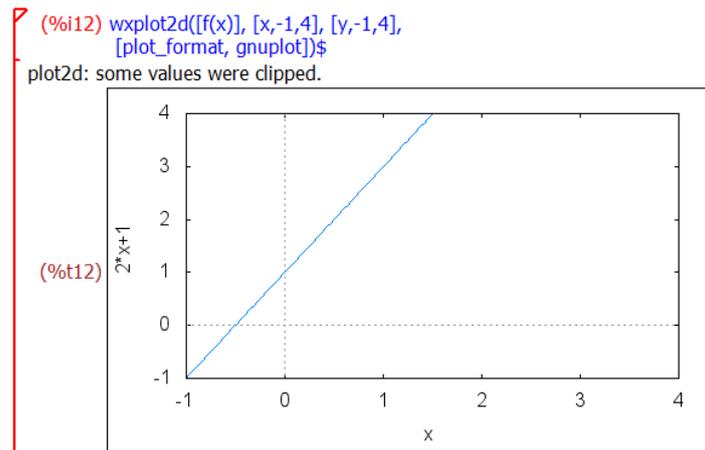
Figura 37 - Gráfico da função.



Fonte: Sousa, 2016.

Na figura 37 podemos perceber o comportamento da função $f(x) = 2x + 1$, onde os alunos poderem visualizar por intervalos diferentes no momento em que foi aplicado o projeto.

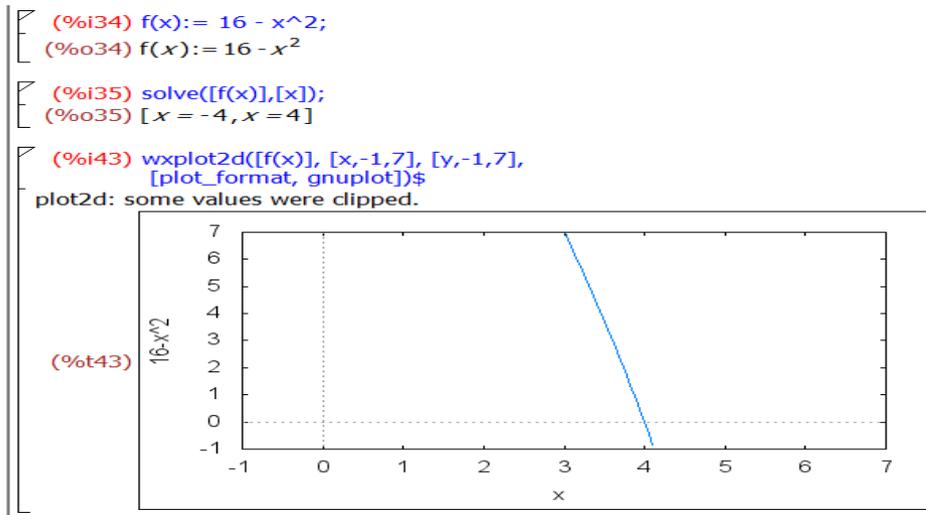
Figura 38 - Gráfico da função.



Fonte: Sousa, 2016.

É notável que se o aluno escolher um intervalo com número muito alto, ele não conseguiria ter uma visão clara da reta em relação ao seu comportamento no plano cartesiano. No segundo exercício resolvemos a função $f(x) = 16 - x^2$ nos intervalos de abscissas entre -1 e 7 e ordenadas entre -1 e 7, neste passo utilizaram o comando *solve* para saber as raízes da função, depois de plotar o gráfico foi notório o erro encontrado, pois a função se tratava de uma função de segundo grau que consistia em uma parábola com concavidade voltada para baixo, devido esse erro os alunos notaram que deveriam aumentar o intervalo para poder visualizar melhor o comportamento da função no plano, sendo assim, o gráfico apresentou essas características:

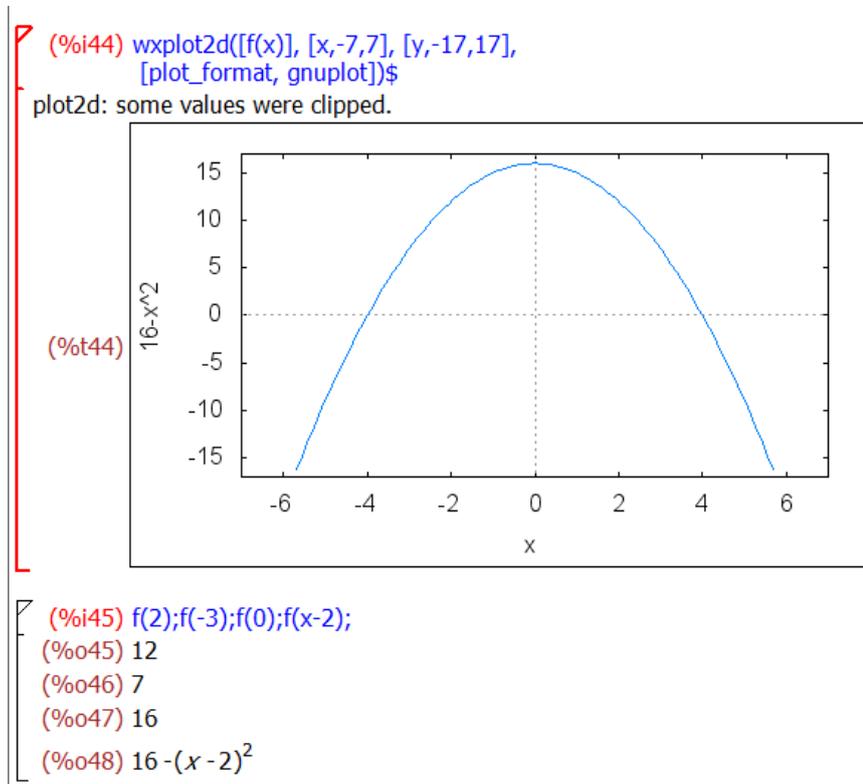
Figura 39 - Gráfico da função.



