

UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE ARAGUAÍNA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ELAINE CRISTINA MEDEIROS RIBEIRO DAMASCENO

**OS SABERES MATEMÁTICOS QUE CONSTITUEM O ATERRO SANITÁRIO DE
RESÍDUOS SÓLIDOS DA CIDADE DE ARAGUAÍNA**

ARAGUAÍNA
2019

ELAINE CRISTINA MEDEIROS RIBEIRO DAMASCENO

**OS SABERES MATEMÁTICOS QUE CONSTITUEM O ATERRO SANITÁRIO DE
RESÍDUOS SÓLIDOS DA CIDADE DE ARAGUAÍNA**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao curso de Licenciatura em
Matemática da Universidade Federal do
Tocantins, como requisito parcial para a
obtenção de título de Licenciado em
Matemática.

Orientador: Professor doutor Deive
Barbosa Alves

ARAGUAÍNA
2019

ELAINE CRISTINA MEDEIROS RIBEIRO DAMASCENO

**OS SABERES MATEMÁTICOS QUE CONSTITUEM O ATERRO SANITÁRIO DE
RESÍDUOS SÓLIDOS DA CIDADE DE ARAGUAÍNA**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao curso de Licenciatura em
Matemática da Universidade Federal do
Tocantins, como requisito parcial para a
obtenção de título de Licenciado em
Matemática.

Aprovada em __02__/_07____/_2019_____.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Deive Barbosa Alves (Orientador)

Prof. Msc. André Luiz Ortiz da silva

Prof. Msc. Ismael Carlos Pereira de Carvalho

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus que me proporcionou saúde e capacidade de desenvolver este trabalho, e por me dar forças de superar as dificuldades. Ao meu filho Miguel Arthur e ao meu esposo Johnathan Damasceno por toda compreensão, amor, paciência e pelo estímulo que me deram para continuar lutando nessa jornada árdua que é a graduação.

Agradeço aos meus pais Anália e Djalma que me incentivaram a retomar os meus estudos, e por cuidar do meu filho nos momentos que eu tinha que ir para faculdade. As minhas irmãs Héliida e Eliane que estiveram juntos comigo todos os momentos difíceis e por me dar toda força para continuar em busca do sonhado diploma. Aos meus colegas Tony e Rick que estudavam comigo todos os finais de semana, a entender os cálculos que não era nada fácil obrigado por me ajudar a superar todos os obstáculos que surgiram durante os períodos.

Agradeço ao professor e doutor Deive Barbosa por toda orientação, paciência, pelo seu apoio, suas correções e seu incentivo.

E todos que me ajudaram direto e indiretamente a subir mais um degrau para conhecimento. Obrigado.

RESUMO

Este trabalho tem como finalidade expor a produção dos resíduos sólidos, de Araguaína do estado Tocantins. Através de uma pesquisa realizada com a empresa Litucera Limpeza e Engenharia, foram obtidos dados da quantidade de lixo que é produzida em Araguaína e do aterro sanitário, mostraremos que a cidade desenvolveu sem nenhum planejamento, o fechamento do lixão de Araguaína e sua transferência. Revelarmos que para construção de um aterro sanitário é necessário todo um estudo da área para que não causem tanto impacto ao meio ambiente, para sua implantação é obrigatório obedecer os cumprimentos da leis, e que as legislações são para todos. A escolha da área foi essencial que houvesse um grande investimento com aparatos tecnológicos para implantação do empreendimento. Para criação dos modelos matemático e para descobrir a duração da vida útil de um aterro sanitário e seu volume a metodologia a ser adotada foi modelagem onde iremos expor modelos matemático a qual será satisfatório para os problemas envolvidos, onde será expressado por meio de interação, situação problema, matematizarão, no qual será visto a projeção do lixo, o volume de cada célula (lugar para recebimento do lixo) a transformação da área para metros e quantas toneladas serão produzidos até 2050 pela população araguainense.

Palavras-chave: Resíduos sólidos, Araguaína, Aterro sanitário, Modelagem, Impacto ambiental.

ABSTRACT

This work aims to expose the production of solid waste, from Araguaína of the Tocantins state. Through a survey carried out with the company Litucera Cleaning and Engineering, data were obtained on the amount of garbage that is produced in Araguaína and the landfill, we will show that the city has developed, without any planning, the closure of the Araguaína dump and its transfer. Reveal that for the construction of a landfill is necessary a study of the area so they do not cause so much impact to the environment, its implementation is obligatory to obey the laws, and that the legislation is for everyone. The choice of the area was essential that there was a large investment with technological devices to implement the enterprise. To create the mathematical models and to discover the life span of a landfill and its volume the methodology to be endowed was modeling where we will expose mathematical models which will be satisfactory for the problems involved, where it will be expressed through interaction, In this situation, the volume of each cell (place to receive the trash) will be viewed, the transformation of the area into meters and how many tons will be produced by 2050 by the population of Aragua.

Keywords: Solid waste, Araguaína, Landfill, Modeling, Environmental impact.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	9
2	REFERENCIAL TEÓRICO	12
2.1	O QUE É LIXÃO?	12
2.2	O QUE É UM ATERRO?	13
3	METODOLOGIA	15
3.1	LITUCERA LIMPEZA E ENGENHARIA LTDA	15
3.2	MODELAGEM MATEMÁTICA	16
4	ANÁLISE DE DADOS	20
4.1	ESCOLHA DO LOCAL DO ATERRO SANITÁRIO	20
4.2	CONSTRUÇÃO DO ATERRO	26
5.0	CONSIDERAÇÕES FINAIS	46
6.0	REFERENCIAS	46

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Lixão.....	12
Figura 2: dinâmica da modelagem matemática.....	17
Figura 3: Possíveis locais para aterro sanitários	23
Figura 4: Possíveis locais para aterro sanitários.....	23
Figura 5: Possíveis locais para aterro sanitários.....	24
Figura 6: Possíveis locais para aterro sanitários.....	25
Figura 7: Construção do aterro sanitários	27
Figura 8: Lagoa de tratamento.....	27
Figura 9: construção do aterro sanitário.....	28
Figura 10: Trincheira.....	29
Figura 11: Altura do Talude 1.....	30
Figura 12: Altura do Talude 2.....	31
Figura 13: Altura do Talude 3.....	33
Figura 14: Altura do Talude 4.....	34
Figura 15: Altura do Talude 5.....	36
Figura 16: Simulação do aterro sanitário.....	45

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Medidas.....	38
Quadro 2: População de Araguaína.....	41
Quadro 3: Produção de lixo da cidade de Araguaína.....	43

1 INTRODUÇÃO

A cidade de Araguaína iniciou-se com a chegada de João Batista da Silva com sua família, que vieram do estado do Piauí e estabeleceu a margem direita do rio Lontra, que passou a se chamar “Livra-nos Deus”. Com a chegada dessa família várias outras fixaram moradias no mesmo local, formando o povoado a qual denominaram Lontra. Com a criação do município de Filadélfia pela lei estadual nº 154 de 08 de outubro 1948 o povoado Lontra passou a ter o nome atual. Observamos que essa cidade foi criada sem nenhum planejamento estrutural, como estava em formação a população não tinha necessidade de ter um lixão e muito menos um aterro sanitário. Nesta época, o povo plantava para seu próprio consumo e usavam pouco alimentos industrializados com embalagens, garrafas pet e outros, com isso a quantidade de lixo era mínima (ARAGUAÍNA-TO, 2013).

Com a chegada do comércio, na cidade, e aumento da população surgiram diversos problemas sanitários relacionados ao lixo urbano, decorrente ao consumismo desenfreado e as facilidades de adquirir produtos no mercado. Conforme a cidade foi expandindo a quantidade de lixo aumentou, gerando a necessidade de ter um local para depositar os seus resíduos, mas o descarte, desse lixo, era inadequado, ocorriam, principalmente, em terrenos baldios e nos bairros mais periféricos. Com o aumento do consumo de produtos industrializados, a produção de lixo teve um aumento considerável. Os órgãos públicos começaram a esboçar preocupação com a quantidade de lixo que estava sendo descartada nas ruas, como solução para tal infortúnio foram criadas empresas para o recolhimento destes dejetos, além de serem reservadas áreas para abrigar essas toneladas de lixo “os famosos lixões” (MACHADO; OLIVEIRA, 2005).

Até 1998 a prefeitura de Araguaína determinava que os resíduos sólidos e entulhos fossem depositados em um espaço localizado na rodovia TO-222, que ligam a cidade de Araguaína e Babaçulândia no atual setor patrocínio e Ana Maria. “O local era carente apetrecho essencial para deposito dos resíduos e ocasionando problemas para aquela região como: Degradação do solo e das nascentes presentes” (MACHADO e OLIVEIRA, 2005, p. 45).

Com o crescimento da população de Araguaína, vários outros bairros foram surgindo aos redores do lixão, de tal forma, que algumas moradias estavam muito próximo dessa área, o mal cheiro era forte no espaço continha urubus, roedores, insetos ocasionando transtorno aos moradores da região. O mesmo, foi desativado e transferido todos os resíduos para uma área na rodovia 164, sentido Barra da Grota, cerca de 8km de Araguaína. Todos os lixos foram lançados a “céu aberto”, neste novo lugar desprovido de nenhum tratamento específico.

Em relação ao crescimento da produção de resíduos sólidos uma pesquisa nacional de saneamento básico realizada em 2008.

[...] revelou que o país coletou 183.488 toneladas por dia de resíduos sólidos domiciliares. Comparativamente à pesquisa efetivada no ano 2000, houve um acréscimo de 58.207 toneladas coletadas ao dia em todo o país. Esse fato merece atenção por parte da administração pública, sendo fundamental adotar estratégias adequadas para o gerenciamento e a destinação final destes resíduos, lembrando que a disposição inadequada pode resultar em impactos sociais, ambientais e econômicos negativos, com prejuízos para a população e o meio ambiente (IBGE, 2011, p. 55).

Os descartes do lixo feito de maneira inapropriado prejudicam a fauna e a flora causando grandes transtorno ao meio ambiente. O homem é o principal causador de tanto lixo no mundo, suas atitudes inadequadas geram problemas para seu cotidiano. O lixo lançado de qualquer jeito, pode provocar transtornos para população como: entupir bueiros, causar alagamento das ruas, maus odores e transmitir doenças. Enfim, ocasionando diversas situações que implica direta ou indiretamente no bem-estar da humanidade. Uma solução para isso é a criação de um aterro sanitário.

O aterro sanitário de Araguaína foi criado para amenizar o grande impacto ambientais que os lixões causam para cidade, bem como para cumprir a lei 12.305 criada em 2010 que institui a Política Nacional de Resíduos Sólidos (PNRS), essa diretriz foi implantada para diminuir os problemas que os lixões causavam ao meio ambiente. Determinando ferramentas de planejamento aos órgãos Estaduais e Municipais, sobre o destino final dos lixos que antes eram jogados a céu aberto, decreta que as empresas que prestarem serviços para prefeitura, no recolhimento dos resíduos elaboram seus planos de gerenciamento.

O presente trabalho tem por finalidade discutir os saberes matemáticos que estão envolvidos na constituição do aterro sanitário de Araguaína. Desse ponto de vista, formulamos a seguinte pergunta: **Quais os saberes matemáticos que estão envolvidos na constituição do aterro sanitário de resíduos sólidos da cidade de Araguaína?**

A partir de tal indagação buscamos, de forma geral, explicar tanto a constituição do aterro sanitário em Araguaína, quanto mostrar a matemática dessa constituição. De forma específica almejamos:

- Compreender historicamente a produção de lixo na cidade de Araguaína.
- Exibir a quantidade de lixo produzido anualmente em Araguaína.
- Descobrir o volume do aterro sanitário e converter para toneladas.
- Expor a quantidades de célula que o aterro suporta.
- Transformação de medidas.

- Descobrir quantidade total de toneladas.

No Capítulo 1 contamos uma breve história de Araguaína e seu desenvolvimento, e com aumento da poluição houve também o crescimento do lixo, mostrar os descartes de lixos não eram realizados adequadamente, esses lixos eram jogados em terrenos baldios, e no antigo lixão que eram situados no atual setor Patrocínio e Ana Maria. Expõe o motivo da transferência do antigo lixão para Barra da Grota. Nele é revelado o motivo da criação do aterro sanitário de Araguaína, que foi para cumprir com a lei 12.305. Por fim, apresenta-se a pergunta problemática do trabalho e seus objetivos.

O referencial teórico está no Capítulo 2, nele defino o que é lixão? Explico sobre o que é um aterro sanitário e investigo que para a sua constituição é necessário um lugar planejado.

