

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS  
CAMPUS DE ARAGUAÍNA  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**MÁRCYA DIAS GONÇALVES**

**A HISTÓRIA DA GEOMETRIA ESPACIAL NO ENSINO: UMA  
ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS E DA PERCEPÇÃO DOS  
PROFESSORES DE MATEMÁTICA**

Araguaína / TO

2021

MÁRCYA DIAS GONÇALVES

**A HISTÓRIA DA GEOMETRIA ESPACIAL NO ENSINO: UMA  
ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS E DA PERCEPÇÃO DOS  
PROFESSORES DE MATEMÁTICA**

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal do Tocantins - UFT, campus de Araguaína, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Rogerio dos Santos Carneiro

Araguaína / TO

2021

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**  
**Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins**

---

- G635h Gonçalves, Márcya Dias .  
A história da geometria espacial no ensino: uma análise de livros didáticos e da percepção dos professores de matemática . / Márcya Dias Gonçalves. – Araguaína, TO, 2021.  
72 f.  
  
Monografia Graduação - Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Universitário de Araguaína - Curso de Matemática, 2021.  
Orientador: Dr. Rogério dos Santos Cameiro  
  
1. Ensino. 2. Formação de professores. 3. Geometria. 4. História da Matemática . I. Título

**CDD 510**

---

TODOS OS DIREITOS RESERVADOS – A reprodução total ou parcial, de qualquer forma ou por qualquer meio deste documento é autorizado desde que citada a fonte. A violação dos direitos do autor (Lei nº 9.610/98) é crime estabelecido pelo artigo 184 do Código Penal.

**Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFT com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).**

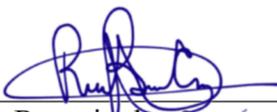
MÁRCYA DIAS GONÇALVES

**A HISTÓRIA DA GEOMETRIA ESPACIAL NO ENSINO: UMA  
ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS E DA PERCEPÇÃO DOS  
PROFESSORES DE MATEMÁTICA**

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal do Tocantins - UFT, Campus de Araguaína, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

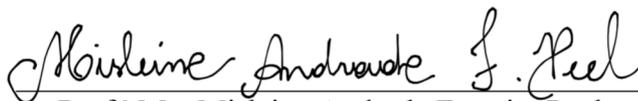
Aprovada em 13 de outubro de 2021.

Banca examinadora



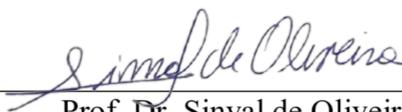
---

Prof. Dr. Rogerio dos Santos Carneiro  
Orientador



---

Prof.ª Ma. Misleine Andrade Ferreira Peel  
Examinadora



---

Prof. Dr. Sinval de Oliveira  
Examinador

Dedico esta monografia, que só faltou me matar, à minha Mãe e Madrinha. Se eu não fizesse, elas iam me matar do mesmo jeito, então está aqui o meu trabalho.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, por me ajudar a vencer todos os obstáculos encontrados ao longo dessa trajetória.

A minha mãe Rosana, meu pai Osmar, minha irmã Martha, meus pais avós Maria e Sebastião e, em especial, a minha Madrinha Regina e a Camilly, que me incentivaram nos momentos mais difíceis, tendo a paciência de lidarem comigo.

Aos professores, pelos exemplos e ensinamentos que me permitiram apresentar um melhor desenvolvimento no meu processo de formação profissional.

Ao meu orientador, prof. Rogerio dos Santos Carneiro, pelo auxílio, suporte e contribuição ao longo do trabalho.

As minhas colegas, Ariane, Larisse, Samara e Daniela que sempre me ajudaram no decorrer do curso.

A CAPES, pelo auxílio financeiro.

O meu muito obrigada a todos que, direta ou indiretamente, fizeram parte da minha formação.

## RESUMO

O presente trabalho foi desenvolvido com intuito de compreender as possibilidades do uso da História da Matemática como recurso metodológico, presente em livros didáticos utilizados pelos professores e estudantes em sala de aula. Para isso, elegemos, como base, alguns teóricos que investigam e analisam a importância da história na Educação Matemática como fator de motivação e contextualização nos livros didáticos no estudo da Matemática. A pesquisa consiste em uma abordagem qualitativa do tipo bibliográfica, verificando de que modo a história da Matemática está inserida no conteúdo da Geometria Espacial nos livros didáticos e usando procedimentos de pesquisa *survey* como instrumento de coleta de dados de uma enquete on-line com os professores de Matemática, procurando investigar sua formação e o uso da História da Matemática em sala de aula. O resultado do estudo mostra que o uso da História da Matemática é limitada ao que é apresentado nos livros didáticos, pois se refere a um paradigma tradicional, a principal causa é o pouco conhecimento sobre a História da Matemática, provocado pela falta de mais aprofundamento da disciplina no curso acadêmico e na formação continuada. Isso mostra que a História da Matemática é algo que se encontra apartado da prática profissional dos professores de Matemática.

**Palavras-chave:** História da Matemática. Livros Didáticos. Ensino de Geometria Espacial. Professores de Matemática.

## ABSTRACT

The present work was developed in order to understand the possibilities of using the History of Mathematics as a methodological resource, present in textbooks used by teachers and students in the classroom. For this, we chose, as a basis, some theorists who investigate and analyze the importance of history in Mathematics Education as a motivating and contextualizing factor in textbooks in the study of Mathematics. The research consists of a qualitative bibliographic approach, verifying how the history of Mathematics is inserted in the Spatial Geometry content in textbooks and using survey research procedures as an instrument for collecting data from an online survey with teachers of Mathematics, seeking to investigate its formation and the use of the History of Mathematics in the classroom. The result of the study shows that the use of the History of Mathematics is limited to what is presented in textbooks, as it refers to a traditional paradigm, the main cause being the little knowledge about the History of Mathematics, caused by the lack of more in-depth knowledge of the discipline in the academic course and in continuing education. This shows that the History of Mathematics is something that is separate from the professional practice of Mathematics teachers.

**Keywords:** History of Mathematics. Didactic books. Teaching Spatial Geometry. Mathematics Teachers.

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> – Primeira passagem histórica sobre Geometria Espacial do livro Matemática – Ciência e Aplicações.....	35
<b>Figura 2</b> - Segunda passagem histórica sobre Geometria Espacial do livro Matemática – Ciência e Aplicações.....	36
<b>Figura 3</b> - Terceira passagem histórica sobre Geometria Espacial do livro Matemática – Ciência e Aplicações.....	37
<b>Figura 4</b> - Quarta passagem histórica sobre Geometria Espacial do livro Matemática – Ciência e Aplicações.....	38
<b>Figura 5</b> - Primeira passagem histórica sobre Geometria Espacial do livro Matemática: #Conectando Matemática.....	40
<b>Figura 6</b> - Segunda passagem histórica sobre Geometria Espacial do livro Matemática: #Conectando Matemática.....	40
<b>Figura 7</b> - Terceira passagem histórica sobre Geometria Espacial do livro Matemática: #Conectando Matemática.....	41
<b>Figura 8</b> - Quarta passagem histórica sobre Geometria Espacial do livro Matemática: #Conectando Matemática.....	42
<b>Figura 9</b> - Quinta passagem histórica sobre Geometria Espacial do livro Matemática: #Conectando Matemática.....	42
<b>Figura 10</b> - Sexta passagem histórica sobre Geometria Espacial do livro Matemática: #Conectando Matemática.....	43

## LISTA DE GRÁFICOS

<b>Gráfico 1</b> - Gênero dos professores.....	49
<b>Gráfico 2</b> - Idade dos Professores .....	50
<b>Gráfico 3</b> - Graduação dos Professores .....	50
<b>Gráfico 4</b> - Pós-graduação dos Professores .....	51
<b>Gráfico 5</b> - Níveis de Ensino .....	52

## LISTA DE QUADROS

<b>Quadro 1</b> - Resumo das categorias de sentidos propostas por Alencar (2014).....	32
<b>Quadro 2</b> - Relações das categorias de sentidos de /todas as passagens históricas sobre Geometria Espacial em Gelson et al. (2016).....	34
<b>Quadro 3</b> - Relações das categorias de sentidos de /todas as passagens históricas sobre Geometria Espacial em Sousa et al. (2016).....	39
<b>Quadro 4</b> - Relações das categorias de sentidos de todas as passagens históricas sobre Geometria Espacial em Longen (2016).....	44
<b>Quadro 5</b> - As dificuldades dos estudantes em relação a matemática .....	53
<b>Quadro 6</b> - Formação inicial e continuada dos professores de matemática .....	54
<b>Quadro 7</b> - Participação dos professores de atividade de formação continuada sobre a História da Matemática e sua utilização no ensino .....	55
<b>Quadro 8</b> - Os livros didáticos e os programas escolares trazem alguma informação sobre a História da Matemática .....	57
<b>Quadro 9</b> - Importância da História da Matemática e sua contribuição para o ensino da matemática.....	58
<b>Quadro 10</b> - Materiais complementares para utilizar a História da Matemática.....	59
<b>Quadro 11</b> - Professores que utilizam a História da Matemática na sala de aula .....	60
<b>Quadro 12</b> - Professores que acreditam na contribuição da História da Matemática para a aprendizagem do estudante. ....	61
<b>Quadro 13</b> - Dificuldade encontrada ao uso da História da Matemática .....	62

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	13
<b>2 ALGUMAS CONCEPÇÕES TEÓRICAS SOBRE A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO</b> .....	15
<b>2.1 A História da Matemática como ferramenta metodológica para o ensino</b> .....	15
<b>2.2 Concepções de trabalhos anteriores sobre análise de inclusão da História da Matemática nos livros didáticos</b> .....	24
<b>3 A HISTÓRIA DA GEOMETRIA ESPACIAL EM LIVROS DIDÁTICOS DESTINADOS AO 2º ANO DO ENSINO MÉDIO</b> .....	30
<b>3.1 Descrição das categorias para análise de menções históricas no conteúdo de geometria espacial nos livros didáticos</b> .....	30
<b>3.2 Análise dos livros didáticos quanto as categorias de sentidos definidas por Alencar (2014)</b> .....	33
3.2.1 Matemática: Ciência e Aplicações- volume 2- Gelson et al (2016), Saraiva .....	33
3.2.3 Matemática: #Conectando Matemática, 2ºano- Sousa et al (2016), FTD.....	38
3.2.4 Matemática: Padrões e Relações, 2: ensino médio- Longen (2016), Editora do Brasil..	44
<b>3.3 Conclusão da análise</b> .....	47
<b>4 ENTREVISTA COM PROFESSORES DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO</b> ..	49
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	64
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	66
<b>APÊNDICES</b> .....	69

## 1 INTRODUÇÃO

Diversos estudos demonstram que o ensino da Matemática pode tornar-se mais interessante quando passamos a entender suas etapas constitutivas ao longo da história. Isso não implica reproduzir velhos conceitos, mas buscarmos em vários estudos elementos que possam auxiliar na didática da disciplina supracitada. É importante perceber as marcas registradas que cada estudioso assinalou, de modo a fomentar seus empreendimentos no processo da aprendizagem.

Este trabalho tem como temática a história da geometria espacial no ensino, para o qual constituímos a seguinte questão norteadora: como a História da Matemática pode contribuir no ensino de geometria espacial, destinado a alunos do 2º ano do ensino médio? Durante o desenvolvimento da pesquisa, este problema foi investigado por meio das seguintes indagações: Os livros didáticos apresentam a História da Matemática como introdução, fundamentação ou leitura complementar? Como os professores trabalham com a História da Matemática em suas aulas? Eles tiveram alguma formação para utilizarem a História da Matemática como metodologia de ensino?

Sendo assim, a escolha desse tema é contribuir com trabalho docente a partir de uma análise de investigação, das possibilidades didáticas do uso da História da Matemática como recurso metodológico. Partindo da hipótese de que, por meio da história, podemos despertar nos estudantes o interesse pelas aulas de Matemática, considerada como uma disciplina de difícil compreensão.

A história como um recurso metodológico pode abrir várias oportunidades, motivadora ao ensino e aprendizado dos estudantes em sala de aula, levando-os a ter um pensamento de reflexão e crítica a respeito de como a Matemática surgiu, seus porquês, e conhecer as conexões que tem com outras áreas do conhecimento.

Para complementar essa proposta, alguns elementos foram elencados para fundamentar melhor este trabalho, nortear uma reflexão e encontrar contribuições para o ensino e aprendizagem com uso da história no ensino de Matemática. Os elementos apontados são os seguintes: compreender as possibilidades do uso da História da Matemática como um recurso metodológico, presente em livros didáticos utilizado pelos professores e estudantes em sala de aula; analisar os livros didáticos, com intuito de verificar se a História da Matemática está inserida como recurso metodológico para o ensino da Geometria Espacial; identificar, através de aplicação de um questionário, se os professores de Matemática conhecem e utilizam a

História da Matemática em suas aulas; analisar as justificativas apontadas pelos professores, pelo uso, ou não, da História da Matemática como apoio metodológico para o ensino.

Nesta pesquisa, utilizamos uma abordagem qualitativa, que, segundo Goldenberg (1997), não se preocupa com representatividade numérica, mas com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização. Desenvolvida por meio de instrumentos de estudo bibliográfico, com base em material já elaborado, constituído principalmente por livros, artigos científicos, dissertações e teses (GIL, 2002), constituída através de uma revisão de obra norteadora sobre a História da Matemática, com foco em análise dos livros didáticos. Utilizamos a constituição procedimental de pesquisa *survey*, que, segundo Fonseca (2002, p. 33), pode ser “referida como sendo a obtenção de dados ou informações sobre as características, ou as opiniões de determinado grupo de pessoas, indicado como representante de uma população-alvo, utilizando um questionário como instrumento de pesquisa”, foi adotada, como coleta de dados, de uma enquete on-line. Buscaremos, por meio desse levantamento de dados, identificar de que forma os professores utilizam a História da Matemática no ensino. Pretendemos fazer uma análise nos livros didáticos, da turma do 2º ano do ensino médio. É importante verificar como está sendo interligada a História da Matemática ao conteúdo Geometria Espacial estudado em sala de aula.

A pesquisa será organizada da seguinte maneira: no primeiro capítulo, denominado introdução, abordamos, de forma objetiva, a nossa proposta, assim como os objetivos que queremos alcançar. Já no segundo capítulo, buscamos fundamentar teoricamente a pesquisa, considerando os autores que se dedicam à investigação da História da Matemática como uma tendência metodológica na Educação Matemática.

No terceiro capítulo, apresentaremos os dados obtidos na pesquisa. Abordamos a relação entre as categorias de sentidos definidas por Alencar (2014), analisando as passagens históricas do conteúdo Geometria Espacial nos três livros aprovados no PNLD 2018.

No quarto capítulo, mostraremos os resultados do questionário desenvolvido com os professores de matemática da educação básica. Por fim, nas considerações finais, retomamos brevemente o trabalho de campo e os principais resultados da investigação.

## **2 ALGUMAS CONCEPÇÕES TEÓRICAS SOBRE A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO**

Neste capítulo, busca-se verificar o desenvolvimento da História da Matemática como ferramenta de apoio ao ensino e aprendizagem e mostrar o ponto de vista de alguns autores que justificam e defendem a sua importância, seja ela metodológica, como criação humana, ou um fator motivador para a aprendizagem matemática, em suma, ideias que pudessem comprovar o seu valor como prática pedagógica em sala de aula.

Alencar (2014, p. 19) enfatizou que,

a história, como ciência, busca compreender o desenvolvimento da humanidade ao longo do tempo. Manifesta-se principalmente através da escrita, baseada no trabalho investigativo do historiador, com o intuito de representar os fatos ocorridos no passado, esmaecidos pelo tempo. Escrever a história é um registro de fragmentos do passado, constituído a partir de interpretações, uma tentativa de não deixar escapar aquilo que já escapou na perene dinâmica do movimento do mundo, de tornar presente aquilo que não está mais. E se justifica no sentido de que a busca pelos fatos e processos ocorridos no passado ajudam a compreender e intervir no presente.

Assim, a História busca representar a evolução e o desenvolvimento de várias atividades humanas e naturais. Por esse motivo, em virtude da quantidade de manifestações que a História explora, ela pode ser dividida em várias áreas específicas, por exemplo, o uso da História da Matemática no ensino da Matemática.

### **2.1 A história da matemática como ferramenta metodológica para o ensino**

A base desta pesquisa é compreender as possibilidades didáticas da História da Matemática para auxiliar os professores na organização do ensino. A História da Matemática mostra que esta ciência foi desenvolvida conforme as necessidades dos povos antigos.

Sendo assim diversos autores, como Mendes (2009), Santos (2007), Miguel e Miorim (2011), D'Ambrósio (1996) e Miguel (1997), acreditam que a utilização da História da Matemática como recurso metodológico dentro e fora da sala de aula, sirva para desmistificar a Matemática como algo pronto e acabado, pois mostra aos estudantes como o conhecimento matemático foi produzido pela humanidade ao longo dos anos, considerando a vida cotidiana de cada um.

Nas décadas de 1960 e 1970, a História passou por um período de desvalorização pedagógica na sociedade, mas tudo mudou quando ela teve uma grande volta na década de

1980, quando as potencialidades pedagógicas da História da Matemática passaram a agregá-las nas discussões na Educação Matemática estando presente em diversos eventos acadêmicos da área.

Apesar que essas intervenções, individuais ou em grupos de pesquisas, estão relacionadas à questão da História da Matemática tenha sido reconhecida, pelo menos, desde meados de 1980, segundo Miguel e Miorim (2011), podendo-se afirmar que, no Brasil, esse movimento teve impulso, especialmente, a partir da criação da Sociedade Brasileira de História da Matemática, (SBHMat) no III Seminário Nacional de História da Matemática, ocorrido em março de 1999, na cidade de Vitória (ES). Portanto, esse movimento em torno da História da Matemática tem sido tão abrangente e diversos que podemos distinguir os diferentes campos de pesquisa que a constituem.

Desse modo, Miguel (1997, p.75) percebeu que, ao analisar várias justificativas para o uso da História da Matemática no ensino de Matemática, sendo que alguns estudiosos acreditam que ter acesso a esse conhecimento histórico dos processos matemáticos despertaria o interesse dos estudantes pelo conteúdo que está sendo ensinado.

Nesse mesmo contexto, Valdés (2006) afirma que a História da Matemática poderia motivar os estudantes, já que, com essa visão, seria possível conhecer as origens dos conceitos e métodos matemáticos, as motivações e incertezas dos pensadores no desenvolvimento dessa ciência.

