



UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS  
CÂMPUS PROF. DR. SÉRGIO JACINTHO LEONOR  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

**DRIELLE PASSOS ALVES**

**O PORTAL OBMEP DO SABER COMO FERRAMENTA DE SUPORTE PARA O  
ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA NA 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO**

Arraias - TO

2021

DRIELLE PASSOS ALVES

**O PORTAL OBMEP DO SABER COMO FERRAMENTA DE SUPORTE PARA O  
ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA NA 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática. Foi avaliada para obtenção do título de Mestre em Matemática e aprovada em sua forma final pelo orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: Prof. Dr. Kaled Sulaiman Khidir.

Arraias - TO

2021

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**  
**Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins**

---

A474p Alves, Drielle Passos.

O PORTAL OBMEP DO SABER COMO FERRAMENTA DE SUPORTE PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA NA 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO. / Drielle Passos Alves. – Arraias, TO, 2021.

73 f.

Dissertação (Mestrado Profissional) - Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Universitário de Arraias - Curso de Pós-Graduação (Mestrado) Profissional em Matemática, 2021.

Orientador: Kaled Sulaiman Khidir

1. Portal OBMEP do Saber. 2. Ensino de Geometria Analítica. 3. Ambiente virtual. 4. Tecnologia educacionais. I. Título

**CDD 510**

---

TODOS OS DIREITOS RESERVADOS – A reprodução total ou parcial, de qualquer forma ou por qualquer meio deste documento é autorizado desde que citada a fonte. A violação dos direitos do autor (Lei nº 9.610/98) é crime estabelecido pelo artigo 184 do Código Penal.

**Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFT com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).**

DRIELLE PASSOS ALVES

**O PORTAL OBMEP DO SABER COMO FERRAMENTA DE SUPORTE  
PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA NA 3ª SÉRIE DO  
ENSINO MÉDIO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação  
Mestrado Profissional em Matemática em Rede –  
PROFMAT da Universidade Federal do Tocantins-UFT,  
como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em  
Matemática e aprovada em sua forma final pelo Orientador e  
pela Banca Examinadora.

Data de Aprovação: 26 de fevereiro de 2021.

BANCA EXAMINADORA:



Prof. Dr. Kaled Sulaiman Khidir - UFT/ProfMat - Arraias  
Orientador-presidente



Prof. Dr. Ivo Pereira da Silva - UFT/Matemática - Arraias  
Examinador



Prof. Dr. Eudes Antônio da Costa - UFT/ProfMat - Arraias  
Examinador

Arraias - TO  
2021

## **AGRADECIMENTOS**

Início agradecendo a Universidade Federal de Tocantins/ProfMat, pela oportunidade de aprimorar meu conhecimento, possibilitando o crescimento profissional.

A Deus por todas as bênçãos e proteções que recebi nesta longa caminhada, proporcionando sabedoria para a superação de todas as dificuldades vivenciadas.

A todos os professores que foram importantes para meu aprendizado, em especial, ao meu orientador Prof. Dr. Kaled Sulaiman Khidir, por aceitar orientar-me e por conduzir esse processo com sabedoria, auxiliando na construção e maturação do presente trabalho.

A todos os colegas de turma do mestrado, sempre dispostos a contribuir e dividir conhecimento, em especial, Celiton e Lúcio, pelos incansáveis momentos de estudo, apoio, incentivos, compartilhamento de experiência, conhecimento e bons momentos de descontração durante nossa trajetória e Duciâny por suas colaborações e explicações no curso de férias, dividindo os seus saberes.

A minha família que sempre estimulou e compreendeu a minha ausência, encorajando-me a superar os obstáculos em todas as jornadas da minha vida.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

## RESUMO

Essa dissertação tem como objetivo analisar e propor os recursos disponíveis no *Portal OBMEP do Saber* como ferramenta de suporte que poderá contribuir para o ensino-aprendizagem de Geometria Analítica na 3ª série do Ensino Médio. Desse modo, propomos conhecer o portal através de quatro atividades que contemplam a manipulação das ferramentas disponíveis, com sugestões de aplicações o que a classifica como pesquisa qualitativa. A primeira fase destina-se cadastrar e vincular os alunos e professores, familiarizando-os com ambiente, as demais envolvem a utilização dos materiais de apoio, vídeos, aplicativos e módulos disponíveis, trabalhando conceitos relacionado a Geometria Analítica: estudo do ponto (plano cartesiano, distância entre dois pontos, ponto médio e baricentro). O desenvolvimento da pesquisa aponta o *Portal OBMEP do Saber* como um ambiente virtual que possibilita ao professor criar procedimentos de ensino-aprendizagem dinâmico, inserindo a tecnologia de maneira a atender os desafios impostos pelas transformações sociais.

**Palavras-chave:** Portal OBMEP do Saber; Ensino de Geometria Analítica; Ambiente virtual; Tecnologia educacionais.

## ABSTRACT

This dissertation aims to analyze and propose the resources available on the OBMEP do Saber Portal as a support tool that can contribute to the teaching-learning of Analytical Geometry in the 3rd grade of High School. Thus, we propose to know the portal through four activities that contemplate the manipulation of the available tools, with suggestions of applications that classify it as qualitative research. The first phase is intended to register and link students and teachers, familiarizing them with the environment, as others involve the use of support materials, videos, applications and available modules, working on concepts related to Analytical Geometry: study of the point (Cartesian plane, distance between two points, midpoint and barycenter). The development of the research points to the OBMEP do Saber Portal as a virtual environment that allows the teacher to create dynamic teaching-learning procedures, looking for technology in order to meet the challenges imposed by social transformations.

**Key-words:** Portal OBMEP do Saber; Teaching of Analytical Geometry; Virtual environment; Educational technology.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Plano cartesiano .....	24
Figura 2 – Distância entre dois pontos .....	25
Figura 3 – Ponto médio de um segmento .....	25
Figura 4 – Baricentro.....	26
Figura 5 – Parte do tutorial “Conheça o Portal”.....	32
Figura 6 – Foto do vídeo de orientação.....	33
Figura 7 – Orientações para o professor.....	33
Figura 8 – Banner de divulgação do professor orientador.....	34
Figura 9 – Progresso geral do aluno.....	35
Figura 10 – Progresso no módulo.....	35
Figura 11 – Ferramenta de mensagem.....	36
Figura 12 – Descrição de como usar o aplicativo.....	39
Figura 13 – Dois possíveis caminhos do táxi.....	42
Figura 14 – Representação da solução gráfica da questão 04.....	44
Figura 15 – Descrição do desafio distância mínima.....	45
Figura 16 – Deslocamento do cachorro e o balão no aplicativo.....	45
Figura 17 – Deslocamento do cachorrinho.....	46
Figura 18 – Deslocamento do balão.....	47
Figura 19 – Tela inicial do aplicativo “Teste”.....	50
Figura 20 – Página inicial do tutorial .....	58
Figura 21 – Foto do vídeo explicativo.....	59
Figura 22 – Página inicial do <i>Portal OBMEP do Saber</i> .....	59
Figura 23 – Painel do módulo Geometria Analítica 01 .....	60
Figura 24 – Painel de controle do aluno, ferramenta mensagens .....	60
Figura 25 – Ambiente de aplicativos do tópico Coordenadas, Distâncias e Razões de Segmentos no Plano Cartesiano, aplicativo I.....	61
Figura 26 – Descrição de como usar o aplicativo.....	62
Figura 27 – Representação no aplicativo.....	62
Figura 28 – Ambiente de aplicativos do tópico Coordenadas, Distâncias e Razões de Segmentos no Plano Cartesiano, aplicativo II.....	63
Figura 29 – Aplicativo II .....	63

Figura 30 – Ambiente de aplicativos do tópico Coordenadas, Distâncias e Razões de Segmentos no Plano Cartesiano, aplicativo III.....	64
Figura 31 – Aplicativo III.....	64
Figura 32 – Painel de vídeo do módulo.....	66
Figura 33 – Aplicativo Distância Mínima.....	67
Figura 34 – Descrição do desafio e como usar o aplicativo.....	68
Figura 35 – Deslocamento do cachorrinho e do balão.....	68
Figura 36 – Painel de vídeo do módulo Introdutório a Função Quadrática.....	69
Figura 37 – Painel de vídeo módulo Geometria Analítica 1.....	70
Figura 38 – Indicação de acesso ao aplicativo “Teste”.....	72
Figura 39 – Painel de descrição do aplicativo “Teste”.....	73

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CESCEM	Centro de Seleção de Candidatos às Escolas Médicas e Biológicas
Cetic.br	Centro Regional de Estudos para o Desenvolvimento da Sociedade da Informação
COVID	Corona Vírus Disease
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
ESPIN	Ministério da Saúde declara Emergência em Saúde Pública de importância Nacional
IMPA	Instituto de Matemática Pura e Aplicada
MEC	Ministério da Educação
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
OMS	Organização Mundial da Saúde
PIC	Programa de Iniciação Científica
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
TIC	Tecnologias da Informação e Comunicação
UFT	Universidade Federal do Tocantins
UNESCO	Organização das Nações Unidas para a Educação, Ciência e Cultura
VUNESP	Vestibular da Universidade Estadual Paulista