A metodologia do Capítulo 3, esclarecer a aquisição dos documentos da construção do aterro sanitário da cidade de Araguaína da empresa Litucera. Apresento a Modelagem Matemática e com a uso na análise de dados com a construção de modelos matemáticos da constituição do aterro sanitário.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo, o referencial teórico, o tema apresentar os mais importantes conceitos, justificativas e características sobre aterro sanitário de resíduos sólidos, do ponto de vista dos preceitos da Modelagem Matemática, a qual exige em seus procedimentos uma interação da situação trabalhada.

2.1 O QUE É LIXÃO?

Lixão é uma área que é escolhida sem planejamento para armazenamento de resíduos sólidos onde são jogados a céu aberto sem nenhuma proteção ao meio ambiente, onde materiais hospitalares, domiciliares e industriais se misturam sem nenhum tratamento adequado. (LITUCERA EMPRESA DE ENGENHARIA LTDA, 2014).

Isso traz problemas para o meio ambiente e a população como, por exemplo: poluição dos solos e lençóis freáticos por chorume (líquido preto que escorre do lixo). Além de atrair: roedores, insetos, pássaros, mal cheiro e a proliferação de bactérias prejudiciais para o homem.

Figura 1: Lixão



Fonte: Almeida (2017).

Conforme a Lei Federal nº 12.305 / 2010, que institui a política Nacional de Resíduos sólidos (PNRS), é proibido o uso de lixões a céu aberto. Ela sugere, ainda, que a disposição final ambientalmente adequada de resíduos sólidos urbanos são os aterros sanitários, pois os

mesmos tendem a causar o menor impacto ambiental. Foi instituído um prazo, até 2016 para todos os municípios e capitais do Brasil qualificar as normas presentidas na construção de aterros sanitários. Apesar da existência dessa lei, não são todas as cidades do Tocantins que cumprem esse regulamento.

Dos 139 municípios que compõe o Estado, apenas 29 possuem licença para aterro sanitário, o restante não possui licenciamento pelo órgão ambiental estadual, Naturatins, para a criação de aterros sanitários. Dentre os municípios do Tocantins que possuem a licença, Araguaína foi uma das cidades que cumpriu com a lei nº 12.305 / 2010. Obedecendo tal normativa, foi construído o primeiro aterro sanitários da cidade, desativando os antigos lixões que tinha grandes impactos a natureza e para o homem. Semanalmente, nos bairros são feitas as coletas de lixos, os quais são levados para o aterro onde são compactados e enterrados.

2.2 O QUE É UM ATERRO?

Um aterro é um local licenciado por órgãos ambientais no qual há um planejamento para recebimento desses resíduos onde os mesmos são compactados e cobertos por terra, objetivando reduzir os impactos ao meio ambiente. (LITUCERA EMPRESA DE ENGENHARIA LTDA, 2014).

No aterro sanitário, os resíduos sólidos são depositados sobre o terreno isolado(Valas), sendo posteriormente recoberto por camadas de solo do próprio local, para que fique isolado do ambiente. O espaço destinado à disposição dos resíduos (célula do aterro) deve ser perfeitamente impermeabilizado, com sistema de captação e tratamento dos gases e chorume produzidos. (ARAGUAÍNA-TO, 2013, p.14).

Em todos aterros sanitários são necessários que haja drenagem dos chorumes, liquido produzido a partir do lixo, que contém grande quantidade de metais pesados como o Pb (chumbo), que causa a contaminação dos lençóis freáticos (Reservatório de água subterrâneo) isso impede que todos os contaminantes cheguem ao subsolo ocasionando a contaminação da água e do solo.

A importância para preservação dos lençóis freático é que elas compõem a menor parcela de água doce do planeta. No entanto o nível de poluição é preocupante, mesmo estando protegida no subterrâneo, boa parte do recurso hídrico estão poluídas por resíduos que não foram descartados de forma correta. Levando a eutrofização das nascentes. (Morte das nascentes) (SANTOS et al., 2007).

Com aterros sanitários os lixos não ficaram exposto a céu aberto, eles são depositados nos locais próprios para os seus descartes, depois comprimido por máquinas que diminuem seu volume como o trator, em seguida é empurrado, espalhado e amassado sobre o solo, o que se chama de compactação. Depois de compactado, é coberto por uma camada de areia, diminuindo o mau cheiro, evitando incêndios e impedindo a proliferação de insetos e roedores, que podem transmitir doenças.

3 METODOLOGIA

O Nosso caminho inicia-se com o envio de um ofício para a empresa Litucera, o qual pedia que disponibilizassem algumas informações relacionados à coleta de lixo e do Aterro Sanitário da cidade de Araguaína. Em resposta a empresa nos forneceu poucas informações relevantes, mas nos forneceu o contato com o engenheiro da empresa que disponibilizou todos documentos necessários para constituição desse trabalho.

Selecionamos, desses documentos, as informações referentes a criação do Aterro Sanitário, buscando dados para a discussão matemática. Informações como: a escolha do local, a forma geométrica do Aterro Sanitário e previsão de suporte do Aterro. Desse ponto de vista os levantamentos de dados foram realizados pela pesquisa documental e pelo contato direto com os representantes da empresa Litucera. O pesquisador Gil (2002) esclarece que

[...] na pesquisa documental, as fontes são muito mais diversificadas e dispersas. Há, de um lado, os documentos "de primeira mão", que não receberam nenhum tratamento analítico. Nesta categoria estão os documentos conservados em arquivos de órgãos públicos e instituições privadas, tais como associações científicas, igrejas, sindicatos, partidos políticos etc. Incluem-se aqui inúmeros outros documentos como cartas pessoais, diários, fotografias, gravações, memorandos, regulamentos, ofícios, boletins etc. (GIL, 2002. p. 46).

O documento adquirido é de fonte primária, pois, as informações não foram analisadas por um pesquisador. Os dados foram produzidos sob uma abordagem qualitativa, definida como aquela que privilegia a análise dos processos, através de estudos das ações sociais individuais e grupais, realizando um diagnóstico intensivo dos dados, e caracterizada pela contestação no momento da análise dos dados obtidos (CERVO, BERVIAN, 2002).

A partir dessa abordagem e desse tipo de pesquisa passamos à produzir e tratar os dados sob enfoque da Modelagem Matemática. Assim, de forma sucinta passamos a descrever a Litucera Limpeza e Engenharia Ltda e depois sobre nossa compreensão da modelagem.

3.1 LITUCERA LIMPEZA E ENGENHARIA LTDA

A empresa Litucera foi criada 1970 em Vinhedo em São Paulo, no total, possuem 5.500 funcionários capacitados e treinados, ela está presente em três estados: Mato Grosso do Sul, Piauí, Tocantins. Em Araguaína a filial foi inaugurada em 2016 na rua J n°540 chácara 101 I-A, no bairro Jardim Mônaco, atende entidades públicas e privadas. Com o Certificado ISO 9001

e 14001 com o compromisso de preservar o meio ambiente e a saúde pública (LITUCERA EMPRESA DE ENGENHARIA LTDA, 2014).

Portanto, o objeto desta pesquisa é o Aterro Sanitário criado pela empresa Litucera Limpeza e Engenharia Ltda, ela foi contratada pela prefeitura Municipal de Araguaína para criação do mesmo, também ficou responsável para recolhimento dos lixos da cidade. Depois da contratação foi solicitada a uma empresa de imobiliária a busca de terrenos para a comprar do espaço para construção do empreendimento. Nas propriedades de interesse foram verificados os documentos se tinham problemas que impedisse a concretização da obra. Para Implantação do aterro foi preciso cumprir com a legislações 2010 de política de resíduos sólidos, foi estipulado um prazo para entrega do aterro até em 2016, assim cumprindo com todas expectativa foi entregue o primeiro aterro do norte do Tocantins cumprindo com leis ambientais e com uma grande infraestrutura.

3.2 MODELAGEM MATEMÁTICA

O grande incentivo da matemática ao longo da história surgiu com a curiosidade do homem investigar, entender e tentar explicar as realidades em sua volta, de fato não temos a data exata de quando a humanidade passou a usá-la. Mas ela surgiu com a necessidade do homem entender os fenômenos e resolve-las.

[...] o homem sempre recorreu aos modelos, tanto para comunicar-se com seus semelhantes como para preparar uma ação. Nesse sentido, a modelagem, arte de modelar, é um processo que emerge da própria razão e participa da nossa vida como forma de constituição e de expressão do conhecimento. (BIENBENGUT; HEIN, 2007, p. 12)

Um exemplo é que sabemos que há muitos anos atrás não existia relógio para saber o tempo, o homem olhava para posição do sol e através de sua sombra ele podia saber as horas. Para termos a tecnologia que temos hoje como o relógio foi preciso que alguém observasse determinado fenômeno o “sol” e transformar aquilo que era abstrato como “tempo” passa-lo para o mundo real através do relógio. Hoje podemos saber as horas, minutos e segundos sem precisar olhar para o sol, neste caso aconteceu a modelagem, houve-se um modelo no qual foi explorado um determinado problema e buscando compreendê-lo e levá-lo para realidade.

Percebemos que a modelagem está foi produzida pelos homens a muitos anos, só que ela não tinha nome, não era conhecida como modelagem, mas **o que é modelagem?** Segundo Bassanezi (2006, p. 23) a “Modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas

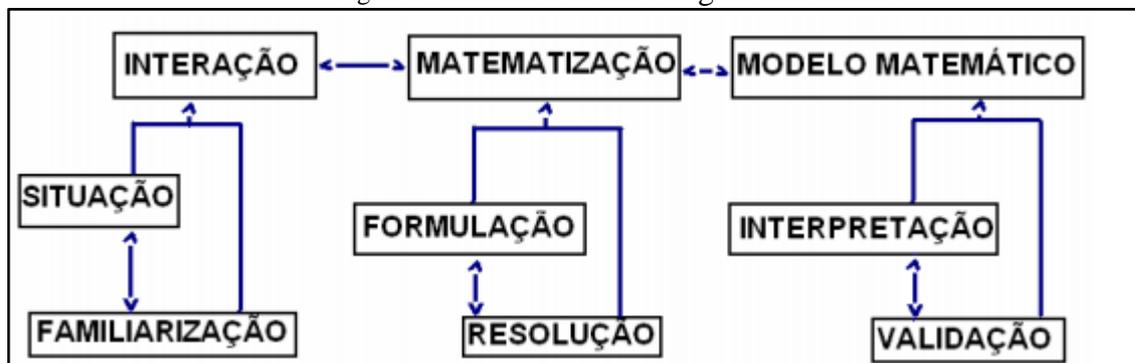
da realidade em problemas matemático e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem no mundo real”.

Para Bienbengut e Hein (2007) podemos compreendê-la, também, como a arte de explorar o imaginário, usar ferramentas simples e transformá-la em algo atraente para quem estuda e para aqueles que aprendem matemática. Ela veio com intuito de trazer estratégias que facilitam a compreensão de cálculos, representado a vida real através dos números, em algo corriqueiro, deixando assim a matemática mais flexível, interessante, prazerosa para quem aprende. A modelagem, embora seja nova, está sendo aplicada em várias áreas como: na matemática, física, biologia. Ela trabalha com aplicação matemática para compreensão de alguns problemas do cotidiano, convertendo a realidade em modelos matemáticos.

No Brasil, há diversos autores trabalhando com a Modelagem Matemática seja como método de pesquisa ou como estratégia de ensino. Nessa perspectiva dois autores se destacam: Maria Salett Bunbingunt e Rodney Carlos Bassanezi. Eles apresentam a visão de que pesquisa é um princípio educativo, por isso ela ser ao mesmo tempo método para pesquisa e para ensino.

Neste trabalho irei usar a Modelagem Matemática no contexto de método científico de pesquisa, utilizamo-la para entender matematicamente o surgimento do Aterro Sanitário na cidade de Araguaína. Iremos entender essas questões, por meio de modelos matemáticos, que são construídos por meio da: interação, situação problema e matematização do objetos a serem modelados. Na ciência, noção de modelo é fundamental. Em especial a matemática, com sua arquitetura, permite a elaboração de modelos matemáticos, possibilitando uma melhor compreensão, simulação e previsão do fenômeno estudado. Esse caminho é proposto por Biembengut e Hein (2007), Figura 2.

Figura 2: dinâmica da modelagem matemática



Fonte: Biembengut e Hein (2007)

Conforme Biembengut e Hein (2007), a maneira de desenvolver a modelagem matemática ela se dividir em três etapas subdivididas em sub-etapas:

1° - A interação:

a) Reconhecimento situação- problema

b) Familiarização com o assunto a ser modelado. (BIENBENGUT; HEIN, 2007).

Neste primeiro momento feita uma análise do objeto a ser estudado, para deixa-lo mais compreensivo será necessário pesquisa sobre o tema adotado através de revista, internet, livros, entrevista, Profissionais da área.