Dessa forma, os autores, ao aprofundarem-se nessas justificativas, concluíram que a História da Matemática poderia estimular o interesse dos estudantes de uma forma diferente, sendo eles teriam uma percepção dos conteúdos matemáticos estudados em sala de aula, tendo uma visão ampla sobre as suas origens.

Além disso, a História da Matemática pode colaborar para que o estudante tenha uma visão de totalidade do conhecimento matemático, sendo que ela é “fundamental para uma melhor percepção de certos aspectos que isoladamente parecem carecer de sentido, em particular no que se refere à questão das aplicações práticas do conteúdo da matemática elementar” (BROLEZZI, 1991, p. 44).

Para o autor, essa falta de visão de totalidade pode levar em “uma dificuldade de lidar com a questão das aplicações práticas do conhecimento matemático” (BROLEZZI, 1991, p. 60). Sendo assim, poderia tornar uma barreira a ser enfrentada pelos estudantes, para entendimento de determinado tópico matemático. O autor também apontou que, há uma ruptura entre a matemática e as aplicações práticas, em razão de, “[...] a Matemática às vezes se encaminha para uma direção aparentemente longe da prática, e mesmo lá encontra aplicações

imediatas; e outras vezes, um estudo com fins práticos acaba deixando de ser prático com a passagem do tempo” (BROLEZZI, 1991, p. 60).

Tendo em vista essas questões, vários autores vêm mostrando interesse no campo ou em seus estudos sobre a História da Matemática, em que defendem a importância de várias abordagens do uso da História no ensino da Matemática.

defendemos a utilização da história no ensino e aprendizagem da matemática porque acreditamos que a História da Matemática pode ser um instrumento muito eficaz no processo de ensino e aprendizagem de matemática, visto que permite entender conceitos a partir de sua origem, considerando todas suas modificações ao longo da história (OLIVEIRA; ALVES; NEVES, 2009, p. 04, grifo dos autores).

Segundo Miguel e Miorim (2011), os defensores do uso da História no ensino da Matemática entendem que a forma lógica de mostrar a Matemática aos estudantes não reflete o modo como esse conhecimento foi produzido historicamente e, por isso, acreditam que a História possibilitaria a desmistificação da Matemática, no sentido de combater a falsa ideia de que a Matemática é uma ciência pronta.

Mendes (2013) sugere uma possibilidade didática que pode tornar a abordagem dos tópicos matemáticos interessantes. Essa possibilidade didática consiste em explorar a história dos tópicos matemáticos com a finalidade de reconstituir algumas práticas que podem ser viáveis para que, na atualidade, o estudante aprenda Matemática conectada às necessidades e exigências da contemporaneidade (MENDES, 2013).

Além disso, segundo Lopes e Alves (2014, p. 321), “o resgate da história dos saberes matemáticos ensinados no espaço escolar, traz a construção de um olhar crítico sobre o assunto em questão, proporcionando reflexões acerca das relações entre a história cultural e as tecnologias”.

Então, conforme os autores que defendem a utilização da História como uma ferramenta metodológica com pontos positivos e eficazes, deve-se mostrar sua viabilidade didática para que os professores possam utilizar a História da Matemática em suas aulas, para que os estudantes possam entender os conceitos a partir de sua origem histórica.

Um dos autores que nos seus estudos de investigação traz pontos que podem ser usados na metodologia é Mendes (2009), ele acredita que a História é uma tentativa de responder às perguntas acerca do processo de construção das informações ensinadas no presente.

Conforme o autor citado, a importância do uso metodológico da História da Matemática como investigação em sala de aula abre possibilidade para um pensamento, crítico ao saber

sobre como a História foi importante para desenvolvimento dos conceitos matemáticos. Segundo Mendes (2009, p. 52):

na matemática tradicional tem como prática a disseminação de conhecimento como uma “verdade absoluta”, ou seja, pronta e acabada. Quando a mesma é apresentada em sala de aula, geralmente aparece sob a forma de um conhecimento linear, frio, estático e que, pela maneira na qual mostra, abandona a criatividade humana suscita pelo processo histórico sociocultural de produção de tal conhecimento.

Portanto, do ponto de vista dos estudantes, a Matemática é apenas uma linguagem simbólica sem nenhum significado, ou seja, as fórmulas já vêm prontas e acabadas. Isso ocorre porque a Matemática tem sido ensinada como um mecanismo de fazer cálculos, em que só basta decorar as regras para resolver os problemas, sem nenhum significado para os estudantes, que os utilizam de uma maneira automática.

acaba-se, assim, operando com símbolos matemáticos com pouco ou nenhum conhecimento do significado das operações realizadas. E muitas vezes a matemática torna-se objeto de aversão por parte dos estudantes do nível elementar, justamente pela dificuldade de compreensão da linguagem. (SANTOS, 2007, p. 16)

Os estudantes não consideram de onde surgiu, quem inventou, que materiais foram usados pelos povos antigos em suas épocas, para chegar nas fórmulas que hoje são utilizadas em sala de aula. Desse modo, o autor traz, em seus estudos, vários tipos de abordagem da História da Matemática como investigação para uso em sala de aula.

Em virtude disso, Mendes (2009), juntamente com vários autores, buscam trazer alguns contextos sobre essas abordagens do uso da História da Matemática no ensino, considerando que a História é escrita constantemente não apenas porque descobrimos fatos novos, mas também porque a nossa perspectiva sobre o que é histórico muda, ou seja, sobre o que é importante do ponto de vista do processo histórico.

Assim sendo, a História apresenta uma função crucial no que diz respeito à construção da realidade matemática, pois explica, com base nas informações históricas, como os conhecimentos matemáticos desenvolveram-se. Desse modo, fica possível ao professor articular metodicamente uma rede de fatos cognitivos elaborados e aplicá-los em diversos contextos socioculturais.

Na mesma direção, D’Ambrósio (1997) afirma que a geração do conhecimento matemático perpassa o saber-fazer, que se constitui em um movimento constante de ação-reflexão, que vem do passado em direção ao presente, de modo a gerar uma produção cognitiva.

Sendo assim, a formação do conhecimento é conduzida pela investigação histórica, em que nos permite atravessar no passado, analisar o presente com um olhar crítico e levando informações e experiências, que se possa exercer uma ação produtiva pensando no futuro.

Em relação ao desenvolvimento histórico, D'Ambrósio (1997) considera que, através de um conhecimento aprofundado e global de nosso passado, podemos entender nossa situação no presente e, a partir daí, ativar nossa criatividade com propostas que ofereçam ao mundo todo um futuro melhor.

D'Ambrósio (1996, p. 10) apresenta algumas das finalidades principais da História da Matemática, que seriam:

- para situar a Matemática como uma manifestação cultural de todos os povos em todos os tempos, como a linguagem, os costumes, os valores, as crenças e os hábitos, e como tal diversificada nas suas origens e na sua evolução;
- para mostrar que a Matemática que se estuda nas escolas é uma das muitas formas de Matemática desenvolvidas pela humanidade;
- para destacar que essa Matemática teve sua origem nas culturas da Antiguidade mediterrânea e se desenvolveu ao longo da Idade Média e somente a partir do século XVII se organizou como um corpo de conhecimentos, com um estilo próprio;
- para saber que desde então a Matemática foi incorporada aos sistemas escolares das nações colonizadas, se tornou indispensável em todo o mundo em consequência do desenvolvimento científico, tecnológico e econômico, e avaliar as consequências socioculturais dessa incorporação.

Portanto, as finalidades que a História da Matemática traz para o desenvolvimento matemático é importante, pois é o momento que permite mostrar seu valor cultural, linguagens, costumes, origens na evolução da sociedade, em que proporcionar conhecer e interpretar as manifestações culturais dos povos antigos. Assim, D'Ambrósio (1997, p.113) salienta que as

manifestações matemáticas é muito mais que apenas manipular notações e operações aritméticas, ou lidar com a álgebra e calcular áreas e volumes, mas principalmente lidar, em geral com relações e comparações quantitativas e com as formas espaciais do mundo real, e fazer classificações e inferências. Assim, encontramos matemática nos trabalhos artesanais, nas manifestações artísticas e nas práticas comerciais e industriais.

Dessa maneira, é visto que a História da Matemática poderia estar mostrando para os professores e estudantes que essas manifestações culturais, que contribuíram para formação da sociedade, foram desenvolvidas por necessidades devidas que ali surgiam, sendo que suas origens permitem entender as ideias na evolução que revelaram as formas da cultura, e reparar aspectos humanos do seu desenvolvimento.

Santos (2007) ressalta que, através da História da Matemática, podemos perceber que a Matemática ensinada nas escolas é uma das muitas formas de Matemática desenvolvidas pela humanidade. Conforme D'Ambrósio (1997, p. 20), o qual afirma:

e importante mostrar a aritmética não apenas como a manipulação de números e de operações e a geometria não feita apenas de figuras e de formas perfeitas, sem cores. Pode-se dar como exemplo as decorações dos índios brasileiros, as diversas formas de se construir papagaios, comparar as dimensões das bandeiras de vários países, e conhecer e comparar medidas como as que se dão nas feiras: litro de arroz, bacia de legumes, maço de cebolinha. Tudo isso representa medidas usuais, praticadas e comuns no dia a dia do povo, e que respondem a uma estrutura matemática rigorosa, entendido um rigor adequado para aquelas práticas.

A maioria dos estudantes não tem uma visão de que a Matemática que se estuda seja uma Matemática abrangente, que possui ainda outras diversas formas de manifestação e representações presentes ainda hoje, em algumas culturas.

Neste sentido, o uso da História da Matemática teria o propósito de levar o estudante a compreender que os conteúdos matemáticos, que lhe são ensinados, nem sempre chegaram naquela forma pronta e acabada. Assim, ao conhecer a História da Matemática, o estudante percebe como uma ciência desenvolvida pela humanidade, passível de erros, é construída a partir de muitas tentativas em solucionar problemas cotidianos (LOPES; ALVES, 2014, p. 321).

Todavia, a História da Matemática possibilita mostrar que a Matemática tem um procedimento histórico, que é uma construção humana, gerada pelas necessidades práticas para atender a certas exigências da sociedade. Além disso, conhecer os porquês de cada definição foi introduzida nessa ciência e porque, no fundo, esses conceitos eram sempre algo natural no seu momento.

Conforme Mendes (2006), por meio da História da Matemática, podemos buscar a explicação de vários porquês, quando os aspectos históricos forem incorporados às atividades voltadas à investigação no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. E ainda, segundo o autor, a História da Matemática pode ser uma aliada, desde que as informações históricas sejam adaptadas pedagogicamente para atingir objetivos desejados.

Dessa maneira, Ferreira (1996, p. 06) salienta que

há um consenso geral entre os educadores de que a matemática tem que ser vista como uma ciência dinâmica, em construção pelos homens, seres sociais e históricos. Portanto esta ciência tem que ser apropriada pelos alunos, na sua formação como cidadãos, vivendo em momento histórico, mas reflexo cultural de toda história da humanidade construída durante séculos, de maneira participativa, conscientes de que eles também são construtores deste saber. Acredito que a História da Matemática mostra a eles esta visão e esta responsabilidade.

Visto que a matemática é uma ciência exatas como outras que se desenvolveu ao longo do tempo devida à necessidade de conta e medir objetos é de suma importância que devemos conhecer a sua origem de forma dinâmica nos conteúdos, para termos um reflexo cultural sobre sua criação.

Nessa mesma concepção, Brolezzi (1991) afirma que, como a Matemática é uma ciência como qualquer outra, que se desenvolve ao longo do tempo, sendo, pois, não estática, e que tem uma história, torna-se necessário que seu ensino percorra outros caminhos que não o de definições, teoremas, demonstrações, levando a um caminho que mostre um desenvolvimento das ideias matemáticas.

Segundo Mendes (2006, p. 111), é necessário resgatar o processo histórico da construção da base conceitual da Matemática, para que os estudantes possam compreender o significado desses conceitos e a relevância para todo o desenvolvimento da Matemática e sua conexão.

Em virtude disso, ao resgatar o processo histórico deve-se levar os estudantes a terem um progresso melhor com as conexões matemáticas, mas sempre considerando a forma como essas conexões entre a História e a Matemática estão sendo aplicadas, para não se tornar uma forma mecânica, ou seja, uma coisa repetitiva como uma fórmula que já vem generalizada.

Como orientação dos PCNs para o ensino de Matemática e diz a respeito ao uso de problemas históricos, em que os conceitos matemáticos devem ser abordados por meio da exploração de problemas, isto é, os estudantes precisam desenvolver estratégias para resolvê-los.

a própria História da Matemática mostra que ela foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática (divisão de terras, cálculo de créditos), por problemas vinculados a outras ciências (Física, Astronomia), bem como por problemas relacionados a investigações internas à própria Matemática (BRASIL, 1998, p. 40, grifos dos autores).

Sabendo que a história foi construída para obtermos respostas de diferentes indagações e temos que a valorizar como uma contribuição deixada pelos povos antigos para obtermos valores socioculturais. Ademais, sendo vinculada a outras ciências, os estudantes poderão entender os avanços que ela teve ao longo do tempo e deixarão de serem meros espectadores, passando a participar ativamente da construção do seu próprio conhecimento.

Então vale ressaltar que os PCNs são documentos que orientaram a Educação Básica durante duas décadas, e a partir deles deram início a base da BNCC, no qual a História da

Matemática é referida com destaque para o ensino e aprendizagem dos estudantes. Neste sentido, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC afirma que

a valorização da contextualização nesse processo exige também considerar a necessidade de o/a estudante desenvolver competência relativa à abstração, tendo em vista que ele/a deverá estabelecer ou aprender relações que são válidas em diferentes contextos. Portanto, para o processo de ensino de um conceito matemático, é interessante considerar a importância do ciclo: contextualizar, descontextualizar e novamente contextualizar e, depois, reiniciar esse movimento. (BRASIL, 2018, p.140)

Desse modo, a Matemática contextualizada levará o estudante a desenvolver o raciocínio lógico e sociocultural que consiste em conceber todo conhecimento cotidiano, científico ou tecnológico, como efeito de uma construção humana estabelecida em um processo histórico e social, de modo que poderá aprimorar seu aprendizado nos conceitos matemáticos.

Outro fator que a Base Nacional Comum Curricular- BNCC destaca é o

valor do uso da linguagem matemática, que possibilita o/ a estudante se expresse de forma clara, com precisão e concisão, considerada ser ela um meio de compreender a realidade. Portanto, a Matemática, no currículo da escola, deve constituir, um recurso importante para a construção e expressão de argumentos convenientes e para o enfrentamento de situação problemas em conjunto com a área de Linguagens, especialmente a Língua materna. (BRASIL, 2018, p.140)

Além de contemplar a História da Matemática como importante compreensão da trajetória sobre essa ciência, seus conceitos e métodos, os autores dos PCNs também incluíram 35 construções que o estudante faz quando lança mão de recursos disponíveis para resolução de problemas, como uma atividade análoga à da construção matemática ao longo da história. No documento, recomenda-se a resolução de problemas como um recurso para “fazer matemática” na sala de aula, enfatizando-se que

aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o estudante utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na História da Matemática (ibidem, p. 33).

Os PCN’s colocam o recurso a História da Matemática como uma das maneiras de fazer Matemática em sala de aula. Neste sentido, o documento destaca que a História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição para o processo de ensino e aprendizagem dessa disciplina, harmonizando com outros recursos, num processo de mudança didática, revelando a Matemática como uma criação humana, em que a comparação com os contextos históricos do passado e do presente permite que os professores ofereçam atitudes, mais positivas aos estudantes em relação aos conteúdos matemáticos.

Assim, proporciona-se o resgate da identidade cultural e o esclarecimento dos porquês, encorajando com um olhar, mas que seja crítico do estudante sobre os objetos de conhecimento.

Alencar (2014, p. 35) afirma que

no rol dos argumentos em favor do uso da História da Matemática no ensino dessa disciplina, poderíamos encontrar inúmeros outros exemplos. Além disso, há um vasto campo de investigação que pode ser empreendido no sentido de reforçá-los ou encontrar argumentos distintos.

Visto que vários atores vêm se interessando pelo campo de pesquisa sobre a História da Matemática como um recurso metodológico, cabe ressaltar o importante trabalho de Miguel e Miorim (2011), em que os autores, com base nas suas análises, em várias obras, acerca das potencialidades pedagógicas da História da Matemática no ensino, sistematizaram argumentos em duas categorias, uma é de natureza epistemológica e a outra de natureza ética. Com relação aos argumentos de natureza epistemológica, os autores apresentam-nos da seguinte forma:

- fonte de seleção e constituição de sequências adequadas de tópicos de ensino
- fonte de seleção de métodos adequados de ensino para diferentes tópicos da Matemática escolar
- fonte de seleção de objetivos adequados para o ensino-aprendizagem da Matemática escolar;
- fonte de seleção de tópicos, problemas ou episódios considerados motivadores da aprendizagem da Matemática escolar;
- fonte de busca de compreensão e de significados para o ensino-aprendizagem da Matemática escolar na atualidade;
- fonte de identificação de obstáculos epistemológicos de origem epistemológica para se enfrentar certas dificuldades que se manifestam entre os estudantes no processo de ensino-aprendizagem da Matemática escolar;
- fonte de identificação de mecanismos operatórios cognitivos de passagem a serem levados em consideração nos processos de investigação em Educação Matemática e no processo de ensino-aprendizagem da Matemática escolar. (MIGUEL; MIORIM, 2011, p. 61-62)

As primeiras fontes de argumentos que os autores comentam sobre as potencialidades pedagógicas da História da Matemática é de natureza epistemológica, em que eles apontam as dificuldades enfrentadas entre os estudantes no processo de ensino da Matemática escolar. Já os argumentos de natureza ética são apresentados como:

- fonte que possibilita um trabalho pedagógico no sentido de uma tomada de consciência da unidade da Matemática;
- fonte para a compreensão da natureza e das características distintivas e específicas do pensamento matemático em relação a outros tipos de conhecimento;
- fonte que possibilita e desmistificação da Matemática e a desalienação do seu ensino;
- fonte que possibilita a construção de atitudes academicamente valorizadas;
- fonte que possibilita uma conscientização epistemológica;
- fonte que possibilita um trabalho pedagógico no sentido da conquista da autonomia intelectual;

- fonte que possibilita o desenvolvimento de um pensamento crítico, de uma qualificação como cidadão e de uma tomada de consciência e de avaliação de diferentes usos sociais da Matemática;
- fonte que possibilita uma apreciação da beleza da Matemática e da estética inerente a seus métodos de produção e validação do conhecimento;
- fonte que possibilita a promoção da inclusão social, via resgate da identidade cultural de grupos sociais discriminados no (ou excluídos do) contexto social. (MIGUEL; MIORIM, 2011, p. 61-62)

Sendo assim, na natureza ética, os autores apresentam as oportunidades que as fontes das potencialidades pedagógicas da História da Matemática possuem, trazendo entendimento das características distintas e específicas do pensamento matemático, conduzido ao pensamento crítico, entre outros fatores que acercam.