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>10</b>
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEORICA .....</b>	<b>14</b>
<b>2.1</b>	<b>Tecnologia na educação .....</b>	<b>14</b>
<b>2.2</b>	<b>Inserção de tecnologias digitais na formação e na prática docente .....</b>	<b>16</b>
<b>3</b>	<b>GEOMETRIA ANALÍTICA .....</b>	<b>23</b>
<b>3.1</b>	<b>O plano cartesiano .....</b>	<b>23</b>
<b>3.2</b>	<b>Distância entre dois pontos .....</b>	<b>24</b>
<b>3.3</b>	<b>Ponto Médio .....</b>	<b>25</b>
<b>3.4</b>	<b>Baricentro .....</b>	<b>26</b>
<b>4</b>	<b>PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS .....</b>	<b>28</b>
<b>5</b>	<b>CONHECENDO O PORTAL OBMEP DO SABER .....</b>	<b>32</b>
<b>6</b>	<b>PROPOSTA DE ATIVIDADE NO PORTAL OBMEP DO SABER .....</b>	<b>38</b>
<b>6.1</b>	<b>Proposta de Atividade 01 .....</b>	<b>38</b>
<b>6.2</b>	<b>Proposta de Atividade 02 .....</b>	<b>41</b>
<b>6.3</b>	<b>Proposta de Atividade 03 .....</b>	<b>48</b>
<b>6.4</b>	<b>Proposta de Atividade 04 .....</b>	<b>49</b>
<b>7</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>52</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>54</b>
	<b>APÊNDICE A .....</b>	<b>58</b>
	<b>APÊNDICE B .....</b>	<b>61</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Com as contínuas inovações tecnológicas e inserções delas em nosso cotidiano, a sociedade vem passando por diversas mudanças comportamentais, políticas, sociais e econômicas, vivemos nos adaptando. E mesmo, apresentando avanços significativos nos últimos anos, em relação a difusão da tecnologia no processo de ensino-aprendizagem, ainda não acompanhamos o ritmo das transformações e mudanças impostas pela tecnologia a sociedade.

Nesse trabalho, trazemos como proposta a utilização do ambiente virtual de ensino-aprendizado *Portal OBMEP do Saber* que é um ambiente desenvolvido pelo IMPA (Instituto de Matemática Pura e Aplicada), Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovação e Comunicações e Ministério da Educação (MEC) com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). O portal poderá contribuir, auxiliando professores e alunos nesse processo de inserção da tecnologia nas aulas de Geometria Analítica na 3º série do ensino médio, descrevendo e propondo atividades que as contemple, sugerindo formas de interação com a tecnologia entre professores e alunos, que demanda postura diferente em relação aos métodos tradicionais de ensino, possibilitando novas práticas pedagógicas.

Através da pesquisa, na busca de sanar dúvidas sobre conteúdos ministrados no Mestrado ProfMat, ofertado pela Universidade Federal do Tocantins (UFT), campus de Arraias, que por sugestão de colegas mestrando, conheci o *Portal OBMEP do Saber* e comecei a explorar e utilizar seus recursos.

Com a chegada da pandemia pelo Coronavírus no Brasil em 03 de fevereiro de 2020, professores e alunos precisaram se adaptar as ferramentas e ambientes virtuais para troca de informação e conhecimento, uma situação atípica para educação em âmbito nacional, que necessitou da introdução imediata de recursos tecnológicos, essa situação, evidenciou os desafios de inserir a tecnologia no processo de ensino-aprendizagem. Mesmo já utilizando o *Portal OBMEP do Saber* em minhas aulas esse momento levou-me a reflexão, de como aliar minha prática docente e experiências vivenciadas no portal com a inserção da tecnologia.

Daí, originou o tema da pesquisa que propõe uma interação com o *Portal OBMEP do Saber* extraindo o potencial das ferramentas e recursos disponíveis, de maneira a estimular e otimizar o tempo de estudos dos alunos, levando-o ao melhor aproveitamento em Geometria Analítica, descrevendo e sugerindo métodos de interação e utilização.

Por tais motivos, surgiram as indagações: Quais ferramentas e contribuições o *Portal OBMEP do Saber* pode oferecer para o ensino e aprendizagem de Geometria Analítica na 3ª

série do Ensino Médio? Como ocorre a interação professor-aluno dentro do *Portal OBMEP do Saber*? Quais procedimentos e abordagem podem ser desenvolvidos utilizando o *Portal OBMEP do Saber*? Essas questões norteadoras nos permitirão construir a seguinte pergunta de pesquisa: De que modo podemos inserir *Portal OBMEP do Saber* como ferramenta de suporte para o ensino e aprendizagem de Geometria Analítica dentro e fora do ambiente escolar?

Na busca por responder à questão de investigação, construímos o seguinte objetivo geral: propor e analisar os recursos disponíveis no *Portal OBMEP do Saber* que podem contribuir para o ensino-aprendizagem de Geometria Analítica na 3ª série do Ensino Médio.

Para o desenvolvimento do objetivo geral estabelecemos os seguintes objetivos específicos: Conhecer e manipular recursos e ferramentas disponíveis dentro da plataforma *Portal OBMEP do Saber*; apresentar e sugerir formas de utilização e manipulação das ferramentas para o ensino de Geometria Analítica; oferecer propostas de atividades que contemplem a sequência do Módulo Geometria Analítica 1 oferecida pelo *Portal OBMEP do Saber*; propor formas de interação dos alunos com os recursos disponíveis no *Portal OBMEP do Saber*; indicar recursos e procedimentos favoráveis no *Portal OBMEP do Saber* que contribuíssem para o ensino-aprendizagem de Geometria Analítica para estudantes do 3ª série do Ensino Médio.

Esta pesquisa caracteriza-se com uma abordagem de cunho qualitativa que segundo Proetti (2017, p. 2) “método qualitativo permite ao pesquisador manter contato direto e interativo com o objeto de estudo”. A metodologia adotada é a da pesquisa-ação na perspectiva de Tripp (2005, p. 445) quando salienta que a “pesquisa-ação educacional é principalmente uma estratégia para o desenvolvimento de professores e pesquisadores de modo que eles possam utilizar suas pesquisas para aprimorar seu ensino e, em decorrência, o aprendizado de seus alunos [...]”.

No decorrer do desenvolvimento desta investigação, foram analisadas obras referentes a interação e inserção da tecnologia no processo de ensino e aprendizagem que contribuíssem para investigação do *Portal OBMEP do Saber* como ferramenta de suporte para o ensino e aprendizagem da matemática. Por meio desta, desenvolvemos “Orientações para o cadastramento no *Portal OBMEP do Saber*” e as “Propostas de Atividades”, disponíveis no apêndice A e B, que contemplam os recursos disponíveis no Módulo Geometria Analítica 1, tópico “Coordenadas, Distâncias e Razões de Segmentos no Plano Cartesiano”. Nestas propostas, propomos uma sequência de atividade, sugerindo análise e discussões entre professores e alunos, bem como formas de interação com utilização dos recursos e ferramentas disponíveis dentro e fora do portal.

A pesquisa apresenta em sua estrutura de desenvolvimento quatro fases. Para, primeira fase foi construído um material de apresentação e descrição, “Orientações para o cadastramento no *Portal OBMEP do Saber*”, como inscrição e vinculação do aluno ao professor, na segunda fase é a Proposta de Atividade 01 e 02, com a sequência de estudo dentro do *Portal OBMEP do Saber*, a terceira fase com a Proposta de Atividade 03 foi elaborado o material para auxiliar na preparação do aluno para o desenvolvimento da Proposta de Atividade 04, que é a quarta fase, onde possibilitará revisão, pratica e fixação de aprendizagem através do aplicativo “Teste”.

No segundo capítulo abordaremos sobre a inserção da tecnologia em ambiente escolar e os desafios enfrentados por professores, fundamentando-se nas perspectivas (ZORZAN, 2007), (AGUIAR, 2008), (BARROS, CARVALHO, 2011), (GIRALDO, CAETANO, MATTOS, 2012), (FIEGENBAUM, 2015), (FRIZON, LAZZARI et al. 2015), (DANTE, 2016) (PEREIRA, CHAGAS, 2016), (SILVA; ALTINO FILHO 2017) e (MARCANDALI, 2020) a respeito do processo de ensino-aprendizagem e os avanços que a tecnologia pode proporcionar a educação.

No terceiro capítulo salientamos os avanços que a Geometria Analítica trouxe para o desenvolvimento do pensamento crítico matemático e apresentamos conceitos, demonstrações e definições relacionadas aos conteúdos e tópicos abordados no módulo Geometria Analítica 1, aplicativos, material de apoio e nas propostas de atividades.