2° - Matematização:

a) Formulação do problema – hipótese;

b) Resolução de problema em termos do modelo. (BIENBENGUT; HEIN, 2007)

Essa é fase mais desafiadora pois é nela que haverá tradução da situação problema para expressão matemática. E achando a solução onde se dará o esclarecimento criação do problema. Para sua constituição dessa obra é necessário criatividade e experiências.

Para tornar verdadeiro o modelo é essencial que haja:

- Classificar as informações relevantes e não relevantes, identificando fatos envolvidos
- Decidir os fatores a serem perseguidos levantando hipóteses
- Selecionar variáveis relevantes e constantes envolvidas
- Selecionar símbolos apropriados para essas variáveis e
- Descrever essas relações em termos matemáticos. (BIENBENGUT; HEIN, 2007)

Para construção do modelo é necessários uma análise da situação problema a onde serão feitas várias deduções. Isso exige conhecimento matemático, usando programas computacionais, fórmulas algébricas e gráficos para resolução dos cálculos obtendo obtém resultados aproximados da situação problema.

3° - Modelo matemático:

a) interpretação da solução e

b) validação do modelo-avaliação (BIENBENGUT; HEIN, 2007).

Para concluir o modelo é necessário averiguar em que situação problema ele se aproxima, a interpretação do modelo deve ser investigada e as suas consequências e solução derivada para aquilo que está sendo pesquisado. É necessário que haja averiguação no modelo em que aspecto ele corresponde a situação questionada. Caso o modelo não atenda são necessários retornar à segunda etapa.

A partir do documento adquirido da Litucera e fazendo uso da Modelagem Matemática estabelecemos as seguintes etapas para analisar os dados: Situação inicial (problemática); Inteiração; Definição do problema; Matematização (construção do modelo matemático) que se subdivide em hipóteses, definição de variáveis e dedução do modelo matemático; Interpretação e Validação; por fim, estabelecemos a Situação Final.

4 ANALÍSE DE DADOS

Analizamos nessa parte como se deu a escolha do terreno, as configurações geométricas e o suporte do Aterro Sanitário. Para implantação do aterro foi disponível uma área de 55, 5017 (cinquenta e cinco hectares e cinquenta ares e dezessete cintíares) sua localidade fica na BR 153 ele receberá por dia cerca de 150 toneladas de resíduos sólidos e domiciliares. Para a construção do aterro foi considerado que a população de Araguaína produz por habitante 0,7 kg de lixo por dia, também foi avaliado a taxa crescimento da população a qual afetará em massa a quantidade de lixo domiciliares e públicos pública (LITUCERA LIMPEZA DE ENGENHARIA LTDA, 2014).

4.1 ESCOLHA DO LOCAL DO ATERRO SANITÁRIO

Situação inicial (problemática): Escolha do Aterro Sanitário

Inteiração: De acordo com Ministério Público Estadual (MPE-TO), Araguaína não possuía um sistema apropriado para destinação final dos resíduos sólidos (lixo urbano), o poder público tinha que cumprir normas e a legislação que institui a todo espaço poderia ser utilizado, pois não havia floresta e nem nascente no local para eliminação dos lixões e construção de aterros.

A prefeitura municipal de Araguaína contratou serviço da empresa Litucera de São Paulo, para a criação de um Aterro Sanitário. Para a implantação do mesmo, houve um estudo econômico, social e tecnológico objetivando a localização de uma área “ideal” de tal modo que não ocorressem danos ao meio ambiente durante sua implantação, assim foram estudadas locais para construção do aterro esses espaços tinham que conter mais de 50 hectares de terra e ficassem uma distância considerável do centro urbano e que fossem as margens da BR 153, pois facilitaria o transporte dos resíduos. Para construção do referido estabelecimento foi preciso cumprir com algumas das legislações.

Art. 1º 12.305 Esta Lei institui a Política Nacional de Resíduos Sólidos, dispondo sobre seus princípios, objetivos e instrumentos, bem como sobre as diretrizes relativas à gestão integrada e ao gerenciamento de resíduos sólidos, incluídos os perigosos, às responsabilidades dos geradores e do poder público e aos instrumentos econômicos aplicáveis.

§ 1º Estão sujeitas à observância desta Lei as pessoas físicas ou jurídicas, de direito público ou privado, responsáveis, direta ou indiretamente, pela geração de

resíduos sólidos e as que desenvolvam ações relacionadas à gestão integrada ou ao gerenciamento de resíduos sólidos.

2º Esta Lei não se aplica aos rejeitos radioativos, que são regulados por legislação específica.

Art. 2º Aplicam-se aos resíduos sólidos, além do disposto nesta [Lei, nas Leis nºs 11.445, de 5 de janeiro de 2007, 9.974, de 6 de junho de 2000, e 9.966, de 28 de abril de 2000](#), as normas estabelecidas pelos órgãos do Sistema Nacional do Meio Ambiente (Sisnama), do Sistema Nacional de Vigilância Sanitária (SNVS), do Sistema Unificado de Atenção à Sanidade Agropecuária (Suasa) e do Sistema Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial (Sinmetro).

Art. 3º Para os efeitos desta Lei, entende-se por:

I - acordo setorial: ato de natureza contratual firmado entre o poder público e fabricantes, importadores, distribuidores ou comerciantes, tendo em vista a implantação da responsabilidade compartilhada pelo ciclo de vida do produto;

II - área contaminada: local onde há contaminação causada pela disposição, regular ou irregular, de quaisquer substâncias ou resíduos;

III - área órfã contaminada: área contaminada cujos responsáveis pela disposição não sejam identificáveis ou individualizáveis;

IV - ciclo de vida do produto: série de etapas que envolvem o desenvolvimento do produto, a obtenção de matérias-primas e insumos, o processo produtivo, o consumo e a disposição final;

V - coleta seletiva: coleta de resíduos sólidos previamente segregados conforme sua constituição ou composição; (BRASIL, 2010, p. 1)

A Lei 12.305, que institui normas legais para a Política Nacional de Resíduo Sólidos, foi elaborada no dia 2 de outubro de 2016 com intuito de planejar a disposição final dos resíduos do país, reivindicar dos órgãos públicos, privados e pessoas físicas mais responsabilidade no gerenciamento dos resíduos.

Esta legislação surgiu visando a proteção ambiental e a preocupação dos descartes inadequado de lixo contaminantes que geram doenças e contaminar solo, e assim sendo competência da prefeitura municipal dispor de carros regulamente para recolhimento dos resíduos domiciliares, hospitalares, industriais providenciando aterro sanitário para o acolhimento desses lixos, cumprindo com o decreto 12.305, caso não cumpra com lei estará a sujeito as multas, punições com penas reclusão a detenção pois será crime ambiental.

Pessoas acreditam que somente as grandes indústrias e poder público tem obrigação de obedecer às leis, devem ressaltar para sociedade que o cumprimento das diretrizes são validas para todos sejam físicas ou jurídicas. Antigamente consumidores e geradores de resíduos domiciliares tinha obrigação só colocar os seus lixos para fora de casa, o destino final era competência da prefeitura. Hoje, com normas os resíduos, devem ser separados e armazenados adequadamente sacos plásticos para coleta seletiva, essa regra é para toda população brasileira. Para pessoas físicas essa multa variar de R\$ 50.00 a R\$ 500 reais, para jurídicos é de R\$500 a R\$ 2 milhões caso não cumpra com normas. Valem destacar que o armazenamento de rejeitos

radioativos não é implicado pelas leis ambientais e nem a do aterro sanitário. O objetivo da lei 12.305 é a proteção do meio ambiente.

No dia 12 de fevereiro de 1998 foi promulgada a decreto Nº 9.605 que determina as sanções penais e administrativas derivadas de condutas e atividades lesivas ao meio ambiente (BRASIL,1998). Ela conhecida como lei de crimes ambientais ou código da natureza, para quem violar o meio ambientes essas leis passaram a ser instrumentos de punições, elas especificam seis tipos divergentes de infração como: crime a flora e fauna, poluição, contra a ordem urbana, patrimônio cultural, delito contra a administração ambiental e infrações administrativas. Portanto, a norma não é só válida para jurídico, ela engloba pessoas físicas com o grau da mesma responsabilidade.

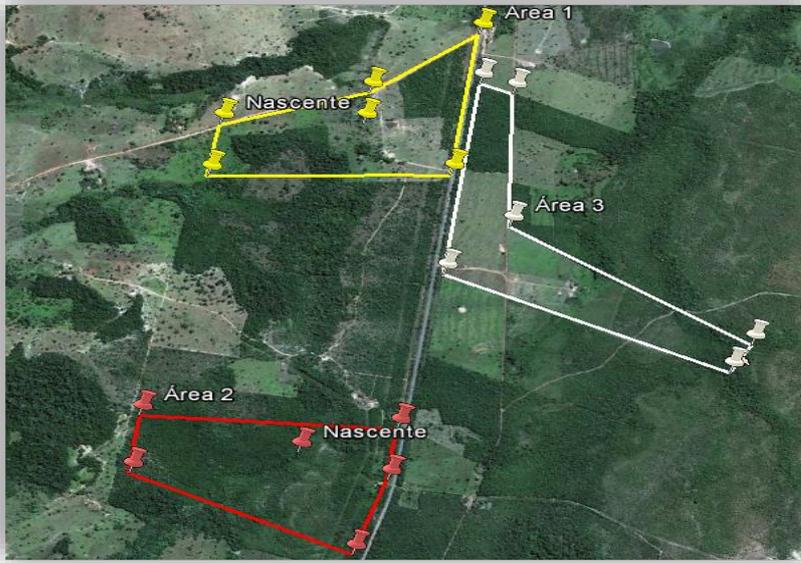
A Lei nº 9.985 de 18/06/2000 que ordena o Sistema Nacional de Unidade Conservação (SNUC). Determinadas leis que compreende as regras para autorização ambiental do negócio (BRASIL, 2000). Essa legislação visa a proteção ao meio ambiente recuperação de áreas desmatadas impões ao poder público conservação e limites para áreas conservadas, e assim protegendo a flora e fauna. Está lei propõe a proteção a biodiversidade e dos recursos naturais.

Definição do problema: Qual é local mais adequado, no município de Araguaína, para se construir um aterro sanitário?

Matematização: hipóteses, definição de variáveis e dedução do modelo matemático; Interpretação e Validação

Depois de avaliadas as leis, a empresa encarregada de construir o Aterro Sanitários visitou alguns lugares para compra do terreno, foram selecionadas três áreas para maior estudo. Como mostraremos nas figuras, esses espaços foram analisados com bastante critérios.

Figura 3: Possíveis Locais para a construção do Aterro Sanitário de Araguaína

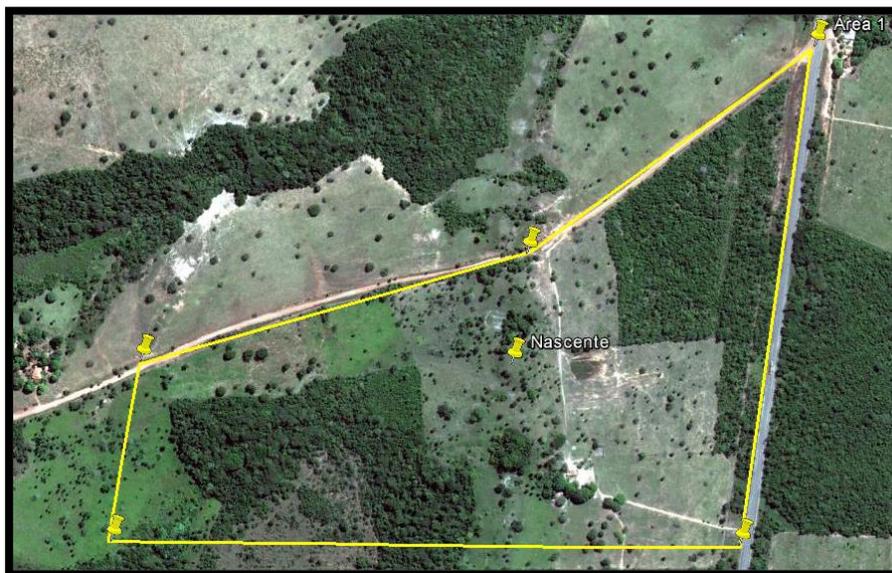


Fonte: Litucera Limpeza Engenharia Ltda (2014)

Área 01- Descartada

A área nº 1 está localizada a margem esquerda da BR 153, sentido Palmas, longe do centro urbano com 55,25 hectares de tamanho, a 24,1 Km de Araguaína, com coordenada UTM localizada a 791335 - E / 9179830 – S, com 52,6 % para uso alternativo. A área nº 1 não foi escolhida, pois continha uma nascente inclusa este curso d'água era um ponto negativo para seleção do aterro, além de ficar muito próximo a uma reserva florestal, deixando assim evidente que este é um local determinado preservação do meio ambiente.