Dessa maneira, no ponto de vista dos autores, existem várias competências quanto ao uso da História da Matemática no ensino, sendo que eles dividem em dois grupos de argumentos, as fontes com várias perspectivas que podem beneficiar o uso da História em sala de aula, trazendo para o ensino pontos importantes na aprendizagem dos estudantes.

Baseado em todos os argumentos relatados aqui e considerando a crescente afinidade da História da Matemática com a Matemática escolar, assim como a identificação das suas possibilidades e didáticas nos cursos de formação de professores, nas políticas públicas e nas pesquisas em Educação Matemática, acreditamos que a questão não se acaba na capacidade positiva de um paradigma, portanto, abrindo espaço para novas problemáticas a partir de diversos recortes.

Além disso, podemos afirmar que a História da Matemática, quando usada de forma apropriada, poderá trazer contribuições consideráveis ao processo de aprendizagem da Matemática.

Sendo assim, no próximo tópico, faremos uma reflexão sobre a concepção da inclusão histórica nos livros didáticos e, em seguida, analisaremos a História nos livros de Matemática do Ensino Médio para saber como ela está sendo exibida, que categoria de discursos essa história mostra e em que circunstância a história manifesta-se no livro como uma proposta problematizadora do enquadramento sociocultural em que ela apresenta.

## **2.2 Concepções de trabalhos anteriores sobre análise de inclusão da História da Matemática nos livros didáticos**

Segundo Costa e Allevato (2010, p.72), “os livros didáticos são uns dos materiais mais utilizadas pelos professores para organizar e realizar as atividades em sala de aula, podendo até melhorar seu conhecimento sobre o conteúdo e, para os estudantes, esta é uma fonte de informação muito valiosa, em que deveria estimular o interesse pela leitura e o progresso do aprendizado”. Portanto, o livro didático deve ser bem organizado para que os estudantes consigam usar sozinhos para adquirir conhecimento.

Visto que os livros didáticos são um dos principais instrumentos de trabalho dos professores e uma fonte de conhecimento para os estudantes, eles devem conter uma contextualização significativa para o ensino da Matemática, para que discentes possam ter uma aprendizagem melhor sobre os conteúdos abordados em sala de aula.

Levando em conta que a História da Matemática em vários conteúdos aprecia o papel do homem com o seu surgimento e desenvolvimento do contexto atual, conhecê-la permite que se entenda sua evolução ao longo dos anos, as relações culturais, econômicas e sociais estabelecidas na esperança de vários conceitos matemáticos, que são resultado de diferentes épocas e origens sociais, de modo que os conceitos históricos podem ser usados para o ensino dessa disciplina.

Porém, ao tratar dessa abordagem da História da Matemática nos livros didáticos, Mendes (2001) afirma que a sua utilização em alguns livros didáticos adotados na rede de ensino reduz-se, na maioria das vezes, a meras biografias de alguns matemáticos famosos e algumas informações sobre o desenvolvimento cronológico da Matemática abordada. Em poucos livros, são encontrados dados históricos diretamente envolvidos na organização do seu conteúdo.

Em outras palavras, a História da Matemática é abordada com simples biografias das histórias de vida de pessoas consideradas importantes para o seu desenvolvimento na sociedade, e com contexto resumido com apenas datas representativas de quando aconteceu, apenas utilizando como uma curiosidade.

Fossa (2006, p.140) afirma que

na maioria dos livros didáticos de matemática, a História da Matemática é utilizada apenas como curiosidade, em textos complementares e, não como ferramenta didática, e completa dizendo que, seu verdadeiro uso como um instrumento pedagógico, porém, somente ocorre quando conceitos e problemas históricos estejam integrados nas atividades diárias da sala de aula e se tornam parte da experiência matemática do estudante.

Sabendo que a história é apenas apresentada como curiosidade em textos adicionais nos livros didáticos, e não como uma ferramenta de apoio que é para ser utilizada pelos professores

em sala de aula, o seu verdadeiro uso como instrumento didático acontece quando está sendo interligado com conceitos do dia a dia do estudante, tornando, assim, parte de uma vivência matemática.

Sendo assim, Lopes (2013) afirma que,

ao se tratar da abordagem da História da Matemática nos livros didáticos podemos ressaltar que ela proporciona ao estudante perceber a Matemática como criação humana, uma ciência próxima a ele. Entende, também, que alguns conhecimentos podem ser aplicados em seu cotidiano, por exemplo, resolvendo problemas similares aos de antigamente (LOPES; ALVES, 2013, p.2).

Dessa maneira, os autores tentam mostrar que o uso da História da Matemática nos livros didáticos pode ser significativo para o aprendizado dos estudantes em sala de aula, de modo que eles compreenderiam que a Matemática é uma criação humana e uma ciência próxima a eles.

À vista disso, o interesse em analisar a inclusão da História da Matemática em livros didáticos de Matemática é relativamente recente. Uma pesquisa mencionada é a dissertação de Viana (1995). Ele examinou como a História da Matemática vinha sendo empregada em livros didáticos e paradidáticos de diferentes níveis de ensino. Para esse fim, ele analisou uma coleção de livros didáticos de Matemática de 5<sup>o</sup> a 8<sup>o</sup> séries (sendo correspondente aos últimos anos do ensino fundamental), dois livros usados no ensino superior, duas coleções de livros paradidáticos e um livro de História da Matemática.

Para a coleção de livros didáticos de 5<sup>o</sup> a 8<sup>o</sup> séries, Viana (1995) determinou quatro categorias para classificar as inserções da História da Matemática ali expostas, as quais inspiram trabalhos posteriores. Vianna listou 50 registros da História da Matemática na coleção explorada e concluiu que as inserções não se correlacionavam com o conteúdo de Matemática, isto é, a história inserida nos livros didáticos aparece muito, mas ela não auxilia para o ensino de Matemática.

Vianna (1995) mostrou em seu trabalho as categorias que usou para classificar as inserções de História da Matemática nos livros didáticos: motivação, informação, estratégia didática e o uso imbricado (ou parte complementar do conteúdo).

Visto que, ao explorar a História da Matemática nos livros didáticos, Vianna descobriu que, apesar de ter uma quantidade significativa, ela aparece em notas e textos complementares, por curiosidade, não tendo um aprofundamento epistemológico. Além disso, esses elementos da História são, frequentemente, esquecidos pelos próprios professores e, assim, desprezados pelos estudantes na construção da aprendizagem matemática.

Portanto, ele conclui que, entre outras questões, muitas vezes, a História da Matemática costuma ser inserida deliberadamente, porém de maneira inadequada. Como o trabalho de Vianna apresenta vários aspectos como este estudo, é importante destacar a conclusão que o pesquisador chegou há dez anos, que a utilização da História da Matemática iria desaparecer conforme afirma: “[...] em breve estaremos nos deparando com histórias e dissertações de mestrado onde se analisará o abandono do uso da história da matemática por inócuo para a aprendizagem da Matemática” (VIANNA, 1995, p. 125).

Sendo assim, temos que valorizar o contexto da História da Matemática, antes que desapareça dos livros didáticos, sendo apenas lembrada em dissertações, artigos, entre outros documentos.

Bianchi (2006), por sua vez, verificou duas coleções de matemática de 5º a 8º série, aprovadas três vezes consecutivas nas avaliações do PNLD de 1999, de 2002 e de 2005. As diretrizes de cada uma das avaliações também foram analisadas.

Seu propósito foi explorar a presença de menções da História da Matemática. Bianchi partiu das categorias introduzidas por Vianna (1995), contudo, percebeu que as menções poderiam ser classificadas em mais categorias. Então, ela estabeleceu mais quatro categorias para associar as inserções que aparecem na parte teórica do livro e três categorias que aparecem em atividades de livros didáticos.

As categorias determinadas por Bianchi (2006) no conceito, informação geral, informação adicional, estratégia didática, flash. E nas atividades, informações, estratégia didática, atividades sobre a História da Matemática. Por meio dessas categorias, a autora relaciona todas as passagens da História da Matemática nos livros didáticos do ensino fundamental, o que foi objetivo do seu estudo, e conclui que há uma preocupação dos autores em manter e melhorar essa tendência, em consonância com o que está proposto nos PCN.

Assim como Vianna (1995), Bianchi também apontou que a menção à História nos livros didáticos de Matemática deve ser mais explorada como estratégia do ensino, ou seja, quando as noções históricas são, de fato, usadas para desenvolver o conhecimento de Matemática. E percebeu que as inserções aumentaram de uma versão para a seguinte, nas duas coleções analisadas, e ainda aponta que a categoria de informação adicional foi a mais reconhecida, tanto em relação à localização das menções no texto como no complemento desse tipo de menção ao longo das edições das coleções.

Frequentemente, essas menções mostram-se de forma mais destacada, com recursos visuais, o que pode chamar mais a atenção do estudante. Bianchi acredita que a presença da História da Matemática nos livros didáticos pode ajudar os professores que, muitas vezes, têm,

no livro didático, seu primeiro contato com a História. Segundo ela, é mais fácil investigar informações em fontes didáticas (sendo produzidas a partir de fontes primárias e secundárias) do que em fontes secundárias.

Outro autor que também analisou o uso da menção histórica nos livros didáticos foi Alencar (2014). Em sua pesquisa, ele averiguou as existências das práticas discursivas presentes nas passagens da História da Matemática em três das sete coleções de livros didáticos para o Ensino Médio determinado pelo Programa Nacional do Livro Didático PNLD 2012.

Para as observações dos livros didáticos, o autor criou categorias de sentidos e, como método, empregou uma abordagem a partir da análise de discurso. Ele baseou-se nos trabalhos de Vianna (1995) e Bianchi (2006), que trouxeram sugestões semelhantes à sua pesquisa para construção das categorias de sentidos de suas indagações.

O autor especifica os aspectos relativos à natureza do conteúdo veiculado, aos objetos da menção histórica e ao uso de imagens. Sendo assim, na designação de suas categorias, após análise, as passagens da História da Matemática nos livros didáticos, as consistências detectadas concederam a Alencar (2014, p. 121) observar dez categorias de sentidos que foram divididas em dois grupos. Com relação ao aspecto relativo à natureza do conteúdo veiculado, são elas: história personalística, centralidade no conteúdo, fato curioso, comentário sutil, contexto histórico-matemático, contexto sociocultural. Quanto ao aspecto relativo aos objetivos da menção histórica, são elas: introdução de conteúdo, apêndice, recurso didático, atividade sobre História da Matemática.

Desse modo, ele concluiu que os livros didáticos de Matemática, no que se refere ao uso da História da Matemática, aparecem fortalecendo o paradigma tradicional, pois, na maioria das vezes que aparecem as menções históricas, só fazem referências aos feitos heroicos ou anotações de matemáticos, assim historicamente edificado e culturalmente estipulado no campo científico e pedagógico, mas geralmente aceito na comunidade matemática.

Por fim, destacamos a pesquisa desenvolvida por Pereira (2016), que também se inspirou nas obras de Vianna (1995) e de Bianchi (2006), dentre outros investigadores. Pereira (2016) teve como objetivo investigar a História nos livros didáticos de Matemática do ensino médio do PNLD 2015, onde houve seis coleções de livros didáticos aprovadas pelo programa.

A pesquisadora definiu uma menção de História de Matemática, conforme a leitura do livro do historiador Carl Boyer. Para ela, a menção consiste em

origem, surgimento de alguma ideia, noção, conceito relacionado à matemática, atribuição de autoria, biografias, fatos da vida de estudiosos ou suas realizações no campo da matemática, cronologias, histórico do desenvolvimento de algum conceito matemático, conhecimentos de antigas civilizações a respeito da matemática,

problemas de origem histórica e utilização de conhecimentos matemáticos em outras áreas (PEREIRA, 2016, p 46).

Após a leitura do livro do historiador Carl Boyer, Pereira (2016, p. 49-50) determinou quatro categorias para identificar as funções didáticas inserção da História da Matemática, que são: estratégia de ensino, elucidação dos porquês, elucidação do para quê, formação cultural geral.

Desse modo, Pereira (2016), concluiu que menções da História nas seis coleções didáticas, recebem algum tipo de destaque, o que não absolutamente significa que essas menções estejam contribuindo com o processo de aprendizagem. E afirma que as funções didáticas as maiorias se ajustam na categoria de formação cultural geral, segundo ela é apontada como a menos interessante em termos de contribuição para entendimento dos conteúdos matemáticos, e ainda completa que uma única coleção não é suficiente para o professor que queira incluir a história em suas aulas, sendo necessários que ele busque em outra bibliografia.

Assim percebemos que a função didática é a categoria, mas reconhecida nos três trabalhos abordados, pois ela precisaria ser mais explorada visto que é mais interessante para aprendizagem de Matemática.

### **3 A HISTÓRIA DA GEOMETRIA ESPACIAL EM LIVROS DIDÁTICOS DESTINADOS AO 2º ANO DO ENSINO MÉDIO**

Neste capítulo, o objetivo é saber a respeito de como a História da Matemática manifesta-se nos livros didáticos do segundo ano do Ensino Médio aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático - PNLD, do ano de 2018, em especial, sobre as abordagens históricas no conteúdo de Geometria Espacial presentes em três desses livros.

De modo a analisar como a História da Matemática é referida nos livros didáticos, foram escolhidos três livros das coleções do componente curricular Matemática aprovadas pelo Guia de Livros Didáticos - PNLD 2018, a saber:

- GELSON Iezzi; [et. al.]. *Matemática: ciência e aplicações: ensino médio, volume 2*. 9 ed. – São Paulo: Saraiva, 2016.
- LONGEN, Adilson. *Matemática: padrões e relações, 2: ensino médio- 1. ed.* – São Paulo: Editora do Brasil, 2016.
- SOUSA, Joamir Roberto de Sousa; [et. al.]. *#Contato Matemática 2º* - 1. ed. São Paulo: FTD, 2016.

A motivação para essa escolha é que esses livros didáticos estão sendo utilizados, atualmente, por professores da rede pública nas regionais de Araguaína e Colinas do Tocantins, com as quais temos proximidade de contato, possibilitando acesso às coleções aprovadas do último PNLD para o Ensino Médio.

#### **3.1 Descrição das categorias para análise de menções históricas no conteúdo de geometria espacial nos livros didáticos**

Entre as pesquisas exploradas no capítulo anterior sobre as menções históricas nos livros didáticos de Matemática, compreendemos como viável usar as categorias de sentidos para o método de análise históricas nos livros, obtidas pela pesquisa de Alencar (2014). Sendo assim, utilizaremos suas categorias para análise das abordagens históricas da Geometria Espacial, contidas nos livros didáticos selecionados.

Para a sua construção, ele executou comparações, semelhanças e diferenças nas categorias propostas nos trabalhos de Vianna (1995) e Bianchi (2006). Ao perceber que o livro didático representa um papel gerador de interpretações, Alencar (2014) mostra suas categorias

referentes à formação de sentidos apresentada a partir das práticas discursivas originárias das passagens históricas da Matemática nos trabalhos examinados.

Com essas categorias de sentidos, o autor relaciona todas as menções da História da Matemática nos livros didáticos, propósito de sua pesquisa, e concluiu que, como ela é incluída nos livros didáticos, é predominantemente uma história tradicional, colocada como um complemento ao conteúdo matemático e não como parte dele, assim como as menções históricas são, em sua maioria, por curiosidade, caráter informativo sem muita ênfase, de modo que poucas tratam a História da Matemática como recurso didático.

Vale ressaltar que, nas categorias de sentidos propostas por Alencar (2014), ele relaciona aspectos referentes à natureza do conteúdo difundido, aos objetivos da menção histórica e à utilização de imagens. Sendo assim, este último aspecto decorre de todas as categorias, proporcionando maior qualidade na análise dos comentários.

Posto isso, Alencar (2014), em seu trabalho, elabora a descrição de cada categoria, que compõe dois grupos:

#### **1º - Aspecto relativo à natureza do conteúdo veiculado**

- I. História da personalística - nessa categoria, a História da Matemática mostra-se ligada a um ou mais sujeitos de uma forma peculiar, especialmente exaltando a sua contribuição ou autoria a uma descoberta matemática. Por exemplo, o nome de uma lei, princípio, sentença ou entidade matemática a uma personalidade considerada necessária na História da Matemática. Em algumas ocasiões, surgem dados biográficos com nacionalidade e tempo entre nascimento e morte, também podendo aparecer biografia, mas completa, ou apenas uma exibição de um famoso matemático como foto ou pintura, acompanhado por um breve comentário bibliográfico;
- II. Centralidade no conteúdo - é o momento que a História parece estar quase ou totalmente focada no próprio conteúdo matemático, bem como nos exemplos de formulação/notação no passado ou sugestões de leitura em História da Matemática relacionada ao conteúdo abordado;
- III. Fator Curioso - contém as passagens históricas como um forte apelo à curiosidade por caráter excêntrico ou espetacular de um fato histórico, seja ele verdadeiro ou lendário;
- IV. Comentário Sutil - é um breve comentário sobre a origem de um ramo ou conteúdo matemático em razão da necessidade histórica, fornece nenhuma (ou quase nenhuma) informação sobre personalidades, fatos, datas ou contexto sociocultural.
- V. Contexto histórico-matemático - nessa categoria, as passagens históricas tratam da evolução de uma descoberta matemática, da importância de um conceito matemático ao longo da

história ou conhecimento, e a utilização do conteúdo por outro tempo histórico, sem inserção nos conteúdos social, político, cultural ou econômico, apenas matemático.

- VI. Contexto sociocultural - as passagens que incluem a História da Matemática dentro de um contexto histórico sociocultural, econômico ou político na história da humanidade, considerando conexões desse conjunto com a evolução de determinado campo matemático.

