



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS
CAMPUS DE ARAGUAÍNA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

MAIZA RODRIGUES DE SOUSA NASCIMENTO

**ANÁLISE EM LIVROS DIDÁTICOS DOS ANOS FINAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL SOBRE O CONTEÚDO DE GEOMETRIA**

**ARAGUAÍNA-TO
2021**

MAIZA RODRIGUES DE SOUSA NASCIMENTO

**ANÁLISE EM LIVROS DIDÁTICOS DOS ANOS FINAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL SOBRE O CONTEÚDO DE GEOMETRIA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Tocantins, como requisito parcial para a obtenção de título de Licenciada em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Elisângela Aparecida Pereira de Melo.

ARAGUAÍNA-TO
2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins

- N244a Nascimento, Maiza Rodrigues de Sousa.
ANÁLISE EM LIVROS DIDÁTICOS DOS ANOS FINAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL SOBRE O CONTEÚDO DE GEOMETRIA. / Maiza
Rodrigues de Sousa Nascimento. – Araguaína, TO, 2021.
78 f.

Monografia Graduação - Universidade Federal do Tocantins – Câmpus
Universitário de Araguaína - Curso de Matemática, 2021.
Orientadora : Elisângela Aparecida Pereira de Melo

1. INTRODUÇÃO. 2. COMPREENSÕES TEÓRICAS QUE ALICERÇAM
UMA PESQUISA. 3. A IMPORTÂNCIA DO ENSINO DE GEOMETRIA. 4.
REFLETINDO SOBRE OS CONTEÚDOS DE GEOMETRIA NOS ANOS
FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL. I. Título

CDD 510

TODOS OS DIREITOS RESERVADOS – A reprodução total ou parcial, de qualquer
forma ou por qualquer meio deste documento é autorizado desde que citada a fonte.
A violação dos direitos do autor (Lei nº 9.610/98) é crime estabelecido pelo artigo 184
do Código Penal.

**Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFT com os
dados fornecidos pelo(a) autor(a).**

MAIZA RODRIGUES DE SOUSA NASCIMENTO

**ANÁLISE EM LIVROS DIDÁTICOS DOS ANOS FINAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL SOBRE O CONTEÚDO DE GEOMETRIA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Tocantins, como requisito parcial para a obtenção de título de Licenciada em Matemática.

Aprovada em ____/____/____.

BANCA EXAMINADORA

Prof.^a Dr.^a Elisângela Aparecida Pereira de Melo

Prof.^a Esp.^a. Vânia Silva Araújo

Prof. Dr. Sinval de Oliveira

Dedico este trabalho aos meus pais, e também a todos que estiveram comigo nesta caminhada.

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer primeiramente à Deus que me concedeu o dom da vida e me encorajou, pois sei que “tudo posso naquele que me fortalece!” (BÍBLIA, Filipenses, 4,13), e sem ele não seria possível encarar os desafios deste trabalho.

À esta Universidade pela oportunidade e ao corpo docente que me deu o maior bem do mundo: o conhecimento. A minha orientadora que me guiou e auxiliou sempre que necessário na conclusão deste trabalho e também a todos os meus queridos mestres e doutores pelos valiosos ensinamentos que tanto me ajudaram ao longo dessa jornada.

Em especial a minha mãe Maria Luiza Rodrigues, meu pai Valmir de Sousa, minha irmã Izadora Rodrigues e minha tia/madrinha Maria dos Anjos Rodrigues, que sempre me apoiaram e fizeram de tudo para que o meu sonho se concretizasse, muito obrigada pelo cuidado, amor e orações intercessoras. Sem eles nada disso seria possível. Grata também aos meus avós, tios, tias, primas e aos meus primos Pedro Damião Rodrigues e João Matheus Rodrigues que sempre acreditaram que eu fosse capaz; não tenho palavras para expressar o quanto são especiais para mim.

As minhas amigas de infância, Thalia Coelho, Elizete Lira, Mairane Gomes, Maiane Gosmes, Thaylane Gomes, a minha amiga do Ensino Médio, Maria Laura Duarte, minha grande amiga Thayellen Gomes e meu amigo Carlos Eduardo Paixão, que nunca me abandonaram e sempre me incentivaram a não desistir. A minha amiga Dulce que ajudou com várias dicas importantes para a conclusão deste trabalho. Muito obrigada meus amigos pela sinceridade e apoio.

Em particular as minhas amigas da graduação, Bruna Pires, Janaina Nunes, Ludemilla Santos, Gabriella Fernandes e Atalia de Araújo que de uma forma ou de outra contribuíram para o meu sucesso. Sou grata por ter tido o prazer de conhecê-las e ter compartilhado momentos inesquecíveis (noites de estudos, choros, sorrisos, festinhas de aniversário, viagens acadêmicas, etc.). Obrigada pelos conselhos, opiniões e a força que sempre me deram, serei eternamente grata e levarei a nossa amizade para toda a vida. Elas são as melhores que existem.

Aos meus amigos Ronaldo Araújo, Guilherme Tavares, Daniel Alves e João Paulo Macedo, o meu muito obrigada vocês foram mais que colegas, só tenho o que agradecer pelos ensinamentos, pelos famosos “corujões”, as brincadeiras, a falta de paciência e também a parceria. Desejo muito sucesso a vocês.

Aos meus amigos e colegas que conheci durante a graduação e estiveram comigo durante todo esse percurso, Vandeylso Cardoso, Victor Wender, Fernando França, Lucas Pereira, Pedro Darc, Pablo Henrique (Pablito), Geisson Rodrigues, Taynam Dias, Sarah Miranda, Dáffny Lorrany, Erica Cristina, Djane Sousa, Thalya Horrany e Priscila Bastos, pessoas essas cuja energia é muito intensa, e que tornaram os meus dias sempre melhores.

A todos que contribuíram para minha formação, meus mais sinceros agradecimentos, meu coração trasborda de GRATIDÃO, por hoje fazer parte de uma pequena parcela de um grupo de pessoas que teve acesso ao conhecimento, a educação de qualidade, por ter aprendido sobre a Matemática e principalmente sobre a vida.

A Deus toda honra e toda glória. Não importa se o caminho é longo, não importa a idade, acreditar que somos capazes e não desistir dos nossos sonhos e objetivos é sem dúvida a coisa mais linda que podemos fazer por nós mesmos.

"A Geometria existe por toda a parte. É preciso, porém, olhos para vê-la, inteligência para compreendê-la e alma para admirá-la."

Johannes Kepler

RESUMO

Apresenta-se, neste trabalho um estudo focado na abordagem e no desenvolvimento do conteúdo de Geometria existente nos livros didáticos de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental (EF), publicados nos anos de 2015 e 2018. Para tanto, realizamos um estudo de abordagem qualitativa do tipo de pesquisa bibliográfica e de caráter descritivo, pautando-se na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN) de Matemática. Das leituras reflexivas sobre esses documentos temos que, a Geometria possui um importante papel na vida do educando, sendo as suas mais variadas formas e conceitos perceptíveis em todas as etapas educacionais. Nessa perspectiva educativa buscou-se neste trabalho analisar a presença desse conteúdo nos livros didáticos, verificando se as unidades ou os capítulos destinados a Geometria, apresentam uma relação direta ou indireta com o documento da BNCC, sendo que as questões problematizadoras da investigação foram: 1ª) Nos LD é possível encontrar fatos históricos na explanação teórica do conteúdo? 2ª) As figuras apresentadas nos LD são coerentes ao tratamento discursivo? 3ª) Os LD apresentam indicações do uso da tecnologia para o ensino de Geometria? Como resultado, temos que os livros analisados nos indicam que o conteúdo de Geometria está descrito sob a forma proposta pela BNCC, evidenciando o seu potencial didático, pedagógico e metodológico no decurso do ensino das unidades temáticas, das habilidades e dos objetos de conhecimentos, além das indicações pedagógicas para redimensionar o planejamento do professor, em particular do professor que ensina matemática, nas escolas públicas de Educação Básica.

Palavras-chave: Ensino de Geometria. Documentos orientadores do ensino. Fatos Históricos. Livro didático.

ABSTRACT

This study presents a study focused on the approach and development of the existing Geometry content in the Mathematics textbooks of the Final Years of Elementary Education (EF), published in the years 2015 and 2018. To this end, we conducted an approach study qualitative of the type of bibliographic research and of a descriptive character, based on the National Common Curricular Base (BNCC), the National Textbook Program (PNLD) and the National Curricular Parameters of Mathematics (PCN) of Mathematics. From the reflective readings on these documents we have that, Geometry has an important role in the student's life, with its most varied forms and concepts perceptible in all educational stages. In this educational perspective, this work sought to analyze the presence of this content in textbooks, verifying whether the units or chapters destined to Geometry, present a direct or indirect relationship with the BNCC document, and the problematic questions of the investigation were: 1st) In LD it is possible to find historical facts in the theoretical explanation of the content? 2ª) Are the figures presented in the LD consistent with the discursive treatment? 3rd) Do the LDs present indications of the use of technology for the teaching of Geometry? As a result, the analyzed books indicate that the content of Geometry is described in the form proposed by the BNCC, highlighting its didactic, pedagogical and methodological potential in the course of teaching the thematic units, skills and objects of knowledge, in addition to pedagogical indications to resize the planning of the teacher, in particular the teacher who teaches mathematics, in public schools of Basic Education.

Keywords: Geometry teaching. Guiding documents of teaching. Historical facts. Textbook.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Função do LD.

Quadro 2 – Objetos de conhecimento e habilidade de Geometria previsto para o 6º Ano do Ensino Fundamental.

Quadro 3 – Objetos de conhecimento e habilidade de Geometria previsto para o 7º Ano do Ensino Fundamental.

Quadro 4 – Objetos de conhecimento e habilidade de Geometria previsto para o 8º Ano do Ensino Fundamental.

Quadro 5 – Objetos de conhecimento e habilidade de Geometria previsto para o 9º Ano do Ensino Fundamental.

Quadro 6 – Livros didáticos selecionados.

Quadro 7 – Competências gerais e específicas identificadas no livro do 6º Ano.

Quadro 8 – Competências gerais e específicas identificadas no livro do 7º Ano.

Quadro 9 – Competências gerais e específicas identificadas no livro do 8º Ano.

Quadro 10 – Competências gerais e específicas identificadas no livro do 9º Ano.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Figuras geométricas I.

Figura 2 – Figuras geométricas II.

Figura 3 – Figuras geométricas III.

Figura 4 – Capa do livro didático de Matemática do 6º Ano.

Figura 5 – Atividade I (6º Ano): A relação entre o conteúdo de Geometria e objetos do dia a dia.

Figura 6 – Abertura unidade 9: Estudo dos ângulos.

Figura 7 – Conceitos de Ângulos e Contextualizando os Ângulos.

Figura 8 – Exposição do conteúdo de polígonos.

Figura 9 – Atividade II (6º Ano): Exercícios que envolvem os temas contemporâneos.

Figura 10 – Presença de Fatos Históricos no Conteúdo de Geometria – Os Poliedros.

Figura 11 – Presença do conteúdo de Geometria no LD do 6º Ano.

Figura 12 – Atividade I (7º Ano): A relação entre o conteúdo de Geometria e objetos do dia a dia.

Figura 13 – Atividade possível de ser trabalhada a interdisciplinaridade.

Figura 14 – Presença de Fatos Históricos no Conteúdo de Geometria – O símbolo π .

Figura 15 – Atividade III (7º Ano): Exercícios relacionados aos temas contemporâneos.

Figura 16 – Atividade IV (7º Ano): Questões relacionadas aos temas contemporâneos.

Figura 17 – Presença do conteúdo de Geometria no LD do 7º Ano.

Figura 18 – Atividade I (8º Ano): Avaliando o conhecimento prévio dos estudantes.

Figura 19 – Atividade II (8º Ano): A circunferência como lugar geométrico.

Figura 20 – Casos de congruência do triângulo.

Figura 21 – Tipos de quadriláteros.

Figura 22 – Atividade III (8º Ano): Fixando o estudo sobre transformações geométricas.

Figura 23 – Presença de Fatos Históricos no Conteúdo de Geometria – Problemas clássicos da Geometria grega.

Figura 24 – Presença do conteúdo de Geometria no LD do 8º Ano.

Figura 25 – Explorando o conteúdo de ângulos.

Figura 26 – Demonstração do Teorema de Tales.

Figura 27 – Atividade I (9º Ano): Atividade que instiga a criticidade dos estudantes.

Figura 28 – Presença de Fatos Históricos no Conteúdo de Geometria – Teorema de Pitágoras.

Figura 29 – Atividade II (9º Ano): A relação entre o conteúdo de Geometria e objetos do dia a dia.

Figura 30 – Atividade III (9º Ano): Articulando conhecimentos com outros componentes curriculares.

Figura 31 – Objetos geométricos.

Figura 32 – Presença do conteúdo de Geometria no LD do 9º Ano.

LISTA DE SIGLAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

DCN – Diretrizes Curriculares Nacionais

EF – Ensino Fundamental

FNDE – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação

LD – Livros Didáticos

MEC – Ministério da Educação

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PNLD – Plano Nacional do Livro Didático

TICS – Tecnologias de Informação e Comunicação

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	16
2. COMPREENSÕES TEÓRICAS QUE ALICERÇAM UMA PESQUISA	19
2.1. REFLEXÕES SOBRE O LIVRO DIDÁTICO	19
2.2. O LIVRO DIDÁTICO E O SEU PÚBLICO ESCOLAR.....	20
3. A IMPORTÂNCIA DO ENSINO DE GEOMETRIA.....	25
3.1. O QUE É A GEOMETRIA E ONDE ELA PODE SER ENCONTRADA?.....	25
3.2. FORMAS GEOMÉTRICAS: PLANAS E ESPACIAIS.....	27
3.3. A GEOMETRIA NO CONTEXTO DOS DOCUMENTOS ORIENTADORES DO ENSINO	31
3.4. A IMPORTÂNCIA DO CONTEÚDO DE GEOMETRIA NO CURRÍCULO ESCOLAR	37
4. REFLETINDO SOBRE OS CONTEÚDOS DE GEOMETRIA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	40
4.1. REVIRANDO OS LIVROS DIDÁTICOS	40
4.2. LD DO 6º ANO	42
4.2.1. <i>Considerações acerca da análise realizada</i>	49
4.3. LD DO 7º ANO	51
4.3.1. <i>Considerações acerca da análise realizada</i>	56
4.4. LD DO 8º ANO	57
4.4.1. <i>Considerações acerca da análise realizada</i>	63
4.5. LD DO 9º ANO	64
4.5.1. <i>Considerações acerca da análise realizada</i>	72
CONSIDERAÇÕES FINAIS	74
REFERÊNCIAS.....	76

1. INTRODUÇÃO

Atualmente a Geometria apresenta um amplo campo de pesquisa, em função da sua importância para o desenvolvimento intelectual dos estudantes e suas aplicações no cotidiano. Diante disto, ao considerar o livro didático como um dos recursos fomentadores da aprendizagem, de auxílio metodológico, pedagógico e didático do professor que ensina matemática, em diferentes níveis de escolaridade, observamos a necessidade de explorar um pouco mais sobre suas contribuições tanto para os professores como para os estudantes, além de analisar a forma como é exposto o conteúdo de Geometria.

Em destaque, inicialmente pretendíamos realizar a pesquisa, a partir da descrição e análise dos livros didáticos distribuídos pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) entre os períodos de 2000 a 2019, mas devido a Pandemia causada pelo vírus da Covid-19, que teve seu epicentro inicialmente na China e se alastrou por todo o mundo provocando milhões de mortes, não foi possível selecionar os livros desejados. Desde sua chegada ao Brasil, no início do ano de 2020, várias medidas preventivas vêm sendo utilizadas para a redução da propagação desse vírus.

Os impactos causados pela pandemia são gigantescos. Diante da necessidade de isolamento social, os desafios na área da Educação são perceptíveis, vejamos que a suspensão das atividades disciplinares presenciais nas escolas e universidades brasileiras ocasiona alguns obstáculos, como as dificuldades enfrentadas pelos estudantes quanto ao acesso a uma estrutura mínima para a participação nas aulas por meio das Tecnologias de Informação e Comunicação (TICS), quanto aos professores em fomentarem as atividades de ensino. Diante dessa nova realidade, o estudo foi delimitado ao acesso dos livros que íamos conseguindo, por meio de empréstimos de professores e estudantes da Educação Básica.

Nesse contexto, o presente estudo é fundamentado na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), enquanto um dos documentos norteadores para os livros didáticos e no sentido de redimensionar as ações docentes, a partir do planejamento escolar e outras atividades educativas que podem ser fomentadas nas escolas de Educação Básica. Nessa perspectiva a BNCC apresenta 8 competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental, a saber:

- a) reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva; b) desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo; c) compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática; d) fazer

observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais; e) utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento; f) enfrentar situações-problema em múltiplos contextos; g) desenvolver e/ou discutir projetos; h) interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas. (BRASIL, 2017, p. 267)

Tais competências também serão levadas em consideração durante a análise dos livros didáticos, visto que essas orientações são fundamentais para a formação dos estudantes. Nesse contexto, a pesquisa objetiva analisar como as unidades temáticas de Geometria dos livros analisados estão relacionadas com o documento da BNCC, verificando se essas unidades/capítulos estão em conformidade com esse documento e também observar se é possível encontrar nesses livros Fatos Históricos na explanação teórica do conteúdo. Destaca-se, ainda neste trabalho, o seguinte questionamento: Como a Geometria está apresentada nos livros didáticos (LD)?

Nessa perspectiva, foram avaliados quatro LD aprovados pelo PNLD, referentes as turmas de 6º ao 9º Ano. Estes livros foram ofertados e enviados para uma Escola Estadual de rede pública de ensino, na cidade de Palmeiras do Tocantins, no estado do Tocantins, onde resido, no qual o livro do 6º ano possui três anos de validade e os demais livros analisados possuem um ano a mais, pois devido a publicação do decreto nº 9099¹, o ciclo das coleções de livros didáticos passou a ser de quatro anos.

No sentido de alcançar o objetivo e as questões de pesquisa, esta análise é conduzida como um estudo qualitativo, a partir da análise dos documentos normativos oficiais (Editais e Guias didáticos) e de cada um dos LD elaboradas e publicados no PNLD, estabelecemos aspectos, elaborados com base nos objetos de conhecimento e habilidades previstos na BNCC (BRASIL, 2017) e nos PCN de Matemática, objetivando as normas do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD), do Ministério da Educação (MEC) e das Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN).

Quanto à estrutura do trabalho, adianta-se que ele possui quatro capítulos, dos quais o primeiro é a presente Introdução, para tratar do tema da pesquisa e para destacar aspectos que demonstram a importância do estudo da Geometria.

No segundo capítulo, apresentamos alguns apontamentos quanto ao programa do livro didático, falando da sua evolução no Brasil e ressaltando a sua importância na vida do

¹ Para maiores informações sobre o decreto nº 9099, consultar: <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/2017/decreto-9099-18-julho-2017-785224-publicacaooriginal-153392-pe.html>

professor e do estudante, além de refletir sobre o papel dos mesmos no processo de ensino e aprendizagem.

No terceiro capítulo, procuramos evidenciar a importância da Geometria e as suas contribuições para a formação do estudante. Sendo dividido nos seguintes tópicos: O que é a Geometria e onde ela pode ser encontrada; Formas geométricas: planas e espaciais; A geometria no contexto dos documentos orientadores do ensino; A importância do conteúdo de Geometria no currículo escolar.

No quarto e último capítulo, apresenta-se a análise dos livros didáticos adquiridos, onde procuramos evidenciar as questões problemáticas da pesquisa e alguns exercícios propostos pelos autores. Além do mais, ressaltam-se algumas considerações baseadas nas normas defendidas pela BNCC. Por fim, expõem-se as considerações finais acerca do trabalho realizado, refletindo sobre o ensino de Geometria e destacando os resultados da pesquisa.