Fonte: Sousa, 2016.

A figura 39 foi criada para fazer a comparação de intervalos diferentes com a figura 40, em que na primeira imagem temos a ilustração de uma reta e na segunda temos o gráfico de uma parábola.

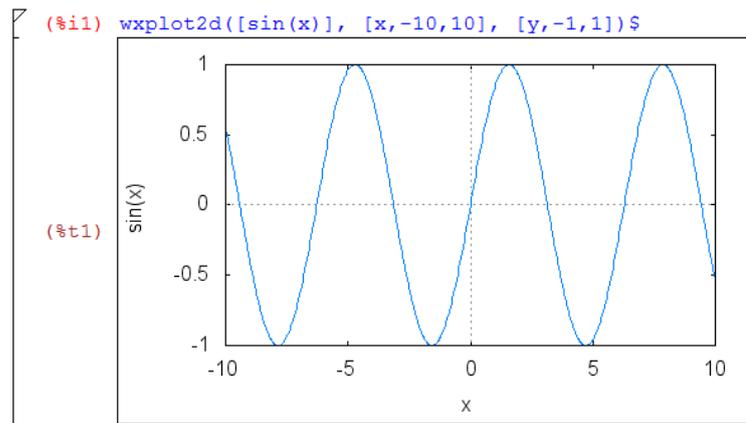
Figura 40 - Gráfico da função.



Fonte: Sousa, 2016.

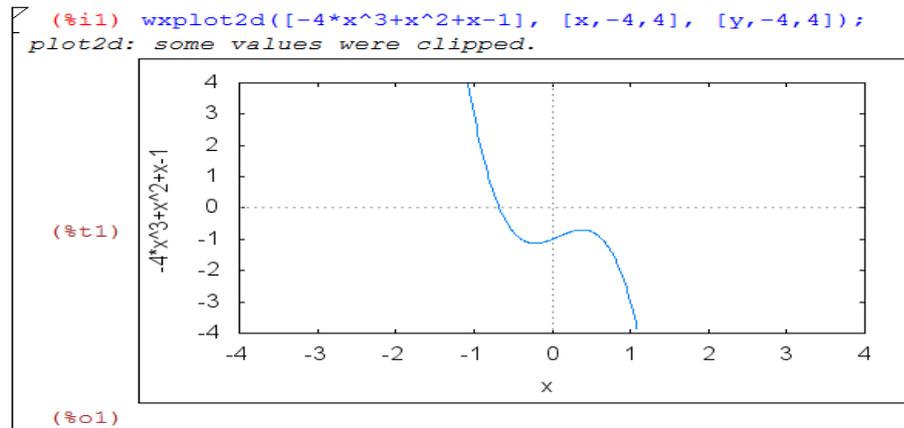
Finalizamos a oficina explicando a função do $\sin(x)$ no intervalo de $[x,-10,10]$ e $[y,-1,1]$ graficamente representando teremos o comportamento desta função da seguinte maneira:

Figura 41 - Gráfico da função seno.



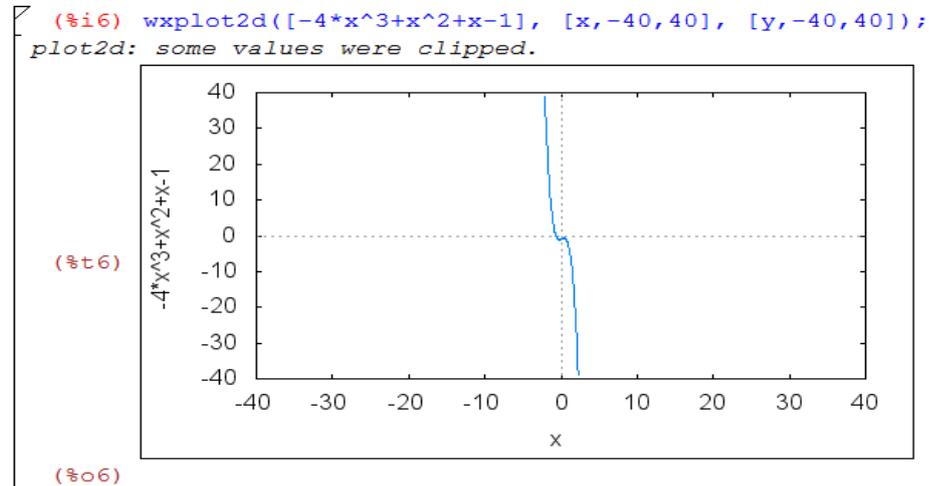
Fonte: Sousa, 2016.