No quarto capítulo detalhamos os procedimentos metodológicos, descrevendo as motivações e circunstâncias que levaram o desenvolvimento desse trabalho, classificando-a como pesquisa qualitativa e apresentando as fases de elaboração da pesquisa.

No quinto capítulo, conhecemos o *Portal OBMEP do Saber* e o processo de cadastramento e vinculação ao professor, apresentamos as principais ferramentas sugerindo e propondo métodos de utilização dos recursos disponíveis e através do apêndice A montamos um passo a passo de orientação de cadastramento que auxilia essa fase da pesquisa.

No sexto capítulo, propomos uma sequência de atividades, disponível no apêndice B, descrevendo, sugerindo ferramentas e métodos de utilização no processo de ensino-aprendizado. Desenvolvida com os recursos do módulo Geometria Analítica 1, tópico Coordenadas, Distâncias e Razões de Segmentos no Plano Cartesiano, utilizamos material de apoio, vídeos, aplicativos de interação e aplicativo “Teste” e como suporte para revisão de máximos e mínimos de uma função quadrática, empregamos um vídeo do módulo de Introdução a Função Quadrática.

No sétimo capítulo, refletimos sobre os atuais desafios da educação e o processo de inserção da tecnologia, salientando a importância de ambientes virtuais de cunho educacional como *Portal OBMEP do Saber*, analisando as contribuições que o desenvolvimento dessa proposta traz para o processo de ensino-aprendizagem.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nas seguintes seções observaremos as perspectivas de (ZORZAN, 2007), (AGUIAR, 2008), (BARROS, CARVALHO, 2011), (GIRALDO, CAETANO, MATTOS, 2012), (FIEGENBAUM, 2015), (FRIZON, LAZZARI et al. 2015), (DANTE, 2016) (PEREIRA, CHAGAS, 2016), (SILVA, ALTINO FILHO, 2017), (ZANIN, BICHEL, 2018) e (MARCANDALI, 2020), sobre os avanços da tecnologia no processo de ensino-aprendizagem, ambiente escolar e a formação do professor para esse novo cenário de inserção, interação com a tecnologia e os conteúdos abordados na Atividade Proposta nesse trabalho, fundamentando a nossa investigação.

### 2.1 Tecnologia na educação

Os avanços tecnológicos ocorridos na última década, com a disseminação e maior acessibilidades tem modificado as relações sociais e de trabalho, aplicativos e redes sociais que permitem troca de mensagens instantâneas como *WhatsApp*, *Facebook*, *Instagram*, entre outros, tem antecipado a inserção da atual geração no mundo tecnológico, levando-os a se adaptarem e interagirem prematuramente com a tecnologia. Para Barros e Carvalho (2011, p. 209) “A nova era da Sociedade da Informação exige maior rapidez e demanda quantidade de informação, o que nos leva a elaborar outros olhares e a eleger novos interesses”. Ainda sobre essa perspectiva Frizon, Lazzari et al. (2015, p.3) consideram que “[...] as tecnologias digitais têm provocado mudanças na sociedade de modo geral, há que se considerar que a escola precisa ser redimensionada para atender as demandas atuais”.

Com a chegada dos *smartsfones* e ampliação da funcionalidade do celular e o acesso à internet, constantemente disponível a “palma da mão” levaram os alunos a familiarizar-se com ambientes virtuais, manipulando recursos tecnológicos de maneira intuitiva. Segundo dados coletados pelo Centro Regional de Estudos para o Desenvolvimento da Sociedade da Informação (Cetic.br), que atua sob o apoio da UNESCO, na pesquisa *TIC Domicílios* desenvolvida em 2018 com o objetivo principal medir a posse e o uso das Tecnologia de Informação e Comunicação (TIC) entre a população residente no Brasil com idade de 10 anos ou mais, 70% da população está conectada à internet, 83% da população brasileira possui celulares e 97% utiliza o celular para se conectar à internet.

Em outra pesquisa desenvolvida pela (Cetic.br), *TIC Educação 2018* com o objetivo de mapear o acesso, o uso e a apropriação das (TIC) em escolas públicas e privadas de educação básica no Brasil, constatou que 57% dos docentes utilizam a internet e celular para desenvolver atividades pedagógicas com os alunos.

Para o Cetic.br, tais avanços se devem

em grande medida, a fatores como: a redução dos custos do acesso à rede, a difusão das conexões móveis realizadas por meio do telefone celular, a expansão das redes WiFi públicas e o surgimento de inúmeras plataformas digitais disponíveis para os dispositivos móveis que atraem cada vez mais um número maior de usuários da rede (CETIC.BR, 2019, p.23).

Com dados tão expressivo em relação a utilização de recursos tecnológicos, é evidente que a inserção da tecnologia no ambiente escolar é necessária, em especial no ensino de Matemática, que exige a compreensão de conceitos abstratos. Para Pereira; Chagas (2016, p.3) as tecnologias, “[...] devem ser usadas não porque é apenas mais uma tecnologia na sala de aula, mas porque elas são novas linguagens. Devem ser tratadas como novas linguagens a serem desenvolvidas pela escola porque estão presentes na vida dos alunos” e nesse aspecto a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), também traz orientações nas competências gerais da Educação Básica

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (BRASIL, 2018, p.9).

Porém cabe a reflexão, de que ter acesso aos meios de pesquisa e comunicação não significa obter conteúdo de qualidade, sobretudo na área da educação, que há uma diversidade de matérias de linguagem ou suporte inadequado para o desenvolvimento. Para Aguiar (2008, p.64) “A necessidade de implementação do uso de novas tecnologias na educação requer um repensar da prática pedagógica em salas de aula”.

Já Duda e Silva (2015, p. 311 – 312) discutem que “o uso desta tecnologia não incorre apenas em benefícios para as relações humanas” e salientam a necessidade de “refletir sobre o papel da Escola e das formas como vem sendo conduzido o processo de ensino-aprendizagem”. Além disso, apresentar facilidade de manipulação e assimilação no processo de interação com recurso tecnológico, não garante aprendizagem efetiva ou linguagem matemática apropriada para construção de certos conceitos, são requisitos que professores devem observar e considerar na utilização de recursos tecnológicos.

A inserção sem planejamento e fundamentação podem dificultar o processo de ensino e aprendizagem, nesse ponto Dante (2016, p.308) enfatiza que “as vantagens e prejuízos dos recursos digitais são causados pelo uso que se faz deles”, a mera inserção não garante obtenção de conhecimento, outro fato que não contribui é a variedade de recurso sem direcionamento sistemático ou gradativo, vinculado a um conceito ou estudo sequencial, proporcionando apenas a manipulação ou diversão sem abstração do conhecimento embutido na ferramenta.

A introdução de uma ferramenta tecnológica em sala de aula deve se orientar por objetivos e competências a serem adquiridas pelos estudantes. Caso contrário, e bastante provável que a ferramenta não seja realmente integrada ao processo de ensino, convertendo-se apenas em um simples *adereço* (GIRALDO, CAETANO E MATTOS, 2012, p. 231, grifo dos autores).

A escola tem que acompanhar as transformações sociais. Para D’Ambrósio estamos na era do conhecimento e,

A escola não se justifica pela apresentação de conhecimento obsoleto e ultrapassado e muitas vezes morto, sobretudo, ao se falar em ciências e tecnologia. Será essencial para a escola estimular a aquisição, a organização, a geração e a difusão do conhecimento vivo, integrado nos valores e expectativas da sociedade. Isso será impossível de se atingir sem a ampla utilização de tecnologia na educação. Informática e comunicações dominarão a tecnologia educativa do futuro (D’AMBRÓSIO, 1996, p. 80).

O aluno deve ser agente do seu conhecimento, a tecnologia deve confrontar, de modo que, proporcione desenvolvimento, criando questionamento sobre o objeto estudado e o processo de interação deve favorecer a essa construção. O professor participa desse processo é o agente que mediará essa interação na próxima seção falaremos sobre a inserção da tecnologia e o professor para esse novo cenário.

## **2.2 Inserção de tecnologias digitais na formação e na prática docente**

A inserção de recursos tecnológicos na sala de aula demanda do professor um planejamento da aula com critérios na escolha e adaptação das ferramentas, criar estratégia, métodos e situações de abordagem do conhecimento de modo que a interação leve abstração de conceitos matemáticos, um processo complexo. Segundo Frizon, Lazzari et al. (2015, p.3) tais possibilidades “nos remetem a questões relacionadas à formação de professores para o uso das tecnologias digitais, de modo a contribuir nos processos de produção do conhecimento e no desenvolvimento intelectual e cultural dos alunos.” Para Ramos (2009, p.2) os alunos crescem inseridos em um contexto tecnológico “[...] desenvolvendo formas diferenciadas de racionar e

pensar. Além disso, essa geração passa a conhecer o mundo a partir do acesso à Internet que lhes possibilita romper barreiras geográficas [...]”.