2. COMPREENSÕES TEÓRICAS QUE ALICERÇAM UMA PESQUISA

Neste capítulo iremos falar sobre a evolução do livro didático, expondo informações sobre o seu surgimento no Brasil, baseadas em dados encontrados na plataforma educacional: Par².

Em seguida, refletimos sobre algumas questões relacionadas ao uso do LD, sendo abordado a importância desse material, algumas características necessárias na elaboração do mesmo, as consideráveis funções destinadas ao estudante e ao professor. Além disto, destacamos também o papel do professor no processo de ensino e aprendizagem.

2.1. Reflexões sobre o livro didático

A sociedade passa por mudanças ao longo do tempo, assim como os livros didáticos. Desde o século XIX esse material é um recurso utilizado no processo de ensino e de aprendizagem. Mesmo depois de vários avanços tecnológicos e com o grande número de recursos didáticos pedagógicos criados no decorrer do tempo, este aparato continua sendo utilizado no ensino das escolas de Educação Básica, em particular nas públicas.

A circulação do livro didático no Brasil, acontece desde a chegada da família real portuguesa, em 1808. Porém, sua expansão aconteceu em 1938, durante o governo de Getúlio Vargas, após o surgimento das primeiras indústrias brasileiras de papel, a criação do Ministério da Educação e a Comissão Nacional do Livro Didático. No ano de 1985, o Governo Federal criou o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) que é o responsável por distribuir gratuitamente livros didáticos para os professores e estudantes das escolas públicas da Educação Básica, em nível nacional. Esse Programa é vinculado ao Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) e ao Ministério da Educação (MEC).

A distribuição dos LD vem sendo aperfeiçoada ao longo dos anos, de acordo com a plataforma do FNDE, visto que no ano de 2020 foram investidos mais de 1,3 bilhão de reais em livros, sendo assim, distribuído mais de 80 milhões de exemplares, para mais de 10 milhões de estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental (EF).

É importante ressaltar que o PNLD disponibiliza livros para estudantes com necessidades educativas especiais sendo um exemplo disso, às obras em Braille. Atualmente, o Programa dispõe livros didáticos para os professores da Educação Infantil, livros para o

² Para maiores informações sobre a plataforma Par, consultar: <https://www.somospar.com.br/>

desenvolvimento de projetos integradores e livros da disciplina de Educação Física do 1º ao 5º Ano do Ensino Fundamental.

2.2. O livro didático e o seu público escolar

Ao observarmos a distinta realidade e contexto das escolas de Educação Básica, principalmente as públicas quer sejam as municipais, as estaduais e as federais, têm que o livro didático é um entre outros materiais didáticos voltados ao planejamento e desenvolvimento de atividades educativas, aquele com o maior uso, tanto por estudantes quanto por professores.

Os conteúdos e as atividades sugeridas nos LD, particularmente, os advindos do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD)³ têm o objetivo de elevar o nível de aprendizagem do estudante, para que ele possa construir algumas habilidades, além de contribuir com o desenvolvimento do raciocínio lógico. Com isso, é importante que os professores possuam liberdade, conhecimento conceitual didático e pedagógico necessários para usarem tanto durante na escolha do livro quanto na tradução dos conteúdos e princípios que serão abordados em sala de aula.

O PNLD mostra dados importantes para a utilização desse recurso didático em sala de aula, além disso, é também o responsável por elaborar o Guia do Livro Didático que é um documento oficial para a análise dos LD. Esse documento é muito utilizado pelos professores, pois nele contém relações dos livros aprovados na avaliação pedagógica realizada por uma equipe de especialista e supervisionada/validade por uma comissão técnica específica.

Para o professor esse Guia enfatiza a importância de avaliar o LD e também como utilizá-lo em sua prática docente cotidiana, durante os processos de ensino e de aprendizagem dos estudantes, ao dizer que:

É preciso observar, no entanto, que as possíveis funções que um livro didático pode exercer não se tornam realidade, caso não se leve em conta o contexto em que ele é utilizado. Noutras palavras, as funções acima referidas são histórica e socialmente situadas e, assim, sujeitas a limitações e contradições. Por isso, tanto na escolha quanto no uso do livro, o professor tem o papel indispensável de observar a adequação desse instrumento didático à sua prática pedagógica e ao seu aluno (BRASIL, 2007, p.12).

³ Para maiores informações sobre o PNLD, consultar: <https://www.fnnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/legislacao>.

O documento em questão defende a valorização do livro como recurso didático ao mesmo tempo orienta-se que este não deve ser a única fonte a ser utilizada pelo professor em suas práticas pedagógicas, e sim um dos meios para auxiliar no processo de ensino e de aprendizagem.

Sabe-se que o LD é escrito particularmente para dois leitores, ao professor e ao estudante, desse modo, o LD precisa ter uma característica importante que é a transposição didática, a fim de democratizar o conhecimento a ser ensinado (saber não científico), sendo necessário que ele por meio dessa transposição didática seja capaz de comunicar tais conhecimentos entre esses dois leitores que ele foi destinado.

Para Lopes e Macedo (2011) a teoria da transposição didática proposta por Yves Chevallard é classificada em três níveis dos saberes, “o saber sábio, saber a ser ensinado e o saber ensinado”, eles juntos compõem a noosfera, que por sua vez é uma esfera que centraliza os controles da transposição, ou seja, com a transposição didática é possível analisar as modificações que o saber produzido pelo sábio (o cientista) sofre até ser transformado em um objeto de ensino.

De acordo com Chevallard (*apud* Lopes; Macedo, 2011), a transposição didática se trata de uma “troca/transferência” de um conhecimento, como uma ferramenta que deve ser posta em uso, “para que algo seja ensinado e aprendido”. No qual se torna muito mais claro e interessante o pensamento de Chevallard, onde a transposição didática consiste no trabalho de transformar um objeto de saber e ensinar em um objeto de ensino.

Nesse sentido, o conjunto de professores das escolas de Educação Básica precisam ser criteriosos ao decidirem sobre as coleções a serem adotadas nessas escolas, visto que o livro didático é escrito para um estudante ‘genérico’ e são eles que farão as adequações metodológicas para ensinar os conteúdos expostos em cada unidade à realidade da sala de aula, sendo responsável por observar e considerar os obstáculos de aprendizagem, as especificidades cognitivas dos estudantes e se questionar sobre o que está ensinando e para que serve.

Visto que o LD é um importante instrumento no processo de ensino de aprendizagem, existem diferentes funções que ele exerce em relação ao seu principal público. Neste sentido, Kluppel (2012), elaborou o Quadro 1, a seguir, a partir de algumas informações e funções importantes do LD, conforme apontou Gérard e Roegiers (1998).

Quadro 1 – Função do LD.

EM RELAÇÃO AO PROFESSOR, O LIVRO DIDÁTICO TEM A FUNÇÃO DE:	EM RELAÇÃO AO ALUNO, O LIVRO DIDÁTICO TEM A FUNÇÃO DE:
➤ Auxiliar no planejamento e na gestão das aulas, seja pela explanação de conteúdos curriculares, seja pelas atividades, exercícios e trabalhos propostos.	➤ Favorecer a aquisição de conhecimentos socialmente relevantes.
➤ Favorecer a aquisição dos conhecimentos, assumindo o papel de texto de referência.	➤ Propiciar o desenvolvimento de competências cognitivas, que contribuam para aumentar a autonomia.
➤ Favorecer a formação didático- pedagógica.	➤ Consolidar, ampliar, aprofundar e integrar os conhecimentos adquiridos.
➤ Auxiliar na avaliação da aprendizagem do aluno.	➤ Auxiliar na autoavaliação da aprendizagem.
	➤ Contribuir para a formação social e cultural e desenvolver a capacidade de convivência e de exercício da cidadania.

Fonte: Gérard; Roegiers (1998, *apud* Kluppel, 2012, p. 15).

Deste modo, o LD assume distintos papéis durante o processo escolar tanto para o estudante quanto para o professor. Uma vez que é por meio dele que “o professor organiza, desenvolve e avalia seu trabalho pedagógico de sala de aula. Para o aluno, o livro é um dos elementos determinantes da sua relação com a disciplina.” (CARNEIRO; SANTOS; MÓL, 2005, p. 2).

Ainda nesse sentido, D’AMBRÓSIO (2005, p. 90) diz que, em sala de aula “a função do professor é a de um associado aos alunos na consecução da tarefa, e conseqüentemente na busca de novos conhecimentos. Estudantes e professores devem crescer, social e intelectualmente, no processo.”

A esse processo educativo, o professor deve instigar o estudante a se manifestar, falar o que sabe ou do que entende sobre o conteúdo, para que ocorra a troca de saberes e a valorização do conhecimento prévio, e a partir disto é importante que o professor busque estratégias e habilidades para envolver o estudante a participar ativamente das aulas, com o intuito de promover uma nova aprendizagem.

Com isso, temos que o docente, cada vez mais, deva assumir o papel de mediador, facilitador, incentivador e avaliador do processo de construção do conhecimento. E para desenvolver tais habilidades é preciso que o mesmo tenha conhecimento não apenas do conteúdo específico de sua área de atuação, mas também das práticas pedagógicas que colocam o estudante no centro do processo de aprendizagem, e também articular esses

conhecimentos com suas condições socioculturais, despertando expectativas e as competências cognitivas.

Quanto a função de mediador, o professor é responsável por pautar os procedimentos utilizados pelos estudantes nos processos de resolução de problemas, promover debates e valorizar o pensamento intuitivo de cada estudante, a fim de vincular a teoria com a prática e estabelecer relações dialógicas de ensino e aprendizagem para promover uma transmissão de conhecimento, onde “quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender” (FREIRE, 1996, p.26).

Enquanto facilitador da aprendizagem, o papel do professor deve ser o de propor questionamentos que norteiam os estudantes na obtenção de informações e ferramentas, que possa conduzi-los ao desenvolvimento de práticas inovadoras que enriqueçam o processo de construção do conhecimento, sendo aptos no manuseio de equipamentos e adquirir habilidades, bem como, fazer consultas em livros e computadores, entender o que lê, fazer anotações, interpretar gráficos e dados, fazer suas conclusões, e discutir e refletir sobre os resultados obtidos, em suas aquisições escolar e de pesquisa.

O papel do professor, quanto incentivador, está em estimular a curiosidade do estudante, podendo articular essa curiosidade às novas descobertas, induzi-lo a aplicações a novas situações que progridem na concepção de conceitos significativos, levando-o a uma interpretação própria. Diante disto, deve primar por um ambiente escolar convidativo e de constante diálogo, onde o educando tenha a oportunidade de confrontar e argumentar ideias.

Vale destacar, que além de ter os conhecimentos específicos da sua área, é necessário que o professor esteja em constante processo de formação. Ele deve ser um profissional reflexivo e investigativo, visando em suas ações contribuir na construção da autonomia do estudante, a fim de capacitá-lo para exercer o seu papel de cidadão do mundo.

Como avaliador, o professor deve procurar identificar se sua prática pedagógica está adequada ou se necessita de reorganização. Como destaca Chamorro et al:

[...] ao avaliar uma situação, o professor ou a professora não apenas constata e pontua determinada dificuldade do aluno. O professor ou a professora também decide que tipos de encaminhamentos e intervenções deve inserir em sua prática pedagógica para que o aluno supere a sua dificuldade inicial. Nesse caso, o professor ou a professora considera não apenas o que o aluno foi capaz de fazer, mas também aquilo que ele já sabe fazer, para, a partir disso, planejar as atividades seguintes. (CHAMORRO, 2007, Fascículo 8 p. 9).

Nessa concepção, é importante que o professor busque modificar seu planejamento e sua metodologia quando necessário, com o propósito de traçar estratégias para que todos os estudantes tenham condições de desenvolver as habilidades e as competências evidenciadas na BNCC não somente em sala de aula, como também fora dela.

A busca de metodologias diferenciadas ameniza a concepção de que a Matemática é apenas uma disciplina dentro dos muros da escola. Vale ressaltar que no processo de avaliação é importante que o docente analise o desenvolvimento das habilidades dos estudantes, instigando-o a buscar novos conhecimentos.

Tomando como referência o livro didático, enquanto uma ferramenta e/ou um recurso didático e pedagógico para os afazeres docentes dos professores que ensinam matemática, em diferentes modalidades e níveis de ensino, passaremos a descrever no capítulo seguinte sobre a Geometria, na perspectiva do ensino e da aprendizagem em Matemática, haja vista que Geometria é uma das unidades temáticas da BNCC e um dos eixos norteadores dos PCN.

3. A IMPORTÂNCIA DO ENSINO DE GEOMETRIA

Neste capítulo argumentamos sobre os lugares geométricos identificados na natureza e nos objetos construídos pelo homem, trazemos algumas indicações/sugestões de aulas expositivas que podem despertar o interesse dos estudantes, além de relatar o que dizem alguns documentos norteadores de ensino sobre a Geometria para o Ensino Fundamental e a importância desse estudo na vida do estudante como um cidadão. Ao final do capítulo fazemos uma breve discussão sobre a importância da Geometria no currículo escolar.

3.1. O que é a Geometria e onde ela pode ser encontrada?

Para dominar as quantidades o ser humano inventou os números. Já para lidar com as formas, foi criada a Geometria, palavra que, em grego, significa “medição da terra”, sendo assim, uma ciência que apresenta um vasto campo de estudo. A partir disto, podemos acrescentar que “o desenvolvimento da geometria pode ter sido estimulado por necessidades práticas de construção e demarcação de terras, ou por sentimentos estéticos em relação a configurações e ordem” (BOYER, 1996, p. 5).

Assim os princípios da Geometria foram desenvolvidos pelos povos antigos, principalmente pelos gregos e pelos egípcios, para estudar as formas da natureza. Algumas das formas geométricas estão muito presentes no dia a dia, que para encontrá-las, é necessário apenas observar ao redor, a saber: a folha do livro, na qual lembra um retângulo; os azulejos que revestem as paredes de uma fachada, possuem diferentes tamanhos e desenhos; a bola de futebol que é uma esfera e entre outros. A Geometria também, é muito encontrada na natureza, sendo um perfeito exemplo, as borboletas, a qual apresentam fortes características geométricas, a simetria, além disto com a Geometria é possível construir objetos e até estudar o Universo.

Atualmente, existem muitos monumentos com formatos geométricos, a Torre Eiffel, o Big Ben e o Cristo Redentor são alguns exemplos de monumentos. E também existem várias obras de artes, como as de Tarsila do Amaral e Romero Britto e de muitos outros pintores que valorizam o uso das formas geométricas em seus trabalhos; um fato interessante sobre essas obras é que elas são estudadas nas escolas, na disciplina de Artes, e podem ser associadas ao componente curricular de Matemática pelo fato da Geometria está presente nelas. Em algumas falas populares também é possível identificar a presença da Geometria, tal como: “quero uma

fotografia com o meu melhor ângulo”; “que golaço, foi bem no ângulo”, falas essas que muitas vezes são cometidas sem perceber a relação do ângulo com a Geometria.

Desde os primórdios a Geometria rodeia o ser humano, sendo uma das áreas da Matemática mais antiga que explica o espaço e as formas. Como exemplo, as escrituras deixadas pelos povos egípcios que apresentam concepções e escritas sobre a Geometria, destacando a sua aplicação diante a necessidade de medir a terra. Observa-se, nas construções dos monumentos desta civilização, o conhecimento e as propriedades da Geometria.

No Egito Antigo, o desenvolvimento da Geometria era estimulado por problemas do cotidiano. As medidas do corpo serviam de amostra para novas formas de comprimento (cordas com nó, réguas de madeira e metal, entre outros), e a partir dessas medidas, solucionavam problemas e faziam partições de terrenos. Essas estratégias dos povos egípcios e as inúmeras formas geométricas constantemente encontradas no ser humano, nos possibilitam compreender que a Geometria pode ser associada ao corpo humano e que ela sempre esteve presente nas ações cotidianas, assim como nos lares, nas ruas e nas escolas.

Trabalhar a História da Geometria como um instrumento metodológico na sala de aula pode ser uma oportunidade para mostrar aos estudantes sobre os “porquês” de aprender sobre a Geometria. A essa propositiva os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN) reforçam que:

A origem essencialmente prática da geometria egípcia mostra-se nitidamente pela maneira com que os escribas, do médio império, propunham e resolviam os problemas. [...] O estudo de alguns dos problemas resolvidos pelos egípcios poderá mostrar a importância da generalização das relações espaciais e suas representações para resolver situações mais diversificadas e complexas. (BRASIL, 1998, p.128).

Desta maneira, podemos observar que a contextualização histórica contribui no processo de ensino e aprendizagem da Geometria. Vale ressaltar, que além dos contextos históricos geométricos é importante também envolver a História da Matemática. Nesse sentido, D’Ambrósio (2005, p. 27) afirma que “a história da matemática é um elemento fundamental para perceber como teorias e práticas matemáticas foram criadas, desenvolvidas e utilizadas num contexto de sua época”.

Assim, a BNCC, ainda destaque que:

Além dos diferentes recursos didáticos e materiais, como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica, é importante incluir a história da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar

Matemática. Entretanto, esses recursos e materiais precisam estar integrados a situações que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos. (BRASIL, 2017, p. 298).

Desta forma, a Geometria por meio de suas unidades de ensino como evidencia a BNCC (BRASIL, 2017), pode ser um conteúdo interessante para ser ministrada em um primeiro momento em sala de aula, a partir de exemplos como estes mencionados anteriormente, que abordam os contextos históricos, os lugares geométricos e um pouco de como a Geometria se originou, podem instigar o interesse dos estudantes, principalmente, quando eles durante as aulas usarem às habilidades de visualização e planificação para exercitar os diferentes processos cognitivos que despertam o interesse pelo aprender, no caso o escolar.

3.2. Formas geométricas: planas e espaciais

Durante as aulas de Geometria é muito importante que o professor quanto facilitador da aprendizagem, esclareça aos estudantes que as formas geométricas podem ser divididas em planas e espaciais. Sendo pertinente trabalhar com situações de aprendizagem que levem o discente a “estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações, envolvendo sua observação sob diferentes pontos de vista, construindo e interpretando suas representações.” (BRASIL, 1998, p. 65).

Conforme os PCN, o desenho possui importantes funções em relação a representação plana das figuras geométricas, sendo assim:

quando os alunos têm de representar um objeto geométrico por meio de um desenho, buscam uma relação entre a representação do objeto e suas propriedades e organizam o conjunto do desenho de uma maneira compatível com a imagem mental global que têm do objeto. [...] A dificuldade dos alunos é a de encontrar articulações entre as propriedades que ele conhece e a maneira de organizar o conjunto do desenho, pois ele deverá escolher entre sacrificar ou transformar algumas delas, como o desenho das figuras tridimensionais. (BRASIL, 1998, p. 125 e 126).

O trabalho com esses tipos de problemas possibilita que o professor construa junto com o estudante caminhos diante de experiências concretas induzindo-o a compreender e a fazer representações, cuja a principal função é visualizar, provar e fazer conjecturas.

A Geometria Plana⁴ (ou Geometria Euclidiana) é a parte da Matemática que estuda as figuras geométricas no plano, figuras essas que possuem apenas duas dimensões (largura e comprimento), sendo possível calcular a área e determinar o perímetro das formas planas.

Existem algumas noções primitivas que são fundamentais para o entendimento da Geometria (o ponto, a reta, o plano e o espaço), esses entes primitivos não possuem definição, mas precisam existir, para fundamentar o estudo da Geometria.

Como exemplo de figuras geométricas planas, tem-se os polígonos, onde o primeiro a ser classificado é o triângulo, que possui três lados, é o polígono com o menor número de lados. Isso porque com dois lados não é possível formar polígono algum. Vale destacar que o triângulo foi considerado pelo filósofo Platão, o elemento-chave para a compreensão do Universo e de todas as coisas.