Dependendo do intervalo que tomarmos para este gráfico teremos uma impressão diferente sobre o comportamento dele, está opção de ver o gráfico por intervalos diferentes é impossível quando é expressa apenas no quadro de giz. Com este software o aluno poderia fazer várias análises sobre o gráfico da função, pois o software nos permite criar diferentes intervalos no gráfico para comparar os seus comportamentos em determinadas coordenadas em que se encontra o gráfico da função, como podemos ver na função polinomial $-4x^3 + x^2 + x - 1$ no intervalo de $[x,-4,4]$ e $[y,-4,4]$ para visualizarmos de perto e no intervalo de $[x,-40,40]$ e $[y,-40,40]$ para visualizarmos o comportamento de longe. Utilizando o mesmo procedimento de como construir o gráfico 2D pelo menu do software, teremos assim o seguinte gráfico:

Figura 42 - Gráfico da função $-4x^3+x^2+x-1$.

Fonte: Sousa, 2016.

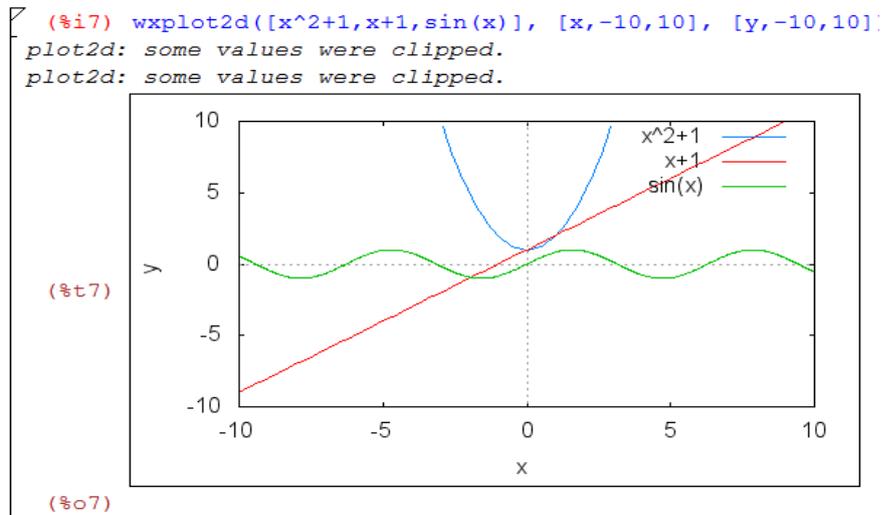
A figura 42 e 43 mostra a mesma função, no entanto, os intervalos deles são diferentes, para mostrar que se tomarmos o intervalo com números grandes, não teremos uma boa visualização do gráfico da função.

Figura 43 - Gráfico da função $-4x^3+x^2+x-1$.

Fonte: Sousa, 2016.

O wxMaxima nos permite comparar funções ao mesmo tempo para ver seus comportamentos simultaneamente, isso é bastante interessante para os alunos que estão acostumados a ver o gráfico apenas no quadro e estático sem poder mexer no intervalo dele, o software é muito bom neste aspecto, como poderemos ver no exemplo, se compararmos as funções: x^2+1 ; $x+1$; $\text{sen}(x)$. Podemos perceber que ela tem o comportamento da seguinte forma:

Figura 44 - Gráfico das funções (x^2+1) ; $(x+1)$ e $\sin(x)$.



Fonte: Sousa, 2016.

Com a modificação do intervalo é visível que o aluno pode notar a diferença entre os dois gráficos e seus comportamentos. O gráfico, quando damos valores pequenos para “y” ele tende a ficar mais claro enquanto ao seu comportamento em relação ao eixo x e y, já quando damos valores grandes para “y” encontraremos dificuldade em visualizar o gráfico da função e acabamos interpretando ele erroneamente.

O Software tem um conteúdo matemático muito vasto desde o mais simples, como as quatro operações, básicas até as mais complexas como integrais e derivadas, ele tenta sempre sanar as dúvidas de quem o solicita com respostas rápidas e concisas. O comando *solve*, por exemplo, serve para resolver polinômios e o comando *f(0)* serve para determinar as raízes de funções. Vamos ver um pequeno exemplo de uma sequência de comando que para toda a função que eu solicitar saber o as raízes, o zero da função e o gráfico da função o software com está sequência de comando irá me dar à resposta correta, vamos pegar a função x^2-3x+2 para demonstrar está sequência.