Desse modo o professor tem que possuir conhecimento da tecnologia, suas limitações e potencialidades, para que possa utilizá-la em circunstância que proporcione ensino-aprendizagem, sobre essa perspectiva D’Ambrósio (1996, p.80) salienta “o novo papel do professor será o de gerenciar, de facilitar o processo de aprendizagem e, naturalmente, de interagir com o aluno na produção e crítica de novos conhecimentos”.

E as atuais Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, recomendam que tais habilidades façam parte da formação do professor, colocando ainda que: “[...] fazer uso de recursos da tecnologia da informação e da comunicação de forma a aumentar as possibilidades de aprendizagem dos alunos” (BRASIL, 2002, p. 43).

Frizon; Lazzari et al. (2015, p.3) falam sobre a importância de políticas de formação de professores, pois “[...] investir na formação inicial e continuada do professor, representa o fortalecimento para a educação, permitindo ao professor maior autonomia no uso das tecnologias digitais, implementado, dessa forma, suas práticas pedagógicas”. Os autores ainda complementam salientando que “cursos superiores de licenciaturas precisam preparar os futuros docentes para o uso eficaz das tecnologias digitais[...]”, é importante proporcionar para o professor em sua formação acadêmica, técnicas de interações e inserções da tecnologia, afim de familiarização e elaboração modelos pedagógicos que contemple os objetivos educacionais, preparando os docentes para as mudanças que as tecnologias trazem ao mundo.

Mas é pertinente fazemos considerações em relação a formação do professor, que foi construída em um sistema educacional de moldes tradicional, é isso, pode gerar desafios para os professores, além disso, a tecnologia que consumimos no nosso cotidiano, a forma que interagimos e utilizamos, difere da utilização em relação ao ensino, que as vezes também, possuem custo significativo dificultam o acesso até para o professor.

Segundo Fiegenbaum (2015, p. 13) tais desafios serão presentes na prática docente por estarem “enraizados” em sua formação e agora terão que se “adaptar a um sistema que se encontra sempre em mudanças é aperfeiçoamentos, onde a cada momento é possível inserir um novo conhecimento, uma nova variável, uma outra dificuldade”.

Porém as tecnologias de comunicação evoluem continuamente, com espaço de tempo curto, aplicativos, jogos, softwares etc., são atualizados frequentemente, sempre trazendo novas ferramentas ou aprimorando-as, nesse contexto Ataidés (2020, p. 1) afirma que “ escola e o professor não conseguem acompanhar o ritmo acelerado da tecnologia. ”, os cursos de

licenciatura têm duração mínima de 4 anos, e os períodos de evolução da tecnologia em determinadas situações são menores.

Mas para Prata (2019, p. 18) em relação ao processo de ensino e aprendizagem coloca que “novos modos de comunicação engendram práticas que estão presentes no cotidiano da formação de professores e concretizam-se nas ações de discussão em rede, produção compartilhada de conhecimentos e nos vínculos estabelecidos nos ambientes virtuais”, já Ramos afirma que:

É necessária uma reestruturação do ensino, não só na sua estrutura física e metodologia, bem como nas interrelações, o que demanda uma nova postura profissional dos professores e um repensar dos processos educacionais, principalmente aqueles relacionados com a formação de profissionais e com os processos de aprendizagem (RAMOS, 2009, p.5).

A partir da década de 1990 com a expansão dos meios de comunicação e o advento da internet, houveram várias mudanças no acesso e comportamento da sociedade em relação a tecnologias, como por exemplo, a modernização da indústria que alterou o processo de produção, exigindo maior qualificação da mão de obra desse setor. Atualmente para Marcandali (2020, p. 22) “as tecnologias movimentam as transformações sociais e proporcionam uma série de mudanças na forma como se constrói o mundo e o conhecimento”.

No contexto histórico educacional Prata (2019), relata que a inclusão de ambientes virtuais na formação de professores vem ocorrendo desde a década de 1990, mas (ZORZAN, 2007) alerta que ainda se faz necessária democratização de acesso à tecnologia e a construção de uma política incluyente. Não basta garantir o acesso, mas promover a formação inicial e continuada ao professor com recursos tecnológicos que podem ser empregados em sua prática docente. Sobre essa perspectiva Lobo; Maia (2015, p. 19), defendem que na atual estrutura social “não se discute se a escola deve ou não utilizar a tecnologia como ferramenta educacional, pois já é uma realidade no contexto educacional. A questão a ser debatida é como usar essas novas tecnologias de forma eficiente e proveitosa”.

Apesar dos avanços tecnológico e sua difusão no cotidiano social, em relação ao Ensino, em especial, de Matemática no que se refere a métodos de inserção e utilização da tecnologia como ferramenta de suporte, houve pouca evolução.

Para Tarouco, Silva et al. (2016, p.3) as mudanças no processo de ensino aprendizagem ocorrido nos últimos, são bastante relevantes, porém ainda hoje, “nota-se que o ensino da matemática possui características didáticas voltadas para transmissão, com pouca ênfase em atividades que levem os sujeitos a refletirem sobre seu significado”, ou seja, ainda trabalha-se de maneira tradicional, mesmo com recursos tecnológicos gratuitos, que poderiam ser

explorados por alunos e professores, criando situações que levem-nos a interagir com o conhecimento, criando possibilidades permitindo-os a apropriarem e empregarem dentro e fora do ambiente escolar.

Segundo Silva; Altino Filho (2017) o papel do professor nesse cenário se modificou, apresentando três facetas principais, a de “mediador, orientador e facilitador de aprendizagem”, detalhando-as os autores colocam que

Como mediador o professor traz a interligação entre cotidiano, conteúdo e relações interpessoais para a sala de aula, como orientador, ele trabalha no desenvolvimento de habilidades como a avaliação de materiais e informações, para que o discente não se perca no emaranhado de informações pouco confiáveis que, também permeiam o mundo digital, já como facilitador, o professor apresenta caminhos e materiais que permitam ao aluno descobrir e buscar soluções para as problemáticas propostas intra e extramuros, estimulando a pesquisa e a tomada de decisão (SILVA; ALTINO FILHO, 2017, p.3).

Desse modo para Zorzan (2007, p. 87) o Ensino da Matemática “não pode mais ater-se a um ensino memorístico, no qual se enfatizam as tabuadas e o exercício de cálculos, pois essas atividades não atendem às necessidades sociais”, atualmente, a sociedade procura na tecnologia soluções de problemas e agilidade nos processos, a tecnologia é empregada como uma facilitadora do cotidiano das pessoas, no processo de ensino e aprendizagem não deveria ser diferente. Por exemplo, é recomendável que o aluno saiba construir um gráfico de uma função manualmente, mas que também saiba plotar em um aplicativo fazendo análise, observando possíveis soluções, conjectura, otimizando o tempo de estudo e utilizando a tecnologia como uma facilitadora do processo.

Outro ponto a ser considerado e que a inserção da tecnologia também trará modificações para relação professor aluno, uma vez que o aluno quando colocado de frente ao conhecimento através da tecnologia, poderá assumir posturas exploratórias, indo além da proposta do professor.

Sobre essa perspectiva Frizon; Lazzari et al., trazem que

Para tanto, o professor deverá levar em consideração as potencialidades, as individualidades de cada aluno, estimulando processos educativos em que o aluno possa desenvolver-se autonomamente, numa perspectiva de apropriação e produção do conhecimento. Esse comportamento somente será possível se o professor experimentar na sua formação novas formas de conduzir os processos educativos, que considere o estado da arte de sua disciplina, o uso ativo e crítico das tecnologias digitais, além de compreender como se processa a mediação entre professor e aluno, professor e tecnologia, aluno e tecnologia (FRIZON; LAZZARI et al., 2015, p. 5).

Duda; Silva, defendem que

Apesar de representar um desafio preocupante para os professores, a tecnologia também pode se tornar uma aliada do docente no processo de ensino-aprendizagem. Se bem exploradas, as ferramentas tecnológicas se constituem em uma excelente oportunidade para a estruturação de atividades exploratórias que estimulem o raciocínio, a criatividade e a autonomia discentes (DUDA; SILVA, 2015, p. 311).

O processo de inserção se dá, segundo Sampaio (2015, p. 26) quando um professor introduz ferramentas tecnológica em sala de aula e “experimentam efetivamente, criam uma atitude, que pode ser favorável ou não à sua aceitação”, e caso obtenha sucesso na prática pedagógica, compartilham com os colegas, para Sampaio (2015, p.26) ainda nesse processo os professores “produzem melhorias nessas atividades matemáticas de forma a integrarem efetivamente a tecnologia nas suas aulas, tentando promover assim o sucesso educativo”.