Figura 4: Possíveis Locais para a construção do Aterro Sanitário de Araguaína

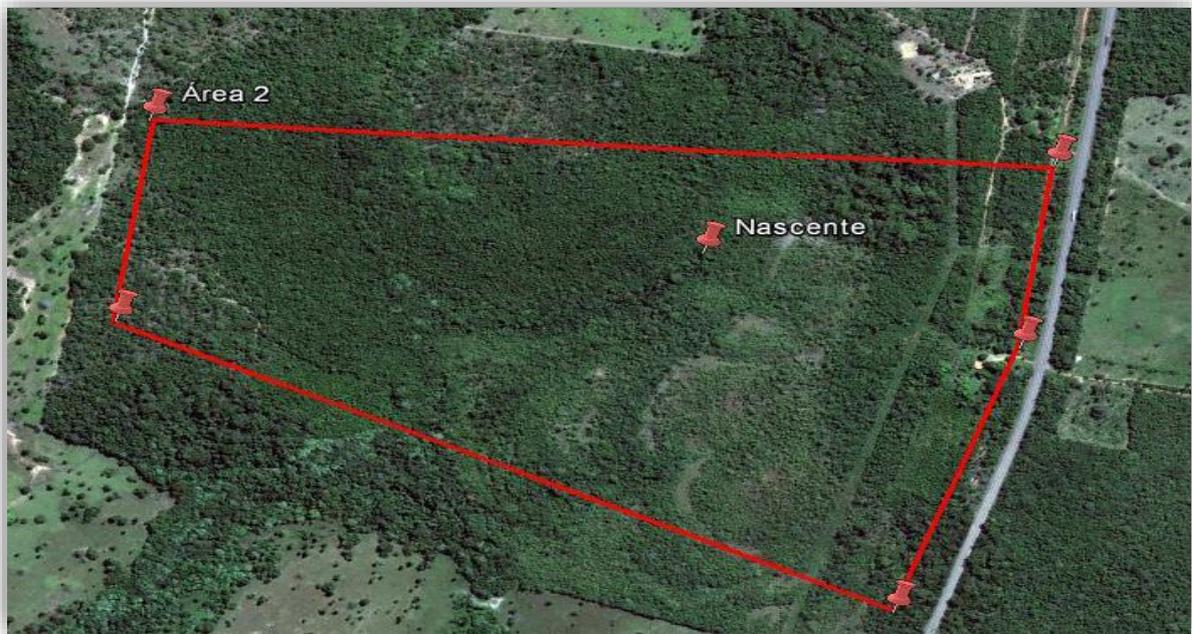


Fonte: Litucera Limpeza Engenharia Ltda (2014)

Área 2- Descartada.

A área nº 2 está localizada a margem esquerda da BR 153, sentido Palmas, longe do centro urbano com 58 hectares de tamanho, a 26 km de Araguaína, com coordenada UTM localizada a 791086 - E / 9178030 – S. A área nº 2 possui uma nascente e também dois corpos d'água que se cruzam no meio da propriedade, grande parte da sua vegetação é mata virgem, o local era uma reserva legal, reduzindo o espaço necessário para abrigar esses resíduos afetando a vida útil do aterro. Portanto chegaram à conclusão que a área não serviria para implantação do a terro sanitário.

Figura 5: Possíveis Locais para a construção do Aterro Sanitário de Araguaína

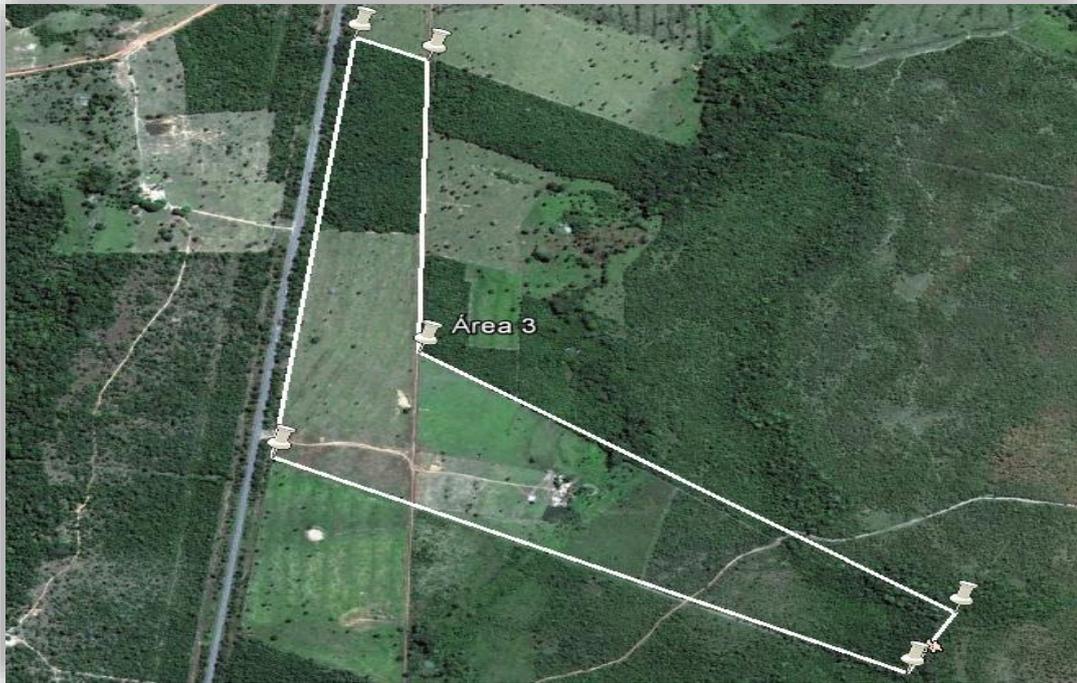


Fonte: Litucera Limpeza Engenharia Ltda. (2014)

Situação Final: Área 3- Escolhida

A área nº 3 está localizada a margem direita da BR 153, sentido Palmas, longe do centro urbano com 55.50.17 hectares de território, a 24,7 km de Araguaína, com coordenada com coordenada UTM localizada a 791314 - E / 9179245 – S.

Figura 6: Possíveis Locais para a construção do Aterro Sanitário de Araguaína



Fonte: Litucera Limpeza Engenharia Ltda. (2014)

O espaço três era um lugar desmatado, pois seus antigos donos praticavam a pecuária, não havia nascentes no local, todo espaço poderia ser utilizado pois não eram reserva legal, com isso não comprometeria a vida útil do aterro. Mostrava ser o local ideal para implantação do mesmo. Em 2016 foi construído em Araguaína a primeira obra, com grandes investimentos para amenizar os impactos negativos do lixo urbano, um Aterro Sanitário.

O lugar cumpria com as necessidades exigida pela proteção ambiental e a política Nacional de Resíduos sólidos (PNRS), o ambiente era bastante favorável para as coletas de lixo, por ter uma ótima localização, perto da rodovia 153 dando fácil acesso para transporte das coletas, a área é ideal acolhimento dos resíduos urbano, o tamanho do local era satisfatório para um prazo previsto até 2052. A criação de um Aterro Sanitário em Araguaína veio dar suporte a necessidade básica de infraestrutura do município. Considerando o crescimento populacional, o tempo de vida desse lugar será bastante proveitoso para o armazenamento desses resíduos o qual terá uma duração em média de 39 anos (LITUCERA, 2014).

A área selecionada estava dentro dos critérios a proximidade com perímetro urbano é de 24,7 km, as condições de vias ao acesso ao aterro era toda asfaltada sem rampa forte, a direção dos ventos não afeta o núcleo urbano, as condições geotécnicas do solo profundos,

areno-argilosos com boa capacidade suporte e baixa e média permeabilidade, a topografia é ondulada com baixa declividade, a disponibilidade de solo para cobertura é do próprio local e o antigo uso do local eram pastagem e pecuária o terreno era ideal para implantação de um aterro.

4.2 CONSTRUÇÃO DO ATERRO

Situação inicial (problemática): A construção de uma célula (lugar para abrigar o lixo) do aterro sanitário

Interação: Para implantação do aterro foi disponível uma área de 55, 5017 (cinquenta e cinco hectares e cinquenta ares e dezessete centíare), localizado na BR 153 que receberá por dia cerca de 150 toneladas de resíduos sólidos domiciliares. Primeiramente é feita uma perfuração até o lençol freático e verifica –se ele não é exageradamente arenoso (solo com bastante areia), caso seja, não servirá para construção da obra. O local onde será construído o aterro sanitários de Araguaína possuem bom aspecto argiloso e boa plasticidade com solos finos entre largos limites de umidade de se submeter a grandes modificações, sem sofrer ruptura, fissuramento ou variação de volume apreciável.

O solo no local apresenta-se firme e coeso não havendo problemas quanto às edificações do projeto, como também para a implantação das células destinadas a deposição dos resíduos sólidos. Para grandes construções, quando houver, o responsável deve obrigatoriamente executar trabalhos geotécnicos específicos para as fundações (LITUCERA EMPRESA DE ENGENHARIA LTA, 2014, 54)

Em seguida é escavado um barranco onde essas valas se iniciam com 2 metros, a qual é colocada uma manta de polietileno (plástico que serve para impermeabilizar) de alta resistência, chamada de “membrana” esse plástico é forrado no chão impedindo que o chorume penetre nos lençóis freático, em seguida é espalhado brita por onde os líquidos percolados (lixo misturado com água, conhecido chorume) passam e por onde os gases formados por lixo são emitidos. Esse plástico impedira com que esses líquidos contaminados escorram para os solos e as águas dos rios.

Figura 7: Construção do Aterro Sanitário



Fonte: Litucera Limpeza Engenharia Ltda. (2014)

São colocados taludes para melhor inclinação para escorrer os líquido do chorume misturado com água de chuva. É instalado calhas de concreto que levará esses fluidos para 6 lagoas de tratamento construída pela empresa responsável para que esses líquidos não poluem o meio ambiente. O tratamento dessas lagoas é feito naturalmente através do sol e das bactérias que sobrevive com ou sem oxigênio e das algas que produz a fotossíntese, essas lagoas contêm 5 metros de profundidade, depois de uma semana em procedimento a água está limpa e é lançado no solo, Figura 8.

Figura 8: Lagoa de Tratamento



Fonte: Litucera Limpeza Engenharia Ltda. (2014)

Os lixos são despejados na célula em seguida são comprimidos e jogado terra por cima dos resíduos e depois compactado a cada 5 metros são feitos o processo de impermeabilização e compactação e por final será plantada gramas com isso facilitará o transporte dos veículos até

Figura 9: Construção do Aterro Sanitário



Fonte: Litucera Limpeza Engenharia Ltda. (2014)

a célula. O formato das células do Aterro Sanitários de Araguaína ela tem um tronco de uma pirâmide e com configuração geométrica com base trapézio.

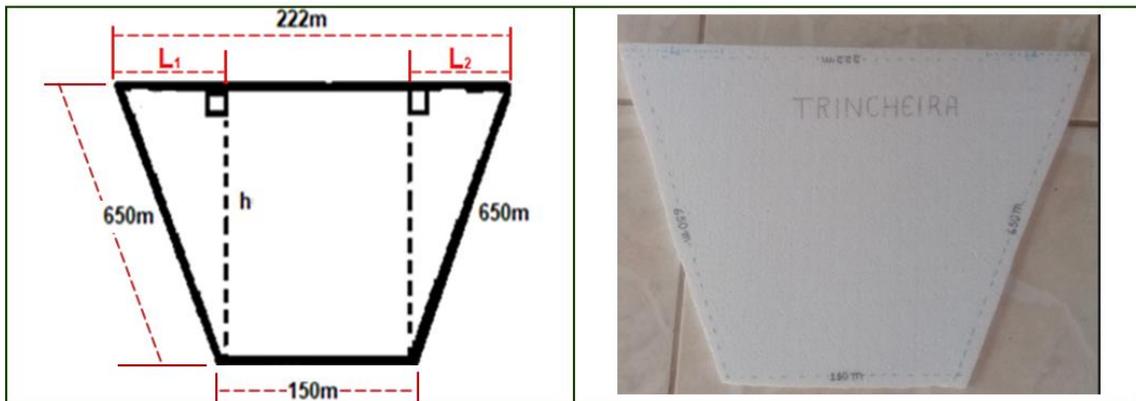
O Aterro Sanitário é composto por células de lixo que servirá para acolher toneladas de resíduos de Araguaína chegará uma altura de 25m depois de compactado todos os resíduos provavelmente ele diminuirá. Será calculado as alturas do trapézio o volume das células no qual descobriremos quantas toneladas caberá em cada célula. Sendo que o aspecto geométrico delas são tronco de pirâmide.