### 2º - Aspecto relativo aos objetivos da menção histórica

- I. Introdução de conteúdo - essa passagem histórica ocorre quando um determinado conteúdo matemático, seja no início de um capítulo ou de uma grande seção, como, por exemplo, o estudo das funções, seja no início de um tema, digamos funções exponenciais.
- II. Apêndice - as passagens históricas encontram-se desvinculadas do desenvolvimento normal do conteúdo, como em seções ou leituras adicionais separadas nos finais de capítulos, em seções específicas no meio do conteúdo, em quadros colocados à margem das páginas, em glossários, notas de rodapé, ou seja, todas as menções históricas usadas numa condição desviada do conteúdo matemático.
- III. Recurso didático - são todas as menções históricas que colaboram para o ensino e aprendizagem da Matemática, tanto no desenvolvimento ou introdução de um conteúdo, quanto nos exercícios ou propostas para realizações de trabalhos ou pesquisas.
- IV. Atividades sobre História da Matemática - atividades que investigam o conhecimento do estudante sobre a História da Matemática.

Alencar (2014, p. 123) ressalta que

uma passagem histórica pode estar incluída em mais de uma categoria, pois estas não se excluem necessariamente. Uma mesma menção histórica pode ser classificada, por exemplo, como introdução de conteúdo, recurso didático e história personalística ao mesmo tempo, desde que ela ative esses três discursos na sua forma, disposição e textualidade.

Sendo assim, podemos criar várias categorias distintas para uma análise de menções da História da Matemática em livros didáticos, com intuito de mostrar o quanto a História está sendo deixada como uma passagem de curiosidade, biografias, entre outras coisas.

**Quadro 1** - Resumo das categorias de sentidos propostas por Alencar (2014)

<b>Aspecto relativo à natureza do conteúdo veiculado</b>	
<b>Categoria de sentidos</b>	<b>Descrição</b>
História Personalística	Exalta a contribuição de uma personalidade importante da História da Matemática.
Centralidade no Conteúdo	Direcionada ao conteúdo matemático.

Fato Curioso	Vocativo à curiosidade pelo caráter excêntrico ou espetacular da História da Matemática.
Comentário Sutil	Comentário resumido sobre a origem de um conteúdo.
Contexto Histórico-Matemático	Desenvolvimento, relevância de um conceito matemático ao longo da história.
Contexto Sociocultural	História da Matemática entre um contexto sociocultural, político ou econômico.
<b>Aspecto relativo aos objetivos da menção histórica</b>	
<b>Categoria de sentidos</b>	<b>Descrição</b>
Introdução de conteúdos	Estabelece o estudo de um conteúdo matemático.
Apêndice	Separado do conteúdo matemático (seções, quadros, glossários, notas de rodapé).
Recurso Didático	Contribui para o ensino e aprendizagem da Matemática (exercícios, propostas de pesquisas).
Atividades sobre História da Matemática	Exploram o conhecimento sobre História da Matemática.

**Fonte:** Autor

Após entender as categorias de sentidos definidas por Alencar (2014), no próximo item, será feita a análise dos livros didáticos do 2º ano do Ensino Médio aprovados pelo PNLD 2018, no tópico da Geometria Espacial para observar as menções históricas.

### **3.2 Análise dos livros didáticos quanto as categorias de sentidos definidas por Alencar (2014)**

A seguir, abordaremos as ocorrências das categorias de sentidos propostas por Alencar (2014) nas passagens históricas no conteúdo de Geometria Espacial coletadas na investigação de três livros didáticos analisados.

#### **3.2.1 Matemática: Ciência e Aplicações- volume 2- Gelson et al (2016), Saraiva**

O livro está organizado em onze capítulos, contendo uma introdução em cada seção, trazendo situações contextualizadas com o cotidiano, empregando uma linguagem simples e direta. Porém, os conceitos em estudo são expostos com intenso rigor matemático, em que se

explora a teoria intercalada com observações, exemplos, aplicações, exercícios resolvidos, “pense nisto” e uma quantidade relevante de exercícios propostos e complementares.

A obra contém desafios que buscam desenvolver raciocínio lógico, com testes de vestibulares e do ENEM, com infográficos nas seções e um pouco de histórias e aplicações, tornando a leitura agradável e dinâmica.

Dos onze capítulos, apenas três tratam sobre o conteúdo de Geometria Espacial. Essa obra analisada apresenta três capítulos que abordam o conteúdo em questão, são eles:

- Capítulo 7- Geometria Espacial de Posição
- Capítulo 8- Poliedros
- Capítulo 9- Corpos Redondos

**Quadro 2** - Relações das categorias de sentidos de todas as passagens históricas sobre Geometria Espacial em Gelson *et al.* (2016)

<b>Quanto à natureza do conteúdo veiculado</b>	
<b>Categoria de sentidos</b>	<b>Páginas</b>
História Personalística	125-126,160,166, 186, 224-225
Centralidade no Conteúdo	160,180
Fato Curioso	-
Comentário Sutil	-
Contexto Histórico-Matemático	-
Contexto Sociocultural	-
<b>Quanto aos objetivos da menção histórica</b>	
<b>Categoria de sentidos</b>	<b>Páginas</b>
Introdução de conteúdos	125-126
Apêndice	-
Recurso Didático	171,188
Atividades sobre História da Matemática	171

**Fonte:** Autor

Nesses três capítulos, foram contabilizadas 10 menções históricas distintas, considerada uma quantidade média para o conteúdo abordado no livro, apesar disso, poderia ser mais aprofundado o conceito histórico. A passagem histórica nas páginas 125 e 126 (Figuras 1 e 2)

foi classificada nas categorias de sentidos “História Personalística” e “Introdução de conteúdos”.

Nessa passagem, é feita menção a três matemáticos que contribuíram para o desenvolvimento da Geometria. O primeiro pensador foi o grego Tales de Mileto (cerca de 625-546), considerando-se que ele provou as propriedades da geometria, usando método criado por ele e que, hoje em dia, é conhecido como Teorema de Tales.

**Figura 1** – Primeira passagem histórica sobre Geometria Espacial do livro Matemática – Ciência e Aplicações


**UM POUCO DE HISTÓRIA**

**O desenvolvimento da Geometria**

Nas civilizações mais antigas — egípcia e babilônica —, a Geometria desenvolveu-se quase sempre visando à resolução de problemas de medições, como o cálculo de distâncias, áreas e volumes, os quais estavam diretamente ligados à atividade de subsistência.



Conhecimentos de Geometria permitiram construções como este teatro, no Peloponeso, na Grécia, em 350 a.C.

Foi na Grécia, aproximadamente no século V a.C., que a Geometria se desvinculou das questões de mensuração para tomar um rumo mais abstrato. Passou-se a exigir que as propriedades das figuras geométricas fossem validadas por meio de uma demonstração lógica, e não mais por métodos experimentais.

O primeiro pensador grego associado ao método demonstrativo foi Tales de Mileto (cerca de 625-546 a.C.). Acredita-se que Tales provou as seguintes propriedades usando esse método:

- “Se dois ângulos são opostos pelo vértice, então são congruentes.”
- “Todo ângulo inscrito em uma semicircunferência é ângulo reto.”
- “Se um triângulo é isósceles, então os ângulos da base são congruentes.”

- “Se duas retas são transversais de um feixe de retas paralelas, então a razão entre as medidas de dois segmentos quaisquer de uma transversal é igual à razão entre as medidas dos respectivos segmentos correspondentes da outra transversal” (essa propriedade é conhecida como teorema de Tales).

Outro pensador grego de grande importância para a Geometria foi Pitágoras, que viveu por volta de 585-500 a.C. Pitágoras fundou uma “escola”, ou seja, uma espécie de academia para estudo da filosofia e da ciência, na qual reuniu vários pensadores e discípulos. Como os ensinamentos da escola pitagórica eram transmitidos oralmente, não há documentos de suas descobertas. Uma grande contribuição dos pitagóricos se deu com a teoria dos números (em Aritmética), e seu maior legado para a Geometria é a demonstração da propriedade que leva o nome de seu mestre.

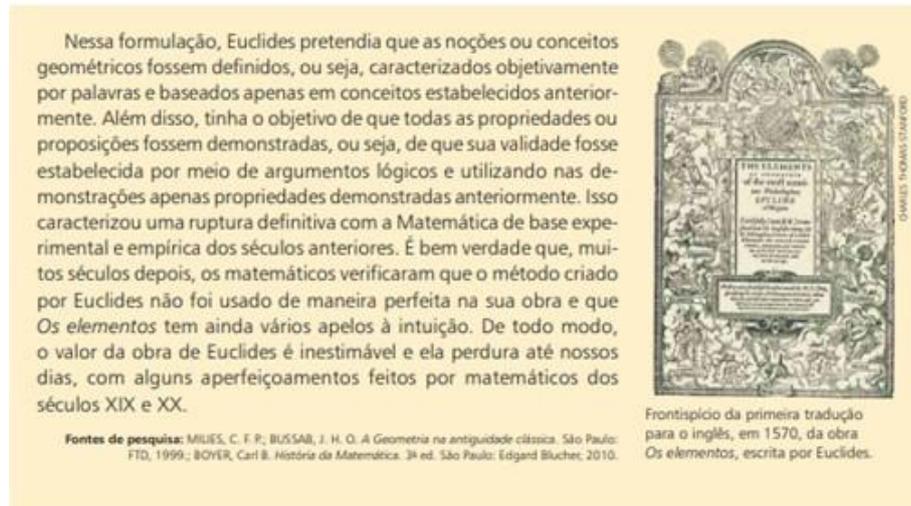
**Teorema de Pitágoras** — “Num triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos.”

O maior pensador grego ligado à Matemática, e especialmente à Geometria, foi Euclides (cerca de 300 a.C.), que se formou no Museu de Alexandria — espécie de universidade da época. Esse museu foi criado por Alexandre Magno — rei da Macedônia que conquistou a Grécia. A obra-prima de Euclides é *Os elementos*, com treze volumes. Os três últimos volumes dessa obra abordam a Geometria Espacial, reunindo algumas descobertas anteriores, mas apresentando-as de forma lógico-dedutiva.

**Fonte:** Iezzi *et al* (2018, p. 125)

O segundo pensador grego de importância foi Pitágoras (cerca 585 – 500 a. C.), que fundou uma escola e deu contribuição para a teoria dos números (em Aritmética). O seu maior legado para Geometria é a demonstração da propriedade que leva o seu nome, Teorema de Pitágoras.

**Figura 2** - Segunda passagem histórica sobre Geometria Espacial do livro Matemática – Ciência e Aplicações



**Fonte:** Iezzi *et al* (2018, p. 126)

Por fim, o maior intelectual grego ligado à Matemática, especialmente, à Geometria, foi Euclides (cerca de 300 a.c.), sendo que a sua obra-prima é *os elementos*, com treze volumes. Mesmo estando em uma seção da introdução com um pouco de História, no início do capítulo, assim compreendemos que ela contribui para o ensino e aprendizagem da Matemática.

Outra passagem histórica que se acha na página 160 (Figura 3) é “Centralidade no conteúdo”, que aborda a História da Matemática com o conceito matemático, tendo uma breve leitura de um comentário ligado à obra sugerida, em que os autores utilizam o dado histórico para explicar a nomeação do Princípio de Cavalieri. A figura 3 aponta a passagem em que os autores estimulam a menção histórica, contendo o nome, a nacionalidade e a temporalidade do matemático Cavalieri.

### Figura 3 - Terceira passagem histórica sobre Geometria Espacial do livro Matemática – Ciência e Aplicações

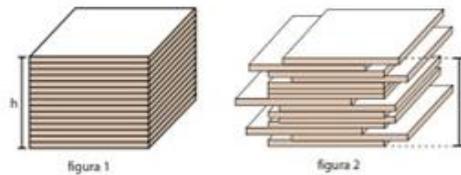
#### ▶ Princípio de Cavalieri

Conseguimos estabelecer uma fórmula para o volume de um paralelepípedo retângulo de maneira intuitiva; entretanto, para determinar a expressão do volume de outros sólidos, o processo não é tão simples. Uma maneira que pode ser utilizada para a obtenção do volume de um sólido é adotar como axioma um resultado formalizado pelo matemático italiano Bonaventura Francesco Cavalieri (1598-1647), que é conhecido como **princípio de Cavalieri**.

Antes de enunciar o princípio de Cavalieri, vamos apresentar um exemplo para que ele possa ser compreendido de maneira intuitiva.

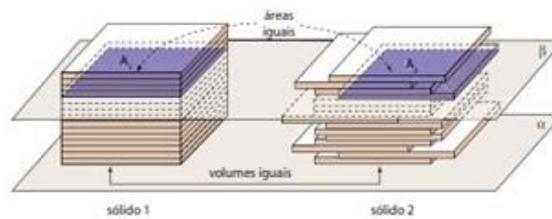
Dispõe-se de um conjunto de chapas retangulares de madeira, todas com as mesmas dimensões e, conseqüentemente, com o mesmo volume.

Imagine que elas foram usadas para formar duas pilhas diferentes, cada qual com a mesma quantidade de chapas, como mostram as figuras 1 e 2:



Note que, em ambas as pilhas, a quantidade de espaço ocupado pela coleção de chapas é a mesma, isto é, os sólidos das figuras 1 e 2 têm o mesmo volume.

Imagine agora esses mesmos sólidos com bases contidas num mesmo plano  $\alpha$  e situados num mesmo semiespaço dos determinados por  $\alpha$ . Qualquer plano  $\beta$  paralelo a  $\alpha$  e secante aos sólidos 1 e 2 determina nesses sólidos superfícies equivalentes, ou seja, de áreas iguais.



A mesma ideia pode ser estendida para duas pilhas, cada qual com a mesma quantidade de moedas de dimensões iguais:

**Fonte:** Iezzi *et al* (2018, p. 160)

A última passagem histórica classificada nas categorias de sentidos neste livro é de “Recurso Didático” e aparece como “Atividade Complementar”. Na página 171 (Figura 4), percebemos que os autores utilizaram um exemplo com um contexto histórico na introdução para que os estudantes observassem o desenvolvimento da questão exposta de uma forma diferente.

**Figura 4** - Quarta passagem histórica sobre Geometria Espacial do livro Matemática – Ciência e Aplicações

**EXEMPLO 5**

Quando a pirâmide de Quéops terminou de ser construída tinha 146 m de altura e a aresta da base media 233 m. Atualmente, devido à erosão, sua altura é de cerca de 136 m, e a aresta da base mede 230 m. Admitindo-se que essa pirâmide é quadrangular regular, vamos determinar:

a) A área total de sua superfície, ao final da construção:  
 A área da base é:  $A_b = (AB)^2 = (233 \text{ m})^2 \Rightarrow A_b = 54\,289 \text{ m}^2$   
 A área lateral,  $A_l$ , é a soma das áreas de quatro triângulos isósceles congruentes, um dos quais é o triângulo AVB, de base  $AB = 233 \text{ m}$  e altura  $\overline{VM}$ .

Como o  $\triangle VMH$  é retângulo, temos:

$$(\overline{VH})^2 + (\overline{MH})^2 = (\overline{VM})^2 \Rightarrow (146)^2 + \left(\frac{233}{2}\right)^2 = (\overline{VM})^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \overline{VM} = 186,78 \text{ m}$$

Assim,  $A_l = 4 \cdot A_{\triangle AVB} = 4 \cdot \frac{(AB) \cdot (\overline{VM})}{2} = 2 \cdot (233 \text{ m}) \cdot (186,78 \text{ m}) \Rightarrow$   

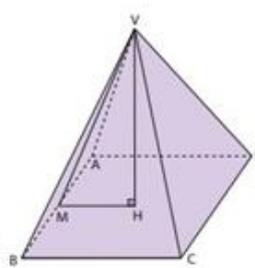
$$\Rightarrow A_l = 87\,039,48 \text{ m}^2$$
  
 Logo, a área total da superfície da pirâmide é:  $A_t = A_b + A_l = 54\,289 \text{ m}^2 + 87\,039,48 \text{ m}^2 \Rightarrow$   

$$\Rightarrow A_t = 141\,328,48 \text{ m}^2$$

b) O quanto diminuiu seu volume, do final da construção até os dias de hoje:

$V_1$ : volume da pirâmide ao ser construída  $\Rightarrow V_1 = \frac{1}{3} \cdot (233 \text{ m})^2 \cdot (146 \text{ m}) \Rightarrow$   

$$\Rightarrow V_1 = 2\,642\,064,67 \text{ m}^3$$
  
 $V_2$ : volume atual da pirâmide  $\Rightarrow V_2 = \frac{1}{3} \cdot (230 \text{ m})^2 \cdot (136 \text{ m}) \Rightarrow V_2 = 2\,398\,133,33 \text{ m}^3$   
 Logo, o volume da pirâmide original diminuiu  $243\,931,34 \text{ m}^3$  (diferença entre  $V_1$  e  $V_2$ ).



**Fonte:** Iezzi *et al* (2018, p. 171)

No livro didático, a maioria das passagens históricas está incluída na categoria histórica personalista, introdução de conteúdo, seguida de centralidade no conteúdo e recurso didático vinculadas com atividade sobre História da Matemática, percebemos, neste sentido, que não foi observada nenhuma passagem histórica nas categorias fato curioso, comentário sutil, contexto histórico- matemático, contexto sociocultural e apêndice. Sendo assim, deixou-se de lado o uso da história como recurso.

Apesar de as menções históricas aparecerem pouco, podemos admitir que, do ponto de vista histórico, a maneira como o conteúdo de Geometria Espacial é tratada neste livro didático contribui para o processo de aprendizagem dos estudantes, mas de maneira superficial e resumida.

### 3.2.3 Matemática: #Conectando Matemática, 2ºano- Sousa et al (2016), FTD

Este livro é constituído por oito capítulos subdivididos em subtópicos, no início de cada unidade, usa-se a imagem acompanhada de um texto com perguntas que visam contextualizar os tópicos a serem tratados. Os conteúdos são explanados acompanhados de exemplos e de atividades resolvidas e propostas no final de cada tópico.

Dos oitos capítulos que compõem essa obra, o tema Geometria Espacial é tratado em apenas dois capítulos, são eles:

- Capítulo 7- Geometria Espacial de Posição
- Capítulo 8- Figuras Geométricas Espaciais

**Quadro 3** - Relações das categorias de sentidos de todas as passagens históricas sobre Geometria Espacial em Sousa *et al.* (2016)

<b>Quanto à natureza do conteúdo veiculado</b>	
<b>Categoria de sentidos</b>	<b>Páginas</b>
História Personalística	176-177,178-179,180,201,205, 206, 242
Centralidade no Conteúdo	178-179,201,205,229
Fato Curioso	180,183,217,242
Comentário Sutil	217,229
Contexto Histórico-Matemático	176-177,178,205, 206
Contexto Sociocultural	-
<b>Quanto aos objetivos da menção histórica</b>	
<b>Categoria de sentidos</b>	<b>Páginas</b>
Introdução de conteúdos	178-179,201
Apêndice	180,183,205,217
Recurso Didático	176-177,201,205,206, 217,229, 260
Atividades sobre História da Matemática	189,199,210, 223, 242

**Fonte:** Autor

Nos dois capítulos analisados, verificamos quinze abordagens históricas, com cinco a mais do que o primeiro livro examinado. De início, podemos perceber que, nas páginas 176 e 177 (Figuras 5 e 6), a passagem histórica, conforme as categorias de sentidos, foi classificada como história personalística, contexto histórico e recurso didático.