Ambientes virtuais podem ser inseridos no processo de ensino-aprendizagem em consonância com a sala de aula, como suporte ou complemento incorporado ao planejamento do professor, de acordo com Santos (2011, p. 43) a inserção da tecnologia por parte do professor demanda o planejamento e: “[...] exige fundamentação teórica e conhecimento dos recursos que aquela tecnologia proporcionará”. Ou seja, necessita de adaptações por parte de professores e alunos, assumindo uma nova postura, participativa, interativa e investigadora, já que sua inserção requer a compreensão dos recursos tecnológicos em relação aos conceitos matemáticos, por isso é necessário conhecer as potencialidades e limitações dos recursos que serão utilizados. Santos (2011, p. 43) ressalta ainda que: “Não basta apenas utilizar um recurso tecnológico como apoio às aulas”. Sendo assim, a mera inserção da tecnologia não proporciona conhecimento, o aluno precisa ir além de manipular ferramentas e recursos tecnológicos e inserir-se em ambientes virtuais. Para Zorzan:

[...] o professor é o mediador entre o pensamento humano e a máquina, proporcionando as condições de saber lidar com as informações, saber procurá-las, interpretá-las, resolvê-las e reconstruí-las, pois a Educação Matemática, na perspectiva tecnológica, tem o objetivo de estimular a curiosidade, a imaginação, a comunicação, a construção de diferentes caminhos para a resolução de problemas e o desenvolvimento das capacidades: cognitiva, afetiva, moral e social (ZORZAN, 2007, p. 88).

A inserção da tecnologia também traz novos aspectos de abordagem para o professor na prática pedagógica, levando a refletir todo o processo de mediação desde a introdução do conteúdo até a avaliação, para Pereira; Chagas (2016, p. 3) “Estas mudanças apontam que a tarefa do educador, não é mais de memorizar, é a de problematizar aos educandos o conteúdo que os mediatiza [...]”. Nesse caso, o professor tem que utilizar o ambiente virtual de maneira que proporcione o estudo consistente e adequado, contemplando um desenvolvimento gradativo

do aluno, construindo conceitos abstratos, levando-o a refletir em cima deles, permitindo-o acompanhar de maneira sistemática, fazendo inferências, sempre que necessárias, dentro do processo de construção do conhecimento.

E segundo Zanin; Bichel (2018, p. 457) para que isso aconteça, “o docente deverá ser autônomo, ou seja, ter conhecimento suficiente para poder escolher as ferramentas pedagógicas adequadas e criar seu próprio material didático” o professor tem que conhecer a tecnologia, manipula-la afim de aprimorar seu conhecimento e fazer o uso proveitoso e eficiente.

Não precisa ser necessariamente uma ferramenta de cunho educacional, mas que proporcione meios de interagir instigando e agregando conhecimento ao aluno, se a ferramenta tecnológica possibilitar ao professor adaptação e adequação de modo que possa ser utilizada para esse fim. Ainda para Zanin e Bichel (2018, p. 458), complementam enfatizando que a sobre formação docente, que segundo os autores “nos dias atuais ultrapassa o limite das especialidades, uma vez que é necessário que o professor tenha domínio de conhecimento, promova a integração, dialogo, e busque conhecimentos de outras áreas, mundo e humanidade”, sobre esse aspecto, Marcandali afirma que:

Quando o educador estiver familiarizado com as tecnologias, estará capacitado a explorar a informática em atividades pedagógicas com a interação entre os conteúdos de ensino, a desenvolver projetos educacionais com a utilização da informática como apoio pedagógico e saberá desafiar os alunos para que, a partir do projeto que cada um desenvolver, seja possível atingir os objetos pedagógicos que foram determinados em seu planejamento de ensino (MARCANDALI, 2020, p. 31).

Oferecer ao aluno um ambiente virtual com ferramentas e planejamento adequados para o ensino-aprendizagem de Matemática, não é simples, apesar da difusão e acessibilidade ter ampliado no ambiente escola, a sala de aula não acompanharam essa evolução, sobre esse ponto Marcandali (2020, p. 31), faz uma colocação interessante ao defender a democratização e o acesso à tecnologia, que é “um grande desafio para a sociedade atual e demanda esforços e mudanças nas esferas econômica e educacional, cabe ao poder público propiciar o acesso de todos os educandos às tecnologias de comunicação e informação”.

O ambiente escolar, não pode ser alheio as transformações sociais, a fala dos autores (ZANIN, BICHEL, 2018) e (MARCANDALI, 2020), traz a percepção de que há necessidade de rever as práticas pedagógicas, buscando aperfeiçoamento do processo de ensino aprendizagem, além disso, a utilização da tecnologia poderá permite construção ágil do conhecimento matemático, otimizando todo o processo, segundo Giraldo e Caetano; Mattos, (2012, p. 231) a “[...] incorporação de tecnologias computacionais no ensino de Matemática

possibilita novas abordagens, em alguns casos revelando aspectos dos conceitos matemáticos que dificilmente poderiam ser ensinados por meio de recursos convencionais”.

Devemos levar em consideração as habilidades dos usuários, sejam alunos ou professores, os recursos tecnológicos têm de reunir dois aspectos relevantes, facilidade de manipulação e estruturas adequada para abordagem do conhecimento. A complexidade no acesso ou manipulação das ferramentas tecnológicas, segundo Frant e Castro (2009, p.33) levam: “[...] alguns professores a abandonarem uma inovação porque, segundo eles, “prometia mais do que poderia cumprir””.

A geração atual, tem consumido tecnologia que permite interação instantânea, estão adaptados a estímulos e retornos rápidos, o estudo remoto em ambientes virtuais, possibilita essa interação através de ferramentas de debate, chats ou troca de mensagens e mesmo que o ambiente não possua aplicativo ou ferramentas de interação instantânea, outras podem ser utilizadas para complementar esse processo. Aguiar (2008, p. 68) aponta que: “[...] interatividade entre o aprendiz e o objeto de seu interesse representam uma motivação despertando no aluno a vontade de interagir e de organizar seu conhecimento”.

Ao utilizar ferramentas de comunicação instantânea, como chat ou mensagem, levando-o a argumentar, justificar ou formular uma pergunta, o aluno fez uma reflexão acerca do conteúdo estudado, nesse tipo de ferramenta interativa o aluno é estimulado a estruturar o pensamento, e a expressar o que pensa, através da comunicação escrita. Bairral e Powell (2013, p. 65) relatam que ao analisarem os registros de trabalho on-line permitiu “estudar como os participantes constituem as suas ideias matemáticas e desenvolvem o seu raciocínio através dos significados que atribuem às suas inscrições”, e sobre a mesma perspectiva Behar e Notare (2009, p. 4), trazem que quando “um sujeito consegue se expressar, argumentando sobre determinado conceito ou assunto, está em um nível mais elevado de compreensão, se comparado àquele sujeito que apenas resolve numericamente um problema [...]”.

Os registros de trabalho on-line podem ajuda também ao professor analisar como o aluno pensa, identificando os pontos que necessitam de esclarecimento, além do mais a própria interação com os colegas viabiliza a troca de pontos de vistas diferentes, novas percepções, maneiras de argumentar e analisar.

### 3 GEOMETRIA ANALÍTICA

A Geometria Analítica é uma das áreas do saber matemático que trabalhada no plano cartesiano sua representação geométrica em consonância com a álgebra, essa junção possibilitou avanços significativos na sociedade, por exemplo, o desenvolvimento de alguns recursos tecnológicos com o GPS.

No processo de ensino-aprendizagem também traz contribuições pois, segundo Pires (2016, p. 2) “o aluno que consegue entender os princípios e propriedades fundamentais dessa geometria desenvolve com mais facilidade as habilidades de abstração e generalização do universo matemático”. Comungando com as orientações das habilidades a ser desenvolvidas nas unidades temáticas da BNCC (BRASIL, 2018, p. 271), “A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento”.

Para Giardinetto,

Se, por um lado, na geometria analítica há o esclarecimento das construções geométricas pelo enfoque algébrico, por outro lado, as próprias expressões algébricas através de suas equações, passaram a ser melhor interpretadas pelo auxílio de suas representações geométricas construídas pelos conceitos reelaborados pela geometria analítica (GIARDINETTO, 2000, p. 138).

De fato, a Geometria Analítica proporciona desenvolvimento de diversas habilidades, entre elas a do pensamento, possibilitando conjecturas e argumentações que possui aplicações em diversas áreas do conhecimento, consolidando e ampliando as aprendizagens alcançadas.

Dada a importância da Geometria Analítica para o desenvolvimento do pensamento crítico, matemático e suas aplicações, nos próximos subtítulos dessa seção abordaremos os conteúdos que serão trabalhados na Proposta de Atividade desse trabalho, sobre as perspectivas de (DOLCE; POMPEO, 2013), (MUNIZ NETO, 2013), (PAPA NETO, 2014), (IEZZI et al., 2016) e (DELGADO; FRENSEL; CRISSAFF, 2017).