Definição do problema: Qual o volume de resíduo sólido doméstico (lixo) que o uma célula de um Aterro Sanitário suporta?

Matematização: hipóteses, definição de variáveis e dedução do modelo matemático;

Para construção da célula, inicialmente serão escavados 2 metros de profundidade (abaixo do solo), a trincheira possui 150 metros de largura na parte inferior do terreno, 222 metros na parte superior e 650 metros de lateral. Assim, essa trincheira terá o seguinte volume:

Figura 10: Trincheira



Fonte: próprio autor

Na Figura 10 temos dois triângulos retângulos, sabemos que eles têm a mesma altura (h), mesma hipotenusa ($c = 650$ m), logo L_1 e L_2 são iguais, pois os triângulos são congruentes pelo caso LAL (Lado, Ângulo, Lado), assim basta fazer a subtração entre a largura superior e largura inferior, e dividir o resultado por dois, teremos L_1 e L_2 .

$$L_1 = L_2 = \frac{222 - 150}{2} = \frac{72}{2} = 36 \text{ m}$$

Assim para achar a altura (h) do trapézio, no triângulo retângulo aplicamos o teorema de Pitágoras:

$$a^2 + b^2 = c^2 \Rightarrow 36^2 + h^2 = 650^2 \Rightarrow 1296 + h^2 = 422500 \Rightarrow h^2 = 422500 - 1296 \Rightarrow h^2 = 421204 \Rightarrow$$

$$h = \sqrt{421204} \Rightarrow h = 649 \text{ m}$$

Passemos, então, para calcular a área do trapézio:

$$A_t = \frac{(B+b)h}{2} \Rightarrow A_t = \frac{(222+150)649}{2} \Rightarrow A_t = 120714 \text{ m}^2$$

Para calcular o volume a área da base pela altura da trincheira, que é de 2m. Logo,

$$V(h) = A_t \cdot h \Rightarrow V(h) = 120714 \cdot 2 = 241428 \text{ m}^3$$

Vamos calcular a massa de lixo que a trincheira suporta, em toneladas. Para tal, sabemos que segundo a Litucera (2014, p. 50) o grau de compactação do aterro é: “O peso específico considerado foi de 700 kg/m^3 , conforme consta em bibliografia especializada para os resíduos sólidos urbanos e de 350 kg/m^3 para os resíduos sólidos de serviço de saúde”. Nos cálculos consideramos só a compactação dos resíduos sólidos urbanos, para facilitar a leitura já convertamos 700 kg/m^3 para toneladas basta dividir 700 por mil, ou seja, $0,7 \text{ t/m}^3$, uma vez que

mil quilogramas equivalem a uma tonelada. Isso refere-se à densidade do material compactado, sabe-se que:

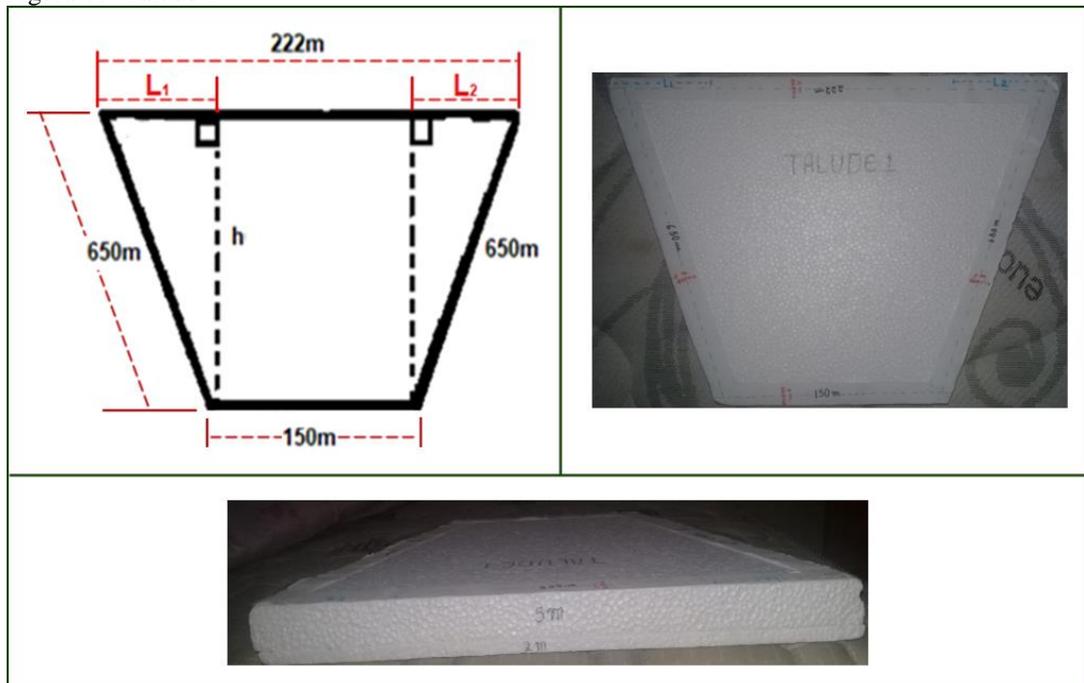
$$d = \frac{m_{\text{trincheira}}}{V}$$

Onde, d é a densidade, $m_{\text{trincheira}}$ é a massa e V é o volume. Almejamos encontrar a massa ($m_{\text{trincheira}}$), logo:

$$m_{\text{trincheira}} = d \cdot V \Rightarrow m_{\text{trincheira}} = 0,7 \frac{\text{t}}{\text{m}^3} \cdot 241428 \text{m}^3 \Rightarrow m_{\text{trincheira}} = 168999,6 \text{ t}$$

Sobre a trincheira vem o talude 1 que dá sustentação ao solo, o talude 1 tem a mesma medida da trincheira o que mudará é que no talude 1 possui 5 metros de profundidade.

Figura 11: Talude 1



Fonte: próprio autor

Como encontramos a área total da trincheira e o talude 1 possuem as mesmas medidas, para encontrar o volume do talude 1, basta multiplicar a área total da trincheira que é 120.714 pelo 5m da altura do talude, logo:

$$V(h) = A_t \cdot h \Rightarrow V(h) = 120714 \cdot 5 \Rightarrow V(h) = 603570 \text{m}^3$$

Encontrando a massa de lixo que o talude 1 aguenta, temos:

$$d = \frac{m_{\text{talude1}}}{V}$$

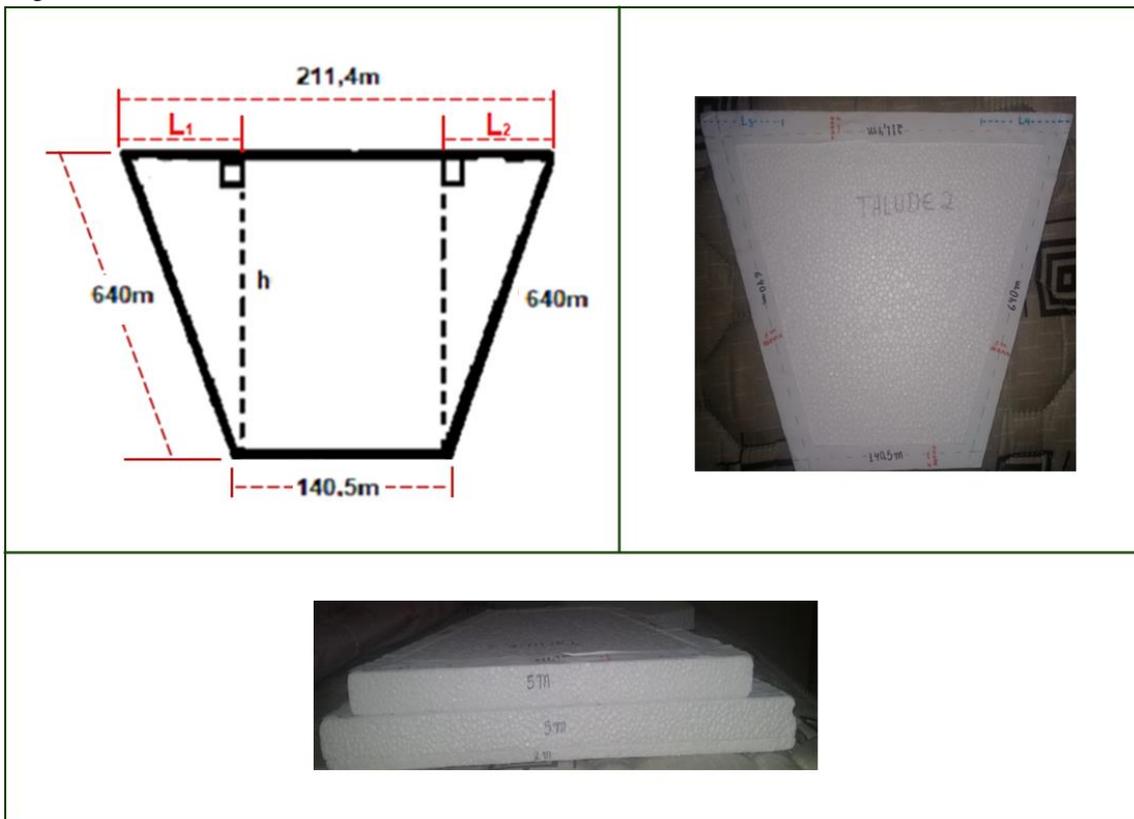
Onde, d é a densidade, $m_{talude1}$ é a massa que talude 1 suporta e V é o volume.

Assim a massa ($m_{talude2}$) é:

$$m_{talude1} = d \cdot V \Rightarrow m_{talude1} = 0,7 \frac{t}{m^3} \cdot 603570 m^3 \Rightarrow m_{talude1} = 422499 t$$

Em cima do talude 1 vem o talude 2, com 211,4m na parte superior e na inferior com 140,5m, tem, ainda, um comprimento lateral de 640m, figura 12.

Figura 12: Altura do Talude 2



Fonte: próprio autor

Na Figura 12 temos dois triângulos retângulos, sabemos que eles têm a mesma altura (h), mesma hipotenusa ($c = 640$ m), logo L_1 e L_2 são iguais, pois os triângulos são congruentes pelo caso LAL (Lado, Ângulo, Lado), assim fazendo a subtração entre a largura superior e largura inferior, e dividir o resultado por dois, teremos L_1 e L_2 .

$$L_1 = L_2 = \frac{211,4 - 140,5}{2} = \frac{70,9}{2} = 35,45 \text{ m}$$

Assim para achar a altura (h) do trapézio, no triângulo retângulo aplicamos o teorema de Pitágoras:

$$a^2 + b^2 = c^2 \Rightarrow 35,45^2 + h^2 = 640^2 \Rightarrow 1256,7025 + h^2 = 409600 \Rightarrow h^2 = 409600 - 1256,7025 \Rightarrow$$

$$h = \sqrt{408343,2975} \Rightarrow h = 639,017\text{m}$$

Agora vamos calcular a área do trapézio:

$$A_t = \frac{(B+b)h}{2} \Rightarrow A_t = \frac{(211,4+140,5)639,017}{2} \Rightarrow A_t = \frac{224870,0823}{2} \Rightarrow A_t \cong 112435,04\text{m}^2$$

Para calcular o volume a área da base pela altura da trincheira, que é de 5m. Logo,

$$V(h) = A_t \cdot h \Rightarrow V(h) = 112435,04 \cdot 5 \cong 562175,2 \text{ m}^3$$

Vamos calcular a massa de lixo que o talude 2 suporta, em toneladas. Sabemos que, segundo a Litucera (2014), o grau de compactação do aterro é de 0,7 t/m³, isso refere-se à densidade do material compactado, que:

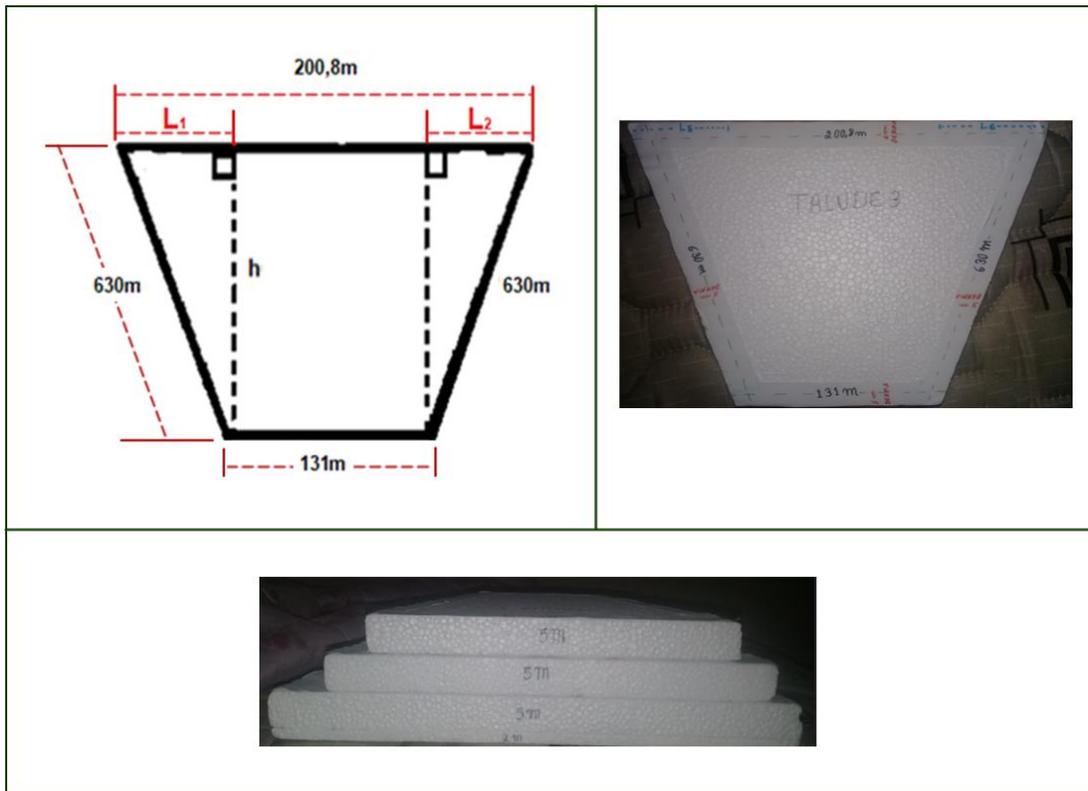
$$d = \frac{m_{\text{talude2}}}{V}$$

Onde, d é a densidade, m_{talude2} é a massa e V é o volume. Almejamos encontrar a massa (m_{talude2}), logo:

$$m_{\text{talude2}} = d \cdot V \Rightarrow m_{\text{talude2}} = 0,7 \frac{\text{t}}{\text{m}^3} \cdot 562.175,20\text{m}^3 \Rightarrow m_{\text{talude2}} \cong 393522,64 \text{ t}$$

Em cima do talude 2 vem o talude 3, ele terá 200,8m na parte superior do terreno, na parte inferior 131m e de comprimento lateral 630m, Figura 13.

Figura 13: Altura do talude 3



Fonte: próprio autor

Percebemos que a cada novo talude a medida do comprimento lateral diminui 10 metros, a isso a Litucera (2014) chama de bermas. Vamos calcular o volume e a massa do talude 3. Na Figura 13 temos dois triângulos retângulos, sabemos que eles têm a mesma altura (h), mesma hipotenusa ($c = 630$ m), logo L_1 e L_2 são iguais, pois os triângulos são congruentes pelo caso LAL (Lado, Ângulo, Lado), assim fazendo a subtração entre a largura superior e largura inferior, e dividir o resultado por dois, teremos L_1 e L_2 .

$$L_1 = L_2 = \frac{200,8 - 131}{2} = \frac{69,8}{2} = 34,9 \text{ m}$$

Assim para achar a altura (h) do trapézio, no triângulo retângulo aplicamos o teorema de Pitágoras:

$$a^2 + b^2 = c^2 \Rightarrow 34,9^2 + h^2 = 630^2 \Rightarrow 1218,01 + h^2 = 396900 \Rightarrow h^2 = 396900 - 1218,01 \Rightarrow h = \sqrt{395681,99} \Rightarrow h \cong 629 \text{ m}$$

Agora vamos calcular a área do trapézio:

$$A_t = \frac{(B+b)h}{2} \Rightarrow A_t = \frac{(200,8+131)629}{2} \Rightarrow A_t = \frac{208702,2}{2} \Rightarrow A_t = 104351,1 \text{ m}^2$$

Para calcular o volume a área da base pela altura da trincheira, que é de 5m. Logo,

$$V(h) = A_t \cdot h \Rightarrow V(h) = 104351,1 \cdot 5 \cong 521755,5 \text{ m}^3$$

Vamos calcular a massa de lixo que o talude 3 suporta, em toneladas. Sabemos que, segundo a Litucera (2014), o grau de compactação do aterro é de $0,7 \text{ t/m}^3$, isso refere-se à densidade do material compactado, que:

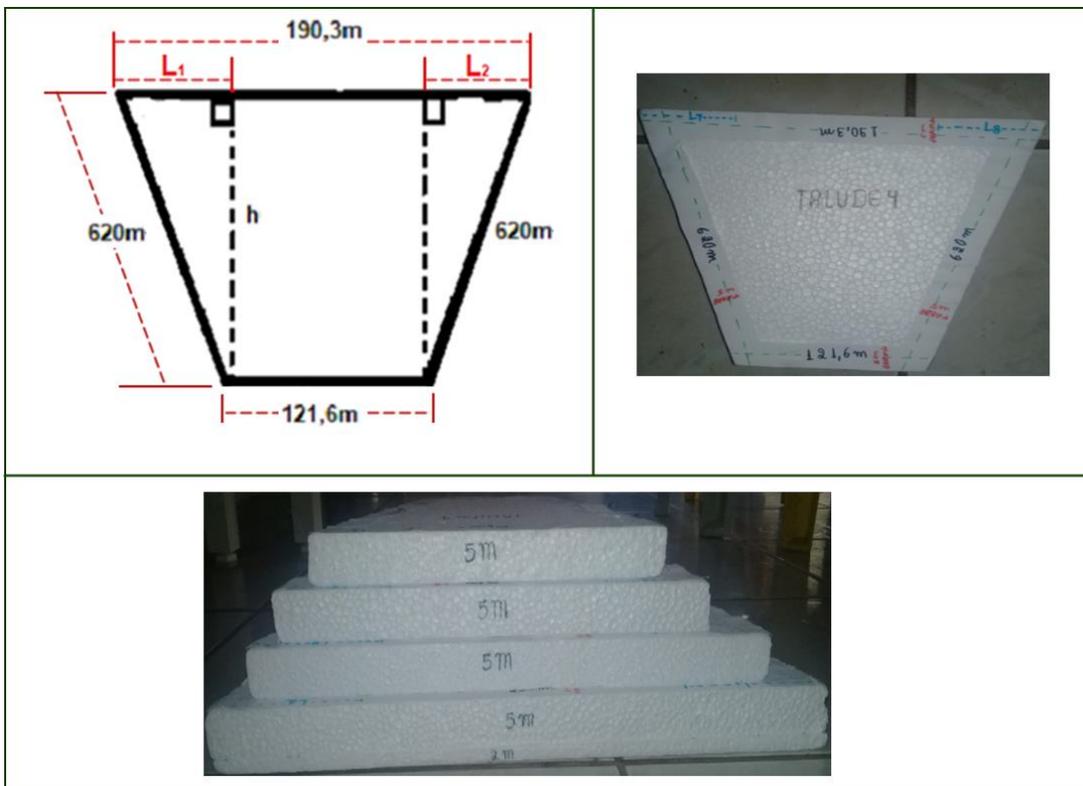
$$d = \frac{m_{\text{talude3}}}{V}$$

Onde, d é a densidade, m_{talude3} é a massa e V é o volume. Almejamos encontrar a massa (m_{talude3}), logo:

$$m_{\text{talude3}} = d \cdot V \Rightarrow m_{\text{talude3}} = 0,7 \frac{\text{t}}{\text{m}^3} \cdot 521755,5 \text{ m}^3 \Rightarrow m_{\text{talude3}} \cong 365228,85 \text{ t}$$

Em cima do talude 3 vem o talude 4, ele terá 190,3m na parte superior do terreno, na parte inferior 121,6m e de comprimento lateral 620m, Figura 14.

Figura 14: Altura do Talude 4



Fonte: Próprio autor.

Vamos calcular o volume e a massa do talude 4. Na Figura 14 temos dois triângulos retângulos, sabemos que eles têm a mesma altura (h), mesma hipotenusa ($c = 620$ m), logo L_1 e L_2 são iguais, pois os triângulos são congruentes pelo caso LAL (Lado, Ângulo, Lado), assim fazendo a subtração entre a largura superior e largura inferior, e dividir o resultado por dois, teremos L_1 e L_2 .

$$L_1 = L_2 = \frac{190,3 - 121,6}{2} = \frac{69,8}{2} = 34,35 \text{ m}$$

Assim para achar a altura (h) do trapézio, no triângulo retângulo aplicamos o teorema de Pitágoras:

$$a^2 + b^2 = c^2 \Rightarrow 34,35^2 + h^2 = 620^2 \Rightarrow 1179,9225 + h^2 = 384400 \Rightarrow h^2 = 384400 - 1179,9225 \Rightarrow h = \sqrt{383220,08} \Rightarrow$$

$$h \cong 619 \text{ m}$$

Agora vamos calcular a área do trapézio:

$$A_t = \frac{(B+b)h}{2} \Rightarrow A_t = \frac{(121,6+190,3)619}{2} \Rightarrow A_t = \frac{193066,1}{2} \Rightarrow A_t = 96533,05 \text{ m}^2$$

Para calcular o volume a área da base pela altura da trincheira, que é de 5m. Logo,

$$V(h) = A_t \cdot h \Rightarrow V(h) = 96533,05 \cdot 5 \cong 482665,25 \text{ m}^3$$

Vamos calcular a massa de lixo que o talude 3 suporta, em toneladas. Sabemos que, segundo a Litucera (2014), o grau de compactação do aterro é de $0,7 \text{ t/m}^3$, isso refere-se à densidade do material compactado, que:

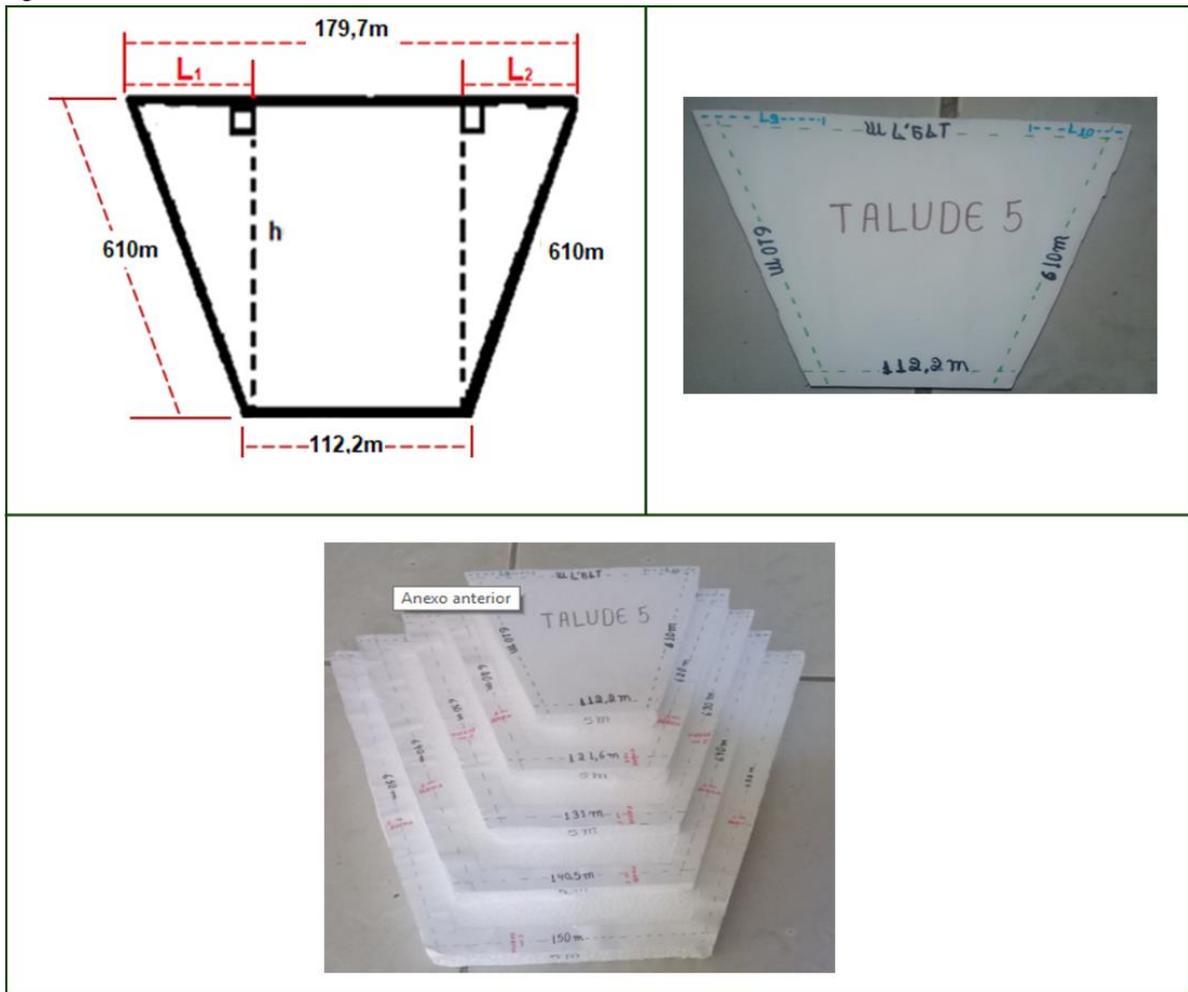
$$d = \frac{m_{\text{talude4}}}{V}$$

Onde, d é a densidade, m_{talude4} é a massa e V é o volume. Almejamos encontrar a massa (m_{talude4}), logo:

$$m_{\text{talude4}} = d \cdot V \Rightarrow m_{\text{talude4}} = 0,7 \frac{\text{t}}{\text{m}^3} \cdot 482665,25 \text{ m}^3 \Rightarrow m_{\text{talude4}} = 337865,675 \text{ t}$$

Em cima do talude 4 vem o talude 5, ele terá 179,7m na parte superior do terreno, na parte inferior 112,2m e de comprimento lateral 610m, Figura 15.