**Figura 5** - Primeira passagem histórica sobre Geometria Espacial do livro Matemática:  
#Conectando Matemática



Fonte: Sousa *et al* (2016, p. 176)

Essa figura representa a obra de Litografia de Maurits Cornelis Escher, sendo uma ilusão de ótica de um castelo que está pendurado em uma parede, que onde mostra uma visão de uma escada acima e escada abaixo.

**Figura 6** - Segunda passagem histórica sobre Geometria Espacial do livro Matemática:  
#Conectando Matemática

**Ilusão de ótica de Escher**

Maurits Cornelis Escher (1898-1972), mais conhecido como M. C. Escher, foi um dos mais famosos artistas gráficos do mundo. Sua obra reúne mais de 448 litografias, xilografias e gravações em madeira somadas ainda a mais de 2 000 desenhos e esboços.

A criatividade do artista nos mostra características interessantes em algumas de suas obras, nas quais ele "brinca" com arquitetura a perspectiva, desenhando no plano construções que seriam impossíveis no espaço.

Na obra apresentada ao lado, ele propõe uma escada na qual, ao pensarmos em uma pessoa subindo (ou descendo), a ilusão de ótica sugerida é que ela voltaria sempre ao mesmo lugar. Mas como isso é possível? Veja no esquema a seguir!

Vista na perspectiva com ilusão de ótica

Rotações que apresentam perspectivas que desvendam a ilusão de ótica

Oriente os alunos a escreverem as respostas no caderno.

A) Descreva com suas palavras por que seria impossível subir (ou descer) a escada proposta por Escher e voltar ao mesmo lugar. *Resposta pessoal*

B) Por meio da primeira imagem da sequência apresentada acima temos a "falácia" impressão de que é possível subir voltando sempre ao mesmo lugar. Por que isso ocorre? *Resposta esperada: sempre o ponto de vista. Perspectiva proposta ao espectador sugere uma ilusão de ótica.*

C) Pesquise outras obras de Escher nas quais ele propõe construções que seriam impossíveis no espaço. *Resposta pessoal*

Veja mais informações sobre Escher nos sites:  
• <http://tudo.9u.com.br/ingles>  
• <http://tudo.9u.com/ingles>  
(atualizado em 25 Nov. 2016)

Fonte: Sousa *et al* (2016, p. 177)

Essa passagem faz a menção ao matemático Maurits Cornelis Escher bem no início do capítulo, que foi um artista famoso que contribuiu com a ilusão de ótica e, no final do texto, há três questões sobre a história de Escher a serem respondidas pelos estudantes para a sua aprendizagem, colocada como proposta para realização de trabalho ou pesquisa.

Outra passagem histórica que compõe no livro na página 180 (Figura 7) é fato curioso e apêndice, onde os autores usam quadro nas margens das páginas para descrever um breve contexto separado do conteúdo, seja ele verdadeiro ou falso.

**Figura 7** - Terceira passagem histórica sobre Geometria Espacial do livro Matemática: #Conectando Matemática

Na Matemática nem tudo se manifesta de maneira imediata. Existem situações em que é necessário comprovar a veracidade de alguma proposição, ideia ou teoria. Para que isso seja possível, são considerados alguns princípios, chamados axiomas, que são reconhecidos como verdadeiros, ou, então, proposições que já foram comprovadas como verdadeiras. Por meio da dedução e do raciocínio lógico, é elaborado um método que torne visível ou de fácil percepção a veracidade do que se está questionando. Esse processo de dedução e investigação foi introduzido por Aristóteles (384 a.C.-322 a.C.) e ficou conhecido como demonstração.

Agora, enunciaremos os primeiros postulados e demonstraremos alguns teoremas. A partir deles, iniciaremos o estudo das posições relativas entre retas e planos no espaço.

**Postulado 1**  
Retas e planos são conjuntos de pontos.

**Postulado 2**  
Existem infinitos pontos que pertencem a uma reta, assim como infinitos pontos que não pertencem a ela.

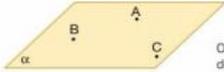
**Postulado 3**  
Existem infinitos pontos que pertencem a um plano, assim como infinitos pontos que não pertencem a ele.

**Postulado 4**  
Dois pontos distintos determinam uma única reta.



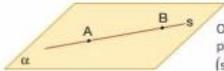
Os pontos A e B determinam a reta s.

**Postulado 5**  
Três pontos não colineares determinam um único plano.



Os pontos A, B e C determinam o plano  $\alpha$ .

**Postulado 6**  
Se dois pontos distintos de uma reta pertencem a um plano, então essa reta está contida nesse plano.



Os pontos A e B da reta s pertencem ao plano  $\alpha$ . Portanto, s está contida em  $\alpha$  ( $s \subset \alpha$ ).

**Fonte:** Sousa *et al* (2016, p. 180)

Na página 189 (Figura 8), a passagem histórica é classificada como atividade sobre a História da Matemática, onde os autores queriam que os estudantes explorassem o conhecimento sobre a História da Matemática, usando o estudo do artista Escher, utilizando a ilusão de ótica para fazer uma comparação de uma escada e descobrir as relações dos planos.

**Figura 8 -** Quarta passagem histórica sobre Geometria Espacial do livro Matemática:  
#Conectando Matemática

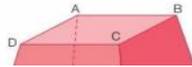
18. Na espreguiçadeira ilustrada a seguir, considere os planos  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  e  $\delta$ , que contêm o solo, uma das laterais, o assento e o encosto, respectivamente, com  $\beta \perp \alpha$  e  $\beta \perp \gamma$ . Quais desses planos são paralelos?  $\alpha$ ;  $\gamma$



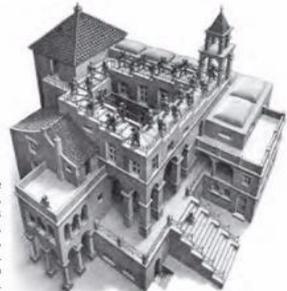
19. Determine se cada proposição é verdadeira ou falsa. Depois, justifique aquelas que classificar como falsas.

- a) Dois planos secantes possuem um único ponto em comum.
- b) Dois planos perpendiculares são secantes. verdadeira
- c) Se dois planos  $\alpha$  e  $\beta$  são paralelos, então todas as retas paralelas a  $\alpha$  são secantes a  $\beta$ .
- d) Se uma reta está contida em dois planos não coincidentes, então estes são concorrentes. verdadeira
- e) Se os planos  $\alpha$  e  $\beta$  são concorrentes, então podemos concluir que  $\alpha = \beta$ . falsa, pois os concorrentes quando possuem apenas uma reta em comum.

20. Considere apenas os planos que contêm as faces do poliedro.

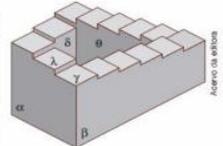


21. Nas páginas 176 e 177, estudamos um pouco sobre o artista Maurits Cornelis Escher e uma de suas obras, a Escada acima e escada abaixo, na qual nos deparamos com uma escada que tanto pode subir quanto descer, sem que se chegue a lugar algum.



Escada acima e escada abaixo, de Maurits Cornelis Escher, 1960. Litografia, 35 cm x 28,5 cm. Coleção particular.

A imagem representa um modelo de escada semelhante ao utilizado por Escher, em que os degraus são paralelos.



Em relação aos planos que contêm as superfícies indicadas, qual é a posição relativa entre:

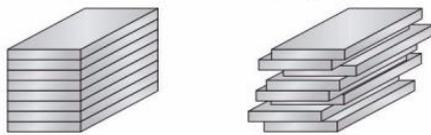
Fonte: Sousa *et al* (2016, p. 189)

A penúltima menção histórica encontra-se na página 217 (Figura 9) e pode ser vista como comentário sutil, onde os autores colocam um brevíssimo comentário sobre o princípio de Cavalieri, que é considerada uma verdadeira demonstração acompanhada com a sua imagem na borda da folha.

**Figura 9 -** Quinta passagem histórica sobre Geometria Espacial do livro Matemática:  
#Conectando Matemática

**Princípio de Cavalieri**

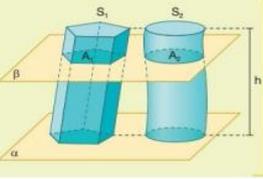
Considere algumas chapas metálicas em forma de paralelepípedo reto, empilhadas de duas maneiras diferentes, como mostram as figuras.



Percebe-se que o volume de cada uma dessas pilhas é o mesmo, independentemente da maneira como as chapas são empilhadas.

A formalização dessa situação, que veremos a seguir, é conhecida como Princípio de Cavalieri.

Considere os sólidos  $S_1$  e  $S_2$ , cuja altura  $h$  é a mesma, apoiados em um mesmo plano horizontal  $\alpha$ , e um plano  $\beta$ , paralelo a  $\alpha$ , que determina em  $S_1$  e  $S_2$  duas regiões planas de áreas  $A_1$  e  $A_2$ . Nesse caso, se  $A_1 = A_2$  para qualquer plano  $\beta$ , temos que o volume de  $S_1$  é igual ao de  $S_2$ , ou seja,  $V_{S_1} = V_{S_2}$ .




O matemático Bonaventura Cavalieri (1598-1647) nasceu em Milão, na Itália. Foi aluno de Galileu e atuou como professor na Universidade de Bolonha por quase duas décadas.

O Princípio de Cavalieri pode ser demonstrado, mas nesta coleção iremos apenas considerá-lo como verdadeiro.

Fonte: Sousa *et al* (2016, p. 217)

Por fim, a última passagem histórica encontra-se na página 229 (Figura 10), sendo classificada como centralidade no conteúdo, onde a história está focada no conteúdo matemático como uma leitura, destacando a importância das pirâmides da antiga civilização maia.

**Figura 10** - Sexta passagem histórica sobre Geometria Espacial do livro Matemática:  
#Conectando Matemática

### //Tronco de pirâmide reta

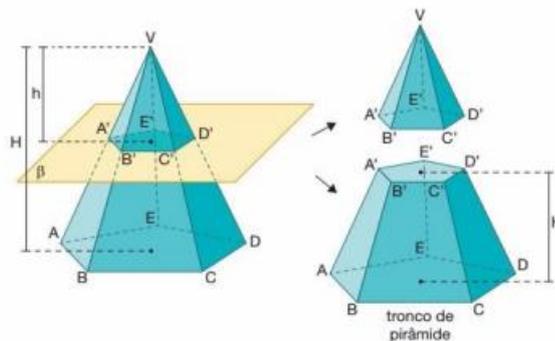
Na península de Yucatán – México – podem ser encontradas muitas ruínas da antiga civilização maia. Dentre suas construções está a Pirâmide de Kukulcán, uma das mais visitadas por turistas atualmente, localizada na cidade de Chichén-Itzá. Com 27 m de altura, essa edificação, que se assemelha ao que chamamos tronco de pirâmide, possui quatro escadarias com 91 degraus cada e um patamar de chegada no topo. Se adicionarmos o número de degraus e o patamar, obteremos 365, que corresponde ao número de dias do ano no calendário maia.

Fonte de pesquisa: <[http://revista.globo.com/EditoraGlobo/componentes/articulo/edg\\_article\\_print/0,3916,1045103-1719-1,00.html](http://revista.globo.com/EditoraGlobo/componentes/articulo/edg_article_print/0,3916,1045103-1719-1,00.html)>. Acesso em: 22 fev. 2016.



Pirâmide de Kukulcán, em Chichén-Itzá, México, em 2015.

Na figura a seguir, temos uma pirâmide pentagonal de vértice  $V$  e altura  $H$ , e um plano  $\beta$ , paralelo à base. Esse plano determina uma pirâmide menor de altura  $h$  e um poliedro denominado tronco de pirâmide.



Fonte: Sousa *et al* (2016, p. 229)

Então, concluí-se que esta obra apresenta a maior quantidade menções históricas de forma bem dividida e informativa perante o primeiro livro, apesar de não ter uma categoria de sentido do ponto de vista histórico, a História da Matemática no conteúdo da Geometria Espacial está inclusa e significativa para a aprendizagem dos estudantes.

### 3.2.4 Matemática: Padrões e Relações, 2: ensino médio- Longen (2016), Editora do Brasil

A obra é composta por seis unidades subdivididas em vinte capítulos. No começo das unidades, é exibido um tema que se relaciona a um dos capítulos que a compõem. A abertura do capítulo é feita por um texto seguido, por exemplo, de uma atividade, que está contextualizando o conteúdo. Este, no que lhe concerne, é intercalado com exercícios resolvidos, exercícios propostos e outras seções como: texto da Matemática com questões, questões e reflexões, atividades adicionais, vestibulares, Enem e explorando habilidades e competências no final de cada unidade.

Neste livro, o tema Geometria Espacial é tratado em quatro capítulos que compõem a unidade 4. São eles:

- Capítulo 9- Geometria Espacial de Posição
- Capítulo 10- Poliedros
- Capítulo 11- Prisma
- Capítulo 12- Pirâmides

**Quadro 4** - Relações das categorias de sentidos de todas as passagens históricas sobre Geometria Espacial em Longen (2016)

<b>Quanto à natureza do conteúdo veiculado</b>	
<b>Categoria de sentidos</b>	<b>Páginas</b>
História Personalística	134, 148-149, 173
Centralidade no Conteúdo	-
Fato Curioso	-
Comentário Sutil	-
Contexto Histórico-Matemático	134
Contexto Sociocultural	148-149
<b>Quanto aos objetivos da menção histórica</b>	
<b>Categoria de sentidos</b>	<b>Páginas</b>
Introdução de conteúdos	-
Apêndice	-
Recurso Didático	-
Atividades sobre História da Matemática	149

**Fonte:** Autor

Nos quatro capítulos que integram a unidade 4 do livro didático da coleção Padrões e Relações que tratam sobre a Geometria Espacial são apresentadas quatro abordagens históricas.

Dos livros analisados, esse é o que contém menor quantidade de passagens históricas no conteúdo abordado.

Na página 134 (Figura 11), classificamos passagem histórica como contexto histórico matemático, pois trata de um breve contexto de uma descoberta matemática que contribui bastante para sustentação da geometria.

**Figura 11** - Terceira passagem histórica sobre Geometria Espacial do livro Matemática: Padrões e Relações 2



CAPÍTULO  
**9**



## GEOMETRIA ESPACIAL DE POSIÇÃO

Textos de história da Matemática costumam associar o início da Geometria à necessidade de demarcações de terras após as enchentes no Rio Nilo. Difícil é indicar quem teria sido o primeiro a pensar matematicamente, ou seja, qual personagem pode ser considerado o grande marco para o surgimento da Matemática. Gregos, como Tales e Pitágoras, são citados como responsáveis por importantes teorias. Ambos, por volta do ano 600 a.C., apresentaram conhecimentos geométricos de forma mais organizada e sistematizada. Cerca de 300 anos depois, outro nome surge nesse cenário: Euclides de Alexandria. O legado de Euclides está fortemente relacionado à forma como organizou não apenas seu próprio conhecimento como também o de seus antepassados. Ao longo dessa unidade, conheceremos um pouco mais sobre Euclides.

Neste capítulo, estudaremos a Geometria de Posição. Assim, vamos conhecer um pouco mais as ideias que acabaram dando sustentação à geometria de Euclides.

Leia atentamente o texto a seguir, elaborado com o objetivo de situar-lhe em relação a algumas ideias importantes.

**Primeiras noções**

### Posições relativas de pontos e retas no plano

As posições entre pontos, entre ponto e reta ou entre retas, quando estudadas no plano, fazem parte da Geometria de Posição no Plano.

**Relação entre um ponto e uma reta**



Temos duas possibilidades: o ponto pertence ou o ponto não pertence à reta. Na representação acima, temos:

- O ponto A pertence à reta:  $A \in r$ .
- O ponto B não pertence à reta:  $B \notin r$ .

**Relação entre três pontos**



Temos duas possibilidades: três pontos são ou não colineares. Na representação acima, temos:

- Os pontos A, B e C são colineares (existe uma reta que passa pelos três pontos).

Fonte: Longen (2016, p. 134)

Nas páginas 148 e 149 (Figuras 12 e 13), identifica-se a última passagem histórica contida no livro como história personalística, contexto sociocultural e atividade sobre a História da Matemática, pois mostra, mais uma vez, a importância da História da Matemática concentrada nas realizações individuais de personalidades vistas como importantes na construção do conhecimento matemático, legitimadas pelo discurso científico e a construção da História da Matemática justificada pela própria Matemática.

**Figura 12** - Primeira passagem histórica sobre Geometria Espacial do livro Matemática: Padrões e Relações 2

**HISTÓRIA DA MATEMÁTICA**

A **geometria de posição**, também chamada de **geometria Euclidiana**, é um dos mais antigos legados culturais da humanidade e representa a primeira ideia de geometria.

De caráter sensitivo e essencialmente perceptivo, a geometria, palavra cujo significado etimológico é dado por *geo = terra* e *metria = medir*, vai além da intenção de "medir as coisas da terra", sugerida pelo próprio significado da palavra. Ela traz em si uma conexão bastante ampla com beleza, estética, harmonia, arte, contemplação e um invejável aspecto prático na resolução de problemas do cotidiano.

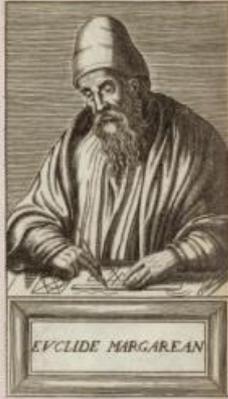
Esse conjunto de aspectos fascinou a humanidade desde os seus primórdios. As grandes culturas da antiguidade, sem exceção, deram à geometria uma conotação quase divina.

*"O céu deve ser necessariamente esférico, pois a esfera, sendo gerada pela rotação do círculo é, de todos os corpos, o mais perfeito."*  
(Aristóteles, 384-322 a.C.)