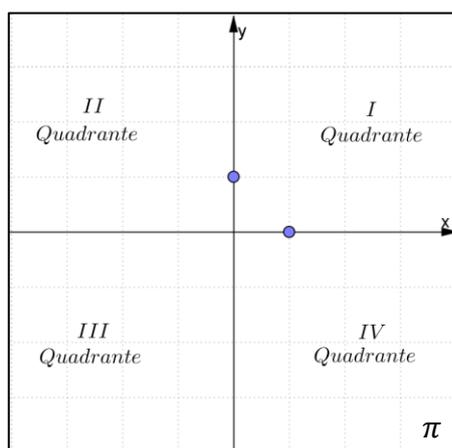
#### 3.1 O plano cartesiano

Os objetos de estudo da Geometria Analítica, ocorrem em consonância da representação algébrica com a gráfica e a sua representação gráfica, nesse trabalho, será desenvolvida no plano cartesiano. Por isso, tomamos como referência as definições de Delgado e at., que trata:

como um sistema de eixos ortogonais num plano  $\pi$  é um par de eixo  $OX$  e eixo  $OY$ , com unidade de medida de igual comprimento, que intersectam-se perpendicularmente na origem comum  $O$ . Denominando  $OX$ , eixo horizontal

ou abscissa e  $OY$ , eixo vertical ou ordenada. O que permite estabelecer uma correspondência biunívoca entre os pontos do plano  $\pi$  e os pares ordenados de números reais do conjunto  $\mathbb{R}^2 = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{R}\}$ . Desse modo,  $P \in \pi$  fazemos o par ordenado  $(x, y)$ , onde  $x$  é a coordenada do pé da perpendicular ao eixo  $OX$  e  $y$  é a coordenada do pé da perpendicular ao eixo  $OY$  que passa por  $P$  (DELGADO; FRENSEL; CRISSAFF, 2017, p.5).

Figura 1 – Plano cartesiano



Fonte: Própria (2021).

Os eixos  $OX$  e  $OY$  dividem o plano  $\pi$ , em quatro regiões denominadas quadrantes, Papa Neto (2014) coloca que para os pontos  $(x, y)$  que não pertence a um eixo são tais que  $x \neq 0$  e  $y \neq 0$ , tem-se quatro possibilidades:

- se  $x > 0$  e  $y > 0$  dizemos que o ponto  $(x, y)$  pertence ao 1º quadrante;
- se  $x < 0$  e  $y > 0$  dizemos que o ponto  $(x, y)$  pertence ao 2º quadrante;
- se  $x < 0$  e  $y < 0$  dizemos que o ponto  $(x, y)$  pertence ao 3º quadrante;
- se  $x > 0$  e  $y < 0$  dizemos que o ponto  $(x, y)$  pertence ao 4º quadrante.

### 3.2 Distância entre dois pontos

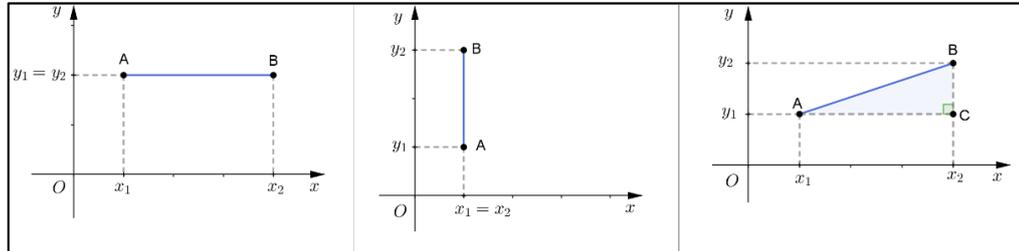
Segundo Papa Neto (2014) dados os pontos  $A(x_1, y_1)$  e  $B(x_2, y_2)$  em um plano cartesiano a maneira mais imediata de calcular a distância  $d_{AB}$  é calcular o comprimento do segmento de reta que liga esses dois pontos.

De acordo com Iezzi et al. (2016) podemos indicar essa distância em três casos:

- 1º caso: O segmento  $\overline{AB}$  é paralelo ao eixo  $x$ , temos que  $y_1 = y_2$ , então  $d_{AB} = |x_2 - x_1|$ ;
- 2º caso: O segmento  $\overline{AB}$  é paralelo ao eixo  $y$ , temos que  $x_1 = x_2$ , então  $d_{AB} = |y_2 - y_1|$ ;

- 3º caso: O segmento  $\overline{AB}$  não é paralelo a qualquer um dos eixos coordenados, então pelo Teorema de Pitágoras, obtemos  $(d_{AB})^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$ .

Figura 2 – Distância entre dois pontos



Fonte: Própria (2021).

### 3.3 Ponto Médio

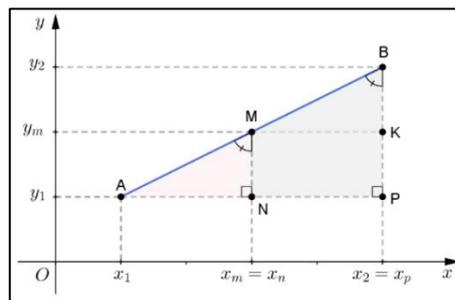
Segundo Delgado e at. (2017, p.9), se  $A(x_1, y_1)$  e  $B(x_2, y_2)$  são pontos do plano  $\pi$  representados por suas coordenadas em relação a um sistema de eixos ortogonais  $OXY$ , então

$$M = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

é ponto médio do segmento  $\overline{AB}$ .

Para Dolce e Pompeo (2013, p. 9) um ponto  $M(x_m, y_m)$  é ponto médio do segmento  $\overline{AB}$  se, e somente se,  $M$  está entre  $A(x_1, y_1)$  e  $B(x_2, y_2)$  e  $\overline{MA} \equiv \overline{MB}$ . Observando a figura 3, temos que os triângulos  $AMN$  e  $ABP$  são semelhantes, pelo critério AA de semelhança.

Figura 3 – Ponto médio de um segmento



Fonte: Própria (2021).

Assim aplicando o Teorema de Tales:

$$\frac{\overline{AM}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AN}}{\overline{AP}}$$

Mas  $\overline{AB} = \overline{AM} + \overline{MB}$  e sendo  $\overline{AM} = \overline{MB}$ , pois  $M$  é ponto de  $\overline{AB}$ , temos que  $\overline{AB} = 2\overline{AM}$ .

$$\frac{\overline{AM}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AM}}{2\overline{AM}} \Rightarrow \frac{\overline{AN}}{\overline{AP}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \overline{AP} = 2\overline{AN}$$

Sendo  $N(x_n, y_n)$  e  $P(x_p, y_p)$ , temos:

$$|x_p - x_1| = 2|x_n - x_1|$$

Como  $x_n = x_m$ ,  $x_p = x_2$ ,  $x_p > x_1$  e  $x_n > x_1$ , podemos escrever:

$$x_2 - x_1 = 2(x_m - x_1) \Rightarrow x_2 - x_1 = 2x_m - 2x_1 \Rightarrow x_m = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

De maneira análoga podemos determinar  $y_m$ , utilizando  $\frac{\overline{PK}}{\overline{PB}} = \frac{1}{2}$ , aplicando obtemos que

$$y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}.$$

### 3.4 Baricentro

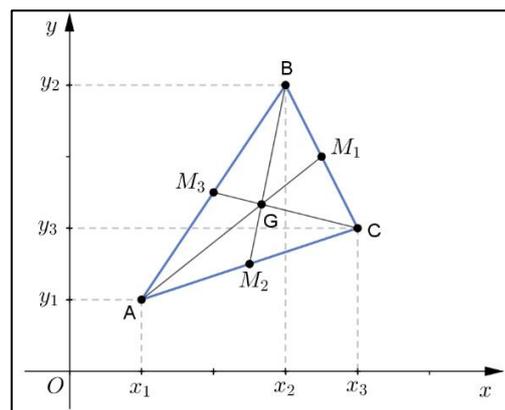
**Definição 3.1.1.** Em um triângulo  $ABC$ , a mediana relativa ao lado  $AB$  é o segmento de reta que liga o vértice  $C$  ao ponto médio  $M$  do lado  $AB$ . (PAPA NETO, 2014, p. 3).

**Definição 3.1.2.** O ponto de interseção (ou ponto de encontro, ou ponto de concurso) das três medianas de um triângulo é o baricentro do triângulo (DOLCE; POMPEO, 2013, p. 120).

**Proposição 3.1.1.** Em todo triângulo as três medianas passam por um único ponto, o baricentro do triângulo. Ademais, o baricentro divide cada mediana, a partir do vértice correspondente, na razão 2 : 1 (MUNIZ NETO, 2013, p. 59).