Figura 15: Altura do talude 5



Fonte: Próprio autor

Vamos calcular o volume e a massa do talude 5. Na Figura 16 temos dois triângulos retângulos, sabemos que eles têm a mesma altura (h), mesma hipotenusa ($c = 610$ m), logo L_1 e L_2 são iguais, pois os triângulos são congruentes pelo caso LAL (Lado, Ângulo, Lado), assim fazendo a subtração entre a largura superior e largura inferior, e dividir o resultado por dois, teremos L_1 e L_2 .

$$L_1 = L_2 = \frac{179,7 - 112,2}{2} = \frac{67,5}{2} = 33,7 \text{ m}$$

Assim para achar a altura (h) do trapézio, no triângulo retângulo aplicamos o teorema de Pitágoras:

$$a^2 + b^2 = c^2 \Rightarrow 33,7^2 + h^2 = 610^2 \Rightarrow 1135,69 + h^2 = 372100 \Rightarrow h^2 = 372100 - 1135,69 \Rightarrow h = \sqrt{370964,31} \Rightarrow h \cong 609 \text{ m}$$

Agora vamos calcular a área do trapézio:

$$A_t = \frac{(B+b)h}{2} \Rightarrow A_t = \frac{(179,7+112,2)609}{2} \Rightarrow A_t = \frac{177767,1}{2} \Rightarrow A_t = 88883,55 \text{ m}^2$$

Para calcular o volume a área da base pela altura do talude 5, que é de 5m. Logo,

$$V(h) = A_t \cdot h \Rightarrow V(h) = 88883,55 \cdot 5 \cong 444417,75 \text{ m}^3$$

Vamos calcular a massa de lixo que o talude 5 suporta, em toneladas. Sabemos que, segundo a Litucera (2014), o grau de compactação do aterro é de $0,7 \text{ t/m}^3$, isso refere-se à densidade do material compactado, que:

$$d = \frac{m_{\text{talude5}}}{V}$$

Onde, d é a densidade, m_{talude5} é a massa e V é o volume. Almejamos encontrar a massa (m_{talude5}), logo:

$$m_{\text{talude5}} = d \cdot V \Rightarrow m_{\text{talude5}} = 0,7 \frac{\text{t}}{\text{m}^3} \cdot 444417,75 \text{ m}^3 \Rightarrow m_{\text{talude5}} = 311092,425 \text{ t}$$

Agora vamos saber o volume total da célula, para tal basta somar o volume da trincheira e dos 5 taludes.

$$V_{\text{total}} = V_{\text{trincheira}} + V_{\text{talude1}} + V_{\text{talude2}} + V_{\text{talude3}} + V_{\text{talude4}} + V_{\text{talude5}} \Rightarrow$$

$$V_{\text{total}} = 241428 \text{ m}^3 + 603570 \text{ m}^3 + 562175,2 \text{ m}^3 + 521755,5 \text{ m}^3 + 482665,25 \text{ m}^3 + 444417,75 = 2856011,7 \text{ m}^3$$

A massa total de lixo que esta célula suporta, em toneladas sabendo que, segundo a Litucera (2014), o grau de compactação do aterro é de $0,7 \text{ t/m}^3$, é de:

$$m_{\text{total}} = m_{\text{trincheira}} + m_{\text{talude1}} + m_{\text{talude2}} + m_{\text{talude3}} + m_{\text{talude4}} + m_{\text{talude5}} \Rightarrow$$

$$m_{\text{total}} = 168999,6 + 422499 + 393522,64 + 365228,85 + 337865,675 + 311092,425 = 1999208,19 \text{ t}$$

Situação Final: as medidas da célula de lixo do aterro sanitário

Realizados esses cálculos já é sabido a métrica de uma célula do aterro sanitário: a área de uma célula é 120714 m^2 ; o volume total é de $2856011,7 \text{ m}^3$ e tolera uma massa de lixo de $1999208,19 \text{ t}$, compactado a $0,7 \text{ t/m}^3$.

Situação inicial (problemática): capacidade do aterro sanitário

Inteiração: Sabemos que área do aterro sanitário é de 55, 5017 (cinquenta e cinco hectares e cinquenta ares e dezessete centíare) e que a área para construção da célula é 120714m^2 , precisamos saber quantas células de lixo podem ser construídas na área do aterro sanitário.

Definição do problema: Qual o tamanho terreno, em metros quadrados, escolhido pela Litucera (2014)?

Matematização: hipóteses, definição de variáveis e dedução do modelo matemático;

Primeiro precisamos converter 55, 5017 (cinquenta e cinco hectares e cinquenta ares e dezessete centíare) para metros quadrados. Para explorar um pouco mais a unidade de medida agrária, vamos usar o saber que no sistema de numeração decimal cada algarismo representa uma ordem, começando da direita para a esquerda e a cada três ordens temos uma classe. No Quadro 4 comparamos duas unidades de medida da grandeza Área: unidade de medida agrária com a unidade de medida do Sistema Internacional de Medidas (SI) de superfície.

Quadro 1: Medidas

1 hectares	→ 10.000 m^2
1 ares	→ 100 m^2
1 centíares	→ 1 m^2

Fonte: próprio autor

Pela ordem e classe do sistema de numérico decimal podemos escrever:

$$55,5017 = 55 \cdot 10^0 + 50 \cdot 10^{-2} + 17 \cdot 10^{-4}$$

Pelo Quadro 1 sabemos que sendo x a área em metros quadrados, teremos:

$x = a \cdot 10^4 + b \cdot 10^2 + c \cdot 10^0$. Para x metros quadrados ser equivalente a cinquenta e cinco hectares e cinquenta ares e dezessete centíare temos que ter: $a=55$, $b=50$ e $c=17$, logo:

$$x = 55 \cdot 10^4 + 50 \cdot 10^2 + 17 \cdot 10^0 \Rightarrow$$

$$x = 550000 + 5000 + 17 \Rightarrow$$

$$x = 555017\text{ m}^2$$

Podemos, ainda, usar regra de três uma vez que a equivalência é uma proporção direta. Desse ponto de vista, vamos transformar 55 hectares para m^2 , temos que 1 hectares é equivalente a 10.000m^2 .

$$\begin{array}{cc} 1 \text{ hectares} & 10.000 \text{ m}^2 \\ & \times \\ 55 \text{ hectares} & x \end{array}$$

$$x = 550000 \text{ m}^2$$

Agora, vamos transformaremos 50 ares em m^2 sabemos que 1 ares equivale 100 m^2 , temos:

$$\begin{array}{cc} 1 \text{ ares} & 100 \text{ m}^2 \\ & \times \\ 50 \text{ ares} & x \end{array}$$

$$x = 5000 \text{ m}^2$$

Por fim, transformaremos 17 centíares para m^2 , sabendo que 1 centíares equivale 1 m^2 a conversão é:

$$\begin{array}{cc} 1 \text{ centíares} & 1 \text{ m}^2 \\ & \times \\ 17 \text{ centíares} & x \end{array}$$

$$x = 17 \text{ m}^2$$

Com as transformações realizadas é só somarmos para encontramos a área x em metros quadrados:

$$x = 550000 \text{ m}^2 + 5000 \text{ m}^2 + 17 \text{ m}^2 = 555017 \text{ m}^2$$

Inteiração: Ao discutir os dados com a matemática descobrimos, inicialmente, que um célula de armazenamento de resíduo sólido, doméstico, foi construído na cidade de Araguaína com uma área de 120714 m^2 , valor que suportará um acúmulo de $1999208,19 \text{ t}$, descobrimos também que o terreno do aterro sanitário contém 555017 m^2 , a partir de tais informações podemos atribuir um novo problema.

Definição do problema: Quantas células podem ser construídas no terreno escolhido pela Litucera (2014)?

Matematização: hipóteses, definição de variáveis e dedução do modelo matemático;

Para descobrir quantas células cabem no terreno, basta dividir área total do terreno do aterro (A_t) pela área da célula (A_c), assim teremos a quantidade de células (Q_c) que cabem no terreno. Considerando que a área da célula é equivalente a área da trincheira: $A_t = 55.507,17$ e $A_c = 120.714\text{m}^2$, teremos:

$$Q_c = \frac{\text{Área total}}{\text{Área da celular}} \Rightarrow Q_c = \frac{555017}{120714} \cong 4,6$$

Portanto teremos 4 células e sobrar de espaço de aproximadamente 60% da área de uma única célula, a qual é equivalente a $72428,4 \text{ m}^2$.

Inteiração: Sabendo que o aterro sanitário tem 4 células, em que cada um suporta $1999208,19\text{t}$ de resíduo sólido doméstico, com uma área individual 120.714m^2 .

Definição do problema: Qual a massa de resíduo sólido doméstico que o Aterro Sanitário de Araguaína suporta?

Matematização: hipóteses, definição de variáveis e dedução do modelo matemático;

Para descobrir quantas toneladas cabe no aterro basta multiplicar a quantidade de células pelas toneladas de lixo que cada célula suporta. As variáveis disponíveis são: a massa total de resíduo sólido doméstico (m_{total}), a quantidade de célula do aterro sanitário de Araguaína (Q_c). Almejamos calcular a massa total de resíduo sólido doméstico do aterro sanitário de Araguaína ($m_{totalDoAterro}$):

$$m_{total} = 1999208,19 \text{ toneladas}$$

$$Q_c = 4$$

$$m_{totalDoAterro} = ?$$

$$m_{totalDoAterro} = m_{total} \cdot Q_c \Rightarrow$$

$$m_{totalDoAterro} = 1999208,19 \cdot 4 \Rightarrow m_{totalDoAterro} = 7996832,76 \text{ t}$$

Situação Final:

As células são formadas por um trincheira e cinco taludes, os quais tem o formato geométrico de um tronco de pirâmide de base trapezoidal. Cada célula tem volume $2856011,7 \text{ m}^3$, suportando uma massa de $1999208,19$ toneladas. De forma geral o aterro sanitário de Araguaína poderá ter quatro célula, as quais permitiram um suporte à $7996832,76 \text{ t}$ de resíduo sólido doméstico armazenados.

Já sabemos algumas informações sobre o aterro sanitário de Araguaína, precisamos, agora, buscar informações sobre a produção de resíduo sólido doméstico que a população Araguainense produz por ano e, conseqüentemente, considerando essa produção, calcular a vida útil do aterro sanitário.

Situação inicial (problemática): A vida útil do aterro sanitário.

Inteiração: A Litucera (2014) considera que cada habitante da cidade de Araguaína produza 700 gramas lixo por dia, estimando que a população de Araguaína em 2019 seja de 189.417 habitantes.

Definição do problema: Quantas toneladas serão produzidas por ano pela população Araguainense?

Matematização: hipóteses, definição de variáveis e dedução do modelo matemático;

Segundo Litucera (2014) foi usado os dados do Censo do IBGE do ano de 2010 para obterem o número de habitantes e as projeções para os anos seguintes, “considerou-se ainda a taxa de crescimento apontada pelo IBGE como sendo de 2,8% ao ano para o município de Araguaína” (LITUCERA, 2014, p. 50), dados estão apresentados no Quadro 5. A partir desses dados construímos a função de crescimento:

$$f: N \rightarrow N \text{ tal que } f(x) = 189417 * 1,028^{(x-2019)}$$

Em que x é ano e $f(x)$ é número de habitantes, o domínio é qualquer número natural maior e igual a 2019 e menor e igual a 2050, dados apresentados no Quadro 5.