Figura 45 - Função $f(x) = x^2 - 3x + 2$, comando solve e $f(0)$.

```
(%i1) f(x) := x^2 - 3*x + 2;
(%o1) f(x) := x^2 - 3 x + 2

(%i6) solve(f(x));
(%o6) [x = 1, x = 2]

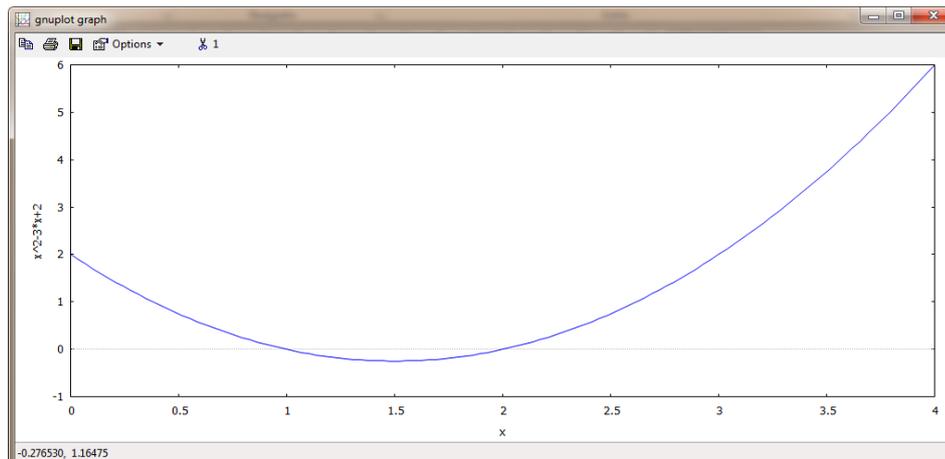
(%i7) f(0);
(%o7) 2

(%i10) plot2d([f(x)], [x, 0, 4], [plot_format, gnuplot]);
```

Fonte: Sousa, 2016.

A figura 45 nos mostra os comandos do software que respondem as raízes da função, o zero da função e o gráfico da função.

Figura 46 - Gráfico da função $x^2 - 3x + 2$.



Fonte: Sousa, 2016.

Essa sequência de comandos mudando apenas os intervalos do gráfico, utilizando o menu do software, dá para ser utilizado com todas as funções polinomiais que por meio de diferentes intervalos qualquer pessoa conseguiria encontrar as raízes, os zeros da funções caso ela seja quadrática, e o gráfico da função em 2D.

Após aplicação da oficina podemos perceber que as TICs, se bem exploradas e orientadas, podem contribuir para o processo de ensino e aprendizado dos alunos, pois pelo projeto ficou visível que uma parte dos alunos ficaram estimulados em aprender o conteúdo matemático a partir de nova perspectiva de ensino, pelo fato de

poderem estudar o comportamento do gráfico e poderem não apenas ver como também modificar o intervalo da figura.

4. ANÁLISE DAS INFORMAÇÕES E DISCUSSÃO

Ao final da oficina foi distribuído o um questionário sobre o software, com intenção de saber a aceitação dos alunos em relação ao wxMaxima. Pelo fato de apenas 6 computadores estarem funcionando tivemos que distribuir os 23 alunos em no máximo 4 pessoas por grupo, sendo que apenas 9 dos 23 alunos responderam o questionário disponível no Apêndice A.

A seguir apresentamos cada questão, as respostas e uma análise sobre estas.

1º)O que você achou da aula de hoje?

Grupo 1: “Boa.”

Grupo 2: “Boa.”

Grupo 3: “Interessante, legal, bom de aprender, ajudou muito.”

Grupo 4: “Muito bom.”

Grupo 5: “Bom”

Grupo 6: “Ruim”

Pela primeira pergunta já podemos ver que o uso do software despertou o interesse de boa parte dos alunos, pois eles viram que o ensino matemático vai além do quadro e pincel, nessa aula eles puderam interagir, aprender e construir seu próprio raciocínio cognitivo.

2ª)Você já utilizou ou conheceu algum software na área da matemática?

Grupo 1: “Não.”

Grupo 2: “Não.”

Grupo 3: “Não.”

Grupo 4: “Não.”

Grupo 5: “Não.”

Grupo 6: “Sim.”

É possível considerar pelas respostas que os professores de Matemática sentem dificuldades em inovar na questão da utilização do laboratório de informática e acabam limitando-se apenas na sua metodologia de aulas rotineiras com o uso de quadro, pincel e livro didático. Sendo que também existem os computadores para uso no processo de ensino e aprendizado dos alunos, no entanto, cabe ao professor sair do comodismo e tentar inovar na escola, o professor precisa mudar essa visão, pois “com as novas tecnologias da informação abrem-se novas possibilidades à educação, exigindo uma nova postura do educador.” (MERCADO, 1998, p.2) É importante ressaltar que as aulas “tradicionais” não podem ser substituídas por aulas apenas no laboratório, no entanto, os professores não podem se acomodar em apenas ministrar em sala de aula.