A geometria espacial chega ao ápice na antiguidade com os denominados Geômetras Alexandrinos. Arquimedes, com seus estudos sobre as esferas e o cilindro, e Euclides, com seu livro denominado de *Os Elementos*, onde sistematizava todos os conhecimentos acumulados até então pelo seu povo, fornecendo desta forma ordenação por meio de uma linguagem científica.

A preciosa obra *Os Elementos*, que estabelece os princípios da geometria até os dias atuais, é reverenciada por todos os grandes sábios. Bertrand Russel, o último dos considerados grandes sábios, escreveu a seguinte frase:

*Os Elementos, de Euclides, é certamente um dos maiores livros já escritos.*



Euclides de Alexandria (360 a.C.-295 a.C.)

O que impressiona é a época em que a obra foi escrita, e as imensas dificuldades de toda a ordem para escrevê-la. Euclides foi quem organizou e sistematizou as descobertas geométricas, aritméticas e algébricas de seus predecessores. A obra conta com um conjunto impressionante de 13 livros e 465 proposições. A sua consistência é tão forte que já justificou mais de mil edições desde a invenção da imprensa e tem sido frequentemente considerada responsável por uma influência sobre a mente humana, maior que qualquer outro livro, em todos os tempos, exceção da Bíblia.

No primeiro livro de *Os Elementos*, consta uma das primeiras proposições:

*Ponto é aquilo que não tem partes.*

**Fonte:** Longen (2016, p.148)

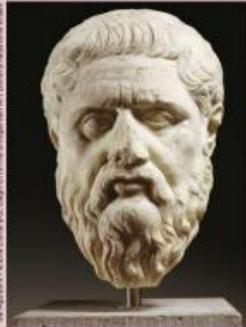
A figura conta a história sobre como surgiu a geometria de posição conhecida hoje em dia como geometria plana, deixada como um legado cultural para a humanidade e que representa a primeira ideia de geometria. Traz dois importantes matemáticos para sua criação, que foram Aristóteles e Euclides, que trouxeram contribuições para a sociedade e, no final do texto, tem um questionário para colocar o conhecimento em prática.

**Figura 13** - Segunda passagem histórica sobre Geometria Espacial do livro Matemática: Padrões e Relações 2

Esta proposição se conclui no livro XIII, com a construção dos poliedros regulares. A geometria de posição está fundamentada nos primeiros livros desta obra.

Pitágoras de Samos, discípulo de Tales de Mileto, foi responsável pelo estudo da geometria (forma) com a aritmética (número). Na Geometria Espacial, trabalhou em especial com o tetraedro, o cubo, o dodecaedro e a esfera. A "harmonia das esferas" era para os pitagóricos a origem de tudo.

Para Platão, a explicação de tudo, como tudo existia, estava nos cinco sólidos perfeitos: o cubo (terra), o tetraedro (fogo), o octaedro (ar), o icosaedro (água) e o dodecaedro (elemento que permearia todo o Universo).



Busto de Platão (c. 427 a.C. - c. 347 a.C.).

Os interesses pelos poliedros e o estudo da Geometria Espacial, que era o assunto preferido entre matemáticos e filósofos gregos, parecem ter ficado adormecidos por mais de mil anos (Idade das Trevas) até despertar novamente o interesse dos pensadores durante os séculos que se seguiram ao "Renascimento Italiano".

Durante o período denominado historicamente de "Renascimento" ocorreu o resgate ao estudo de toda ciência adormecida até aquele momento. Diversos matemáticos, como Leonardo Fibonacci (1170-1240), retomam os estudos sobre Geometria Espacial e, em 1220, escreve a "Practica Geometriae", uma coleção sobre Trigonometria e Geometria (abordagem nas teorias de Euclides e um análogo tridimensional do teorema de Pitágoras).

Em 1615, Joannes Kepler (1571-1630) rotula o "Stereometria" (stereo – volume/metria – medida), o cálculo de volume. A palavra volume vem de *volumen*, que é a propriedade de um barril (vinho, azeite etc.) de rolar com facilidade.

Para o filósofo e matemático Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), por exemplo:

*"Deus é o geometra onipotente para quem o mundo é um imenso problema matemático."*

Reunindo ideais de diversos pensadores, podemos descrever a geometria como sendo a linguagem pela qual o homem tenta traduzir e sistematizar o mundo físico em que vive.

Historicamente, a matemática tem dois berços importantes: A Índia, de onde vem a álgebra, e a Grécia Antiga, de onde vem a geometria. É importante salientar que essas "duas áreas da matemática" surgiram separadas até o século XVI, quando o filósofo e matemático francês René Descartes (1596-1650), considerado o "pai da filosofia moderna", reuniu as duas áreas correntes, naquilo que mais tarde denotou-se **Geometria Analítica**.

Fonte de pesquisa: <<http://procklaytonpalma.riospa.com.br/MATEMATICA1SERIE/geometriaeuclidiana.pdf>> e <<http://fascionmatematico.blogspot.com.br/2010/08/historia-da-geometria-espacial.html>>

Acesso em: 6 fev. 2016.

**QUESTÕES** Resolva os exercícios no caderno.

De acordo com o texto, responda:

1. Quais geometrias levaram o estudo da geometria espacial ao ápice na Antiguidade?
2. Qual era a explicação de tudo, de como tudo existia, para Platão?
3. Qual foi o matemático responsável por unir as áreas da álgebra à da geometria?

**Fonte:** Longen (2016, p.148)

Evidencia-se que a obra contém diversos capítulos, porém aborda a História da Matemática superficialmente com apenas uma passagem curta, não se aprofundando tanto para aprendizagem dos estudantes.

### 3.3 Conclusão da análise

Considerando o que foi analisado nas três coleções de livros didáticos do ensino médio, notamos que as menções históricas predominantes são uma tendência factual da história tradicional, ou seja, sem nenhum aprofundamento histórico nos conteúdos abordados, só apenas "passando por cima", sem maior consistência.

A maioria das menções históricas faz referência aos efeitos notáveis ou heroicos de matemáticos, famosos por suas realizações e contribuições para evolução das Ciências e da Matemática. Quando se referem ao contexto histórico, os autores, muitas vezes, estão

desconectados de questões sociais, políticas e culturais e o referido contexto está mais relacionado à construção da História na concepção da própria Matemática. Então, nesse caso, o conhecimento matemático se autojustifica do ponto de vista histórico.

Uma boa parte das passagens históricas está em forma de história personalística e centralidade no conteúdo, em que a História enaltece uma contribuição de uma personalidade importante e surge focada quase ou exclusivamente no conteúdo matemático propriamente dito.

Há mais menções históricas de caráter informativo, e pouco se usa como recurso didático ou como investigação do conteúdo histórico.

Essas observações levam-nos à conclusão que os livros didáticos de Matemática, no que se refere ao uso da História da Matemática, corroboram o paradigma tradicional, historicamente criado, culturalmente definido no campo científico e pedagógico, mais comumente permitido na comunidade matemática. Então, nesse caso, o livro didático através de suas práticas efetua um papel disseminador relevante, construindo sentidos e contribuindo para produção destes em virtude dos seus vários usos e adaptações, ora rompendo paradigmas, ora reforçando a partir de uma rede de conexões que envolve os discursos pedagógicos, científico, mercadológico e cultural.

Passando a conhecer como os livros didáticos abordam o contexto histórico nos conteúdos matemáticos, há mais uma indagação a ser analisada: de que maneira os professores de Matemática manuseiam a História da Matemática em sala de aula, apresentam contexto histórico, buscam ou seguem à risca para ministrar suas aulas. Isso será analisado a partir de uma entrevista online no próximo capítulo.

#### 4 ENTREVISTA COM PROFESSORES DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO

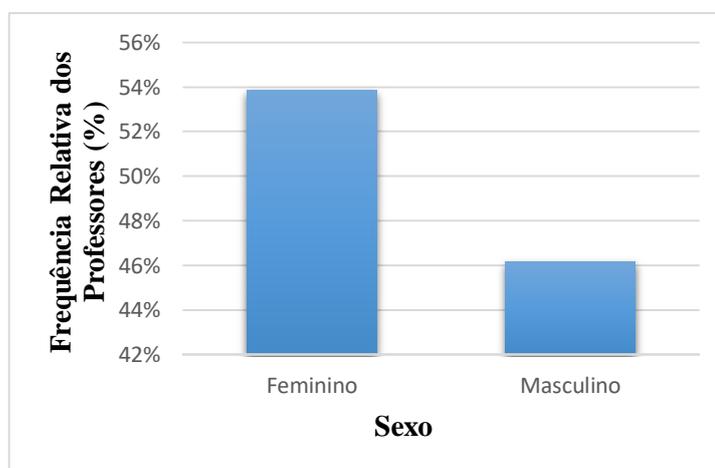
O objetivo deste capítulo é apresentar os resultados de uma pesquisa feita com 13 professores de Matemática do ensino médio da rede pública das regionais de Araguaína e Colinas Tocantins. Dentre eles, 69% estão atuando na regional de Araguaína e 31% na regional de Colinas do Tocantins.

A pesquisa foi realizada no mês de agosto do ano de 2021, sendo que elaboramos um questionário com 22 questões, tendo 14 abertas e oito fechadas, em busca de dados que pudessem responder sobre como os professores empregam a História da Matemática em sala de aula. Além disso, indagamos questões sobre a História da Matemática em sua formação inicial, continuada e seu ponto de vista sobre a importância da História como recurso metodológico no processo de ensino e aprendizagem dos estudantes, assim como buscamos conhecer o perfil dos professores.

O questionário foi feito em uma plataforma on-line (Google Forms), sendo que a pesquisadora entrou em contato com os professores previamente, via WhatsApp, abarcando os professores das regionais de Araguaína e Colinas do Tocantins, tendo sido disponibilizado o link do questionário, que eles responderam, havendo um bom aproveitamento do ponto de vista de cada um deles.

A primeira parte do questionário refere-se ao gênero dos professores. Conforme podemos verificar no gráfico 1, dos trezes professores participantes da pesquisa, 54% são mulheres e 46% homens.

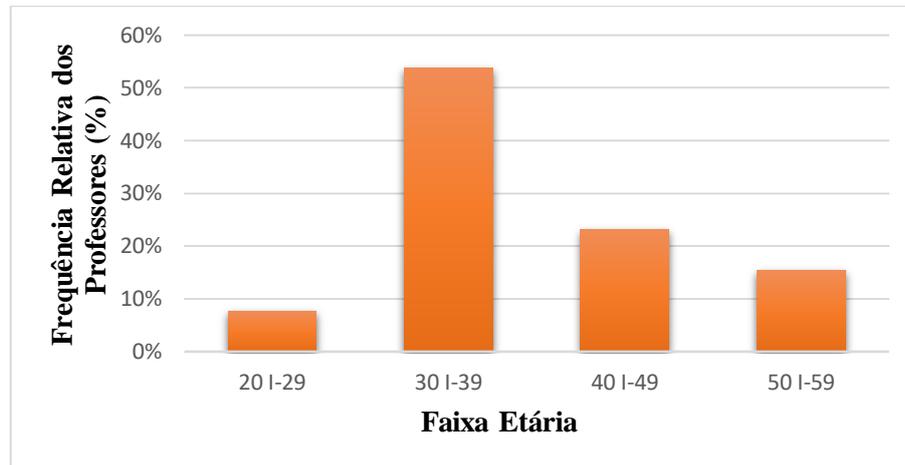
**Gráfico 1 - Gênero dos professores**



**Fonte:** Autor

O gráfico 2 exibe a situação dos professores quanto à faixa etária. Podemos verificar que tem um professor entre 25 e 29 anos, sete professores entre 30 e 39 anos, três professores entre 40 e 49 anos e dois professores estão acima dos 50 anos.

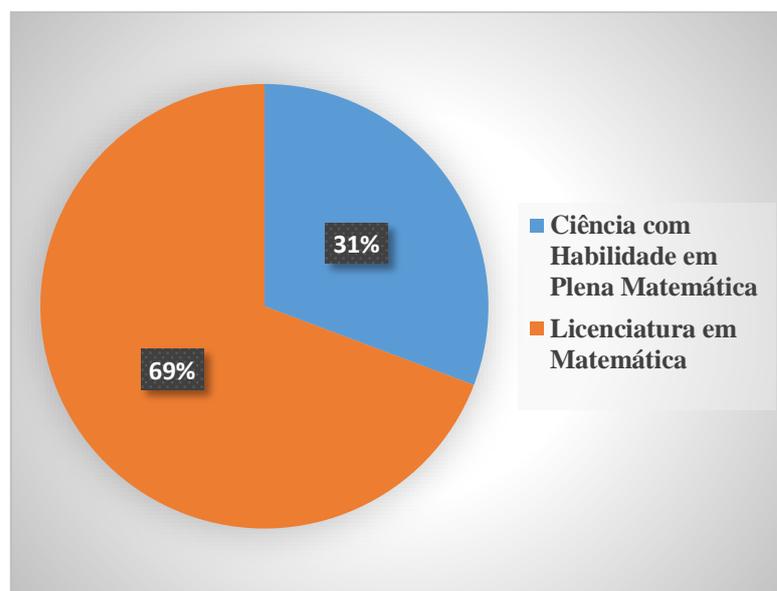
**Gráfico 2 - Idade dos Professores**



**Fonte:** Autor

O gráfico 3 mostra a formação acadêmica dos professores. Verificamos que 69% dos professores pesquisados são graduados em Licenciatura em Matemática e 31% em Ciência com Habilitação em Matemática.

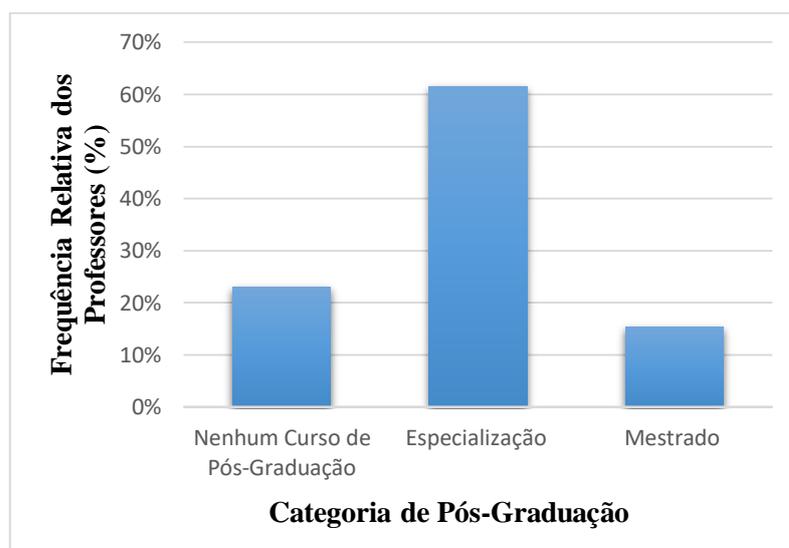
**Gráfico 3 - Graduação dos Professores**



**Fonte:** Autor

O gráfico 4 refere-se à questão que perguntava sobre as categorias de curso de pós-graduação dos professores que terminaram a sua formação inicial. Dos treze professores, 62% tinham especialização, 23% só têm a formação inicial e 15% professores concluíram o mestrado.

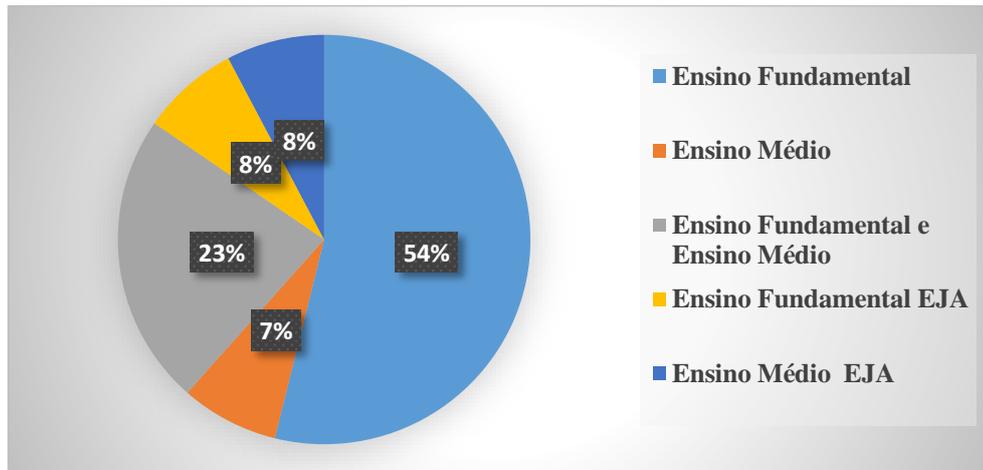
**Gráfico 4 - Pós-graduação dos Professores**



**Fonte:** Autor

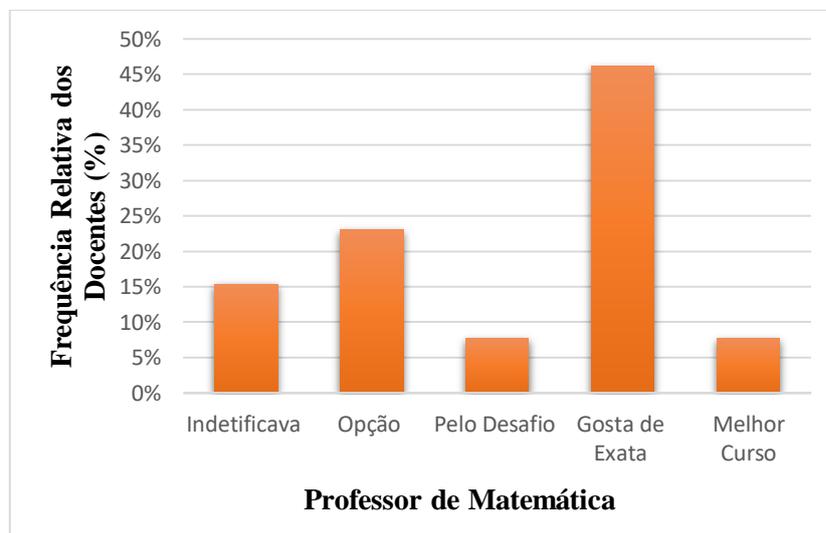
Sendo assim, cinco professores fizeram especialização em Educação Matemática, dois em Educação e um em Física e Educação Física, dois fizeram mestrado em Ensino de Ciências e Matemática e, por fim, três professores têm só a graduação.