Quadro 2: População de Araguaína

Ano	Habitantes
2019	189417
2020	194721
2021	200173
2022	205778
2023	211539
2024	217463
2025	223552
2026	229811
2027	236246
2028	242861
2029	249661
2030	256651

2031	263837
2032	271225
2033	278819
2034	286626
2035	294652
2036	302902
2037	311383
2038	320102
2039	329065
2040	338278
2041	347750
2042	357487
2043	367497
2044	377787
2045	388365
2046	399239
2047	410418
2048	421909
2049	433723
2050	445867

Fonte: produção da pesquisa

Com a quantidade de pessoas estabelecida pela Litucera (2014), considerou a hipótese de que essa população produz 0,7 kg por pessoa. Assim, a cidade de Araguaína produz, anualmente é: $Q_{\text{lixo}} = 365 \cdot P \cdot Q_{\text{Pessoa}}$ (kg), considerando que o ano, adotado, tem 365 dias e Q_{lixo} é quantidade de lixo anual, P é a população anual e Q_{Pessoa} é a quantidade de lixo por pessoa. Para facilitar na leitura numérica, vamos transformar para toneladas, dividindo por 1000. Calculando a quantidade de lixo para o ano de 2019, temos:

$$Q_{\text{lixo}} = \frac{365 \cdot P \cdot Q_{\text{Pessoa}}}{1000} \Rightarrow Q_{\text{lixo}} = \frac{365 \cdot 189417 \cdot 0,7}{1000} \Rightarrow Q_{\text{lixo}} = 48396,0435t$$

Assim, sabemos que a cidade de Araguaína produzirá no ano de 2019: 48396,0435 t. Seguindo o mesmo modelo matemático, encontraremos a quantidade em toneladas dos resíduos sólidos doméstico produzidos pela população de Araguaína até 2050, apresentados no Quadro Mostraremos na tabela a seguir.

Quadro 3: Produção de Lixo da cidade de Araguaína

Item	Tempo	Popul. Urbana	Geração de lixo por habitante/kg por dia	Lixo anual em tonelada
1	2019	189417	0,7	48396,043
2	2020	194721	0,7	49751,2155
3	2021	200173	0,7	51144,2015
4	2022	205778	0,7	52576,279
5	2023	211539	0,7	54048,2145
6	2024	217462	0,7	55561,541
7	2025	223551	0,7	57117,2805
8	2026	229811	0,7	58716,7105
9	2027	236246	0,7	60360,853
10	2028	242860	0,7	62050,73
11	2029	249661	0,7	63788,3855
12	2030	256651	0,7	65574,3305
13	2031	263837	0,7	67410,3535
14	2032	271225	0,7	69297,9875
15	2033	278819	0,7	71238,2545
16	2034	286626	0,7	73232,943
17	2035	294651	0,7	75283,3305
18	2036	302902	0,7	77391,461
19	2037	311383	0,7	79558,3565
20	2038	320102	0,7	81786,061
21	2039	329024	0,7	84065,632
22	2040	338278	0,7	86430,029
23	2041	347750	0,7	88850,125
24	2042	357487	0,7	91337,9285
25	2043	367497	0,7	93895,4835
26	2044	377787	0,7	96524,5785
27	2045	388365	0,7	99227,2575
28	2046	399239	0,7	102005,5645
29	2047	410418	0,7	104861,799
30	2048	421909	0,7	107797,7495
31	2049	433723	0,7	110816,2265
32	2050	445867	0,7	113919,0185

Fonte: produção da pesquisa

Encontrado os valores de produção de lixo pela população Araguainense e do suporte do aterro sanitário, passamos a investigar o tempo de duração do aterro.

Inteiração: Com a descoberta do lixo produzido pelos habitantes da cidade de Araguaína e quantidade de resíduos sólidos doméstico que o aterro sanitário aqueça, já é possível calcular a vida útil.

Definição do problema: Qual a vida útil do aterro sanitário?

Matematização: hipóteses, definição de variáveis e dedução do modelo matemático;

A massa que aterro sanitário suporta é 7996832,76 t, para descobrirmos a vida útil basta somarmos a produção de lixo anual que está no Quadro 3. Por esse quadro temos que $a_1 = 189417$ e $q = 1,028$. Olhando para a função $f(x) = 189417 \cdot 1,028^{(x-2019)}$ e usando $Q_{\text{lixo}} = \frac{365 \cdot P \cdot Q_{\text{Pessoa}}}{1000}$, a partir disso temos o modelo:

$$g(x) = \frac{189417 \cdot 365 \cdot 0,7}{1000} \cdot 1,028^{(x-2019)} \Rightarrow$$

$$g(x) = 48396,0435 \cdot 1,028^{(x-2019)}$$

Em que x representa os anos, sendo maior que 2019 e que $g(x)$ representa a produção de lixo anual em tonelada. Outra forma de expressar esse modelo matemático que representa os dados do Quadro 6, é por meio da Progressão Geométrica (P.G). Assim, para encontrar em que tempo o aterro sanitário atingirá a capacidade de 7996832,76 t, resolvemos usar a Soma dos termos de uma Progressão Geométrica finita (S_n), o qual tem como modelo:

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1} \Rightarrow S_n = \frac{48396,043 \cdot (1,028^{(x-2019)} - 1)}{1,028 - 1} \Rightarrow$$

$$7996832,76 = \frac{48396,043 \cdot (1,028^{(x-2019)} - 1)}{1,028 - 1} \Rightarrow$$

$$7996832,76 \cdot 0,028 + 48396,043 = 48396,043 \cdot 1,028^{(x-2019)} \Rightarrow$$

$$\frac{272307,36028}{48396,043} = 1,028^{(x-2019)} \Rightarrow 5,62664514286839 = 1,028^{(x-2019)} \Rightarrow$$

$$\log_{1,028} 5,62664514286839 = \log_{1,028} 1,028^{(x-2019)} \Rightarrow$$

$$\log_{1,028} 5,62664514286839 = (x-2019) \cdot \log_{1,028} 1,028 \Rightarrow$$

$$62,5566875300838 = (x-2019) \Rightarrow x = 2019 + 62,5566875300838 \cong 2081$$

Situação Final:

Resumidamente, os cálculos foram apresentados com base em modelos matemáticos, em uma projeção, onde estimou-se que a produção de resíduos sólidos por ano aumentará de 48396,043 toneladas em 2019 para 113919,0185 toneladas em 2050 levando em consideração o crescimento populacional da cidade e a quantidade de lixo produzido em média por pessoa. Foi também calculada a capacidade do aterro sanitário, descobrindo-se que o mesmo possui área total de 555017 m², podendo comportar 4 células, cada um com área de 120714 m², totalizando aproximadamente 482856 m² de aterro utilizado e 72161 não utilizado. As células são formadas por um tronco de pirâmide trapezoidal, da figura 16.

Figura 16: Simulação do Aterro Sanitário



Fonte: Próprio autor

O volume de uma célula é de, aproximadamente, $2856011,6 \text{ m}^3$, constituindo uma massa de 1999208 toneladas de lixo distribuídos em cinco níveis, comportando nas 4 células de 7996832 toneladas totais. Por nossas contas o aterro sanitário suporta até o ano de 2081. Esses dados foram validados com os valores dados por Litucera (2014), contudo ele não apresenta como foram alcançados os referidos valores.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho faz uso da modelagem matemática para explicar o processo de construção do aterro sanitário da cidade de Araguaína, no Estado do Tocantins. O formato da célula é um tronco de pirâmide de base trapezoide, devido à disposição do terreno. Os modelos matemáticos mostraram um crescimento de resíduos sólidos domésticos aumentando conforme o crescimento da população, o qual pelos dados fornecidos cresce em uma progressão geométrica a uma taxa de 2,8%. No terreno escolhido poderá ser construída 4 células para o depósito de lixo produzido pelos Araguainense. Para facilitar nas construções dos modelos matemáticos que expressasse o volume de cada célula foi necessário considerá-la de acordo com a forma que é construída: trincheira e cinco taludes. Assim descobrimos que cada célula suporta uma massa de lixo de 1999208,19 toneladas, com um volume de 2856011,7 m³. Esse estudo partiu do seguinte questionamento: **Quais os saberes matemáticos que estão envolvidos na constituição do aterro sanitário de resíduos sólidos da cidade de Araguaína?**

Mostramos com a Modelagem Matemática que os saberes matemáticos constituídos são: Aritmética, Álgebra e Geometria. Sendo figuras geométricas, cálculos de área, volumes, transformação de volumes para toneladas, entre outros. Por meio dos modelos foram verificadas aplicações dessas áreas à construção do aterro sanitário da cidade de Araguaína. A construção do aterro sanitário tem o ganho social para a população do município irá atingir ganhos a curto, médio e longo prazo para a população desta cidade, tendo em vista ser um empreendimento que visa operar por mais de 6 décadas.

Concluimos que para construção do aterro são necessários diversos cálculos, que devem considerar: o tamanho do terreno; o tipo do aterro; a quantidade de lixo que poderá conter, estimando a projeção no decorrer dos anos. Logo, buscou-se mostrar matematicamente a implementação do aterro sanitário de Araguaína de acordo com as diretrizes e normas da empresa Litucera (2014), o qual é um ganho para o município, para o estado e para o meio ambiente.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Fernando. Em Filadélfia, montanhas de lixo e dejetos de fossa são jogados a céu aberto. **Araguaína Notícias**. Disponível em: <<http://araguainanoticias.com.br/noticia/24958/em-filadelfia-montanhas-de-lixo-e-dejetos-de-fossa-sao-jogados-ceu-aberto/>>. Acesso em: 26 set. 2018

ARAGUAÍNA-TO, Prefeitura Municipal de. **Plano Municipal Gestão Integrada de Resíduos Sólidos**. 2013. Prefeitura Municipal de Araguaína TO, Araguaína, 2013. Pag. 17.

BAZANEZZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2006. Pag.16.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. Modelagem matemática no Ensino. In: BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino**. 1. ed. São Paulo: Contexto, 2007. Cap. 1, pag. 11.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino**. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2007. 126 p. Disponível em: <<https://www.google.com.br/>>. Acesso em: 22 nov. 2018.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2007. pag.14

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino**. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2007. 126 p. Pag. 10.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino**. São Paulo: Contexto, 2007. Pag. 12 .

BRASIL. Constituição (2010). Ementa Constitucional nº 12.305, de 02 de agosto de 2010. **A Política Nacional de Resíduos Sólidos**; Política Nacional de Resíduos Sólidos. Brasília, DF, Disponível em: <<http://www2.mma.gov.br/port/conama/legiabre.cfm?c>>. Acesso em: 03 dez. 2018.

BRASIL. IBGE. **Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística** **EnglishEspañol**: Estimativas de População. Brasília, 2017. Disponível em:

<https://ww2.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/estimativa_pop.shtm>. Acesso em: 04 dez. 2018.

BRASIL. Regulamenta O Art. 225, § 1o, Incisos I, da Constituição Federa nº 9.985, de 18 de julho de 2000. **Sistema Nacional de Unidades de Conservação da Natureza e Dá Outras Providências**. Sistema Nacional de Unidades de Conservação da Natureza e dá outras providências. Brasília, DF, Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/LEIS/L9985.htm>. Acesso em: 03 dez. 2018.

CARMINAT, Nézio Luiz. **Modelagem Matemática**: uma Proposta de Ensino Possível na Escola Pública. 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/975-4.pdf>>. Acesso em: 04 dez. 2018.

CERVO, Amado Luiz; A.BERVIAN, Pedro. **Metodologia científica**. 5. ed. São Paulo: Pearson, 2002. 20 p.

IBGE, Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Estimativa da população em 2012 nos municípios brasileiros. Disponível em: <ftp://ftp.ibge.gov.br/Estimativas_Projecoes_Populacao/Estimativas_2012/estimativa_2012_municipios.pdf>. Acesso em 06/12/2018>

LITUCERA LIMPEZA ENGENHARIA LTDA (São Paulo). **Estudo de Impacto Ambiental para implantação de um Aterro Sanitário para Resíduos Sólidos no Município de Araguaína - TO**: Estudo de Impacto Ambiental – EIA 2. São Paulo, 2014.

MACHADO, Carlos Augusto; OLIVEIRA, Vanderlei Mendes. **Planejamento ambiental para cidade de Araguaína**. 2005. 14 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Geografia, Universidade Federal do Tocantins, Araguaína, 2005. Pag. 52.

SANTOS, Cecília Helena Vechiatto dos et al.. **Biologia Ensino Médio**. 2. ed. Curitiba:Ícone Audiovisual Ltda, 2007. (2 ano do ensino médio).