Outros polígonos bastante conhecidos, como são os quadriláteros, a saber: quadrado, retângulo, losango, trapézio, paralelogramo, (todos possuem a mesma quantidade de lados e vértices, resultando em 4), o pentágono (possui cinco lados e cinco vértices), hexágono (possui seis lados e seis vértices), heptágono (possui sete lados e sete vértices), octógono (possui oito lados e oito vértices), e assim por diante. Outras figuras planas muito conhecidas são as formas planas irregulares, o círculo (considerado um polígono com infinitos lados) e a circunferência que é o conjunto de pontos que se situam à mesma distância de um ponto central.

Em relação a Geometria Espacial⁵, sabe-se que ela é a área da Matemática que estuda as figuras no espaço, ou seja, aquelas figuras que possuem três dimensões (apresentando altura, comprimento e largura), além de possuírem vértices, arestas e faces.

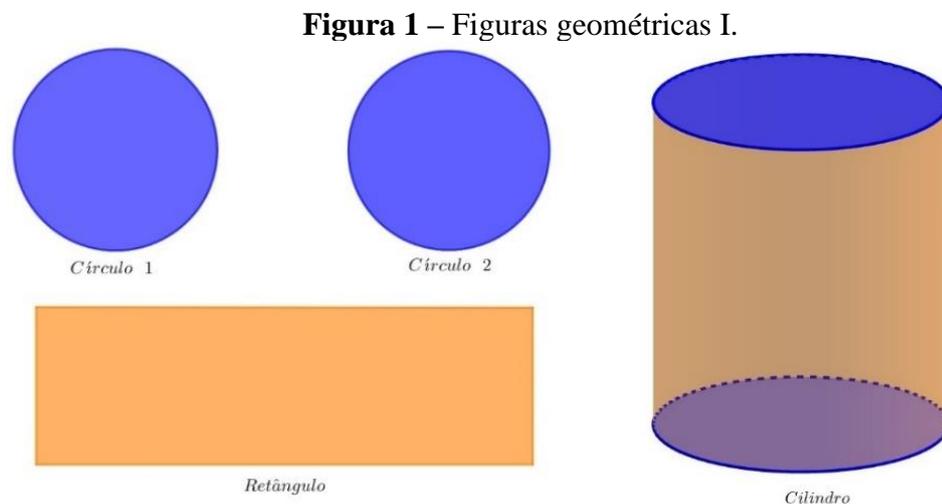
São exemplos de figuras geométricas espaciais ou também conhecidas como sólidos geométricos, o cubo, cilindro, cone, a pirâmide e a esfera. Esses sólidos podem ser classificados em poliedros, que de uma maneira geral são os sólidos onde todas as suas faces são formadas apenas por superfícies planas, e os corpos redondos, cuja sua superfície apresenta alguma face arredondada. Nesse caso nas formas não-planas (figuras geométricas espaciais) é possível determinar o volume.

⁴ Para maiores informações sobre o estudo de Geometria Plana, consultar: <https://www.todamateria.com.br/geometria-plana/>

⁵Para maiores informações sobre o estudo de Geometria Espacial, consultar: <https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/geometria-espacial.htm#:~:text=A%20geometria%20espacial%20%C3%A9%20a,%2C%20reta%2C%20plano%20e%20espa%C3%A7o.>

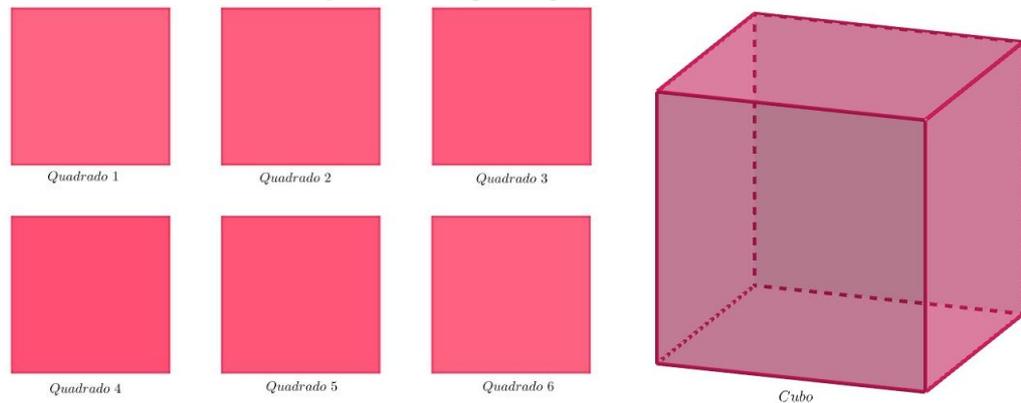
As ferramentas pedagógicas disponíveis para o ensino de Geometria são diversas. Ao trabalhar com as formas geométricas o professor pode utilizar os sólidos geométricos, o Geoespaço, materiais doura, *software* como o GeoGebra, Poly, Wingeom, SuperLogo, CONSTRUFIG3D, e muitos outros, ainda existe uma variedade de jogos manipuláveis possíveis de serem confeccionados, disponíveis na web.

Para exemplificar algumas ações possíveis de serem trabalhadas em sala de aula, usaremos o *software* GeoGebra para mostrar algumas construções de figuras geométricas, visto que o uso desse *software* pode contribuir em muitos fatores, especificamente em relação à visualização geométrica conforme mostra a Figura 1, a seguir:



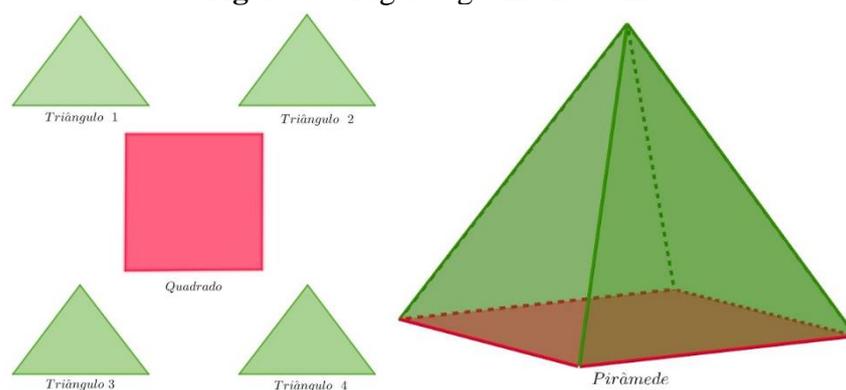
Fonte: Figuras criadas pela autora.

Observe que nesta figura usamos dois círculos e um retângulo que são figuras planas, e a partir delas foi possível montar um cilindro que é uma figura espacial (não-plana). Os cilindros podem ser associados há vários objetos; um deles é a latinha de refrigerante que é um exemplo para diferenciar as formas geométricas usadas na construção de um cilindro. Na Figura 2, a seguir, mostramos mais um exemplo de como usar as figuras planas para gerar figuras não-planas.

Figura 2 – Figuras geométricas II.

Fonte: Figuras criadas pela autora.

Aqui, usamos seis quadrados classificados como figuras planas e formamos um cubo que é classificado como uma figura espacial. Ao trabalhar representações como estas com o auxílio de *softwares*, pode-se esclarecer a diferença entre quadrado e cubo de uma maneira mais dinâmica, tornando as aulas mais atrativas e divertidas, sendo possível explicar aos discentes que ao fazer algum furo em qualquer uma das faces do cubo, o estudante conseguirá enchê-lo com alguma substância (água, areia, ...), porém a mesma ação jamais aconteceria com o quadrado, pois o mesmo não tem volume para ser preenchido. Um outro exemplo é a pirâmide (figura não-plana), observe a Figura 03, a seguir.

Figura 3 – Figuras geométricas III.

Fonte: Figuras criadas pela autora.

Para construir essa Figura de três dimensões, utilizamos quatro triângulos e um quadrado que serve como a base da pirâmide. Um fato histórico que pode ser trabalhado ao estudar essas formas geométrica, é falar sobre as três pirâmides mais famosas do Egito (pirâmide de Queóps, de Quéfren e de Miquerinos). Essas pirâmides até hoje é objeto de

estudo, tanto por parte de historiadores quanto de matemáticos, que não sabem como foi possível uma construção tão perfeita ter sido erguida há milhões de anos.

Como já mencionado, nesses tipos de atividades é necessário que o professor esclareça a diferença de cada forma geométrica. Neste último exemplo, o professor pode explicar aos estudantes que para entender a diferença entre as formas usadas, basta pensar que ninguém poderia entrar em um triângulo, enquanto a pirâmide pode abrigar várias pessoas.

3.3. A Geometria no contexto dos documentos orientadores do ensino

Ao analisarmos documentos oficiais, como a BNCC (BRASIL, 2017), as Diretrizes Curriculares Nacionais (BRASIL, 2013) e os PCN (BRASIL, 1997) e (BRASIL, 1998), percebemos que o ensino de Geometria não se limita apenas em manusear fórmulas, mas, em conduzir o estudante a interpretar o mundo em que vive e a desenvolver a capacidade de solucionar problemas reais encontrados na sociedade.

Assim, a Geometria instiga o entusiasmo pelo aprendizado da Matemática, pois apresenta objetos realísticos presentes no cotidiano do estudante, possibilitando assim, a expansão do conhecimento matemático e a criatividade ao desenvolver as suas habilidades.

Nessa perspectiva e de diversas maneiras a Geometria é perceptível no dia a dia, em inúmeras situações cotidianas, nos objetos, jogos, na arte, natureza e também nas construções. Neste contexto, os PCN (BRASIL, 1997, p. 39), destacam a importância do estudo desta área do conhecimento matemático, vista que:

O aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. [...] O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. Além disso, se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.

A contento de propiciar as aprendizagens dos estudantes com a Geometria, no sentido de o seu estudo promove um amplo campo de alternativas na exibição de distintos fenômenos realísticos, isto é, em conformidade com o modo que são trabalhados os seus conceitos, há diversas formas que oportuniza o estudante a apresentar, explorar, construir e a analisar propriedades que são essenciais para o desenvolvimento diante do processo de ensino e aprendizagem.

Em concordância com a BNCC, sabemos que nos Anos Finais do Ensino Fundamental devem ser destacados, alguns conceitos que precisam ser vistos como: a consolidação e ampliação da Geometria, as transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas e identificar seus elementos variantes e invariantes. Tendo que, ser enfatizadas “de modo que os alunos [...] saibam aplicar esse conhecimento para realizar demonstrações simples, contribuindo para a formação de um tipo de raciocínio importante para a Matemática, o raciocínio hipotético-dedutivo.” (BRASIL, 2017, p. 272).

De acordo com o mencionado documento, destaca-se a necessidade de trabalhar tais conceitos com os estudantes, para que os mesmos sejam capazes de desenvolver o raciocínio lógico, intuitivo e hipotético-dedutivo.

Ao reconhecer e fazer uso do conhecimento geométrico o estudante como um cidadão terá condições suficientes para realizar demonstrações simples, construir figuras geométricas e representar o espaço que o cerca. Além disso, como afirma os PCN a Geometria possui um grande potencial que é a interdisciplinaridade, sendo:

fundamental que os estudos do espaço e forma sejam explorados a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. (BRASIL, 1998, p. 51).

Proporcionando um trabalho articulado com os professores de Artes, sendo possível envolver a Geometria Plana e a Espacial, no momento em que discorre sobre a arte dos mosaicos e desenhos com formatos tridimensionais. Por consequência, ao estudar representações de objetos que dá a ideia de profundidade, além de fazer conexões com o conteúdo de Artes e possibilita espaço também ao conteúdo de História, pois nessa disciplina estuda-se os artistas do Renascimento que também usavam essa técnica.

A partir dessas práticas, o professor pode mostrar para o estudante o quanto é interessante conhecer outros contextos e caminhos para entender os conteúdos, além de colaborar também para um ensino mais significativo e menos abstrato, deixando de certo modo as aulas mais produtivas e atraentes.

Na busca por um ensino interdisciplinar (interligar a Geometria com outras áreas e atividades pedagógicas) é importante ficar atento aos tipos de atividades, com isso, a Base afirma que:

No Ensino Fundamental – Anos Finais, o ensino de Geometria precisa ser visto como consolidação e ampliação das aprendizagens realizadas. Nessa etapa, devem

ser enfatizadas também as tarefas que analisam e produzem transformações e ampliações/ reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, de modo a desenvolver os conceitos de congruência e semelhança. (BRASIL, 2017, p.272).

Nesse contexto, o professor deve criar tarefas que possam investir no raciocínio lógico, na comunicação e na representação Matemática, em efeito disso os estudantes participarão ativamente das aulas.

Ainda de acordo com a BNCC, analisamos os conteúdos do eixo da Geometria a serem abordados nos Anos Finais do Ensino Fundamental, a fim de utilizarmos esse material para ampliarmos os estudos do capítulo quatro, descritos posteriormente.

Assim, entende-se que “a leitura dos objetos de conhecimento e das habilidades essenciais de cada ano nas cinco unidades temáticas permite uma visão das possíveis articulações entre as habilidades indicadas para as diferentes temáticas.” (BRASIL, 2017, p.298).

Visto que os objetos de conhecimento são os conteúdos e conceitos previsto para cada unidade temática sendo aplicado a partir do desenvolvimento de um conjunto de habilidades, elaboramos alguns quadros que levam em consideração os conteúdos a serem abordados pelos professores em sala de aula ao trabalhar a Geometria, como orienta a BNCC.

Como uma primeira evidência apresentamos o Quadro 2, a seguir, que apresenta a importância do ensino e da aprendizagem de Geometria para Ensino Fundamental – Anos Finais, a partir dos objetos de conhecimentos e habilidades tratadas na BNCC para o 6º Ano do Ensino Fundamental.

Quadro 2 – Objetos de conhecimento e habilidade de Geometria previsto para o 6º Ano do Ensino Fundamental.

OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados.	(EF06MA16) Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono.
Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas).	(EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.
Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados.	(EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros. (EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos

	ângulos. (EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.
Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas.	(EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.
Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de régua, esquadros e <i>softwares</i> .	(EF06MA22) Utilizar instrumentos, como régua e esquadros, ou <i>softwares</i> para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros. (EF06MA23) Construir algoritmo para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.).

Fonte: Elaborado a partir da BNCC. (BRASIL, 2017, p. 302 e 303).

Ao analisar esses conteúdos, nota-se a constante indicação do uso de tecnologias digitais como um recurso didático para o ensino e aprendizagem dos conceitos/conteúdos matemáticos. Sendo uma indicação admissível, pois a área de tecnologia e comunicação é importante para a familiarização do estudante com o computador e com programas específicos para ampliar ainda mais a aprendizagem dos temas estudados. A seguir apresentamos o Quadro 3, que evidencia os objetos de conhecimentos relacionados a Geometria e as habilidades a serem desenvolvidas no 7º Ano do Ensino Fundamental.

Quadro 3 – Objetos de conhecimento e habilidade de Geometria previsto para o 7º Ano do Ensino Fundamental.

OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem.	(EF07MA19) Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro. (EF07MA20) Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.
Simetrias de translação, rotação e reflexão.	(EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou <i>softwares</i> de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.
A circunferência como lugar geométrico.	(EF07MA22) Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.
Relações entre os ângulos formados por retas paralelas	(EF07MA23) Verificar relações entre os ângulos

intersectadas por uma transversal.	formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de <i>softwares</i> de geometria dinâmica.
Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos.	(EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° . (EF07MA25) Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas. (EF07MA26) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados.
Polígonos regulares: quadrado e triângulo Equilátero.	(EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos. (EF07MA28) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado.

Fonte: Elaborado a partir da BNCC. (BRASIL, 2017, p. 308 e 309).

No 7º Ano do Ensino Fundamental é possível identificar, conforme indica a BNCC (2017), a ideia de simetria ao mesmo tempo em que se trabalha o estudo de polígonos regulares, estudo esse, que algum tempo atrás era pouco trabalhado. Salienta-se que o estudo dessa técnica era muito pouco trabalho em sala de aula, com os estudantes da Educação Básica. Vale destacar também, a indicação de outros recursos importantes para promover uma aprendizagem significativa desses e dos demais conceitos, como o uso dos *softwares* de Geometria e dos instrumentos matemáticos como a régua e o compasso, podendo ainda acrescentar o transferidor, relógios, tesouras, materiais de malha triangular, cola e barbante para auxiliar na construção de figuras e na interpretação dos estudos e facilitar a aprendizagem da Matemática.

Com relação a indicação de conteúdo, a Unidade Temática do conhecimento matemático voltado ao ensino de Geometria para o 8º Ano do Ensino Fundamental considera-se como objetos de conhecimento e de habilidades a serem desenvolvidas em sala de aula, apresentamos o Quadro 4, a seguir, elaborado a partir da BNCC/2017.

Quadro 4 – Objetos de conhecimento e habilidade de Geometria previsto para o 8º Ano do Ensino Fundamental.

OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros.	(EF08MA14) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.
Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.	(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou <i>softwares</i> de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos e polígonos regulares. (EF08MA16) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso.
Mediatriz e bissetriz como lugares geométricos: construção e problemas.	(EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.
Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação.	(EF08MA18) Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de <i>softwares</i> de geometria dinâmica.

Fonte: Elaborado a partir da BNCC. (BRASIL, 2017, p. 314 e 315).

Assim, nesse ano escolar, podemos identificar que a Álgebra é um dos focos principais, porém destaca-se o estudo com as construções geométricas com os ângulos notáveis associados aos polígonos regulares.

A BNCC não realça a possível contextualização histórica, mas esses assuntos podem ser uma ótima opção para aproximar os discentes de dados históricos, podendo ainda envolver os temas contemporâneos (educação para o trânsito e outros) e a interdisciplinaridade.

Considerando outros encaminhamentos didáticos para o ensino de Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental, passaremos a descrever pautando-nos nas indicações da BNCC para os objetos e habilidades voltados aos conhecimentos de Geometria a serem ensinados no 9º Ano desta modalidade de ensino, conforme indica o Quadro 5, a seguir.

Quadro 5 – Objetos de conhecimento e habilidade de Geometria previsto para o 9º Ano do Ensino Fundamental.

OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal.	(EF09MA10) Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.
Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo.	(EF09MA11) Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo

	uso, inclusive, de <i>softwares</i> de geometria dinâmica.
Semelhança de triângulos.	(EF09MA12) Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.
Relações métricas no triângulo retângulo Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração. Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais.	(EF09MA13) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos. (EF09MA14) Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.
Polígonos regulares.	(EF09MA15) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também <i>softwares</i> .
Distância entre pontos no plano cartesiano.	(EF09MA16) Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.
Vistas ortogonais de figuras espaciais.	(EF09MA17) Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva.

Fonte: Elaborado a partir da BNCC. (BRASIL, 2017, p. 316- 319).

A essa propositiva no 9º Ano do Ensino Fundamental, percebeu-se que os conteúdos descritos na BNCC, contribui para que o estudante venha compreender durante o seu processo de aprendizagem, nesse caso dos conteúdos relacionados ao ensino de Geometria, as várias transformações do mundo, visto que a Geometria está presente nos objetos e em diversas situações da vida cotidiana. Nota-se ainda o possível trabalho com o plano cartesiano e com a Geometria das transformações, neste ano escolar.

3.4. A importância do conteúdo de Geometria no currículo escolar

Todos os estudantes têm direito à educação, mas a simples inserção deles no ambiente escolar não garante o cumprimento desse direito. Para que possam aprender a solucionar problemas, eles precisam desenvolver um vasto conjunto de habilidades matemáticas e, com elas, desenvolver as habilidades atitudinais e as socioemocionais. Sendo que todas essas características precisam e devem estar visíveis nos currículos escolares.