No triângulo  $ABC$  da figura abaixo com  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$  e  $M_1, M_2, M_3$  ponto médio dos respectivos lados  $\overline{BC}$ ,  $\overline{AC}$  e  $\overline{AB}$ .

Figura 4 – Baricentro



Fonte: Própria (2021).

Considerando que o baricentro  $G(x_g, y_g)$  divide a mediana  $\overline{AM}$ , na razão de 2 para 1, daí:

$$\frac{\overline{AG}}{\overline{GM_1}} = \frac{2}{1} \Rightarrow \overline{AG} = 2 \overline{GM_1}$$

Tomando as projeções no eixo  $x$ , temos:

$$|x_g - x_1| = 2|x_{m_1} - x_g|$$

Como,  $x_g > x_1$  e  $x_{m_1} > x_g$ , podemos escrever:

$$x_g - x_1 = 2(x_{m_1} - x_g) \Rightarrow x_g - x_1 = 2x_{m_1} - 2x_g \Rightarrow 3x_g = x_1 + 2x_{m_1}$$

Sendo  $M_1$  o ponto médio do lado  $\overline{BC}$ ,  $x_{m_1} = \frac{x_2 + x_3}{2}$ , então:

$$3x_g = x_1 + 2 \cdot \left( \frac{x_2 + x_3}{2} \right) \Rightarrow x_g = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$$

De maneira análoga, podemos obter  $y_g = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$ , observando as projeções no eixo  $y$ .

No próximo capítulo veremos o procedimento metodológicos para o desenvolvimento das atividades propostas, descrevendo e apresentando as fases de elaboração no qual, abordaremos todos os conteúdos apresentados nesse capítulo.

#### 4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Fazem parte do processo de ensino e aprendizagem a pesquisa, utilizamos com frequência essas ferramentas em busca de sanar suas dúvidas, revisar um conteúdo ou aprender, foi dessa maneira por dificuldades de entender alguns conteúdos ministrados no decorrer do Mestrado ProfMat, ofertado pela Universidade Federal do Tocantins (UFT), campus de Arraias, levaram-me a pesquisar vídeo-aulas que contemplasse um estudo organizado e sequencial, possibilitando uma evolução gradativa. Após algumas pesquisas sem êxito, deparei-me com canais, ambientes virtuais e diversos sites com linguagem e conceitos inadequados, que por sugestão de colegas mestrandos, acessei o canal no YouTube do Programa de Iniciação Científica (PIC) da OBMEP, navegando observei que havia outros canais relacionados da OBMEP entre eles o Portal da Matemática, dessa forma conheci o *Portal OBMEP do Saber*.

Notei que entre os meus colegas de profissão e graduação, vários não tinham conhecimento sobre a existência do *Portal OBMEP do Saber* e não conheciam suas ferramentas e aplicativos. Então comecei a utilizá-lo com sugestão de estudo complementar para os meus alunos, usando os vídeos e materiais de apoio, desse modo, fui conhecendo aos poucos suas ferramentas e possibilidades de utilização.

Mas em 03 de fevereiro de 2020 o Ministério da Saúde declara Emergência em Saúde Pública de importância Nacional (ESPIN) em decorrência da Infecção Humana pelo novo Coronavírus (COVID-19), um vírus originário da China que foi caracterizada como pandemia pela Organização Mundial da Saúde (OMS) em 11 março de 2020.

Daí em diante, uma série de medidas foram tomadas pelos três níveis de Governo (Federal, Estadual e Municipal) do Brasil para controle da disseminação do vírus, entre elas, a portaria Nº 343, de 17 de março de 2020 do Ministério da Educação (MEC) que trata da suspensão das atividades presenciais nas escolas e traz orientações: “Art. 1º Autorizar, em caráter excepcional, a substituição das disciplinas presenciais, em andamento, por aulas que utilizem meios e tecnologias de informação e comunicação [...]”.

Foi nesse momento que professores e alunos precisaram se adequar a ambientes virtuais para comunicarem, partilharem, consumir conteúdo, trocar informação e conhecimento, uma situação atípica para educação em âmbito nacional, que requer a introdução imediata de recursos tecnológicos e de comunicação, que as ferramentas disponíveis gratuitamente no *Portal OBEMP do Saber*, despertou-me interesse de como deveriam ser inseridos e explorados por professores e alunos de modo a contribuir com ensino aprendizagem.

Nós professores, estávamos habituados com as atividades presenciais e recursos pedagógicos típicos da profissão, como por exemplo, quadro, pincel, Datashow, entre outros, por isso, possuímos habilidade e familiaridade. Mas para produzir uma vídeo-aula o professor necessitará de conhecimentos sobre software e aplicativos de edição de vídeos, áudio, câmera, computador que suporte toda a carga desses equipamentos. Além das limitações de certos recursos físicos que podem não ser de fácil acesso e de custo elevado, caso o professor não possua habilidades de edição e produção de vídeo, teria de apreender e colocar em prática todos esses conhecimentos em um curto espaço de tempo, para sua produção.

O *Portal OBMEP do Saber*, traz como diferencial em sua plataforma uma gama de vídeos, em formato modular, produzidos por professores renomados com linguagem e conceitos matemáticos apropriados, que podem ser explorados em conjunto com o material de apoio e aplicativos ofertados, otimizando o tempo de adaptação e adequação de professores e alunos.

Através da experiência vivenciada como professora dentro do *Portal OBMEP do Saber*, percebemos a possibilidade de utilizar os recursos disponíveis em um novo formato das aulas para abordar os conceitos matemáticos de Geometria Analítica, visto que é um conteúdo rico em detalhes, que une interpretação das representações algébrica e geométrica e segundo Duval (2012, p. 269) quando utilizamos “uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico, são representações [...] não são somente necessárias para fins de comunicação, elas são igualmente essenciais à atividade cognitiva do pensamento”, desse modo, a Geometria Analítica exige de professores e alunos habilidades de representação e a compreensão da associação de elementos algébricos com geométricos.

Apesar de conhecermos o *Portal OBMEP do Saber*, pela prática docente, foi em meio a pandemia, com a necessidade de inserção de recursos tecnológicos seguro e ágil, que surgiram as indagações: Quais ferramentas e contribuições o *Portal OBMEP do Saber* pode oferecer para o ensino e aprendizagem de Geometria Analítica na 3ª série do Ensino Médio? Como ocorre a interação professor-aluno dentro do *Portal OBMEP do Saber*? Quais procedimentos e abordagem podem ser desenvolvidos utilizando o *Portal OBMEP do Saber*? Essas questões norteadoras nos permitirão construir a seguinte pergunta de pesquisa: De que modo podemos inserir *Portal OBMEP do Saber* como ferramenta de suporte para o ensino e aprendizagem de Geometria Analítica dentro e fora do ambiente escolar?

Tais, situações e indagações, levarem-me ao desenvolvimento da pesquisa que propõe uma sequência de atividades no *Portal OBMEP do Saber* extraíndo o potencial das ferramentas e recursos disponíveis, de maneira a estimular e otimizar o tempo de estudos dos alunos,

levando-o ao melhor aproveitamento em Geometria Analítica, descrevendo, mapeando e sugerindo formas de interação e utilização.

O objeto a ser investigado nesta pesquisa é o *Portal OBMEP do Saber* tomando como ferramenta de suporte para o ensino e aprendizagem da matemática, através de Propostas de Atividades que contemplam os recursos disponíveis no Módulo Geometria Analítica 1, tópico “Coordenadas, Distâncias e Razões de Segmentos no Plano Cartesiano”.

A Proposta de Atividade contempla os vídeos: *Coordenadas no Plano, Razão entre segmentos colineares, Distância entre dois pontos, Ponto médio e baricentro, Problemas envolvendo distância entre dois pontos e Problemas envolvendo baricentro*. Utilizamos todos os recursos disponíveis para esse tópico no *Portal OBMEP do Saber*, seis vídeos aulas, quatro aplicativos interativos, dois materiais teóricos, um caderno de exercício e um aplicativo “Teste”. O portal ainda apresenta uma sequência de utilização, mas optamos por desenvolver uma diferente, pois a sequência disponível para este módulo não contempla todas as ferramentas que utilizamos na Proposta de Atividade no capítulo 6.

Como a pesquisa visa a exploração o ambiente virtual, *Portal OBMEP do Saber*, entre professor e aluno, utilizamos a pesquisa qualitativa. Para Godoy a pesquisa qualitativa de metodologia ação permite que

um fenômeno pode ser melhor compreendido no contexto em que ocorre e do qual é parte, devendo ser analisado numa perspectiva integrada. Para tanto, o pesquisador vai a campo buscando “captar” o fenômeno em estudo a partir da perspectiva das pessoas nele envolvidas, considerando todos os pontos de vista relevantes (GODOY, 1995, p. 21).