3º) Com que frequência o seu professor utiliza o laboratório da escola?

Grupo 1: “Nem uma.”

Grupo 2: “Pouquíssima.”

Grupo 3: “Não utiliza.”

Grupo 4: “Nenhum.”

Grupo 5: “Não.”

Grupo 6: “Nunca.”

Pelas respostas, nota-se que os professores da escola utilizam muito pouco o laboratório de informática da escola, isso pode ser sinal negativo pelo fato da tecnologia estar presente a cada dia mais nas nossas vidas. No entanto, os motivos que os professores encontram para a não utilização são diversos, pois vão da falta de manutenção nas máquinas a não especialização adequada nessa área em questão, mas é bom ressaltar que os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) falam que o professor deve utilizar os computadores, pois está na grade curricular escolar.

4º) De 0 a 10 o que você entendeu sobre funções na aula de hoje? O que chamou mais atenção?

Grupo 1: “5,0. O programa.”

Grupo 2: “5. O uso do software.”

Grupo 3: “9. A parte do gráfico.”

Grupo 4: “7,5. O software, pois ajuda muito na resolução.”

Grupo 5: “3,5.”

Grupo 6: “9. O software”

O programa teve uma média de 6,5 pontos de aceitação dos alunos, sendo que ele conseguiu atingir o seu objetivo que era oportunizar uma aula dinâmica com resolução de problemas e pode mostrar para os alunos que existem formas diferentes de visualizar o gráfico das funções de primeiro e segundo grau.

5º) Você acha que um software que resolve cálculos poderia auxiliar nas resoluções de exercícios abordados em sala de aula? Por quê?

Grupo 1: “Sim. Porque é mais fácil.”

Grupo 2: “Sim. Porque seria mais fácil.”

Grupo 3: “Sim ajuda, porque se a pessoa está com presa ajuda.”

Grupo 4: “Sim. Tornaria mais legal.”

Grupo 5: “Sim. Porque eu aprendo.”

Grupo 6: “Sim. Ele resolve contas complexas.”

Pela resposta podemos ver que, a utilização do software poderia sim contribuir para o processo de aprendizado dos alunos, por ele ser motivador, dinâmico e interativo. Os próprios alunos perceberam que o software ajudaria bastante nas questões no desenvolvimento da pesquisa no PIBID, mas cabe ao professor poder tentar sair do tradicionalismo e utilizar em suas aulas.

6º) Você acha que um software facilitaria a visualização do esboço do gráfico cartesiano?

Grupo 1: “Sim.”

Grupo 2: “Sim.”

Grupo 3: “Sim, porque as coordenadas são exatas.”

Grupo 4: “Sim.”

Grupo 5: “Sim.”

Grupo 6: “Sim.”

Um dos objetivos da pesquisa era conferir se os alunos achavam mais fácil observar o gráfico pelo software e foi notado que sim, pelo fato deles poderem interagir com as coordenadas e poderem visualizar pontos diferentes no eixo das abscissas e ordenadas. Pelo software eles notaram que existe toda uma ordem de plotar os pontos e o porquê existirem as raízes das funções que cortam o eixo das abscissas com mais clareza.

7º) Seu professor possibilita o uso do celular ou calculadora para fazer contas de matemática?

Grupo 1: “Não.”

Grupo 2: “Sim de vez *enquando*. ”

Grupo 3: “Não.”

Grupo 4: “Não.”

Grupo 5: “Não.”

Grupo 6: “Não.”

Essa questão depende muito do professor, pois alguns deixam e acham que isso contribui para o raciocínio dos alunos e outros professores acreditam que essa utilização pode atrapalhar no processo de aprendizagem, mas muitos esquecem que a calculadora também é um meio tecnológico e deve ser utilizado em sala de aula. Segundo Lopes (1997 apud GOMES, 2014, p.13) “o uso da calculadora poderá ajudar o aluno a liberar tempo e energia gastos em operações repetitivas, permite a resolução de problemas reais e proporciona maior atenção ao significado dos dados e à situação descrita no problema privilegiando o raciocínio.”

8º) No seu ponto de vista, o celular pode ser um auxiliador em sala de aula ou apenas uma distração na sala de aula? Por quê?

Grupo 1: “Pode ajudar muito.”

Grupo 2: “Mais ou menos. ”

Grupo 3: “Sim. Se for utilizado um software.”

Grupo 4: “Sim e não, ajuda bastante, mais a maioria não ia *mecher* apenas em calculadora.”

Grupo 5: “Sim.”

Grupo 6: “Pode auxiliar.”