Com isso, o estudo geométrico se faz necessário, tendo em vista que a Geometria é a:

[...] ciência que investiga as formas e as dimensões dos seres matemáticos ou ainda um ramo da matemática que estuda as formas, plana e espacial, com as suas propriedades, ou ainda, ramo da matemática que estuda a extensão e as propriedades

das figuras (geometria Plana) e dos sólidos (geometria no espaço). (FERREIRA, 1999, p. 983).

Partindo desse princípio, temos que o trabalho docente a ser desenvolvido com o ensino de Geometria na Educação Básica, pois contribui para que o estudante desenvolva uma melhor percepção do mundo em que vive, como relatado nos PCN de Matemática. Porém, sabemos que o ensino da Geometria ainda é pouco trabalhado nas escolas, sendo “evidente que a exclusão da geometria dos currículos escolares ou seu tratamento inadequado podem causar sérios prejuízos à formação dos indivíduos”. (PAVANELLO, 1993, p3). Logo, a falta desse conhecimento escolar dificulta o desenvolvimento e o pensamento geométrico ou até mesmos o raciocínio visual que contribui para resolução de problemas do cotidiano.

A carência da Geometria no currículo escolar se reduz a uma visão distorcida do mundo. De acordo com a BNCC:

A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. (BRASIL, 2017, p. 271)

Assim, é importante que a contextualização do livro didático seja persuasiva contendo conceitos e exercícios que envolva o meio social e cultural em que o estudante está inserido, confiando ao docente procurar novas perspectivas atuando com um guia que conduz o estudante a representar de maneira organizada a sua realidade.

Nesse sentido, vale ressaltar que:

Além dos diferentes recursos didáticos e materiais, como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica, é importante incluir a história da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática. Entretanto, esses recursos e materiais precisam estar integrados a situações que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos. (BRASIL, 2017, p. 298)

Observa-se que o trabalho docente com a Geometria é uma atividade necessária para os processos de aprendizagem dos estudantes, principalmente por propiciar a leitura e a interpretação do mundo, sendo importante que o professor em suas aulas não use apenas o livro didático, mas busque outras alternativas pedagógicas e didáticas, considerando os

conhecimentos prévios dos estudantes, utilizando conceitos e teorias que dê suporte à sua prática em sala de aula, de modo a favorecer novas ações de cidadania entre esses estudantes.

Assim, observamos que ao elaborar o currículo escolar, o professor e demais atores educativos devem, em seus planejamentos de ensino, pensar em como manter essa diversidade sociocultural. Assim, o Parâmetro Curricular Nacional de Matemática destaca que um “currículo de Matemática deve procurar contribuir para a valorização da pluralidade sociocultural e criar condições para que o estudante transcenda de modo ativo na transformação do seu meio, mantendo o respeito à outras culturas.” (BRASIL, 1997, p. 25).

No sentido de investigarmos como vindo sendo exposto e/ou apresentado nos livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental, passaremos a descrever o capítulo a seguir, que tratará da abordagem metodológica e o tipo de pesquisa assumida durante a realização desta investigação.

4. REFLETINDO SOBRE OS CONTEÚDOS DE GEOMETRIA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Nesse capítulo, propõe-se analisar os conteúdos de Geometria descritos nos LD dos Anos Finais do Ensino Fundamental.

4.1. Revirando os livros didáticos

Para a constituição da pesquisa e para as análises das informações inerentes ao objeto de conhecimento que foi a Geometria nesta modalidade de ensino recorreremos a abordagem qualitativa por compreendermos como propõem Oliveira (2010) ser um processo reflexivo por parte do pesquisador e dos participantes sobre a temática de investigação, visto que esta conduzirá às análises do que foi estudado de forma descritiva.

Desta abordagem decorreu a opção pela pesquisa do tipo bibliográfica, como já descrito ao longo do corpo deste estudo por estarmos vivendo um período de saúde pública provocada pela Covid-19. Tendo a pesquisa bibliográfica como um dos caminhos para a realização deste estudo, a qual é caracterizada por Oliveira (2010, p. 69), como sendo:

[...] uma modalidade de estudo e análise de documentos de domínio científico tais como livros, enciclopédias, periódicos, ensaios críticos, dicionários e artigos científicos. Pode-se afirmar que grande parte de estudos exploratórios fazem parte desse tipo de pesquisa e apresentam como principal vantagem um estudo direto em fontes científicas, sem precisar recorrer diretamente aos fatos/fenômenos da realidade empírica.

Assim, iniciamos a busca por professores e estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental, para que nos emprestassem os livros didáticos adotados para o ensino de Matemática nesses anos escolares. Dessa busca, encontramos alguns livros que foram direcionados a Unidade Escolar Padre Cesare Lelli, localizada na cidade de Palmeiras do Tocantins – TO. Destacamos que os livros que nos foram emprestados não estavam sendo usados nesse período escolar pelos estudantes, mas faziam parte do acervo técnico da referida escola.

Vale ressaltar que os livros do 7º Ano, 8º Ano e 9º Ano são manuais do professor, e por sua vez são mais completos, pois, contém orientações e sugestões de possibilidades para trabalhar os objetos do conhecimento matemático. Em geral, todos os livros analisados possuem mais de uma unidade temática destinada ao conteúdo de Geometria.

No sentido de descrevermos como estava exposto os conteúdos matemáticos relacionados a Geometria, passamos a análise dos livros, verificando-se quais os pressupostos teóricos utilizados, observando se as propostas de atividades ampliam espaços para a interrelação entre conteúdo, o estudante e o professor expondo seus conceitos e se há coerência entre esse conteúdo e objeto de conhecimentos como propõe a BNCC (BRASIL, 2017).

Outro fator verificado, ainda em relação ao conteúdo, foi exposição textual e a presença de analogias com a realidade do estudante, que viesse a possibilitar a compreensão do conteúdo por meio de fatos e de fatores que podem ser observados por esses estudantes. Também foi verificado, os aspectos históricos abordados ao longo do texto, analisando o modo utilizado para exibição do conteúdo, se realmente condiz com os objetos de conhecimento e habilidades previstas pela BNCC.

Nesses livros analisamos a proposta das atividades, se é possível encontrar nelas questões que instigam a criticidade dos estudantes como um cidadão vivendo em sociedade. Refletindo sobre as questões políticas, ambientais, econômicas, sociais, entre outras, nas quais pode ser inserido a Matemática como aporte tecnológico, e também a contextualização do conteúdo.

Para a análise do conteúdo de Geometria exposto nos livros didáticos, elencamos as seguintes questões para que viessem a compor as categorias de análises: 1ª) Nos LD é possível encontrar fatos históricos na explanação teórica do conteúdo? 2ª) As figuras apresentadas nos LD são coerentes ao tratamento discursivo? 3ª) Os LD apresentam indicações do uso da tecnologia para o ensino de Geometria?

A partir dessas questões passemos a analisar os seguintes livros didáticos de Matemática, apresentados no Quadro 6, a seguir:

Quadro 6 – Livros didáticos selecionados.

ANOS	EDITORA	COLEÇÃO	EDIÇÃO
6º	Brasil	Praticando Matemática	4ª, São Paulo, 2015
7º	SM Educação	Convergências Matemática	2ª, São Paulo, 2018
8º	Ática	Teláris Matemática	3ª, São Paulo, 2018
9º	Scipione	Matemática essencial	1ª, São Paulo, 2018

Fonte: Quadro criado pela autora.

A seguir, serão apresentadas as análises didáticas de cada livro, individualmente, pondo em pautas as questões citas anteriormente e evidenciando algumas atividades consideradas interessantes para discussão, enquadradas nos critérios relatados. Ao final de cada análise, apresenta-se algumas considerações, além de destacar informações em relação à distribuição do número de páginas e exercícios destinados ao conteúdo de Geometria em cada livro analisado.

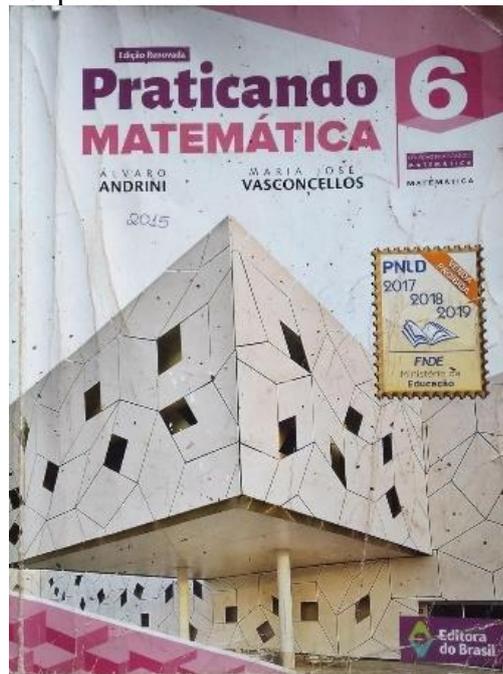
4.2. LD do 6º Ano

O LD da coleção “Praticando Matemática” tem como autores Álvaro Andrini e Maria José Vasconcellos. Esse livro é o único que é material do estudante dentre os livros analisados. Nele há fatos interessantes logo na apresentação, pois questiona o estudante algo que ele já deve ter perguntado a si próprio, ou ao seu professor: “Para que eu devo estudar Matemática?” e após esta pergunta o livro mostra ao estudante três possíveis respostas: 1ª) A Matemática permite que você conheça melhor a realidade; 2ª) A Matemática pode ajudar você a organizar raciocínios e a 3ª) A Matemática pode ajudar você a fazer descobertas. Em relação a isto, os PCN ressaltam que a Matemática:

Faz parte da vida de todas as pessoas nas experiências mais simples como contar, comparar e operar sobre quantidades. Nos cálculos relativos a salários, pagamentos e consumo, na organização de atividades como agricultura e pesca, a Matemática se apresenta como um conhecimento de muita aplicabilidade (BRASIL, 1997, p. 25 e 26).

Podendo assim, ser entendida também que a Geometria faz parte da vida do estudante e das pessoas ao se fazer presente em diversas situações do dia a dia. Para isso, os autores do livro apresentam logo na capa a Matemática por meio da Geometria, ao ilustrarem um edifício ilustrado com figuras geométricas, se nota na Figura 4, a seguir:

Figura 4 – Capa do livro didático de Matemática do 6º Ano.



Fonte: ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015.

Remeter a Geometria por meio de ilustrações como essa, pode despertar o interesse do estudante em querer conhecer um pouco mais sobre esse vasto campo de estudo da matemática.

Passando então, a análise da exposição do conteúdo de Geometria, temos que a primeira unidade dos blocos temáticos é destinada a Geometria e é nomeada como “As formas da natureza e as formas criadas pelo ser humano”, sendo baseada em formas geométricas, ilustrando inicialmente figuras como: a fruta pera, flores, estrela do mar, pirâmide do Museu do Louvre em Paris e o Palácio da Alvorada em Brasília. Essas imagens permitem que o estudante estabeleça conexões entre a Geometria e as semelhanças/diferenças do mundo em que vive, por meio de elementos da natureza e com a Arquitetura.

Nas páginas seguintes são abordados os seguintes temas: Formas planas e não planas; investigando os blocos retangulares (ponto e reta, plano e planificação de blocos retangulares), perspectivas e vistas. Os autores apresentam muitas imagens que podem despertar tanto a atenção como a curiosidade dos estudantes.

Ao apontar as definições de plano, ponto e reta, é utilizadas figuras representativas para introduzir e explicar os conceitos primitivos. Posteriormente, encontramos definições e exercícios que envolvem objetos do dia a dia, sendo que a maioria deles trabalham com situações-problema. Conforme a Figura 5, a seguir:

Figura 5 – Atividade I (6º Ano): A relação entre o conteúdo de Geometria e objetos do dia a dia.

DESAFIOS 5º ANO CADERNO

23. Observe estes dois objetos e responda.

- Quantos vértices tem o cubo? E a caixa?
- Quantas arestas tem o cubo? E a caixa?
- Quantas faces tem o cubo? E a caixa? Todas são planas?
- Que conclusão se pode tirar observando o cubo e a caixa?
- Qual é a diferença entre as faces do cubo e as faces da caixa?

24. Veja a planificação de um cubo. Quais são as cores das faces opostas?

25. Num dado, a soma dos valores das faces opostas é sempre 7. Com base nesta informação, responda:

- Quantos pontos tem a face oposta a
- Quantos pontos tem a face oposta a
- Quantos pontos tem a face oposta a

Sabe quantos pontos somam as faces dos três dados que estão apoiados na mesa?

26. Esta pilha tem 2 tijolos de comprimento, 2 tijolos de largura e 3 tijolos de altura.

- Qual é a forma de cada tijolo?
- Que forma tem a pilha de tijolos?
- Quantos tijolos formam a pilha?

A pilha de tijolos vai ficar maior. Ela vai passar a ter 3 tijolos de comprimento, 3 de largura e 7 de altura.

d) Quantos tijolos terá a nova pilha?

27. Imagine que a figura abaixo seja uma sala. No ponto A temos uma aranha e, em H, uma mosca. Percorrendo a sala pelas "arestas", a aranha pretende chegar até a mosca.

Calcule a distância percorrida pela aranha se ela seguir o percurso:

- A, D, C e H.
- A, B, F, E, G e H.
- A, E, G, D, C e H.

Fonte: ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015, p. 139.

Nesses exercícios é possível identificar caixas, dados, tijolos e a sala de uma casa. Essas imagens estão em contexto com o tema disposto, auxiliando na fixação da atividade, possibilitando ao estudante resolvê-las utilizando ou observando os elementos que fazem parte do seu dia a dia. Além disso, possibilita a prática dos exercícios, pois essas questões estimulam os estudantes a determinar a quantidade de vértices, aresta e faces. No livro, é possível ainda, identificar constantemente o trabalho com malha quadriculada, régua, cartolinas, compasso, tesouras, transferidor e esquadros na contextualização do conteúdo.

Um fato interessante é que a BNCC foi homologada no ano de 2017 e o livro analisado fez parte do ano letivo escolar desde de 2015, porém percebemos que o livro didático possui todos os objetos de conhecimentos e habilidades que foram propostos pela BNCC. Contemplando assim, na unidade 8, o estudo sobre plano cartesiano, prismas e pirâmides e construções de figuras semelhantes.

A unidade 9 do LD, inicia-se com imagens do cotidiano para introduzir o conteúdo de ângulos, como se pode notar na Figura 6, a seguir:

Figura 6 – Abertura unidade 9: Estudo dos ângulos.



Fonte: ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015, p. 141.

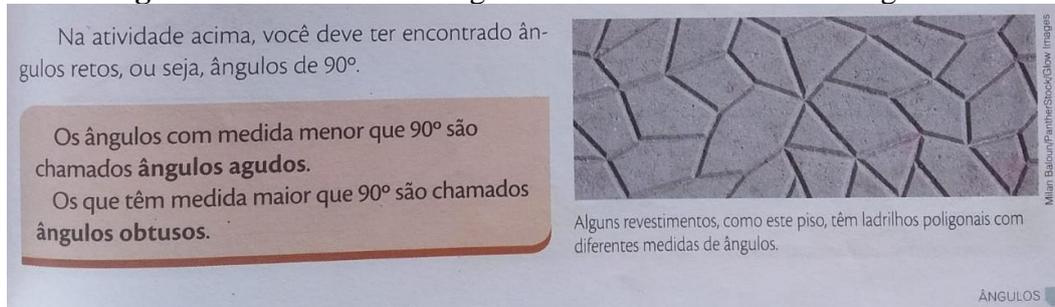
Nesta unidade temática o conteúdo exposto refere-se ao estudo dos Ângulos e é problematizado a partir de imagens que remetem à situações-problema, como se vê na Figura 6. No decorrer da referida unidade, os autores passam a conceituar o conteúdo de semirreta para que possa definir o ângulo matematicamente. Definindo assim, a semirreta como parte de uma reta marcada por um ponto e em seguida mostra exemplos de semirretas marcadas por dois pontos acompanhada de um quadrado de cor verde mostrando como se ler tal representação.

Na sequência, os autores prosseguem com o estudo de “Ângulos – elementos e representação”, define tal conteúdo como sendo duas semirretas de mesma origem, sendo cada uma dessas regiões um ângulo e ilustra uma figura que possui ângulo interno e externo, o que de fato é verdade, podendo destacar o cuidado que os autores tiveram ao instigar todo esse conhecimento prévio dos estudantes.

Na página seguinte, os autores relacionam o conteúdo de poliedros estudados na unidade oito, com o conteúdo de ângulos da unidade 9. Observa-se que essa relação auxilia o estudante a compreender que o conteúdo estudado anteriormente complementa os próximos assuntos. Mais adiante, o assunto é sobre medidas de ângulos, e para isso utiliza o relógio como suporte principal em seus exercícios. Logo depois é destinada uma página exclusiva para a utilização do transferidor, onde mostra ao estudante como construir alguns ângulos

usando o mesmo. Tal ação, permite que o estudante desenvolva habilidades para manusear instrumentos de desenhos utilizado na matemática. Após explicar como utilizar o transferidor para medir ângulos, com se mostra na Figura 7, a seguir:

Figura 7 – Conceitos de Ângulos e Contextualizando os Ângulos.



Fonte: ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015, p. 147.

A técnica utilizada para induzir a classificação dos ângulos, após a ideia de como construí-los, é importante para a construção do conceito, porém os autores deixam de abordar o assunto sobre o ângulo nulo (ângulo de 0°), que seria interessante ter sido explorado ao falar sobre o transferidor, pelo fato de ser um ângulo que não possui abertura e existir uma demarcação para esse ângulo no transferidor.

Nos próximos tópicos, o assunto é sobre a construção de retas paralelas e perpendiculares, sendo possível identificar a habilidade EF06MA22 indicada pela BNCC (BRASIL, 2017), pois os autores ao trazerem para a exploração desses conteúdos o uso dos esquadros e régua. Apesar de não indicar o uso de *softwares*, propõem-se aos estudantes uma entrevista com profissionais da área de Geometria para conhecerem um pouco mais sobre a importância e como esses profissionais traçam retas perpendiculares ou paralelas e ângulos com a ajuda de *softwares*.

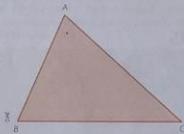
Na unidade dez, apresenta-se o conteúdo de polígonos através de ilustrações no formato de triângulos e quadrados, onde ressalta que materiais na forma destes polígonos tornam as estruturas de prédios, telhados, móveis e entre outros, mais firmes. O que de fato é possível analisar, basta olharmos para nossas casas, que veremos as formas geométricas que nelas existem. Posteriormente é expresso a definição da palavra polígono e sua nomenclatura em relação ao número de lados, representado na Figura 8, a seguir:

Figura 8 – Exposição do conteúdo de polígonos.

Nomeando polígonos

A palavra **polígono** origina-se do idioma grego: **poli**: muitos **gonos**: ângulos

Polígono é uma figura geométrica plana limitada por segmentos de reta, chamados lados do polígono. Observe o polígono.



Esse polígono é um **triângulo**. Ele apresenta:

- 3 lados que são segmentos de reta: \overline{AB} , \overline{BC} e \overline{CA} ;
- 3 ângulos internos: \hat{A} , \hat{B} e \hat{C} ;
- 3 vértices: A, B e C.

Podemos chamá-lo de triângulo ABC.

De acordo com o número de lados ou ângulos que o polígono apresenta, ele recebe um nome. Veja os principais:

Nº de lados	Nome do polígono
3	triângulo
4	quadrilátero
5	pentágono
6	hexágono
7	heptágono
8	octógono
9	eneágono
10	decágono
12	dodecágono

O prefixo **poli** aparece em várias palavras da língua portuguesa. Procure no dicionário o significado de:

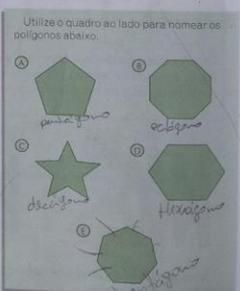
- polissílabo;
- polivalente;
- poliglota.