No gráfico 5, analisamos em quais níveis de ensino os professores estão lecionando no momento. Apesar de a pesquisa ser voltada para o ensino médio, os professores que responderam o questionário não trabalham apenas com essas turmas, mas também com o nível fundamental e EJA. Podemos perceber serem poucos professores que atuam apenas nesse nível de ensino, alvo da pesquisa.

**Gráfico 5 - Níveis de Ensino**

**Fonte:** Autor

Por fim, o gráfico 6 mostra a última questão sobre o perfil e profissão dos professores, sobre porque escolheram ser professor de Matemática. Percebemos que muitos escolheram ser professor de Matemática, pois se identificavam à época, por opção, pelo desafio de ser professor, gostar de exatas e por ser um curso de alta qualidade.

**Gráfico 6 - Ser professor de matemática**

**Fonte:** Autor

Na segunda parte do questionário, as perguntas estão relacionadas aos professores e suas práticas docentes em relação à História da Matemática. Nela, buscamos analisar a presença da História da Matemática como disciplina na formação inicial e continuada dos professores. Outra

ênfase foi quanto à a contextualização histórica que está contida nos livros didáticos como recurso metodológico para o ensino e aprendizagem, e, por fim, as dificuldades encontradas em usar a História Matemática em sala de aula.

Nesta etapa, as questões são mais subjetivas, portanto, após a coleta de dados, as respostas foram transcritas e, para preservar a identidade dos professores, adotamos os códigos de P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9, P10, P11, P12 e P13, para, assim, ser feita análise do instrumento. E Compreendemos como viável utilizar as respostas dos professores agrupadas, pois a mesmas tinha o mesmo sentindo, mas foram escritas de formas diferente e algumas iguais.

Então na décima segunda questão, perguntamos quais dificuldades os estudantes apresentam em relação à Matemática?

Como mostra o quadro 5 abaixo tivemos as seguintes respostas.

**Quadro 5** - As dificuldades dos estudantes em relação à Matemática

<b>Pesquisados</b>	<b>Respostas</b>
P1, P6 e P8	“Os estudantes não têm uma boa base em relação aos conteúdos matemáticos, além de terem péssimas experiências com a Matemática na sala de aula, assim os estudantes acabam não se esforçando para aprenderem”.
P2, P3, P9, P10, P11 e P13	“Os discentes têm dificuldade em interpretação de situações problema, letramento em Matemática, sem falar a falta de domínio das operações básicas”.
P4, P5, P7 e P12	“Linguagem e aspectos psicocognitivos, leitura e escrita, entre outros fatores que tentamos amenizar”.

**Fonte:** Autor

Ao fazer uma análise dos dados acima, percebemos que as dificuldades que os professores encontram entre os estudantes são muitas, desde o início do ensino fundamental até o final do ensino médio. Essas dificuldades não são de hoje, mas de muito tempo, então faz-se necessária uma investigação sobre as razões para dificuldades referentes à aprendizagem dos estudantes que vai desde buscar nos próprios estudantes ou fatores externos como, por exemplo, a forma de ensinar Matemática.

As próximas três questões são referentes à formação inicial e continuada dos professores. No quadro 6, estão as respostas da questão 13, em que os professores foram interrogados com a seguinte pergunta: no decorrer da sua formação inicial e continuada, teve a

disciplina de História da Matemática? Acredita que essa disciplina contribuiu para seu desempenho como educador?

**Quadro 6** - Formação inicial e continuada dos professores de matemática

Pesquisados	Respostas
P1, P2 e P3	“Não. Mas acredito que contribuiria bastante no processo de ensino e aprendizagem, visto que nós, professores, teríamos uma boa base. Então, por necessidade, precisamos desse conhecimento para podermos trabalhar com mais segurança ao aplicar determinado conteúdo”.
P4, P5, P6, P7, P8, P9, P10, P11, P12 e P13	“Sim. Ela é fundamental para expansão da linguagem e compreensão de outros aspectos da aplicabilidade da Matemática e suas interfaces para além de si mesmo, pois ela é suporte para ensinar as origens e saber o porquê dos conceitos matemáticos, partindo disso, tudo mudou totalmente minha metodologia e postura em sala de aula”.

**Fonte:** Autor

Tomando como base os dados acima, compreendemos que a História da Matemática é um fator importante, pois ela faz parte da prática pedagógica dos professores, a História da Matemática necessita estar diretamente ligada a sua formação acadêmica, visto que quando não se tem um aprendizado sobre fatos históricos da Matemática, é improvável que a História da Matemática seja empregada pelos professores como uma proposta metodológica capaz de enriquecer e aperfeiçoar o ensino da Matemática em sala de aula.

Brasil (1997, p. 30) ressalta que

o conhecimento da história dos conceitos matemáticos precisa fazer parte da formação dos professores para que tenham elementos que lhes permitam mostrar aos alunos a Matemática como ciência que não trata de verdades eternas, infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos.

Desse modo, o conhecimento histórico é importante na formação inicial dos professores, pois é quando eles têm possibilidade de construir seus conhecimentos matemáticos em uma concepção histórica e sociocultural.

A décima quarta questão proposta foi: Se os professores já participaram de alguma atividade de formação continuada (atualização, treinamento, capacitação etc.) e se tiveram a oportunidade de estudar sobre a História da Matemática ou sobre a sua utilização no ensino?

Assim, apresentamos, no quadro 7 abaixo, as respostas.

**Quadro 7** - Participação dos professores de atividade de formação continuada sobre a História da Matemática e sua utilização no ensino

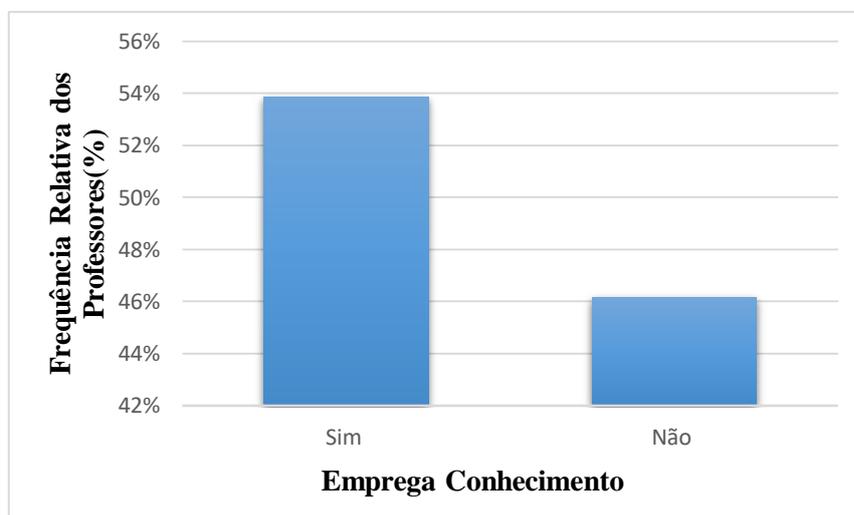
<b>Pesquisados</b>	<b>Respostas</b>
P1, P2, P6, P8, P9, P10 e P12	“Não. Mas gostaria, pois tenho que estudar se caso for ministrar alguma aula que precise de uma contextualização relevante em relação à História da Matemática”.
P4	“Nunca fiz formação voltada para História da Matemática como tema central, apenas na graduação”.
P3, P5, P7, P9 e P11	“Sim, mas foi superficial”.

**Fonte:** Autor

Visto que a maioria dos professores não teve atividade de formação continuada voltada para a História da Matemática, eles gostariam de estudar para ter um aprofundamento significativo, pois buscam, muitas vezes, uma forma para ministrá-la em sala de aula. A outra parte dos professores justificou com sim, mas só viu a História da Matemática superficialmente ou apenas na graduação.

Assim sendo, apresentamos, no gráfico 7, as respostas sobre empregar os conhecimentos adquiridos nas atividades de formação continuada para a melhoria de sua prática em sala de aula. Como alternativa para respostas o professor poderia optar por: sim ou não, dos 13 professores 46% disseram não e 54% sim, então podemos ver que a maioria dos professores coloca em prática o aprendizado de em sua formação continuada em sala de aula.

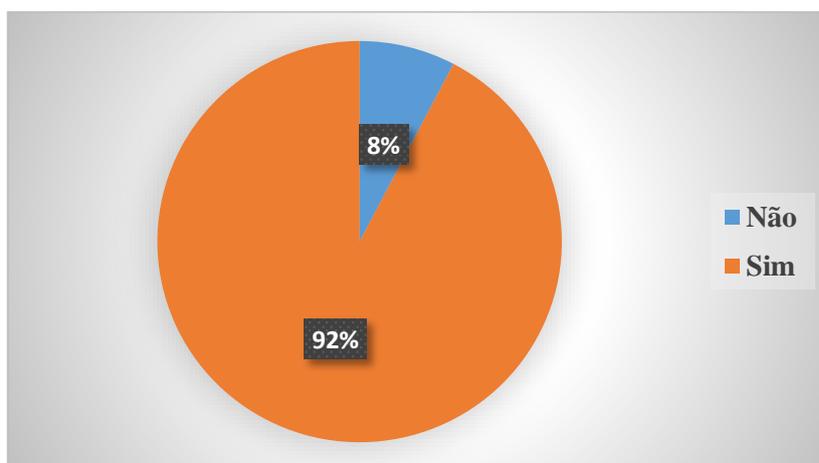
**Gráfico 7** - Professores que empregam o conhecimento adquirido na formação continuada



**Fonte:** Autor

Na décima sexta questão, os professores foram questionados se a História da Matemática pode oferecer um âmbito de contextualização importante do conhecimento matemático? As respostas são apresentadas no gráfico 8 a seguir.

**Gráfico 8** - A História da Matemática oferecendo um âmbito de contextualização no conhecimento matemático



**Fonte:** Autor

Ao observarmos o gráfico acima, percebemos que dos 13 professores entrevistados 8% deles acreditam que a História da Matemática não oferece nenhum âmbito de contextualização ao conhecimento da Matemática. Mas, segundo Fossa (2001, p. 16):

a História da Matemática é uma das formas de se contextualizar o ensino da matemática escolarizada como possibilidade de situar o conhecimento no tempo e no espaço bem como motivar os alunos para um despertar para aprendizagem da matemática.

Desse modo, a História da Matemática pode dar uma importante contribuição para o processo de ensino e aprendizagem. Ao apresentar a Matemática como uma criação humana e ao mostrar as necessidades e preocupações de diferentes culturas e diferentes momentos históricos, os professores criam condições para que os estudantes desenvolvam atitudes críticas e menos passivas.

Na décima sétima questão, foi indagado se os livros didáticos e os programas escolares utilizados pelos professores trazem alguma informação sobre a História da Matemática e se acham importante que tragam essa informação. Apresentamos as respostas no Quadro 8.

**Quadro 8** - Os livros didáticos e os programas escolares trazem alguma informação sobre a História da Matemática

Pesquisados	Respostas
P1 e P3	“Alguns trazem essas informações não tão profundas como deveriam, mas trazem como comentário sucinto. Acredito que essas informações sejam cruciais para que os professores possam ensinar com mais confiança, transmitindo, assim, um maior conhecimento sobre determinado conteúdo, onde ajudaria o estudante a entender melhor a necessidade da Matemática, tendo em vista que os estudantes precisam saber o porquê de estudar tal assunto e despertando o gosto pela disciplina”.
P2, P4, P7, P9 e P11	“Às vezes, apresentam, mas sempre busco complementar, penso que é uma forma de humanizar a Matemática, mostrar-lhes que a Matemática está presente em nosso cotidiano e está em constante desenvolvimento, não é um conhecimento estático, assim a História da Matemática é importante, sim, pois nos revela detalhes importantíssimos sobre os conceitos matemáticos”.
P6	“Não”.
P5, P8, P12 e P13	“Sim, mas nem todos os livros abrangem sobre a História da Matemática e quando tem é bem resumido. É muito importante, pois é possível fazer a contextualização com os objetos de conhecimento, pois faz parte da Matemática”.
P10	“Importante é, mas, na prática, não fazemos. Devido a muitas obrigações a serem cumpridas e pouco tempo”.

**Fonte:** Autor

Notamos que a maioria dos professores pesquisados disse que os livros didáticos, às vezes, trazem informações da História da Matemática, mas de forma superficial ou resumida, ou seja, o que se vê nos livros é dado históricos que não aguçam a curiosidade dos estudantes e, por vezes, não fazem com que os professores consigam uma maneira de realizar uma ligação direta com o conteúdo abordado.

Em conformidade com Vianna (1995, p.2):

é possível perceber que a História da Matemática na maioria dos livros didáticos não tem contribuído para uma melhor aprendizagem da Matemática, uma vez que seu uso tem estado limitado às funções de motivação e/ou informação adicional. Raramente, o conhecimento tem sido incorporado na elaboração de novas sequências de ensino ou estratégias didáticas.

Porém, os professores entrevistados acreditam que as informações sobre a História da Matemática são importantes, no entanto, precisam ser aprofundadas nos livros didáticos, para terem mais confiança de ensinar, transmitindo um determinado conteúdo contextualizado e revelando detalhes significativos sobre os conceitos matemáticos a partir de suas origens.

O quadro 9 a seguir representa a resposta da décima oitava pergunta que tem o intuito de saber qual a importância da História da Matemática nos livros didáticos e se pode contribuir para o ensino da matemática?

**Quadro 9** - Importância da História da Matemática e sua contribuição para o ensino da matemática

<b>Professores</b>	<b>Respostas</b>
P1 P8 e P10	“É importante que os livros abordem a História da Matemática, pois o estudante se sente mais motivado em estudar sabendo das origens de determinados conteúdos, além de ajudar na construção de um conhecimento matemático e, com isso, podendo melhorar a compreensão do estudante, dentre outras diversas contribuições que a história proporciona”.
P11 e P13	“É importante, sim, para socializar com os estudantes a História de cada conteúdo exposto nos livros, então ter a história nos livros facilita essa socialização e não necessita de uma nova fonte, assim acredito que isso pode incentivá-los no seu aprendizado”.
P5	“Não”.
P2, P3, P4, P6 e P12	“Pode sim, pois traz a história de cada conteúdo a ser trabalhado e importante que o aluno conheça e saiba reconhecer, contribuindo para o ensino da Matemática. Considerando os livros como um bom recurso e próximo do profissional docente e da comunidade escolar.
P7 e P9	“Despertar no estudante o interesse e a necessidade do uso da Matemática no dia a dia, facilitando a compreensão dos conceitos matemáticos e contribuindo bastante, pois estimula o estudante a navegar no conteúdo com interesse”.

**Fonte:** Autor

Observamos que dos 13 professores investigados um deles discorda que a História da Matemática poderia contribuir para o ensino da Matemática. Segundo Miguel e Miorim (2004, p.53):

a história deve ser o fio condutor que direciona as explicações dadas aos porquês da Matemática. Assim, pode promover uma aprendizagem significativa, pois propicia ao

estudante entender que o conhecimento matemático é construído historicamente a partir de situações concretas e necessidades reais.

Sendo assim, a História da Matemática pode dar uma contribuição significativa ao processo de ensino e aprendizado dos estudantes, pois, ao apresentar a Matemática como uma criação humana e mostrar as necessidades e preocupações de diferentes culturas e diferentes momentos históricos, os professores criam condições para que os estudantes desenvolvam atitude mais crítica do ponto de vista sociocultural.

A décima nona questão proposta foi: quais são os materiais complementares que buscam para utilizarem a História da Matemática como ferramenta em sala de aula?

Assim, apresentamos, no quadro 10 abaixo, as respostas.

**Quadro 10** - Materiais complementares para utilizar a História da Matemática

<b>Professores</b>	<b>Respostas</b>
P4, P5, P9 e P11	“Internet, livros paradidáticos”.
P1 e P2	“Vídeos e, algumas vezes, materiais manipuláveis e história de pessoa que contribuiu para Matemática”.
P3, P6, P7 e P12	“Somente livro de História da Matemática, recortes de textos e artigos científicos e faço apenas comentários”.
P10	“O que mais utilizo é contar a própria história de determinado objeto utilizado no passado e contextualizando, mostrando a importância de conhecer hoje”.
P8	“São muitas (as ferramentas do dia a dia), como problemas contextualizados para melhor definição dos objetivos de aprendizagem. Enfim, são muitas”.

**Fonte:** Autor

Analisando as respostas dadas à questão, verificamos que cada um dos professores busca uma maneira de contextualizar a História da Matemática, seja ela com vídeo, internet, livros, artigos científicos ou com apenas comentário superficial, eles tentam apresentar para os estudantes a sua importância para os conceitos matemáticos.

O quadro 11 a seguir representa a pergunta que tem o intuito de saber se os professores utilizam a História da Matemática com seus estudantes, se sim, como utilizam.

**Quadro 11** - Professores que utilizam a História da Matemática na sala de aula

<b>Professores</b>	<b>Respostas</b>
P1, P9 e P13	“Às vezes. Utilizo o livro didático mesmo ou outras fontes de pesquisa como vídeos contextualizados com dados históricos, também utilizo no começo dos conceitos como ferramentas de explicação de vários conceitos e uso exemplo através de comparações diárias vivida por cada docente”.
P2, P5 e P12	“Às vezes”.
P3, P6 e P10	“Não”.
P4, P7, P8 e P11	“Sim. Através de leitura dos conteúdos contando seu surgimento e quem contribuiu para essa descoberta”.

**Fonte:** Autor

Nessa perspectiva, percebemos que dos 13 professores, três não utilizam a História da Matemática em suas aulas, apenas nove disseram que utilizam, mas às vezes. A forma que a História da Matemática é empregada por esses professores vai ao encontro com pensamento de Mendes (2009, p.77), que afirma que

a História da Matemática pode ser utilizada como fonte motivadora, para que o aluno conheça a matemática feita por outros povos e ser utilizada em resolução de problemas, mas para que o aluno vá se habituando a ela é preciso ser iniciada aos poucos na introdução dos novos conteúdos.

Para que a História possa ser utilizada em sala de aula com finalidade de melhorar o ensino de Matemática, tanto qualitativa como quantitativamente, cabe ao professor explorar de que maneira a História da Matemática pode auxiliar com sua prática docente e para a aprendizagem dos estudantes, pois se os professores não conhecerem a História o suficiente, os estudantes desconsiderarão a importância desse conhecimento.

Na penúltima questão, foi perguntado sobre a importância da História da Matemática para o processo de ensino e aprendizagem dos estudantes. As respostas são apresentadas no quadro 12 a seguir.