Nessa questão a maioria dos alunos foram a favor do uso da tecnologia na escola, pelo fato dele ser um recurso auxiliar e ajudar bastante na resolução de problemas. Mas como foi visto um dos grupos foi sincero ao dizer que alguns alunos poderiam não focar apenas na aula com o software, isso realmente pode acontecer, pois isto é uma das problemáticas que dificultam na aula com o uso do computador, principalmente com uma aula no laboratório com uma média de 30 alunos.

9º) Se o professor propor uma aula diferenciada com a utilização deste software. Você, aluno, se comprometeria em utilizar o tempo para o uso exclusivo do software ou você usaria outros aplicativos de redes sociais, por exemplo, no momento desta aula diferenciada?

Grupo 1: “Eu usaria o jogo Água e fogo.”

Grupo 2: “Utilizaria o software.”

Grupo 3: “Melhor utilizar o software.”

Grupo 4: “Sim, comprometeria.”

Grupo 5: “Sim.”

Grupo 6: “Usaria software.”

De todos os entrevistados apenas um grupo respondeu que usaria o jogo “Água e fogo”, que estava programado para utilizar na aula, no entanto, a maioria notou que o software realmente tem o poder de ajuda-los no ensino da Matemática,

sendo assim, a pesquisa foi alcançada com êxito por conseguir atingir todos os pontos que havíamos proposto inicialmente.

A partir daqui, apresentamos as questões, as respostas e a discussão acerca do questionário disponível no Apêndice B, que foi respondido pela professora da turma.

1º) Você acha que o software wxMaxima poderia ser um recurso auxiliador para facilitar a aprendizagem?

Resposta: “Sim.”

Pelo fato da professora estar presente no momento do projeto ela pode visualizar de perto os prós e contras da utilização de softwares educacionais isso possibilitou mostrar para ela que os alunos podem construir seu raciocínio cognitivo por meios tecnológicos.

2º) O que você achou da oficina? Quais pontos positivos e pontos negativos?

Resposta: “A oficina foi bastante produtiva, visto que os alunos puderam visualizar de forma prática as funções e seus gráficos. Pontos positivos: Relação e prática; Pontos negativos: - Conversas paralelas; - Quantidade de computadores é insuficiente para a quantidade de alunos.”

Como já havia sido abordado no questionário dos alunos, até a própria professora concorda que o quantitativo de computadores é um ponto negativo para poder desenvolver uma atividade de informática na escola, esse problema não é específico apenas desta escola, pois se formos a outras escolas e tentarmos desenvolver uma atividade que envolva informática, esse seria um dos empecilhos principais para o desenvolvimento de softwares na escola.

3º) O que você observou da participação e do interesse dos alunos durante a oficina?

Resposta: “A maioria dos estudantes participou de forma efetiva da oficina, mostrando interesse na aula e se envolvendo nas atividades.”

Pela resposta da professora podemos notar que realmente ocorreu um interesse dos alunos em relação ao software, ou seja, conseguimos atingir um dos objetivos que era mostrar que o software pode ser uma ferramenta auxiliadora no processo de aprendizagem.

4º) Você acha que a quantidade de computadores influenciou ou dificultou a tarefa realizada?

Resposta: “Dificultou a tarefa realizada.”

Como havia apenas 6 computadores funcionando normalmente para 23 alunos presentes, o planejamento da oficina teve que ser adequado para o desenvolvimento das atividades em grupo de alunos por computador, de acordo com o cenário que foi proposto, no entanto, como cada aluno estava com uma folha de tutorial, isso nos ajudou a fazê-los não perder o foco da oficina e desenvolver o projeto nela.

5º) Com que frequência os professores utilizam o laboratório da escola? Já houve uma formação continuada com o foco na utilização do software no ensino?

Resposta: “É utilizado com pouca frequência; Não houve formação continuada com foco no software.”

A resposta da professora coincide com a resposta dos alunos, isso ocorreu ou por que os demais computadores se encontraram em estado de defeito ou pelo fato do professor não ter uma formação continuada na área de software, pois esta área é recente no ambiente escolar. Existe o incentivo do governo para todas as escolas terem computadores, no entanto, não existe uma formação para os professores conciliarem com conteúdos de sua matéria.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho de conclusão de curso teve como objetivo responder o seguinte questionamento: como o software Wxmaxima pode ser utilizado como um recurso para o ensino e a aprendizagem de funções?

Assim, com a realização deste estudo compreendemos que o wxMaxima poderia ser explorado e utilizado no ensino público e privado, pelo fato dele possibilitar a visualização de gráficos, com isso ele pode ajudar tanto o professor quanto o aluno, para construir e analisar com precisão o gráfico de funções reais, que são difíceis de serem feitos manualmente no quadro branco.