Acrescente a essa lista outras palavras que tenham o prefixo **poli**, com seus respectivos significados.



Muitos artistas utilizam-se de polígonos em suas obras. Acima vemos um exemplo de mosaico que faz esse uso.

Utilize o quadro ao lado para nomear os polígonos abaixo.



Fonte: ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015, p. 158.

Esse tipo de relação, onde é possível associar o tratamento discursivo da nomenclatura dos polígonos ao das figuras geométricas, ajuda na operação cognitiva dos estudantes, pois pode contribuir positivamente para o reconhecimento das figuras nomeadas. No entanto, seria mais viável um quadro esboçando o tratamento tanto da nomenclatura e das representações visuais, como também os ângulos internos e o número de vértices de cada figura, no intuito de que o estudante os considere e consiga reconhecer, nomear e comparar os polígonos.

Seguidamente estuda-se sobre os triângulos, quadriláteros e os paralelogramos. No tópico referente aos triângulos apresenta-se as classificações dos mesmos de acordo com as medidas de lados e de ângulos, há também um quadro de informação que é caracterizado como REFLETINDO, neste pede-se que os estudantes pensem nas seguintes questões: “Existe triângulo com dois ângulos retos?” e se “Existe triângulo com dois ângulos obtusos?” Assim os estudantes podem pesquisar e aprender mais sobre o conteúdo que está sendo estudado. Em relação ao tópico de quadriláteros é definido os trapézios e os paralelogramos.

As atividades propostas possibilitam discussões entre os estudantes e também com o docente, apresentam reflexões sociais, conexões com saberes adquiridos em unidades anteriores e representações de formas geométricas como exemplo: caixa de fosforo, relógios, tesouras, volante de carro, televisão, linhas do caderno, lápis, peça de dominó, placas de trânsito, terrenos e entre outros. A Figura 9, a seguir apresenta algumas questões que podem

desenvolver a criticidade dos estudantes, pois nelas é possível aplicar alguns conceitos visto na unidade, além de relaciona os temas contemporâneos com o meio social dos estudantes.

Figura 9 – Atividade II (6º Ano): Exercícios que envolvem os temas contemporâneos.



Fonte: ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015, p. 165.

Os autores também apresentam dois boxes destinados aos fatos históricos, o primeiro refere-se ao poliedro e a segundo é sobre o ângulo de 360°, como mostra as ilustrações da Figuras 10, a seguir:

Figura 10 – Presença de Fatos Históricos no Conteúdo de Geometria – Os Poliedros.

O poliedro tem muitas faces

O nome poliedro vem do grego:
poli: muitas edro: faces

Na Grécia Antiga, muitos matemáticos estudaram Geometria.

Dentre eles, podemos citar Platão (427-347 a.C.), um dos grandes pensadores da história da filosofia. Fundou em Atenas, por volta de 387 a.C., uma espécie de escola: a Academia. Há registro de que na porta da Academia lia-se: "Que ninguém que ignore Geometria entre aqui!"

Este poliedro chama-se dodecaedro. O nome teve origem na língua grega:
dodeca: doze edro: faces

Pesquisas arqueológicas encontraram em Pádua, Itália, um dodecaedro de pedra provavelmente esculpido antes de 500 a.C.

Veja como o interesse humano pelos poliedros é antigo!

Fonte de pesquisa: BOYER, Carl B. História da Matemática. São Paulo: Edgar Blücher, 1979.

Uma volta tem 360°

De onde vem a ideia de o ângulo de uma volta corresponder a 360°?

Trata-se de uma herança muito antiga.

Os mesopotâmios, também chamados babilônios, que viveram há milhares de anos numa região que hoje faz parte do Iraque e do Irã, trouxeram muitas contribuições para a Matemática e a Astronomia.

Observando o céu, eles imaginaram que o Sol girava ao redor da Terra e levava 360 dias para dar uma volta completa.

Hoje sabemos que é a Terra que gira ao redor do Sol e que uma volta completa leva 365 dias e algumas horas. Mas para a época a aproximação era boa.

Mesopotâmia

Fonte: Atlas geográfico escolar. Rio de Janeiro: IBGE, 8. ed., 2011.

Fonte: ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015, p. 129 e 145.

Vale ressaltar que, que a primeira ilustração consta informações sobre o significado da palavra poliedro e destaca o pensador Platão como um dos matemáticos que estudaram a Geometria. Já a segunda ilustração fala sobre os mesopotâmicos e suas contribuições para a Matemática e a Astronomia. Essas informações podem fazer com que os estudantes reconheçam e entendam o papel que a Geometria exerce no mundo.

4.2.1. Considerações acerca da análise realizada

Temos que o LD não está totalmente alinhado a BNCC, mas possui características alinhadas aos objetos de conhecimentos, as habilidades e aos campos de competência referentes a Matemática e ao conteúdo de Geometria.

Pontos positivos sobre esse livro didático é a constantemente valorização de figuras geométricas, com cores nítidas e muitas das vezes com contextos interativos. Os personagens também chamam a atenção por serem estudantes, professores, comerciantes, personagens com necessidades especiais, brancos, pardos, negros, e muitos outros com diversas características.

Há de se destacar que o livro apresenta situações de ensino e aprendizagem que colaboram para o desenvolvimento das respectivas competências específicas da Matemática e gerais da BNCC, nas quais são apresentadas no Quadro 7, a seguir:

Quadro 7 – Competências gerais e específicas identificadas no livro do 6º Ano.

COMPETÊNCIAS GERAIS DA EDUCAÇÃO BÁSICA	COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL
1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva	b) Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.	e) Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.	f) Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático- utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens.

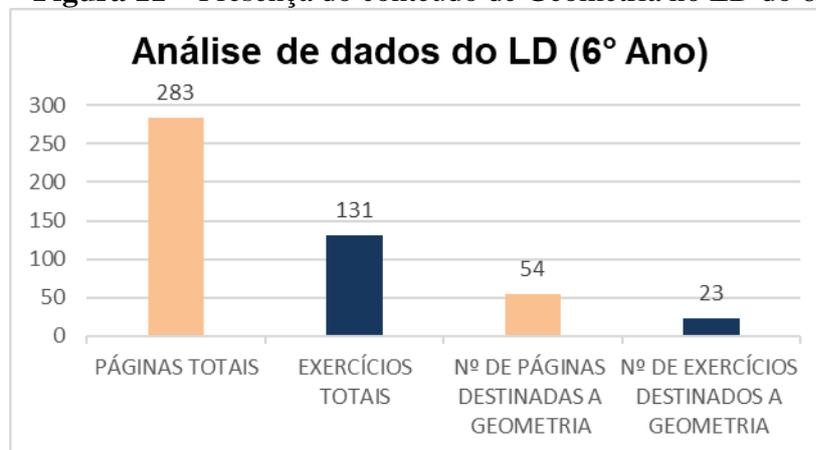
Fonte: Fonte: Elaborado a partir da BNCC. (BRASIL, 2017, p. 9, 10 e 267).

Essas competências podem ser identificadas quando os autores propõem questões em grupo de pesquisas, ao relacionar os conteúdos já estudados nos capítulos e anos anteriores.

Um dos pontos positivos deste livro analisado é o estudo sobre a circunferência, ainda na unidade dez, conteúdo esse que não consta como objeto de conhecimento na BNCC (BRASIL, 2017), mas os autores apresentam como um estudo importante para ser trabalhado desde a turma do 6º ano.

No intuito de detalhar um pouco mais sobre o conteúdo dedicado a Geometria apresentado no livro analisado, a seguir apresenta-se um gráfico sobre os dados obtidos em relação ao número de páginas e exercícios, observe a Figura 11:

Figura 11 – Presença do conteúdo de Geometria no LD do 6º Ano.



Fonte: Gráfico criado pela autora.

Temos que essas 23 páginas de exercícios destinados a Geometria possuem propostas com foco no ensino das figuras geométricas. Observa-se os verbos empregados nesses exercícios, que são “comparar”, “medir”, “construir”, “deslocar”, “copiar” e “expor”, no qual indicam que essas atividades favorecem a experimentação e a observação dos conhecimentos geométricos, sendo assim, etapas necessárias para a abstração.

A partir destes dados, podemos considerar lamentável que em um universo de 54 páginas destinadas ao conteúdo de Geometria, apenas duas páginas são destinadas aos fatos históricos, ou seja, a história da Geometria e seu ensino, pois como dito pelos PCN (BRASIL, 1998, p.128) e a BNCC (BRASIL, 2017, p. 298) os contextos históricos pode ajudar o estudante a compreender os conceitos matemáticos e também estimulá-lo a aprender mais sobre a Geometria.

Para finalizar as observações, temos que o livro em si possui uma boa instauração de imagens e uma linguagem condizente com a realidade do estudante, capaz de despertar a

atenção dos estudantes. Enquanto ao professor é necessário apenas que desenvolva, como citamos anteriormente e o que Chevallard denomina, a transposição didática, e assim adequar tais informações com a finalidade de atingir seus estudantes positivamente.

4.3. LD do 7º Ano

O LD analisado é da coleção “Convergências Matemática” elaborado por Eduardo Rodrigues Chavante. Este livro foi adotado para ser usado a partir do ano letivo de 2020 a 2023 (Quadriênio) nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática. Ao contrário do livro anterior, esse livro é um manual do professor. De um olhar geral sobre esse manual, foi possível identificar mais sugestões de como trabalhar a Geometria em sala, por meio de diferentes estratégias e recursos didático, metodológico e de ensino.

Todavia a unidade temática de Geometria é apresentada em três capítulos, abordando assuntos que o estudante conseqüentemente tenha estudado no 6º Ano, entretanto agora de forma mais definida e com mais conceitos.

O capítulo oito, é destinado aos estudos de ângulos, percebe-se ainda na apresentação deste tema a imagem de um relógio que assume a função ilustrativa, onde os ponteiros do relógio representam a ideia de ângulo e assim, o autor definir lados, vértices e grau. Ao lado, é destacado para o professor o objetivo do capítulo e algumas sugestões para utilizar o transferidor; para resolver as atividades ao longo do capítulo e um quadro com sugestões de atividades que podem ser usadas para iniciar a aula do conteúdo mencionado.

Nas páginas seguintes, o autor detalha o conteúdo de maneira explicativa, mantendo as figuras com personagens que dialogam com os estudantes, e expõem questões do tipo reflexiva, como mostra a Figura 12, a seguir:

Figura 12 – Atividade I (7º Ano): A relação entre o conteúdo de Geometria e objetos do dia a dia.



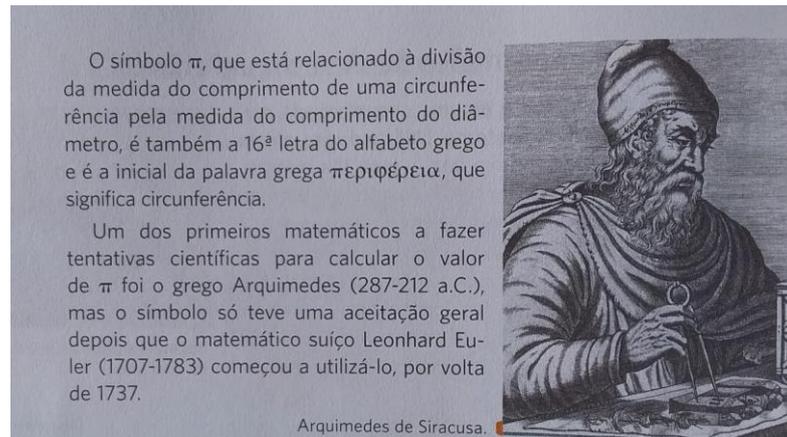
Fonte: CHAVANTE, 2018, p. 148.

Como se pode observar na questão 44 apresentada na Figura 12, supracitada, o estudante pode comparar o sentido horário com o mesmo sentido dos ponteiros do relógio e o sentido anti-horário com o sentido contrário ao dos ponteiros do relógio. Já a questão 46 é caracterizada com um símbolo de cor verde, indicando uma atividade contextualizada com dados reais, nela é possível analisar uma construção que apresenta inclinação de forma proposital, porém, o estudante pode citar tipos de inclinações observadas em seu dia a dia, seja elas proposicionais ou causadas devido ao solo mal compactado e até mesmo por ações da natureza.

No capítulo nove é abordado o tema figuras geométricas planas, para esse assunto sugere-se ao professor a possibilidade de iniciar a aula fazendo perguntas relacionadas às características das linhas poligonais, com a finalidade de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes.

Em seguida, ao ressaltar os conceitos de triângulos, constata-se várias imagens representando o triângulo equilátero, isósceles, escaleno, acutângulo, retângulo, obtusângulo, que assumem uma função ilustrativa, para que o estudante identifique melhor a diferença de um para o outro, sendo destacado também, a rigidez geométrica do triângulo e suas aplicações tanto em telhados como em estruturas metálicas. Logo em seguida, indica-se questões que

Figura 14 – Presença de Fatos Históricos no Conteúdo de Geometria – O símbolo π .



Fonte: CHAVANTE, 2018, p. 168.

O estudo sobre esse número se faz necessário, pois ele é usado em diversos cálculos que envolvem circunferência, um exemplo de sua aplicação intuitiva é no cálculo do volume de uma lata de refrigerante. Logo em seguida, o autor apresenta atividades relacionadas a esse assunto, como mostra a Figura 15, a seguir:

Figura 15 – Atividade III (7º Ano): Exercícios relacionados aos temas contemporâneos.

Na resolução das atividades, considere $\pi = 3,14$.

35. Ao comprar uma bicicleta, é preciso ficar atento a algumas especificações, em especial aquelas relacionadas às dimensões da bicicleta. Uma dessas medidas é o tamanho do aro, geralmente dada em polegadas.

26 polegadas

a) A medida do aro da bicicleta pode ser relacionada à medida de qual elemento da circunferência? **Diâmetro.**

b) Considerando que 1 polegada equivale a 2,54 cm, calcule a medida, em centímetros, do aro da bicicleta indicada na imagem. **66,04 cm.**

36. Veja na seção Ferramentas, na página 256, como construir uma circunferência utilizando régua e compasso. Agora, utilizando os mesmos procedimentos, construa no caderno uma circunferência cuja medida do comprimento do raio é:

a) 3 cm. c) 3,8 cm.
b) 1,5 cm. d) 7,4 cm.

37. Calcule a medida do comprimento de cada circunferência de centro O.

A: 2 cm. B: 3,5 cm.

Aproximadamente 12,56 cm. Aproximadamente 21,98 cm.

38. Qual é a medida do comprimento do raio de uma circunferência cuja medida do comprimento do diâmetro é 5,8 cm? **2,9 cm.**

39. Aumentando em 4 cm a medida do comprimento do raio de uma circunferência, a medida do comprimento de seu diâmetro vai aumentar 2 cm, 4 cm, 5 cm ou 8 cm? **8 cm.**

40. Rafael e seu irmão mais novo, Caio, têm bicicletas de tamanhos diferentes. Observe nas imagens essas bicicletas e as medidas indicadas.

40 cm
Representação sem proporção do tamanho.
70 cm

a) Qual é a medida, em centímetros, da distância percorrida a cada volta completa da roda da bicicleta de Rafael? E a da roda da bicicleta de Caio? Aproxime os resultados para o número inteiro mais próximo. **220 cm; 178 cm.**

b) Para percorrer determinada distância, a roda de qual das bicicletas realiza a maior quantidade de voltas? Justifique sua resposta.

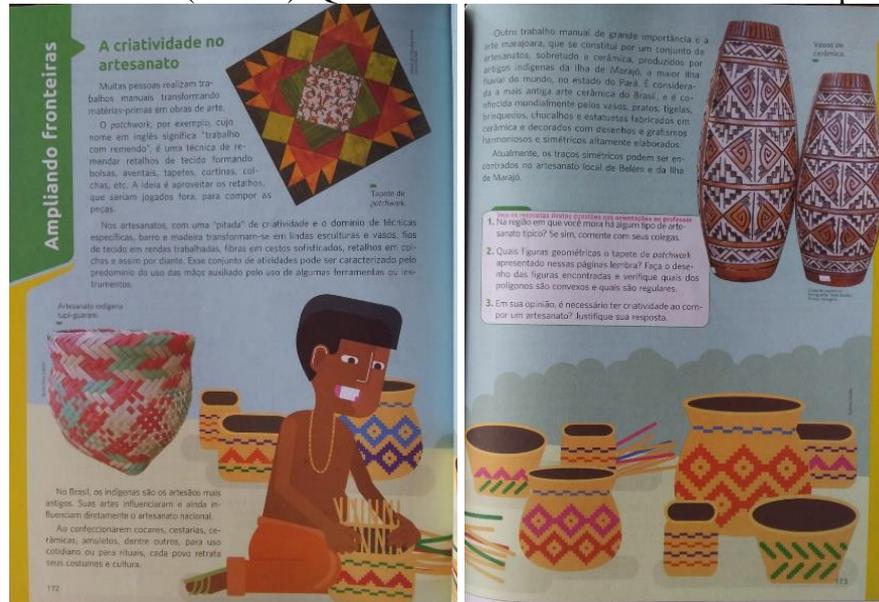
c) Caio e Rafael foram passear de bicicleta. Sabendo que eles percorreram uma distância que mede 2772 m, utilize os resultados obtidos no item a) para determinar a quantidade aproximada de voltas que a roda da bicicleta de cada um deu. Para obter a resposta, converta a medida da distância percorrida em centímetros. **Para a bicicleta de Rafael: 200 voltas.**

Fonte: CHAVANTE, 2018, p. 169.

Para explicar tal assunto são utilizadas bicicletas, que é considerado um objeto do cotidiano dos estudantes. Observa-se que na contextualização das questões 35 e 40 é possível abordar o tema contemporâneo Educação para o trânsito, pois informa ao estudante que é preciso ter atenção ao transitar pelas vias públicas.

Já nas páginas 172 e 173 o assunto é a diversidade do artesanato presente no Brasil, como mostra a Figura 16, a seguir, que está na perspectiva do desenvolvimento da competência geral 3, proposta na BNCC (2017).

Figura 16 – Atividade IV (7º Ano): Questões relacionadas aos temas contemporâneos.



Fonte: CHAVANTE, 2018, p. 172 e 173.

Nestas imagens podemos identificar o artesanato dos indígenas tupi-guarani, abordando então a Educação das relações étnico-raciais, dados históricos da cultura dos povos indígenas do Brasil, a Etnomatemática e as culturas afro-brasileira, africana e indígena para a além das fronteiras brasileiras.

Destaca-se a exploração didático, pedagógica e metodológica das tradições e o estímulo a valorização cultural pluriétnica. Esse tipo de abordagem incentiva o estudante a participar de diferentes manifestações artística e culturais e ainda conhecê-las e respeitá-las. Isto é um exemplo de que a Geometria está presente no artesanato possibilitando o reconhecimento da presença de polígonos convexos, quadriláteros e triângulos.

No capítulo dez, deste mesmo livro didático o assunto tratado é as transformações de figuras simétricas, podendo ser estudado a partir de suas características e de algumas modificações, sendo possível identificar sugestões de trabalhos em grupos para compartilhar conhecimento, questões do tipo pesquisa, para encontrar exemplos de bandeiras que possuam simetria. O autor reforça o conteúdo de plano cartesiano incluindo nele a noção de reflexão.

A esse contexto e explorando as sugestões dos materiais concretos ou as indicações do uso de *softwares* indicados pela BNCC para melhorar a aprendizagem dos estudantes em

relação ao conteúdo, encontra-se muitas sugestões durante a análise, inclusive há um capítulo exclusivo para esse assunto, chamado “Ferramentas”, introduzido para que o estudante conheça diversos instrumentos manuais e tecnológicos capazes de auxiliá-lo nas resoluções de problemas.