**Quadro 12** - Professores que acreditam na contribuição da História da Matemática para a aprendizagem do estudante.

<b>Professores</b>	<b>Respostas</b>
P1, P5, P12 e P13	“Sim”.
P6, P4 e P10	“Não”
P2, P9 e P11	“Sim. Ao entender que a Matemática faz parte do nosso dia a dia, e que foi se desenvolvendo a partir das necessidades dos seres humanos, pode colaborar com essa compreensão sobre o conceito ensinado, assim, contextualizando a História com os conceitos matemáticos, os estudantes se sentirem mais interessados em navegar no conteúdo mostrando- se, mais participativos.
P7 e P8	“Sim. Considerando que há uma expectativa rasa da própria concepção da Matemática para e em seu desenvolvimento para os dias atuais, compreender caminhos, tentativas e erros presentes no e para o desenvolvimento humano é salutar para a própria aceitação da humanidade e de nossa condição humana frente aos conhecimentos plurais e diversos também presente no campo da Matemática, pois mostra a História da Matemática, podemos estar incentivando a eles a se interessarem mais por estudar Matemática porque muitos estudantes não gostam da disciplina e, assim, mostrando seu surgimento pode ajudar a quebrar esse paradigma”.
P3	“Quando conhecemos algo, nos deixa mais confiante em entender

**Fonte:** Autor

As explicações no quadro acima mostram que os professores acreditam que a História da Matemática é de fundamental importância para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática e pode trazer melhorias aos estudantes, levando-os ao entendimento de determinado conteúdo.

Santos (2007, p.19) evidencia que

o uso da História da Matemática pode auxiliar no conhecimento matemático, ajudando o aluno a compreender tais métodos e fórmulas usadas hoje na Matemática. Além disso, pode motivar o aluno a se aprofundar no assunto, tendo uma visão de como esses tipos de problemas eram resolvidos antes de existir o que hoje nos é familiar.

Assim compreendida, a História da Matemática pode ser uma ferramenta motivadora para o processo de aprendizagem dos estudantes, de modo que eles passem de meros espectadores a criadores ativos dos conceitos matemáticos, pois quando utilizar a História relacionada ao aspecto cotidiano da Matemática, busca-se mostrar seu caráter científico.

Na última questão, os professores foram questionados se encontram alguma dificuldade no uso da História da Matemática em sala de aula, as suas respostas são apresentadas no quadro 13.

**Quadro 13** - Dificuldade encontrada ao uso da História da Matemática

<b>Professores</b>	<b>Respostas</b>
P1, P2, P7	“Sim”.
P4, P8	“Não”.
P3, P9, e P11	“Sim. O pouco recurso que temos, e os livros atuais quase não vêm informações sobre a História da Matemática e alguns sites de internet não são muito confiáveis, assim dificulta aplicação em sala”.
P5 e P6	“Não. Uso a História da Matemática, pois o seu uso requer do profissional educador postura proativa e investigativa frente a escasso, podemos assim dizer, material de cunho didático quando comparado a outros temas matemáticos”.
P2	“Às vezes”.
P10	“Sim. Devido nunca ter participado de formação com esse propósito, fico limitado às atividades e modo de trabalho que utilizo sempre. É preciso trazer coisas novas”.

**Fonte:** Autor

Diante das respostas obtidas, percebemos que a maioria dos professores entrevistados possui dificuldade ou insegurança quanto ao uso da História da Matemática em sala de aula, isso é devido a vários fatores, um deles é a História como disciplina na formação inicial, o que ainda não é uma realidade e quando faz parte do currículo, seu ensino não favorece para que os professores a utilizem de forma relevante em suas aulas, além disso, há a limitação ocasionada pela falta de material didático para leitura e, quando pesquisam em alguns sites da internet, eles acreditam que as fontes não são muito confiáveis. Sendo assim, recomendamos que os cursos de formação inicial ofereçam mais atenção ao tema e que, na formação continuada, realizem oficinas oferecendo opções de utilização da História.

Desse modo, Miguel e Brito (1996, p.3) destacam que

sabemos que, durante a sua formação, os futuros professores de matemática recebem quantidades substanciais de informações relativas às matemáticas chamadas superiores. Por outro lado, recebem pouca ou nenhuma informação histórica sobre as origens e o desenvolvimento das teorias que estudam ou sobre as motivações externas e internas que guiaram a criação e o desenvolvimento dessas teorias.

Entendemos que a História da Matemática tem que ter uma participação maior nas disciplinas de conteúdo específicos na formação dos professores, possibilitando que eles construam seus próprios conhecimentos matemáticos em uma perspectiva histórica e sociocultural, para que possam não ter tanta dificuldade de utilizá-la em sala de aula.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como já foi mencionado na apresentação do nosso trabalho, esta pesquisa objetivou compreender as possibilidades do uso da História da Matemática como recurso metodológico presente em livros didáticos utilizados pelos professores e estudantes em sala de aula. Para isso, elegemos como objetivos específicos analisar as passagens históricas no conteúdo de Geometria Espacial nos livros didáticos do ensino médio a partir das categorias de sentidos propostas por Alencar (2014) e, através de uma aplicação de questionário, analisar as justificativas apontadas pelos professores do uso ou não da História da Matemática como recurso metodológico para o ensino.

Para facilitar o nosso entendimento sobre o uso da História da Matemática como recurso metodológico, tornou-se essencial em nossa pesquisa dedicarmos-nos ao estudo da História na Educação Matemática. Expusemos uma síntese das teorias defendidas por importantes autores do campo da Educação Matemática que trazem argumentos reforçadores que justificam o uso da História da Matemática na sala de aula, sobre o seu uso por meio do livro didático e recomendações sobre como efetivá-la no cotidiano escolar.

Para atingir nosso primeiro objetivo, inicialmente, conduzimos uma busca por teses, livros, dissertações, textos oficiais, artigos e demais obras publicadas que abordam a História da Matemática como recurso metodológico e a análise da presença da História da Matemática nos livros didáticos. Em seguida, realizamos um levantamento de dados de todas as passagens históricas no conteúdo de Geometria Espacial nos livros didáticos do PLND 2018, utilizando as categorias de sentidos propostas por Alencar (2014) em dois aspectos: quanto à natureza do conteúdo vinculado e quanto aos objetivos da menção histórica.

Através de nossas análises, percebemos que a maioria das passagens históricas faz referências aos feitos notáveis ou heroicos de grandes matemáticos, considerados importantes por suas realizações e contribuições para o desenvolvimento das ciências e da matemática. Quando fazem referências a contextos históricos, estes estão geralmente desligados de questões políticas, sociais, culturais e econômicas, mas ligados ao contexto da construção da História do ponto de vista da própria Matemática. Então, a História que aparece nos livros didáticos é de forma tradicional, ou seja, ela acentua-se superficialmente nos conteúdos matemáticos sem ter muito aprofundamento.

De certo modo, a História da Matemática identificada nos livros didáticos costuma ser uma ferramenta de informação para os professores de informação que não têm conhecimentos históricos sobre o conteúdo vinculado. É importante ressaltar que os livros didáticos são

utilizados para o aprendizado dos estudantes, porém, podem ter sido o único acesso a essas informações que o professor, leigo no assunto, conseguiu.

No entanto, entendemos ser positivo esse fato, pois uma informação sobre a História da Matemática “solta no meio do conteúdo” pode colaborar ou mostrar ao estudante que determinado conteúdo matemático não foi construído ou elaborado da noite para o dia. Todas as formas de integração da História da Matemática nos livros didáticos foram vistas com um olhar positivo mais do que negativo, claramente algumas são mais marcantes que outras, mas, em sua maioria, pode contribuir para o processo de ensino da Matemática.

Na pesquisa com os professores de Matemática das regionais de Araguaína e Colinas do Tocantins, verificamos se eles tiveram contato com a História da Matemática em sua formação inicial ou continuada e foi constatado que 23,08% dos professores pesquisados nunca estudaram alguma disciplina que tinha como foco a História da Matemática, e 76,92% dos professores já tiveram contato com a História da Matemática, mas apenas ligeiramente.

Porém, quase todos acreditam que contribuiria bastante no processo de ensino e aprendizado ter tal conhecimento, visto que teriam uma boa base e uma expansão na linguagem e compreensão de aspectos da aplicabilidade da Matemática, ela seria um suporte para ensinar as origens e saber o porquê dos conceitos matemáticos.

Em relação à utilização da História da Matemática em sala de aula, vimos que alguns professores às vezes usam, mas de forma superficial, pois afirmam que os livros didáticos não abordam profundamente e precisam buscar outras fontes, também tivemos três professores que não utilizaram a História, mas não justificaram os motivos.

Pelas constatações, podemos relacionar o uso da História da Matemática com a formação dos professores como insuficiente, o que é ocasionado pela falta de disciplinas de História da Matemática nos cursos de formação inicial e continuada, ocasionando, com isso, pouco interesse por parte dos professores em ter a História como agente facilitador no ensino da Matemática em suas práticas escolares.

## REFERÊNCIAS

- ALENCAR, A. C. **História da matemática no livro didático de matemática**: práticas discursivas. Dissertação – Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual da Paraíba (UEPB). Campina Grande, 2014.
- BIANCHI, M. I. Z. **Uma reflexão sobre a presença da história da matemática nos livros didáticos**. Dissertação. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Mestrado, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.
- BRASIL. **Guia de livros didáticos**: PNLD 2012 - Matemática. – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2011.
- BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: Matemática. Brasília: MEC, 2018.
- BROLEZZI, A. C. **A Arte de contar**: uma introdução ao estudo do valor didático da História da Matemática. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1991.
- COSTA, M.S.; ALLEVATO, N. S. G. **Livro Didático de Matemática**: análise de professoras polivalentes em relação ao ensino de geometria. Vidya, jul/dez., 2010. Santa Maria, 2010
- D'AMBROSIO, U. **Educação matemática**: da teoria à prática. 2ª ed., Campinas: Papyrus, 1997. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática)
- D'AMBROSIO, U. **Da realidade à ação**: reflexões sobre educação e matemática. São Paulo: Summus, 1986.
- D'AMBROSIO, U. **História da Matemática e Educação**. 1 ed. Campinas: Papyrus, 1996.
- DUARTE, E. F. **Contextualização em Educação Matemática**, Universidade Estadual de Minas Gerais – UEMG. Belo Horizonte - MG, 1997.
- FERREIRA, E. S. História e Educação Matemática. *In*: **Cadernos Cedes**. n.º 40, p.6. Campinas, 1996.
- FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002.
- FOSSA, J. A. Recursos Pedagógicos para o ensino da matemática da Antiguidade. *In*: **A história como um agente de cognição na Educação Matemática**. Porto Alegre: Sulina, 2006.
- FOSSA, J. A. **Ensaio sobre a Educação Matemática**. Belém: EDUEPA, 2001.

GELSON I.; [et. al.]. In: **Matemática: ciência e aplicações**. volume 2. 9 ed. – São Paulo: Saraiva, 2016.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. - 4. ed. - São Paulo: Atlas, 2002.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar**. Rio de Janeiro: Record, 1997.

LOPES, L. S.; ALVES, A. M. M. **A história da matemática em sala de aula: propostas de atividades para a educação básica**. In: Encontro Regional de Estudantes de Matemática da Região Sul - EREMAT, 2014, Bagé. Anais eletrônicos. Bagé: UNIPAMPA, 2014.

LOPES, L. S. **Um olhar sobre a história nas aulas de matemática**. PUC Minas, 64 Belo Horizonte, 2013.

LONGEN, A. **Matemática: padrões e relações**. 2: ensino médio- 1. ed. – São Paulo: Editora do Brasil, 2016.

MENDES, I. A. **Cognição e Criatividade na Investigação em História da Matemática: contribuições para a Educação Matemática**. Alexandria. In: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, Santa Catarina v. 6, n. 1, p. 185-204, 2013a. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37942/28970>. Acesso em: 13/03/2021.

MENDES, I. A. **Investigação Histórica no Ensino da Matemática**. Rio de Janeiro: Editora Ciências Moderna Ltda., 2009.

MENDES, I. A. **O uso da história da matemática: reflexões teóricas e experiências**. Belém - EDUEPA, 2001

MENDES, I. A.; FOSSA, J. A.; VALDÉS, J. E. N. **A História como um agente de cognição na Educação Matemática**. Porto Alegre: Editora Sulina, 2006, 182 p.

MENDES, I. A. **A investigação histórica como agente da cognição matemática na sala de aula**. In: MENDES, I. A.; FOSSA, J. A.; VALDÉS, J. E. N. A História como um agente de cognição na Educação Matemática. Porto Alegre: Editora Sulina, 2006, p. 79-136.

MIGUEL, A. **Três estudos sobre história e educação matemática**. 1993. 361 f. (Tese de Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1993.

MIGUEL, A.; BRITO, A. J. **A História da Matemática na Formação do Professor de Matemática**. In: FERREIRA, Eduardo Sebastiani (Org.) Cadernos CEDES 40. Campinas: Papyrus, 1996

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na Educação Matemática: propostas e desafios**. 2 a ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011, 208 p. (Coleção Tendência em Educação Matemática).

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na educação matemática: propostas e desafios**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

MIGUEL, A. **As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão:** argumentos reforçadores e questionadores. *In:* Zetetike, Campinas, 1997. p.73-105.

OLIVEIRA, J. S. B. de; ALVES, A. X.; NEVES, S. do S. de M. **História da matemática: contribuições e descobertas para o ensino aprendizagem de matemática.** *In:* ENONTRO REGIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – EREM: anais eletrônicos. Rio Grande do Norte, 2009. Disponível em: <https://silo.tips/download/historia-da-matematica-contribuioes-e-descobertas-para-o-ensino-aprendizagem-de>. Acesso em: 13/03/2021.

PEREIRA, E. **A História da Matemática nos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio: conteúdos e abordagens.** Dissertação. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Mestrado Profissional, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2016

SANTOS, C. A. **A História da Matemática como Ferramenta no Processo de Ensino-Aprendizagem da Matemática.** Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP), São Paulo, 2007.

SOUSA, Joamir Roberto de Sousa; [et. al.]. **#Contato Matemática 2°** - 1. ed. São Paulo: FTD, 2016.

VALDÉS, J. E. N. **A história como elemento unificador na educação matemática.** *In:* Mendes, I. A.; Fossa, J. A. & Valdés, J. E. N. A História como um agente de cognição na Educação Matemática. Porto Alegre. Editora Sulina, 2006. p. 15-78.

VIANA, C. R. **Matemática e História:** Algumas relações e Implicações Pedagógicas. Dissertação (Mestrado em Educação), USP. São Paulo, 1995.

VIANNA, C. R. **Matemática e História:** Algumas relações e implicações pedagógicas. Dissertação (Mestrado em Educação) – Departamento de Metodologia do Ensino e Educação Comparada da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo. 1995, 228p.

## APÊNDICES



## Questionários para Professores de Matemática.

UNFT- Universidade Federal do Norte do Tocantins

Você está convidado (a) a responder este questionário, que faz parte da coleta de dados da pesquisa para o Trabalho de Conclusão de Curso: A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA DIDÁTICA NO PROCESSO DO ENSINO E APRENDIZAGEM, da acadêmica MÁRCYA DIAS GONÇALVES, sob orientação do Prof. Dr. ROGERIO DOS SANTOS CARNEIRO.

### Parte 1- Perfil do Entrevistado

Descrição (opcional)

1. Nome: \*

Texto de resposta curta

2. Sexo: \*

Masculino

Feminino

3. Idade: \*

Até 24 anos

De 25 a 29 anos

De 30 a 39 anos

De 40 a 49 anos

De 50 a 54 anos

55 anos ou mais

4. Identifique o curso de graduação que você concluiu: Nome do Curso? Ano de conclusão? \*

Texto de resposta longa

5. Das categorias de cursos de pós-graduação pautadas abaixo, assinale a opção que corresponde ao curso de mais alta qualificação que você completou: \*

- Não fiz, ou ainda não completei nenhum curso de pós-graduação
- Especialização (mínimo de 360 horas)
- Mestrado
- Doutorado

6. Se cursou ou estiver cursando, qual a área de sua pós-graduação? \*

Texto de resposta longa

7. Hoje você leciona matemática em quais níveis de ensino? \*

- Nível Fundamental (6° a 9° ano)
- Nível Médio (1° ao 3° ano)
- Nível Médio (EJA)
- Nível Fundamental (EJA)

8. Qual a regional que você atua? \*

Texto de resposta curta

9. Há quantos anos você está lecionando? \*

- Há menos de 1 ano
- De 1 a 2 anos
- De 3 a 5 anos
- De 6 a 9 anos
- De 10 a 15 anos
- De 15 a 20 anos
- Há, mas de 20 anos

10. Por que escolheu ser professor(a) de matemática? \*

Texto de resposta longa

---

11. Em qual (is) turno (s) trabalha? \*

- Matutino
- Vespertino
- Noturno

## Parte 2: Questões Específicas

Descrição (opcional)

12. Quais as maiores dificuldades dos estudantes em relação à matemática? \*

Texto de resposta longa

---

13. No decorrer de sua formação inicial, ou continuada, você teve a disciplina de História da Matemática? Acredita que essa disciplina contribui para o seu desempenho como professor(a) de matemática? Explique \*

Texto de resposta longa

---

14. Já participou de atividade de formação continuada (atualização, treinamento, capacitação, etc.), sobre a História da Matemática ou sobre sua utilização no ensino? \*

Texto de resposta longa

---

15. Se sim, você emprega os conhecimentos adquiridos nas atividades de formação continuada para a melhoria de sua prática em sala de aula? \*

- Sim
- Não

16. A História da Matemática pode oferecer um âmbito de contextualização importante do conhecimento matemático? \*

Sim

Não

17. Os livros didáticos e programas escolares trazem alguma informação sobre a História da Matemática? É importante trazer essas informações? Porque? \*

18. Para você qual a importância da História da Matemática nos livros didáticos? Você acredita que pode contribuir no ensino de matemática? \*

Texto de resposta longa

19. Quais são os materiais complementares você busca, para utilizarem a História da Matemática como ferramenta metodológica em sala de aula? \*

Texto de resposta longa

20. Nas suas aulas de matemática, você usa a História da Matemática como recurso com seus estudantes? Se sim, como utiliza? \*

Texto de resposta longa

21. Você acredita ser importante a História da Matemática para processo de ensino e aprendizagem dos estudantes? Poderia explicar sua resposta. \*

Texto de resposta longa

22. Você encontra dificuldade no uso da História da Matemática em sala de aula? Justifique sua resposta. \*

Texto de resposta longa