Desta forma, a execução desta oficina no laboratório escolar contribuiu para a alfabetização informática e para a efetiva utilização deste espaço de aprendizagem. Neste sentido, Borba; Penteado (2005, p.23), destaca que: “embora em muitas [escolas] o trabalho com informática tenha recebido apoio incessante da coordenação e direção, isso não é regra geral e podemos encontrar escolas onde a sala de informática é sub-utilizada”.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais, Brasil (1997, p. 15) defendem que “há urgência em reformular objetivos, rever conteúdos e buscar metodologias compatíveis com a formação que hoje a sociedade reclama”. Nesta oficina notamos que com o uso deste programa o aluno ou o professor puderam construir gráficos e verificar as respostas das atividades apresentadas em sala de aula.

Logo, de acordo ao entendimento ao longo da pesquisa acredita-se que as introduções de novas tecnologias podem contribuir significativamente caso o professor use de forma adequada e com objetividade, pois essas novas tecnologias se bem utilizadas despertam o interesse do aluno em relação ao conteúdo abordado, no entanto, com essa nova tecnologia necessita-se da formação dos professores em relação a este ambiente. É importante ressaltar que o professor não pode abordar uma aula sem antes consultar se o software permite ao aluno uma aprendizagem construtiva e de cunho educativo, pois sem esses requisitos a atividade no ambiente virtual não terá uma aprendizagem significativa.

Os dados da investigação revelaram que os alunos tiveram interesse em utilizar software pelo fato dele resolver questões complexas, no entanto, os professores poucos conhecem ou não sabem manusear tal ferramenta, alguns ainda

estão moldados no ensino tradicionalista, em que se utiliza apenas quadro branco e pincel, pois os alunos abordaram no questionário que os professores pouco utilizavam o laboratório escolar. Nota-se que o objetivo da investigação teve êxito pelo fato dos alunos conseguirem visualizar as funções por intervalos diferentes e observarem qual o comportamento que ela tomava de acordo aos intervalos escolhidos.

Não podemos esquecer que o professor tem um papel fundamental na construção do conhecimento do aluno, sendo assim, ele deve ser orientado que poderá instalar o programa gratuitamente no laboratório do colégio pelo site do software e estimular o aluno a aprofundar, explorar e tirar suas próprias conclusões sobre o que pode ser feito com as ferramentas do programa. Neste aspecto cabe ao professor participar auxiliando o aluno nesse processo de aprendizagem pela descoberta com o uso do software wxMaxima.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. J. **Resolução de problema usando o wxMaxima**. 2013. V. 57. Tecnologia e produção em software – Universidade Federal do Triângulo Mineiro. Uberaba-MG.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997. 142 p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 2000. 109 p.

BRASIL. Secretaria da Educação Básica. **Orientações Curriculares Nacionais: matemática**. v. 2, Brasília: Ministério da Educação, 2006. 135 p.

BORBA, M. C; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

BUCCHI, P. **Curso prático de matemática**. 1ª Edição, v. 1. São Paulo: Moderna, 1998.

COSTA, F. C. A.; TENÓRIO, A. M. Uso dos softwares Geogebra e WxMaxima: como recurso metodológico no ensino da matemática. **VII Encontro Paraense de Educação Matemática, Belém**, 2011.

DA SILVA, M. A. et al. A CONTRIBUIÇÃO DE PAULO FREIRE NA UTILIZAÇÃO DAS TECNOLOGIAS NAS PRÁTICAS PEDAGÓGICAS CONTEMPORÂNEAS. **ÁGORA Revista Eletrônica**, n. 16, 2013.

DODIER, R. **Manual do Maxima**. 2014. Disponível em: <<http://maxima.sourceforge.net/docs/manual/pt/maxima.html>>. Acesso: 16 fev. 2015.

FLORES, A. M. **A Informática na Educação: Uma Perspectiva Pedagógica** – monografia – Universidade do Sul de Santa Catarina 1996. Disponível em: <<http://www.fe.unb.br/catedraunescoead/areas/menu/publicacoes/monografias-sobre-tics-na-educacao/o-uso-das-tecnologias-na-educacao-computador-e-internet>>. Acesso em: 08 jun. 2016.

FREIRE, P. **Pedagogia do Oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987, 1996.

GLADSCHEFF A. P.; ZUFFI, E.M.; SILVA, M. **Um Instrumento para Avaliação da Qualidade de Softwares Educacionais de Matemática para o Ensino Fundamental**. Anais do XXI Congresso da Sociedade Brasileira de Computação. Fortaleza, 2001.

GOMES, Rubiana Rodrigues Vieira. **Um estudo acerca do uso da calculadora no Ensino de Matemática na Educação Básica em Araguaína-TO**. 38. f. 2015. T. Trabalho de Conclusão de Curso. (Graduação em Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal do Tocantins. Araguaína: [s.n.], 2015.

GRAVINA, M. A.; SAMTAROSA, L. M. **A Aprendizagem da Matemática em Ambientes Informatizados**, Acta do IV Congresso Ibero-Americano de Informática na Educação, Brasília, Campinas, 2003.

IEZZI, G.; MURAKAMI, C. **Fundamentos da Matemática Elementar: Conjuntos e Funções**. Vol 1. 3. ed. São Paulo: Atual, 1997.