4.3.1. Considerações acerca da análise realizada

Podemos considerar que os conteúdos, objetos e habilidades previstos para o 7º Ano de acordo com a BNCC são contemplados no livro analisado. As atividades estão alinhadas, proporcionando algumas articulações curriculares a outros temas contemporâneos, organizados em uma sequência didática, pois ela apresenta uma estrutura que auxilia no planejamento, no desenvolvimento e na conclusão das atividades. Observamos ainda, que ao longo da análise é possível encontrar alguns erros de formatação, que podem ter ocorridos na impressão do LD. Também encontramos algumas demonstrações, texto e atividades relacionadas as competências gerais e específicas de Matemática para o Ensino Fundamental estabelecidas pela BNCC. Tais competências estão listadas no Quadro 8, observe:

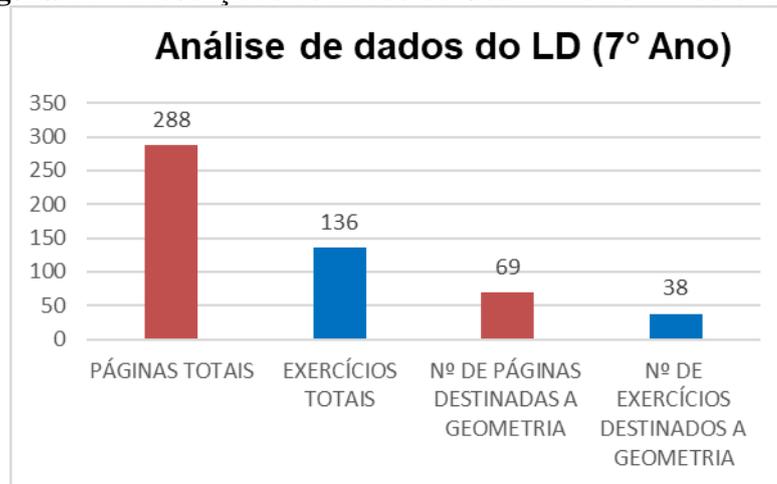
Quadro 8 – Competências gerais e específicas identificadas no livro do 7º Ano.

COMPETÊNCIAS GERAIS DA EDUCAÇÃO BÁSICA	COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL
3. Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.	b) Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
	e) Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

Fonte: Elaborado a partir da BNCC. (BRASIL, 2017, p. 9 e 267).

Com isso temos que a linguagem matemática fez-se presente nos conceitos geométricos. A ideia de que a Matemática pode ser experimentada, medida, observada foi referenciada, sendo possível observar constantemente a presença de figuras que possuem a função demonstrativa.

Sobre a distribuição dos exercícios e das páginas destinadas a Geometria, temos que:

Figura 17 – Presença do conteúdo de Geometria no LD do 7º Ano.

Fonte: Gráfico criado pela autora.

Os dados obtidos revelam a distribuição de páginas destinada ao conteúdo de Geometria, onde as questões apresentadas nesse LD são bem contextualizadas e podem elevar e potencializar a interpretação geométricas dos estudantes.

Vemos que os conceitos geométricos das figuras planas foram predominantes em relação a figuras espaciais, mas observa-se que o livro consegue valorizar os objetos de conhecimento e habilidades previstos pela BNCC, destinado ao 7º Ano do Ensino Fundamental.

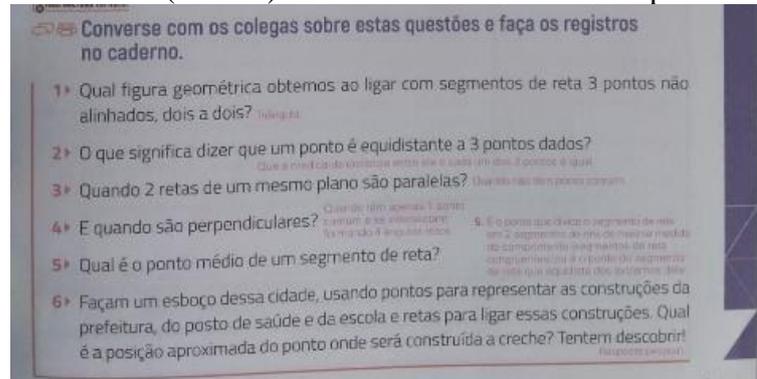
Por fim, podemos considerar que a figura geométrica e os temas contemporâneos foram valorizados nos conteúdos de Geometria. Sendo destacado no LD o trabalho com outros componentes curriculares e a valorização da cultura indígena. O modo como o autor do livro “Convergências Matemática” organizou o LD, evidencia o ensino da geometria intuitiva que serviu de suporte para ensino da geometria dedutiva.

4.4. LD do 8º Ano

A coleção “Teláris Matemática” tem como autor, Luiz Roberto Dante. O período de validade do livro analisado é do ano de 2020 a 2023 (Quadriênio), nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, nele é possível encontrar várias sugestões de como iniciar o estudo do conteúdo e sugestões de como trabalhá-lo.

O primeiro capítulo referente a Geometria é denominado como “Lugares geométricos e construções geométricas” sendo ilustrado a quadra de um bairro, com várias construções no formato de polígonos. Ainda na abertura é proposto que os estudantes conversem entre si e respondam algumas questões em grupo. Como mostra a Figura 18, a seguir:

Figura 18 – Atividade I (8º Ano): Avaliando o conhecimento prévio dos estudantes.



Fonte: DANTE, 2018, p.55.

Essas perguntas permitem que o professor faça um diagnóstico de como está o conhecimento da turma, avaliando o grau de dificuldade sobre a compreensão de conceitos básicos e observar as estratégias encontradas para a solução dos problemas.

Nota-se, na parte introdutória da Geometria, o autor procura identificar e avaliar o conhecimento prévio dos estudantes, se os mesmos aprenderam os conceitos já estudados e lembram como utilizar alguns materiais concretos (régua, esquadro, transferidor e compasso) para construir ângulos, retas, polígonos, mediatriz de um segmento e entre outros elementos.

Nas páginas seguintes, aborda-se o assunto sobre lugar geométrico, que é definindo a partir do conceito de que toda figura geométrica é um conjunto de pontos, sendo assim o autor apresenta que uma figura pode ser chamada de lugar geométrico se satisfazer as seguintes condições: “todos os pontos da figura têm uma mesma propriedade” e “nenhum outro ponto do universo considerado tem essa propriedade”. São trabalhados os lugares geométricos a partir do estudo das propriedades dos pontos de uma circunferência e também para entender os diversos fatos relacionados às posições de pontos e retas de um plano.

Logo em seguinte é proposto algumas atividades que instiga o estudante a manusear o compasso para criar a circunferência a partir de vários pontos equidistantes ao ponto central, para que assim, perceba que a circunferência é um lugar geométrico. A Figura 19, a seguir ilustra algumas dessas atividades:

Figura 19 – Atividade II (8º Ano): A circunferência como lugar geométrico.

Atividades

9 ▶ No caderno, marque um ponto O e, com compasso, trace o lugar geométrico dos pontos que distam 3 cm de O .

10 ▶ Observe esta figura, com uma circunferência de centro O e uma circunferência de centro R .

- Reproduza essa figura no caderno.
- O que a letra x está indicando?
- E o que a letra y está indicando?
- Qual é a medida de comprimento do segmento de reta \overline{OB} ? x
- E qual é a medida de comprimento do segmento de reta \overline{RD} ? y
- Entre os pontos marcados com letra nesta figura, qual dista x de O e y de R ? Ponto E .

Banco de Imagens/Arquivo de editor

Fonte: DANTE, 2018, p.60.

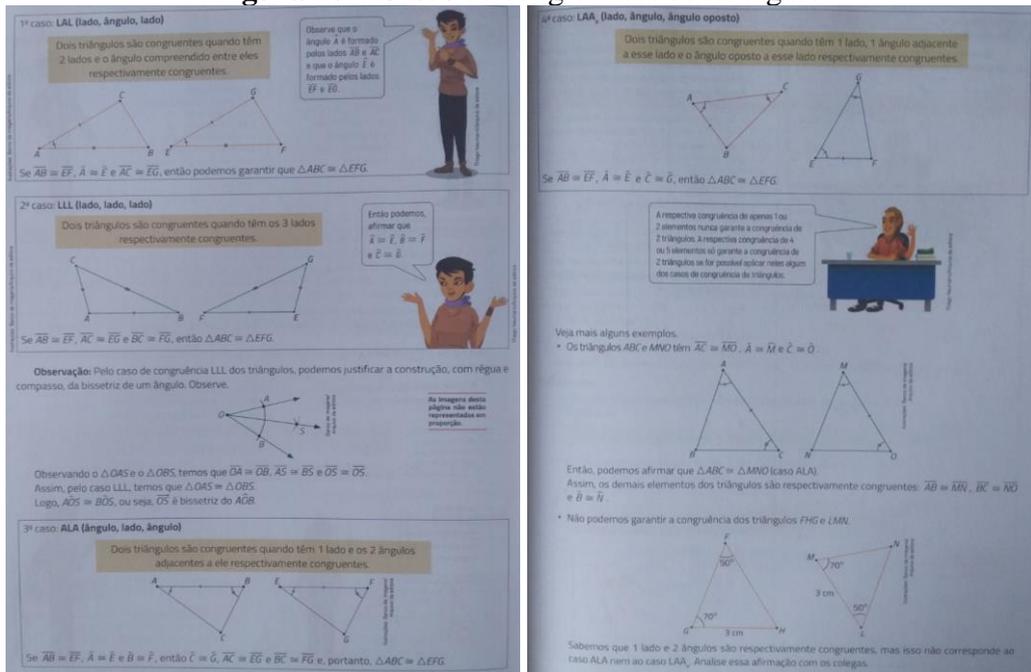
Observa-se que nessas atividades procura-se trabalhar a definição de circunferência como lugar geométrico. Dando sequência a análise, nas páginas seguintes, observamos que o autor define bissetriz de um ângulo como sendo a “semirreta com origem no vértice desse ângulo e que o divide em dois ângulos de medidas de abertura iguais (ângulos congruentes)”, e também define mediatriz de um segmento de reta, conceituando-a como “reta perpendicular a esse segmento e que passa pelo ponto médio dele” o que é intuitivo ao observar as imagens que representam essas definições, que estão lado a lado com a definição correspondente.

Na sequência, introduz-se duas páginas dedicadas a “Matemática e tecnologia”, onde é apresentado o *software* GeoGebra trazendo sua definição e algumas construções geométricas possíveis de serem criadas ao utilizá-lo. Mais adiante, o assunto é “construções geométricas com régua e compasso” sendo apresentado exemplos que mostram o passo a passo de como construir ângulos com aberturas de 60° e 120° usando esses instrumentos. Posteriormente o assunto é sobre as construções de retas perpendiculares e paralelas, sendo apresentado figuras e exercícios de fixação para que o estudante possa entender melhor o que está sendo estudado.

Na página 102, onde se inicia o capítulo quatro do livro, o autor introduz o conteúdo de triângulos e quadriláteros a partir de textos e figuras geométricas. Na apresentação do capítulo, relata-se que serão estudadas algumas demonstrações que fazem parte da Geometria dedutiva e que as mesmas provam logicamente de propriedades já constatadas experimentalmente nos capítulos anteriores. Observa-se a continuidade do método utilizado no capítulo anterior, ao apresentar questões em grupo para avaliar o conhecimento prévio dos estudantes.

Sobre o estudo de triângulos, o autor apresenta todos os casos de congruência, fazendo uso de imagens acompanhadas de personagem com caixas de textos assumindo uma função ilustrativa, veja as ilustrações da Figura 20, a seguir:

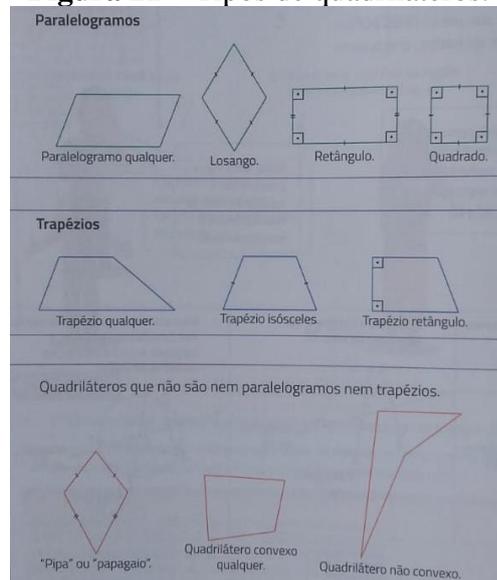
Figura 20 – Casos de congruência do triângulo.



Fonte: DANTE, 2018, p.106 e 107.

Observa-se que as definições são apresentadas com figuras que assumem a função ilustrativas, passando a ideia de experimentos, de intuição e de observação, as quais estão de acordo com a BNCC. E assim, o autor utiliza o mesmo processo para os conteúdos de mediana, bissetriz, altura e mediatriz relacionadas a um triângulo. Em seguida, apresenta-se o conteúdo de quadriláteros, sendo definido da seguinte forma: “é todo polígono de quatro lados” e logo em seguida apresenta-se alguns exemplos, veja a Figura 21, a seguir:

Figura 21 – Tipos de quadriláteros.



Fonte: DANTE, 2018, p.120.

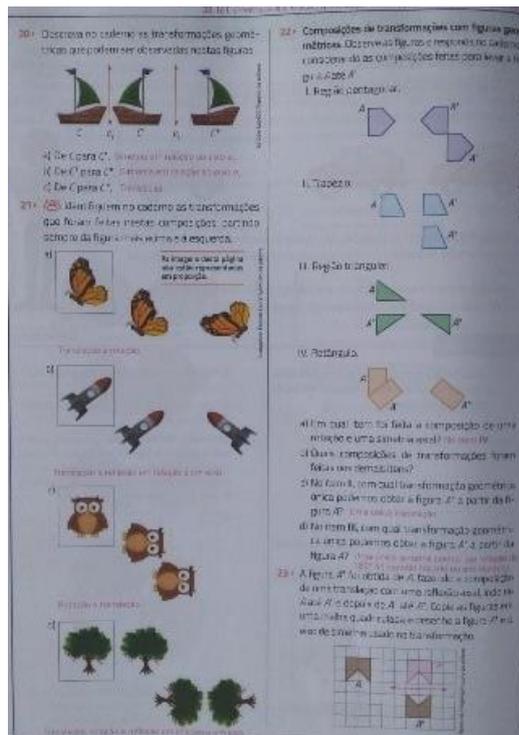
Vejamos que a representação dos quadriláteros é marcada com um e dois traços para indicar a medida dos lados iguais e ainda destaca os ângulos internos de 90° . No entanto, esse estudo ficaria mais completo se o autor apresentasse esses quadriláteros na malha quadriculada, para desenvolver o funcionamento cognitivo do estudante, explorando algumas variações visuais e projetivas, como por exemplo o retângulo ou qualquer um dos quadriláteros mostrado acima, sendo representado na sua forma inclinado diagonalmente, verticalmente, horizontalmente e projetado como se estivesse sobre o plano, para que o estudante possa perceber e discutir a variação da medida dos lados de apoio do retângulo sobre a linha de referência e também sobre um plano.

Nas páginas seguintes é apresentado as características de um quadrilátero convexo, a definição e demonstração de algumas propriedades dos paralelogramos e dos trapézios, sendo possível notar a articulação entre figura geométrica e elementos teóricos.

No último capítulo do livro, destinado a Geometria, o autor explana as transformações geométricas. Utilizando certos movimentos e transformações com figuras no plano, de modo que as formas, as medidas de comprimentos dos lados e as medidas de abertura dos ângulos sejam conservadas por meio de figuras simétricas, por translação e rotação.

As atividades abaixo (Figura 22), trabalham a identificação das transformações usadas nas composições citadas:

Figura 22 – Atividade III (8º Ano): Fixando o estudo sobre transformações geométricas.

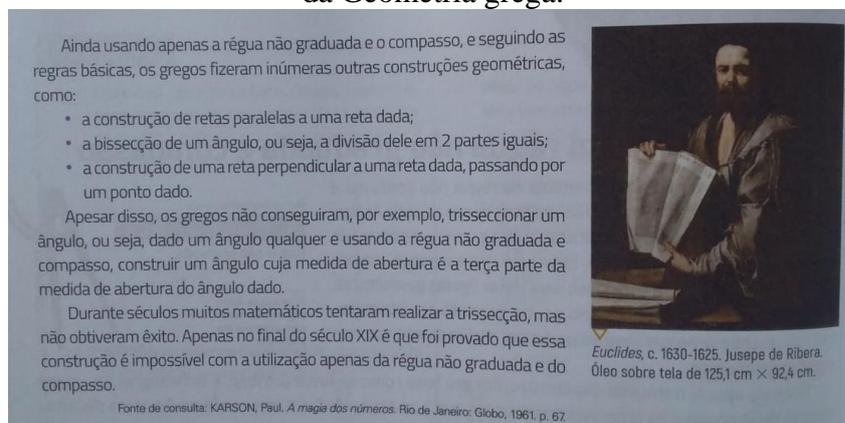


Na atividade é possível relacionar a Geometria com a natureza, sendo aplicado o estudo sobre translação, reflexão e rotação. É possível destacar que as composições de reflexões na questão 20, fez a mesma transformação que poderia ser feita por uma translação. Na questão 23, propõe que o estudante identifique e construa um desenho em malha quadriculada usando a transformação geométrica em uma composição de transformações. Entretanto, as ilustrações poderiam ser mais do cotidiano dos estudantes, como por exemplo uma cadeira, mesa, lixeira ou até mesmo partes do corpo humano, exemplos esses que podem ser encontrados e trabalhados em sala de aula, possibilitando que o estudante faça a sua própria experiência.

Sabemos que para a BNCC é fundamental que o professor faça uso de ferramentas tecnológicas em sala de aula, em virtude disto o autor do livro analisado indica, em vários momentos o uso das tecnologias de informação e comunicação, como calculadoras, computadores e *softwares*, inclusive em cada capítulo contém uma seção chamada “Matemática e tecnologia”, nela é possível encontrar o passo a passo de como utilizar tais ferramentas, com uma linguagem próxima do cotidiano. Sendo assim, o professor pode planejar aulas expositivas e assim, despertar a curiosidade do estudante e a partir de suas práticas ajudá-lo a se expressar melhor e exercer sua cidadania.

No que diz respeito as abordagens dos Fatos Históricos, observamos que elas são trabalhadas por meio de diversas leituras, sendo encontradas com mais frequências em vista os livros analisados anteriormente, veja um exemplo:

Figura 23 – Presença de Fatos Históricos no Conteúdo de Geometria – Problemas clássicos da Geometria grega.



Fonte: DANTE, 2018, p.72.

Nesta Figura é possível observar que as construções citadas podem ser trabalhadas em sala de aula em grupo ou individual, solicitando aos estudantes que realizem uma pesquisa

discorrendo como pode ser feito as construções citadas ou até mesmo que pesquisem a parte histórica sobre cada uma delas.