KUSIAK, R. S.; PRETES, R. F.; FRANZIN, D. S. R. F. A utilização do software GeoGebra no ensino da geometria plana: uma experiência PIBID. **SEMINÁRIO NACIONAL DE INCLUSÃO DIGITAL**, 2012.

LINS, M. J. S. da C. Educação bancária: uma questão filosófica de aprendizagem. **Revista Educação e Cultura Contemporânea**, v. 8, n. 16, 2011.

MERCADO, L. P. L. et al. Formação docente e novas tecnologias. In: **Anais do IV Congresso da Rede Iberoamericana de Informática Educativa**. 1998. p. 1-8.

OLIVEIRA, B. S. **Utilização do programa Maxima no ensino de sistemas de equações lineares**. 2013. p. 5-13.

OLIVEIRA, R. de. **Informática Educativa**. Campinas: PAPIRUS, 2002.

PACHECO, J. A. D.; BARROS, J. V. **O Uso de Softwares Educativos no Ensino de Matemática**. DIÁLOGOS – Revista de Estudos Culturais e da Contemporaneidade – Nº 8. 2013

PAPERT, S. **A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

PAPERT, S. **Logo, computadores e educação**. São Paulo: Brasiliense, 1980.

PINTO, M. M. F. **Fundamentos de matemática**. Biblioteca Universitária da UFMG. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2011. Disponível em:<
http://www.mat.ufmg.br/ead/acervo/livros/Fundamentos_de_Matematica.pdf>.
Acesso em: 11 out. 2016

POZO, J. I. A sociedade da aprendizagem e o desafio de converter informação em conhecimento. In: **Tecnologias na Educação: ensinando e aprendendo com as TIC: guia do cursista** / Maria Umbelina Caiafa Salgado, Ana Lúcia Amaral. – Brasília; Ministério da Educação, Secretaria de Educação à Distância; 2008. Cap. 1, p. 29.

RIOTORTO, M. R. **Primeiros passos no Maxima**. 16 de janeiro de 2006. Disponível em:
<
http://www.professores.uff.br/hjbortol/disciplinas/2006.2/esp00000/arquivos/max_pt.pdf>. Acesso em: 16 fev. 2015.

ROCHA, S. S. D. O uso do Computador na Educação: a Informática Educativa. **Revista Espaço Acadêmico**, v. 85, 2008.

SANTOS, B.. **Introdução ao Software MAXIMA**. Porto, 2009. Disponível em:<
http://maxima.sourceforge.net/docs/Maxima_Bruna_Santos_2009.pdf>. Acesso em:
13 fev. 2015.

SILVA, G. M. da. **O uso do computador na educação, aliada a softwares educativos no auxílio ao ensino e aprendizagem**. 2008.

VALENTE, J. A. **Formação de Educadores para o Uso da Informática na Escola**. Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 2003.

VALENTE, J. A. **Computadores e Conhecimento: Repensando a Educação**. Campinas: NIED – UNICAMP, 1993.

VODOPIVEC, A.; LERNACIC, Z. **wxMaxima**. Disponível em:
<<http://andrejv.github.io/wxmaxima/help.html>>. Acesso em: 16 fev. 2015.

APÊNDICE A – QUESTIONARIO DA OFICINA DOS ALUNOS

Aluno(a): _____

Série: _____

1º) O que você achou da aula de hoje?

2ª) Você já utilizou ou conheceu algum software na área da matemática?

3º) Com que frequência o seu professor utiliza o laboratório da escola?

4º) De 0 a 10 o que você entendeu sobre funções na aula de hoje? O que chamou mais atenção?

5º) Você acha que um software que resolve cálculos poderia auxiliar nas resoluções de exercícios abordados em sala de aula? Por quê?

6º) Você acha que um software facilitaria a visualização do esboço do gráfico cartesiano?

7º) Seu professor possibilita o uso do celular ou calculadora para fazer contas de matemática?

8º) No seu ponto de vista, o celular pode ser um auxiliador em sala de aula ou apenas uma distração na sala de aula? Por quê?

9º) Se o professor propor uma aula diferenciada com a utilização deste software. Você, aluno, se comprometeria em utilizar o tempo para o uso exclusivo do software ou você usaria outros aplicativos de redes sociais, por exemplo, no momento desta aula diferenciada?

APÊNDICE B – QUESTIONARIO DA PROFESSORA

Colégio Aplicação de Araguaína

Professor(a): _____

Questionário

- 1º) Você acha que o software wxMaxima poderia ser um recurso auxiliador para facilitar a aprendizagem?
- 2º) O que você achou da oficina? Quais pontos positivos e pontos negativos?
- 3º) O que você observou da participação e do interesse dos alunos durante a oficina?
- 4º) Você acha que a quantidade de computador influenciou ou dificultou a tarefa realizada?
- 5º) Com que frequência os professores utilizam o laboratório da escola? Já houve uma formação continuada com o foco na utilização do software no ensino?