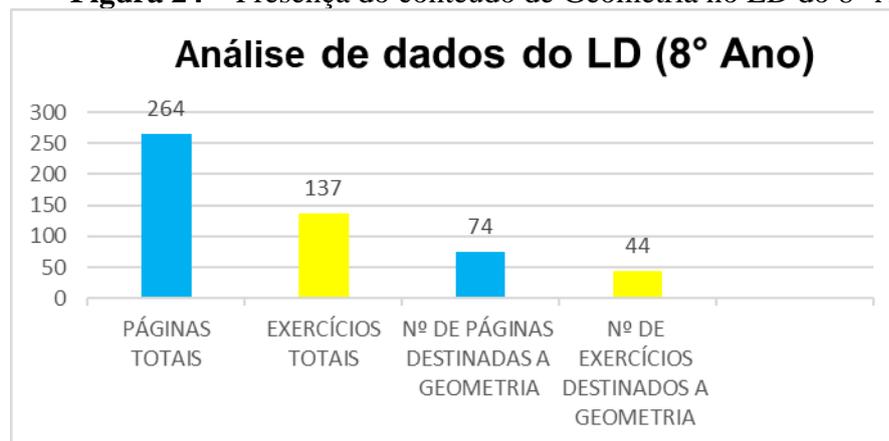
4.4.1. Considerações acerca da análise realizada

Podemos considerar o livro “Teláres Matemática” da turma do 8º Ano está apto para ser utilizado como ferramenta do professor no ensino de Geometria, todos os objetos de conhecimento e habilidade prevista pela BNCC foram descritos, possuindo três capítulos direcionados ao conteúdo de Geometria. Ao observar as atividades, identificamos que as mesmas instigam o pensamento crítico dos estudantes levando-os a acreditar na capacidade de criação. Observa-se nesse livro, assuntos que buscam favorecer e compreender os direitos e deveres do cidadão reflexivo e atuante de uma sociedade justa, onde usa a Geometria para mostrar a importância histórica e cultural dos povos brasileiros.

Percebe-se que o livro didático se destaca por uma função ideológica e cultural, usado como um instrumento que tende a aculturar as jovens gerações. Instigando o docente a trabalhar com aulas mais expositivas, a fim de sistematizar e formalizar os conhecimentos adquiridos e assim, gerar debates com os estudantes.

Com isso, refletimos a respeito das representações destinadas a geometria, e para isso geramos o seguinte gráfico que apresenta a quantidade de páginas e exercícios encontrados no livro.

Figura 24 – Presença do conteúdo de Geometria no LD do 8º Ano.



Fonte: Gráfico criado pela autora.

Como podemos observar o livro aborda muito bem o conteúdo de Geometria, apresentando números significativos para nossa pesquisa. Ainda na exploração do conteúdo o

livro apresenta situações de ensino e aprendizagem que colaboram para o desenvolvimento das respectivas competências específicas da Matemática e gerais da BNCC, veja:

Quadro 9 – Competências gerais e específicas identificadas no livro do 8º Ano.

COMPETÊNCIAS GERAIS DA EDUCAÇÃO BÁSICA	COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL
3. Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.	b) Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.	f) Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

Fonte: Elaborado a partir da BNCC. (BRASIL, 2017, p. 9, 10 e 267).

Contudo, enfatizamos que o modo como o autor organizou o LD em relação ao ensino da Geometria, evidencia a presença da Geometria dedutiva, pondo em prática métodos de aprendizagem, apoiados nas figuras geométricas que favorecem a aquisição de objetos de conhecimento e apropriação de habilidades incorporadas pela BNCC.

4.5. LD do 9º Ano

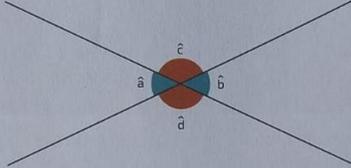
A coleção “Matemática essencial” foi escrita por Patricia Rosana Moreno Pataro e Rodrigo Dias Balestri. No livro analisado contém pressupostos teóricos, comentários e sugestões que podem auxiliar os docentes no seu trabalho em sala de aula.

Nas páginas 162 e 163, se inicia o primeiro capítulo destinado a Geometria, os autores apresentam o plano de urbanização da cidade de Barcelona, com bairros bem planejados, ruas no formato de retas paralelas e transversais, e construções contemplando formas geométricas. Esse tipo de exposição instiga os estudantes a pensar sobre os ângulos que podem ser formados a partir destas retas. Em seguida, são abordados os seguintes temas: ângulos opostos pelo vértice, segmentos proporcionais, semelhança de figuras, homotetia e triângulos semelhantes. Então observamos, na parte de simetria e segmento proporcionais, a forma como os autores ilustram os conceitos de ângulos, veja:

Figura 25 – Explorando o conteúdo de ângulos.

Ângulos opostos pelo vértice

Vimos em anos anteriores que duas retas concorrentes que formam entre si ângulos com medidas diferentes de 90° são chamadas oblíquas. Estudamos também que dois ângulos opostos pelos vértices formados por duas retas concorrentes são congruentes, ou seja, possuem medidas iguais.



Na imagem ao lado, os ângulos \hat{a} e \hat{b} são congruentes e indicamos essa congruência por $\hat{a} \cong \hat{b}$. Temos também que $\hat{c} \cong \hat{d}$.

Considerando que a medida do ângulo \hat{a} seja igual a, por exemplo, 50° , veja como determinar a medida dos outros ângulos.

- Como $med(\hat{a}) = med(\hat{b})$, temos que $med(\hat{b}) = 50^\circ$.
- Os ângulos \hat{a} e \hat{d} são suplementares, logo:
 $med(\hat{a}) + med(\hat{d}) = 180^\circ$.
 Calculando a medida do ângulo \hat{d} , temos:
 $med(\hat{d}) = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$.
- Como $med(\hat{d}) = med(\hat{c})$, temos que $med(\hat{c}) = 130^\circ$.

Fonte: PATARO; BALESTRI, 2018, p.164.

Nota-se que, a imagem representativa dos ângulos opostos pelo vértice consegue apresentar visualmente o que os conceitos apresentam. Destaca-se, o uso das legendas, ao definir a relação dos ângulos opostos pelo vértice, e ainda, os elementos teóricos apresentados que estão logo abaixo da figura geométrica correspondente. Percebe-se também, que os ângulos são designados por letras minúscula e acentuadas com o acento circunflexo, as retas com letras minúsculas, sendo que para indicar que ambas são paralelas, usa-se duas barras, para os seguimentos usam as letras maiúscula e para definir o comprimento usam as mesmas letras maiúsculas e mais uma barra na parte superior.

Nas páginas seguintes do livro (Figura 26), os autores trazem a demonstração do Teorema de Tales, para que os estudantes possam compreender e verificar o quanto é útil para determinar a medida do comprimento de segmentos de retas, aplicando-o em triângulos.

Figura 26 – Demonstração do Teorema de Tales.

Teorema de Tales

Estudaremos agora uma propriedade relacionada a retas paralelas e transversais, denominada **teorema de Tales**. Essa propriedade pode ser enunciada da seguinte maneira.

Um feixe de retas paralelas divide duas retas transversais, de maneira que os segmentos obtidos em uma são ordenadamente proporcionais aos segmentos obtidos na outra.

Quando três ou mais retas em um mesmo plano são paralelas entre si, dizemos que elas formam um **feixe de retas paralelas**.

Vamos demonstrar o teorema de Tales para dois casos.

1º caso: Feixes de retas paralelas que dividem uma transversal em segmentos congruentes.

Considere o feixe de retas paralelas r, s e t , as retas transversais u e v e os pontos de interseção A, B, C, D, E e F destas retas, de modo que se tenha $AB \cong BC$.

Vamos mostrar que $DE \cong EF$, ou seja $\frac{DE}{EF} = 1$.

Traçamos os segmentos DM e EN , paralelos a u , e obtemos os paralelogramos $ABMD$ e $BCNE$, com $AB \cong DM$ e $BC \cong EN$. Como $AB \cong BC$, concluímos que $DM \cong EN$.

Considerando as retas paralelas que contêm os segmentos DM e EN , e a reta transversal v , temos que os ângulos MDE e NEF são correspondentes e, conseqüentemente, $MDE \cong NEF$. Da mesma maneira, considerando as retas paralelas s e t , e a reta transversal v , temos que os ângulos DEM e ENF são correspondentes, logo $DEM \cong ENF$.

Pelo caso LAA (lado, ângulo, ângulo oposto), temos que os triângulos DEM e ENF são congruentes. Portanto, $DE \cong EF$ e os segmentos AB e BC são proporcionais aos segmentos DE e EF , ou seja $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF} = 1$.

2º caso: Feixes de retas paralelas que dividem uma transversal em segmentos comensuráveis não congruentes.

Considere o feixe de retas paralelas r, s e t , as transversais u e v e os pontos de interseção destas retas A, B, C, D, E e F , tais que os segmentos AB e BC sejam comensuráveis.

Dois segmentos são **comensuráveis** quando existe uma medida m que divida os segmentos em uma quantidade inteira de partes.

Queremos provar que $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$. Sendo os segmentos AB e BC comensuráveis, podemos determinar uma medida m que cabe p vezes no segmento AB ($AB = p \cdot m$) e q vezes no segmento BC ($BC = q \cdot m$), com p e q números inteiros positivos. Deste modo, $\frac{AB}{BC} = \frac{p \cdot m}{q \cdot m} = \frac{p}{q}$.

Pelos pontos que dividem os segmentos AB e BC em partes de medida m , traçamos retas paralelas às retas r, s e t .

Veja a representação desta situação no caso em que $p = 2$ e $q = 3$.

De acordo com o 1º caso, essas retas paralelas traçadas determinam, em v , precisamente $p + q$ segmentos congruentes, sendo que p deles compõe DE e q deles compõe EF . Se denotarmos por n a medida do comprimento desses segmentos, concluímos que $\frac{DE}{EF} = \frac{p \cdot n}{q \cdot n} = \frac{p}{q}$.

Portanto, os segmentos AB e BC são proporcionais aos segmentos DE e EF , ou seja $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$.

Apesar de termos demonstrado o teorema de Tales apenas para os dois casos apresentados, ele também é válido no caso em que o feixe de retas paralelas divide as transversais em segmentos **incomensuráveis**, isto é, quando não é possível determinar uma medida m que divida os dois segmentos em uma quantidade inteira de partes.

Temos ainda que a **recíproca** do teorema de Tales é válida, isto é:

Se $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$, então $r // s // t$. Recíproca: ideia ou ação oposta; inverso.

Veja como podemos determinar o valor de x na figura a seguir, utilizando o teorema de Tales.

Como $r // s // t$, temos:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$$

$$\frac{6}{10} = \frac{9}{x}$$

$$6x = 90$$

$$x = 15$$

Portanto, $x = 15$ cm.

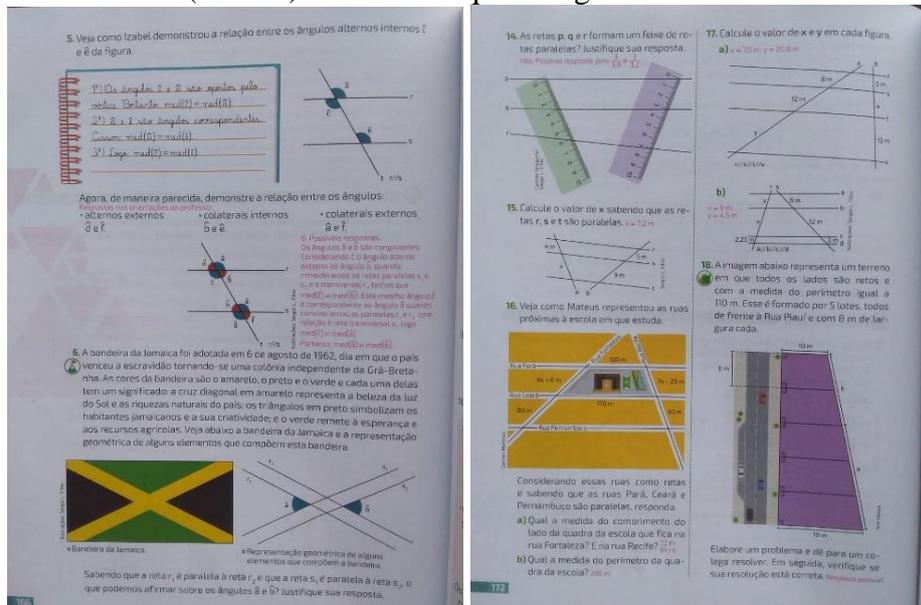
Fonte: PATARO; BALESTRI, 2018, p.169, 170 e 171.

O teorema de Tales usa retas paralelas e transversais para determinar ângulos alternos internos e alternos externos. Temos que nas imagens usadas pelos autores para demonstrar o Teorema ilustrado, são bem intuitivas sendo inseridas ao lado direito da hipótese e da tese. Percebe-se que, para desenvolver a demonstração, do primeiro caso utiliza-se o argumento de que os ângulos \widehat{NDE} e \widehat{NEF} são correspondentes, assim como os ângulos \widehat{DEM} e \widehat{ENF} , e conseqüentemente esses ângulos correspondentes são congruentes, ou seja, os ângulos \widehat{MDE} e \widehat{NEF} possuem a mesma medida tal como os ângulos \widehat{DEM} e \widehat{ENF} também possuem medidas iguais, e isso está sendo bem representado na figura. Para finalizar a demonstração os autores usam o caso de (lado, ângulo, ângulo oposto) para chegar a suas conclusões, lembrando que

em momento algum eles falaram sobre o caso LAA (lado, ângulo, ângulo oposto). Para demonstrar o teorema de Tales no segundo caso, usa-se uma unidade de medida “m”, onde os segmentos AB e BC foram divididos em uma quantidade inteira de partes iguais, e assim afirma que os segmentos são comensuráveis. Com isso, temos as figuras que fazem parte do texto, nesse caso da demonstração, desempenham uma função demonstrativa fazendo os estudantes enxergar o que é proposto.

Ao longo dos capítulos, encontra-se diversas questões em que abordam contextos relacionados a aspectos qualitativos e quantitativos presentes nas práticas comuns nos meios sociais e que instigam a criticidade dos estudantes. A Figura 27, a seguir destina-se a esse tipo de questão encontradas no capítulo oito:

Figura 27 – Atividade I (9º Ano): Atividades que instiga a criticidade dos estudantes.



Fonte: PATARO; BALESTRI, 2018, p.166 e 172.

Na parte de semelhança de figuras geométricas, são estudados os conceitos de polígonos semelhantes, ampliação e redução utilizando homotetia e semelhança de triângulos. Observamos que, os autores representam detalhadamente cada ângulo e lado nas representações reduzidas e ampliadas dos polígonos, esclarecendo a congruência dos ângulos internos e as razões proporcionais entre os lados correspondentes. Para ampliar as figuras geométricas é sugerido no LD o uso do homotetia e o tangram. Em seguida, apresenta-se a demonstração dos três casos de semelhança de triângulos (ângulo e ângulo “AA”; lado, ângulo, lado “LAL”; lado, lado e lado “LLL”).

No capítulo intitulado “Relações no triângulo retângulo” é trabalhado as relações métricas e trigonométricas existentes em um triângulo retângulo, logo após encontramos mais

demonstrações (Figura 28), neste caso referente ao Teorema de Pitágoras, e o interessante é que os autores antes de demonstrar o teorema fazem uma breve apresentação sobre a história de vida de Pitágoras.

Figura 28 – Presença de Fatos Históricos no Conteúdo de Geometria – Teorema de Pitágoras.

Teorema de Pitágoras

Pitágoras foi um matemático e filósofo grego que viveu por volta de 572 a.C. Nasceu na ilha de Samos, ele viajou por muitos lugares, como Pérsia e Egito, e de acordo com alguns relatos é possível que tenha sido discípulo de Tales de Mileto. Em Crotona, localizada atualmente na Itália, ele fundou a Escola Pitagórica, que consistia em um centro de estudos de Matemática, Ciências Naturais, Filosofia etc.

O nome de Pitágoras é dado a um teorema por ter sido o primeiro a demonstrá-lo, apesar de os babilônios e os egípcios já o utilizarem em construções e em medições de terras. Esse teorema estabelece uma relação entre os catetos e a hipotenusa do triângulo retângulo.

De acordo com esse teorema, em todo triângulo retângulo a soma dos quadrados das medidas dos catetos é igual ao quadrado da medida da hipotenusa.

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Podemos verificar essa relação por meio de figuras. Por exemplo, para um triângulo retângulo com lados medindo 3, 4 e 5 unidades de comprimento, consideramos três quadrados, cada um construído a partir de um lado do triângulo, conforme a figura ao lado.

Note que a medida da área do quadrado construído a partir da hipotenusa é igual à soma das medidas das áreas dos quadrados construídos a partir dos catetos, ou seja, $a^2 = b^2 + c^2$.

Muitas demonstrações do teorema de Pitágoras foram desenvolvidas no decorrer da história. Publicado em 1940, o livro *The pythagorean proposition*, de Elisha Scott Loomis, apresenta 370 demonstrações diferentes desse teorema. Observe recortes de textos antigos com demonstrações do teorema de Pitágoras.

Grego, por volta do ano 600. Árabe, por volta do ano 1250. Francesa, do ano 1564. Chinesa, do ano 1607.

Observe uma demonstração do teorema de Pitágoras utilizando algumas das relações métricas estudadas anteriormente.

Nesse triângulo, temos que $b^2 = a \cdot m$ e $c^2 = a \cdot n$. Adicionando essas relações membro a membro, temos:

$$b^2 + c^2 = a \cdot m + a \cdot n \leftarrow \text{fatoramos am + an colocando a em evidência}$$

$$b^2 + c^2 = a \cdot (m + n) \leftarrow \text{como } m + n = a, \text{ substituímos } m + n \text{ por } a$$

$$b^2 + c^2 = a \cdot a$$

$$b^2 + c^2 = a^2$$

Portanto, $a^2 = b^2 + c^2$.

• A partir do triângulo ABC e utilizando as relações $b^2 = a \cdot m$, $c^2 = a \cdot n$, $a \cdot h = b \cdot c$ e $a = m + n$, demonstre o teorema de Pitágoras.

• Temos ainda que a recíproca do teorema de Pitágoras é verdadeira, ou seja, se em um triângulo o quadrado da medida do comprimento de um lado é igual à soma dos quadrados das medidas do comprimento dos outros dois lados, então esse triângulo é retângulo.

• O triângulo indicado ao lado é um triângulo retângulo? Justifique sua resposta. Sim, pois $2,5^2 = 1,5^2 + 2^2$.

Atividades Resolva no caderno

7. Calcule a medida do perímetro de cada triângulo retângulo.

a) 24 m b) 36 m 35 m

8. Qual é a medida da área do triângulo ABC? 1500 m²

9. A seguir, estão indicadas as medidas dos comprimentos dos lados de alguns triângulos. Utilizando o teorema de Pitágoras, verifique quais deles são triângulos retângulos. II e IV

Triângulo	Medida do comprimento do lado (cm)		
	a	b	c
I	6	4	3
II	12,5	12	3,5
III	15	12	9
IV	37	35	12

10. Qual a medida do comprimento da diagonal de um retângulo que possui 48 cm de comprimento e 4 320 cm² de área?

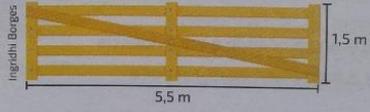
Fonte: PATARO; BALESTRI, 2018, p.194 e 195.

Nessa demonstração, observa-se a valorização das figuras geométricas, o uso das cores para destacar os ângulos e para diferenciar o quadrado do triângulo, além de exibir demonstrações do teorema em 4 tipos de registros antigos de civilizações. Destaca-se a didática introdutória dos autores, ao apresentar primeiro Fatos Históricos e informações que indicam o quanto esse teorema foi importante nas construções feitas por diversos povos em diferentes épocas para depois fazer a demonstração do teorema.

Em seguida, nota-se que as atividades apresentadas, onde é possível solucioná-las utilizando o teorema citado, é possível identificar algumas questões que possuem contextos oriundos de situações possíveis de serem vivenciadas pelos estudantes, observe a Figura 29, a seguir:

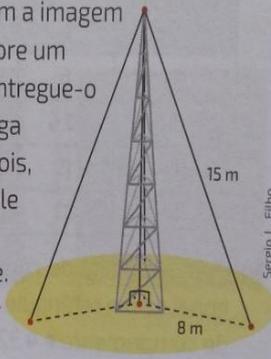
Figura 29 – Atividade II (9º Ano): A relação entre o conteúdo de Geometria e objetos do dia a dia.

11. Pedro está construindo uma porteira com formato retangular para a entrada de sua fazenda. Ele precisa de uma ripa de madeira para fazer um reforço diagonal na estrutura retangular. De acordo com as medidas indicadas na imagem, qual deve ser a medida aproximada do comprimento dessa ripa? *aproximadamente 5,7 m*



Ingridhi Borges

14. De acordo com a imagem ao lado, elabore um problema e entregue-o para um colega resolver. Depois, verifique se ele resolveu corretamente. *Resposta pessoal.*



Sergio L. Filho

Fonte: PATARO; BALESTRI, 2018, p.196.

Para resolver as questões os estudantes podem aplicar o Teorema de Pitágoras, e a partir daí reconhecer a relevância deste conteúdo em sua vida cotidiana. Além disto, a questão 14 tem a potencialidade de explorar o desenvolvimento da escrita Matemática e o raciocínio intelectual dos estudantes.

Nesse capítulo, estuda-se o cálculo para determinar o ponto médio de um segmento representado no plano cartesiano, possibilitando que os estudantes reconheçam que, uma vez fixada uma unidade de comprimento, existem segmentos de reta cujo comprimento não é expresso por um número racional. Incluindo ainda, o estudo dos números irracionais, o cálculo da distância entre dois pontos no plano cartesiano, medida da área e perímetro de algumas figuras geométricas planas, as relações trigonométricas no triângulo retângulo e os ângulos notáveis. Para ampliar esse estudo consta no livro uma tabela trigonométrica que pode auxiliar os estudantes nas atividades.

Nas atividades (Figura 30), propostas pelos autores é indicado o uso de instrumentos metodológicos e o debate com os estudantes sobre o caso da acessibilidade de pessoas com deficiência, que é um dos assuntos relacionados a questões de urgência social no Brasil.

Figura 30 – Atividade III (9º Ano): Articulando conhecimentos com outros componentes curriculares.

38. Já vimos que o topógrafo é o profissional responsável por representar no papel a configuração da superfície de uma região, localizando tanto os acidentes naturais (lagos, encostas, rios etc.) quanto os artificiais (casas, pontes, estradas etc.).
De acordo com o esquema e as medidas obtidas por um topógrafo, calcule a medida da largura x do lago representado.
1100 m

39. Determine a medida do ângulo \widehat{BAC} indicado na figura.
18,8 m
16 m
8 m
10 m

40. Observe no esquema algumas medidas obtidas por um topógrafo.
Qual a medida da altura desse prédio?
10,525 m

41. Um pedestre está subindo uma rampa com 22 m de comprimento que forma com a horizontal um ângulo cuja medida é igual a 15° . A que medida de altura estará o pedestre quando chegar ao topo da rampa?
5,998 m

42. Observe a figura que Joseane construiu utilizando papel milimetrado.

Com o auxílio de uma calculadora e consultando a tabela trigonométrica, determine a medida aproximada de cada ângulo indicado, medido a 1° , medido a $1'$, medido a $10''$.

43. Determine a medida da área de cada triângulo.
a) $3,24 \text{ cm}^2$
b) $2\sqrt{3} \text{ cm}^2$ ou $3,464 \text{ cm}^2$

44. Calcule a medida do perímetro e a medida da área do trapézio isósceles.
perímetro: 36 cm
área: $5\sqrt{3} \text{ cm}^2$ ou $8,660 \text{ cm}^2$

Matemática em destaque

45. A acessibilidade das pessoas que se movimentam com cadeira de rodas e do cidadão portador de necessidades especiais, em geral, é garantida por leis e normas que visam proporcionar-lhes maior independência. Entre elas podemos destacar as que apontam para a necessidade das rampas de acesso em espaços públicos, a área especial para embarque e desembarque em transporte coletivo e o atendimento prioritário em diversas situações.
Uma dessas normas estabelece a inclinação máxima que a rampa de acesso para pessoas portadoras de necessidades especiais deve ter. Observe.
A razão entre a medida da altura a que se deseja acessar e a medida do comprimento horizontal c da rampa deve ser no máximo 0,0833.
 $\frac{a}{c} \leq 0,0833$
Assim, por exemplo, para acessar uma altura com medida de 1 m, é necessário que a medida do comprimento horizontal da rampa não seja inferior a 12 m, pois $\frac{1}{12} \approx 0,0833$.
46. O que é um plano acessível para todos que é importante para garantir o acesso adequado aos portadores de necessidades especiais, pois, segundo a Lei de Acessibilidade, não é possível para eles? (art. 20, inciso I, Lei nº 13.123/2016)

a) Para um cadeirante, qual a importância das rampas de acesso?
b) Em relação ao solo, qual a medida aproximada do ângulo de inclinação de uma rampa cuja medida da altura é igual a 25 cm e a medida do comprimento horizontal é igual a 5 m?
Essa medida está de acordo com a norma que estabelece a inclinação máxima de uma rampa de acesso para pessoas portadoras de necessidades especiais? Justifique sua resposta. (sem pontas) $\frac{25}{5} = 0,05 < 0,0833$
c) Em sua opinião, qual a importância de estabelecer uma inclinação máxima para as rampas de acesso?
d) Para acessar uma altura com medida igual a 50 cm, qual deve ser, aproximadamente, a medida do comprimento horizontal mínimo da rampa?
(sem pontas) 6 m

O planejamento e a urbanização das vias públicas, dos parques e dos demais espaços de uso público deverão ser concebidos e executados de forma a torná-los acessíveis para as pessoas portadoras de deficiência ou com mobilidade reduzida.
Presidência da República. Artigo 3º da Lei Federal 10.098/2000.
Disponível em: www.planalto.gov.br/revista/2000/rev0008/rev0008_0003.htm.
Acesso em: 27 nov. 2016.

Ângulo de inclinação da rampa em relação ao solo.

Fonte: PATARO; BALESTRI, 2018, p. 210 e 211.

A questão 42, o uso da calculadora pode auxiliar significativamente na resolução dessa atividade, fazendo com que os cálculos fiquem mais precisos. O uso deste dispositivo ajuda os estudantes a se familiarizar com os aparatos metodológicos. Esse especificamente, pode funcionar através de um mecanismo físico (manual), eletrônico ou uma ferramenta virtual. Já na questão 45, é apresentado aos estudantes um artigo da lei federal que regulamenta a acessibilidade de pessoas portadoras de necessidades especiais e informa sobre as normas para a construção de rampas de acesso. Esse assunto pode ser associado a várias competências indicadas pela Base, além de pôr em pauta o tema contemporâneo: Educação de direitos humanos, uma vez que todas as pessoas têm igualdade de direitos e devem ter suas diferenças reconhecidas e valorizadas.

Os dois últimos capítulos são destinados a Geometria, neles são estudados os conceitos de circunferência, círculo e as figuras geométricas espaciais. Nesses capítulos observamos a constante indicação para o uso de compassos, réguas, malha quadriculada e *softwares*. Esses recursos didáticos dão suporte no desenvolvimento das aulas e na construção do conhecimento, motivando o estudante a representar as situações-problemas através de desenhos geométricos.

No LD o conteúdo de Geometria é relacionado a outras temáticas, por exemplo, no capítulo nove introduz-se a unidade temática sobre os Números, ao tratar de números

irracionais e medições de segmentos de reta cujo comprimento é um número real. Já no capítulo doze, observa-se frequentemente a presença da unidade temática de Grandezas e medidas, pois existem problemas que envolvem medidas de volumes de figuras geométricas espaciais. Para falar sobre essas figuras de três dimensões, é abordado inicialmente um tópico nomeado como “Relembrando figuras geométricas espaciais”, nele são apresentados alguns objetos conhecidos, veja a Figura 31, a seguir:

Figura 31 – Objetos geométricos.



Fonte: PATARO; BALESTRI, 2018, p. 254.

Percebe-se que esses objetos instigam o estudante a reconhecer as figuras geométricas espaciais existentes ao seu redor, no entanto também seria interessante relembrar o conceito de figura geométrica espacial para fixar a ideia de que elas possuem três dimensões. Um fato interessante observado é que ao classificar os tipos de figuras espaciais, o texto e os exemplos estão conectados, valorizando tanto o contexto como a figura geométrica.

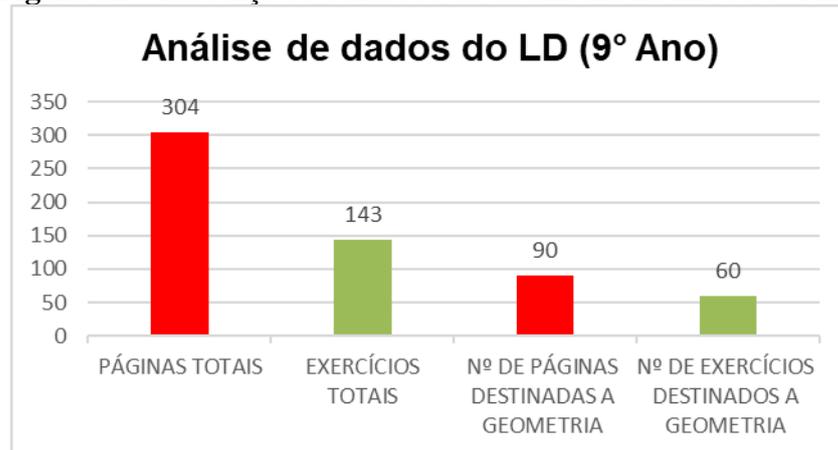
No decorrer da análise pode-se observar apenas um Fato Histórico, referente a Pitágoras e já mencionado anteriormente, porém nas indicações destinadas ao professor, é sugerido que esse trabalho seja introduzido como um assunto complementar informando até endereços de sites e apresentando também, textos que revelam informações sobre a vida e as contribuições de matemáticos importantes como Tales de Mileto e Pitágoras.

4.5.1. Considerações acerca da análise realizada

Considera-se que o livro analisado é apto para conduzir o professor no processo de ensino e auxiliar o estudante no processo de aprendizagem em relação ao conteúdo de Geometria. Nele é possível identificar todos os objetos de conhecimento e habilidades previstas pela BNCC para a turma do 9º Ano. As atividades sugeridas são elaboradas para aumentar a autonomia do estudante, pode estimulá-lo a observar de forma mais crítica o mundo em que vive e por consequência atingir um nível auto de conhecimento e, ainda, proporcionando o desenvolvimento do raciocínio lógico do estudante e levando-o a refletir sobre os temas contemporâneos e as questões políticas, ambientais, econômicas e sociais.

Com isso, apresenta-se logo abaixo um gráfico com dados relevantes sobre a análise, observe:

Figura 32 – Presença do conteúdo de Geometria no LD do 9º Ano.



Fonte: Gráfico criado pela autora.

Temos que o conteúdo de Geometria está consideravelmente representado, sendo destinado quatro capítulos para o conteúdo de Geometria, onde as atividades existentes proporcionam ao estudante criar relações sociais constituídas de sensibilidade, criatividade e criticidade, características essenciais para transformação da realidade em que está inserido, já os conteúdos apresentados além de valorizar as figuras geométricas. O livro apresenta situações de ensino e aprendizagem que colaboram para o desenvolvimento das respectivas competências específicas da Matemática e gerais da BNCC, e para referenciá-las montamos o Quadro 10, a seguir:

Quadro 10 – Competências gerais e específicas identificadas no livro do 9º Ano.

COMPETÊNCIAS GERAIS DA EDUCAÇÃO BÁSICA	COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL
1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.	a) Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
3. Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.	c) Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.	d) Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.	

Fonte: Elaborado a partir da BNCC. (BRASIL, 2017, p. 9, 10 e 267).

Nesse caso, considera-se que houve a valorização das figuras tridimensionais, onde desempenharam a função intuitiva, tanto nas demonstrações como nas representações das atividades. Destacando-se também a ampliação do estudo de círculo e circunferência, o uso do compasso e outros aparatos metodológicos que foram essenciais para as construções realizadas.

Por fim destacamos que a maneira como o autor do livro “Matemática essencial”, indica a presença de duas Geometrias: uma intuitiva e outra dedutiva. Onde a geometria intuitiva serviu de suporte para ensino da geometria dedutiva, apresentando aos estudantes simples demonstrações de propriedade geométrica de ângulos e triângulos. Esse trabalho mostra aos estudantes a importância e a necessidade de provar ou demonstrar logicamente determinada propriedade para legitimar as hipóteses levantadas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo possibilitou uma compreensão sobre a importância da Geometria para a construção do conhecimento matemático, principalmente na organização do pensamento lógico e na execução de situações reais do dia a dia. Visto que, a Geometria é um dos estudos fundamentais do ensino de Matemática, pois como dito Ferreira (1999), ela é a ciência que investiga as formas planas e espaciais dos seres matemáticos.

Ao analisar os documentos norteadores do ensino, percebe-se que com o estudo da Geometria, o estudante pode compreender, descrever e representar as formas do espaço em que vive e ainda desenvolver competências cognitivas para contribuir com o desenvolvimento da autonomia. Com isso, buscamos responder as questões centrais da pesquisa, afim objetivar a presença do conteúdo de Geometria nos livros didáticos a partir das normas presentes no documento da BNCC.

Nesse sentido, durante a análise dos livros didáticos, nota-se que eles são elaborados para atender ao currículo programático do componente curricular de Matemática. Sendo possível identificar nos livros um padrão em relação a proposta didático-pedagógica, expondo os conteúdos de forma clara e organizada, imagens que são coerentes e funcionais ao serem representadas na função ilustrativa. Além de dedicar três ou mais capítulos/unidades para o conteúdo de Geometria, nas quais as páginas são direcionadas a questões contextualizadas e articuladas com os temas contemporâneos, os livros exploram alguns lugares e objetos geométricos presentes no cotidiano. Assim no que se refere ao conteúdo de Geometria, podemos concluir que os livros analisados são aptos para serem utilizados como instrumento de ensino auxiliar do professor. Sendo importante que o professor ao utilizar essa ferramenta que já passou por uma transposição didática, possa aplicá-la fazendo mais uma pequena transposição para que seu público escolar compreenda o conteúdo a ser ensinado, visto que existem fatores/meios que influenciam no ambiente que os estudantes vivem. E que ainda proporcione aos seus alunos novos horizontes para descobrir as belezas da Matemática, ao se apropriarem efetivamente dos conhecimentos geométricos e da importância da Geometria em suas vidas.

Ao finalizar esta pesquisa, torna-se evidente a necessidade de um espaço propício para a construção do conhecimento matemático, sendo possível desenvolver novos questionamentos revendo qual seria o ambiente ideal para aprender Geometria, no sentido em que os estudantes possam construir os conceitos baseados em evidências e ao mesmo tempo aplicá-las a conhecimentos adquiridos em ações que surgem nas situações diárias. E ainda em

relação a perspectivas de futuros trabalhos, ver-se a necessidade de refletir sobre a prática do professor ao trabalhar com a Geometria, se o mesmo procura relacionar os objetos do cotidiano, a natureza e se faz uso dos recursos tecnológicos no ensino da matemática, mais precisamente ao trabalhar com a Geometria.

Enfim, o estudo foi enriquecedor pois além de rever demonstrações de teoremas vistos em disciplinas do curso, foi possível explorar algumas aplicações desse estudo, que apesar de nem sempre serem percebidos, estão fortemente presentes no cotidiano. Passando a observá-la em situações corriqueiras, sendo possível lidar com ela o tempo todo em atividades simples, como andar na rua e desviar de algo, observar os ponteiros de um relógio para verificar as horas, calcular o melhor ponto para atravessar a rua, e uma infinidade de situações.

REFERÊNCIAS

ADRINI, Á.; VASCONCELLOS, M. J. **Praticando Matemática: 6º Ano: Ensino Fundamental: Anos Finais/** Álvaro Andrini, Maria José Vasconcellos. – 4. ed. – São Paulo, 2015.

BOYER, Carl B. **História da Matemática.** 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996. Tradução: Elza F. Gomide.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional.** Lei nº 9.394/96, de 20 de novembro de 1996. Brasília, 1996. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/lei9394_ldbn1.pdf>. Acesso em: 05 de março de 2021.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Educação é a Base.** Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em: <file:///C:/Users/MAYSA/Documents/TCC/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 22 de fevereiro de 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Guia de Livros Didáticos.** PNLD 2008. Matemática. Brasília: MEC, 2007.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <<file:///C:/Users/MAYSA/Documents/vap1/PCN-03-MATEM%C3%81TICA.pdf>>. Acesso em: 15 de fevereiro de 2021.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática - 3º e 4º ciclos.** Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <<file:///C:/Users/MAYSA/Documents/vap1/PCN.pdf>>. Acesso em: 20 de fevereiro de 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE). **Programas do livro: dados estatísticos.** Brasília, DF, 2020. Disponível em: <<https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/dados-estatisticos>>. Acesso em: 09 de junho de 2020.

CARNEIRO, M. H. S.; SANTOS, W. L. P.; MÓL, G. S. **Livro Didático inovador e professores: uma tensão a ser vencida.** Ensaio – Pesquisa em Educação em Ciências. Belo Horizonte, V. 7, N. 2, 2005. Disponível em: <file:///C:/Users/MAYSA/Downloads/LIVRO_DIDATICO_INOVADOR_E_PROFESSORE_S_UMA_TENSAO_A.pdf> Acesso em: 05 de março de 2021.

CHAMORRO, Carla Cristine Wittmann et al. Avaliação da Aprendizagem em Matemática nos Anos Iniciais. In: BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Pró-Letramento: Matemática**. Brasília: MEC/SEB, 2007 Fascículo 8 p. 9. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/fasciculo_mat.pdf>. Acesso em: 03 de março de 2021.

CHAVANTE, E. R. **Convergência Matemática: 7º Ano: Ensino Fundamental: Anos Finais/** Eduardo Rodrigues Chavante. – 2. ed. – São Paulo, 2018.

DANTE, L. R. **Teláres Matemática: 8º Ano: Ensino Fundamental: Anos Finais/** Luiz Roberto Dante. – 3. ed. – São Paulo, 2018.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 2005.

FERREIRA, Aurélio B. de H. **Novo dicionário Aurélio da Língua Portuguesa**. 2.ed. Curitiba: Nova Fronteira, 1999.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: Saberes necessários à prática educativa**. Ed. Paz e Terra. São Paulo, 1996. p. 26.

KLUPPEL, Gabriela Teixeira. **Reflexões sobre o ensino da geometria em livros didáticos à luz da teoria de representações semióticas segundo Raymond Duval**. Orientadora: Célia Finck Brandt. 2012. 109 f. Dissertação (Mestrado em educação - linha de pesquisa: Ensino e Aprendizagem) Universidade Estadual de Ponta Grossa. Ponta Grossa, 2012. Disponível em: <<https://tede2.uepg.br/jspui/bitstream/prefix/1325/1/GABRIELA%20TEIXEIRA%20KLUPPEL.pdf>>. Acesso em: 01 de março de 2021.

LOPES, A. C.; MACEDO, E. **Teorias de currículo**. São Paulo: Cortez, 2011.

OLIVEIRA, M. M. de. **Como fazer pesquisa qualitativa**. 3º ed. Petrópolis: Editora Vozes, 2010.

PARATO, P. R. M.; BALESTRI, R. D. **Matemática essencial: 9º Ano: Ensino Fundamental: Anos Finais/** Patricia Rosana Moreno Parato; Rodrigo Dias Balestri. – 1. ed. – São Paulo, 2018.

PAVANELLO, R. M. **O abandonado do ensino de geometria no Brasil: causas e consequências**. Zetetiké, Campinas v. 1, n.1, 1993.

VIEGAS, A. Par Plataforma Educacional. **Dia nacional do livro didático: Qual a importância desse material?** 2021. Disponível em: <<https://www.somospar.com.br/dia-nacional-do-livro-didatico-qual-a-importancia-desse-material/>>. Acesso em: 01 de março de 2021.