Já Tripp (2005, p. 445) traz que a “pesquisa-ação educacional é principalmente uma estratégia para o desenvolvimento de professores e pesquisadores de modo que eles possam utilizar suas pesquisas para aprimorar seu ensino e, em decorrência, o aprendizado de seus alunos [...]”. Dessa forma, participo sugerindo a sequência, propondo análise e diálogo entre professores e alunos, formas de interação com utilização dos recursos e ferramentas disponíveis dentro e fora do portal.

Tripp (2005) complementa ressaltando que

É importante que se reconheça a pesquisa-ação como um dos inúmeros tipos de investigação-ação, que é um termo genérico para qualquer processo que siga um ciclo no qual se aprimora a prática pela oscilação sistemática entre agir no campo da prática e investigar a respeito dela. Planeja-se, implementa-se, descreve-se e avalia-se uma mudança para a melhora de sua prática, aprendendo mais, no correr do processo, tanto a respeito da prática quanto da própria investigação (TRIPP, 2005, p. 445-446).

A pesquisa apresenta em sua proposta de desenvolvimento quatro fases que serão descritas e analisadas nos próximos capítulos. Para, primeira fase foi construído um material de apresentação e descrição da estrutura do *Portal OBMEP do Saber* como inscrição e vinculação do aluno ao professor, para auxiliar no desenvolvimento das propostas, na segunda fases são as Propostas de Atividade 01 e 02, com a sequência de estudo dentro do *Portal OBMEP do Saber*, a terceira fase com a Proposta de Atividade 03 foi elaborado o material para auxiliar na preparação do aluno para o desenvolvimento da Proposta de Atividade 04, que é a quarta fase, onde possibilitará revisão, prática e fixação de aprendizagem através do aplicativo “Teste”,

Em trabalhos futuros, ampliaremos os nossos estudos sobre o *Portal OBMEP do Saber*, aplicando os materiais apresentados, até 4 fases descritas anteriormente, visto que, no decorrer do desenvolvimento deste trabalho, estávamos no pico de infecção pelo Coronavírus (COVID-19), dificultado a obtenção de autorização dos pais ou responsável dos alunos para a aplicação do mesmo.

Iniciaremos o próximo capítulo conhecendo o *Portal OBMEP do Saber*, apresentaremos os recursos, ferramentas, descrevendo o processo de cadastramento e vinculação do aluno, sugerindo métodos de utilização.

## 5 CONHECENDO O PORTAL OBMEP DO SABER

O *Portal OBMEP do Saber*, disponível em <https://portaldosaber.obmep.org.br/>, é uma plataforma que oferece, gratuitamente materiais e conteúdo de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental a 3ª série do Ensino Médio. Em formato modular com vídeo-aulas, exercícios resolvidos com níveis de dificuldades diferenciados, material teórico com suporte para o professor e sugestão de leitura complementar, caderno de exercícios com níveis diferenciados de dificuldade (introdutório, fixação e aprofundamento), aplicativos interativos online para praticar, reflexão, demonstração ou aprofundamento do conteúdo sala de bate papo e troca de mensagens. Nesse portal, o aluno é acompanhado pelo responsável e pode incluir o professor orientador. É um ambiente desenvolvido pelo IMPA (Instituto de Matemática Pura e Aplicada), Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovação e Comunicações e Ministério da Educação (MEC) com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

O *Portal OBMEP do Saber*, possui um tutorial descrevendo toda a estrutura da plataforma como orientações de cadastramento, acesso e informações sobre objetivo e função dos aplicativos, testes, cadernos, material de apoio e vídeos, disponível na *Home Page* em “Conheça o Portal”, <https://portaldosaber.obmep.org.br/index.php/site/tutorial>.

Figura 5 – Parte do tutorial “Conheça o Portal”.

O Portal OBMEP do Saber

**Objetivo**  
Oferecer material de ensino de matemática e física gratuita e online.

**Anos**  
Anilha material do currículo do 6º ano do Ensino Fundamental ao 3ª ano do Ensino Médio dependendo do assunto.

**Direitos**  
Nosso material é licenciado de acordo com CREATIVE COMMONS 3.0.

**Conteúdos**  
O Portal dispõe de vídeoaulas, exercícios resolvidos, caderno de exercícios, material teórico, interativo e testes dependentes do assunto.

**Os Conteúdos**  
O Portal dispõe de diversos conteúdos para complementar seu aprendizado. Estes conteúdos podem ser acessados na divisão das aulas ou sem menu lateral esquerdo do módulo.

Vídeoaula Exercício Resolvido Caderno de Exercícios Material Teórico Interativo Teste

**Registrar-se**  
O registro no Portal é simples e rápido. Você só precisa digitar seu primeiro e último nome, e-mail e definir uma senha. Após isso clique no botão "Registrar".  
Você receberá um e-mail de sua conta. Ao receber o e-mail, clique em "confirmar" para ativar sua conta.

**Exercícios Resolvidos**  
Os Exercícios Resolvidos são conteúdos complementares ao aprendizado na Vídeoaula. São pequenos vídeos de 2 a 5 minutos contendo um exercício que é resolvido passo a passo.  
Ao lado de cada vídeo existe uma breve descrição do que será apresentado.  
Os Exercícios Resolvidos são divididos em 3 dificuldades que são diferenciadas pela cor do seu ícone superior. São elas: Fácil (verde), Intermediária (amarela) e Difícil (laranja).  
Os Exercícios Resolvidos também podem ser baixados. Ao clicar no botão "Baixar Vídeo" uma janela será aberta com as opções disponíveis para download.

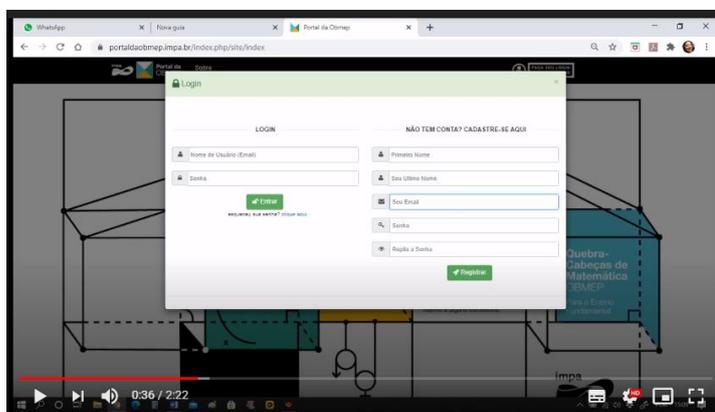
Trabalhos - Exercício 1  
Assistir Vídeo  
Baixar Vídeo

Fonte: Própria (2021).

O professor pode repassar esse tutorial para os alunos, com intuito de apresentar e facilitar as orientações de acesso no *Portal OBMEP do Saber*, pois ele traz uma prévia de toda a estrutura disponível, outra possibilidade é a elaboração de um vídeo explicativo sobre o cadastramento ou a utilização de algum disponível no *YouTube* em <https://youtu.be/31SNzw4xsBc>. Se o professor optar pela elaboração do vídeo e deseja torna-

lo disponível apenas para seus alunos, poderá salva-lo em uma pasta no *Google Drive* e compartilhar o link com os alunos, como no exemplo disponível no apêndice A em Orientações para o cadastramento no *Portal OBMEP do Saber* no item 2.

Figura 6 – Foto do vídeo de orientação.



Fonte: *Portal OBMEP do Saber* (2021).

Quando o professor faz seu cadastramento no *Portal OBEMP do Saber*, trilhará os mesmos passos dos alunos, ou seja, seu cadastramento inicial também é como aluno, no painel do aluno encontrará a opção, “orientador” e em seguida, após clicar aparecerá a opção “ser um orientador”. Nessa página receberá informações sobre o que é ser um professor orientador e poderá gerar o registro de orientador, recebendo o código de vinculação do professor.

Figura 7 – Orientações para o professor.

**📘 O que é ser um orientador?**

O Orientador é uma pessoa que acompanha o desenvolvimento do aluno através do Portal. Ele visualiza todos os dados do aluno, envia mensagens e verifica todo o progresso do aluno.

O Orientador pode solicitar que o aluno veja um determinado conteúdo, assim direcionando o seu aprendizado.

A comunicação entre Orientador e aluno é feita através destas mensagens.

O papel de Orientador é subdividido em duas categorias : o Professor e o Responsável.

**👤 Quem é o Professor?**

O Professor é um profissional de matemática que ministra aulas em escolas, cursos e outros estabelecimentos de ensino. Ele tem turmas presenciais, e usa o sistema como meio complementar de ensino.

Seu código deverá ser divulgado em suas turmas para que seus alunos se vinculem a ele, o Professor deverá autorizar ou não que seus alunos participem de sua orientação dentro do Portal.

Fonte: *Portal OBMEP do Saber* (2021).

No processo de cadastraram no *Portal OBEMP do Saber* é enviado automaticamente um e-mail de confirmação, no próximo acesso que o aluno realizará, caso não tenha feito a confirmação, será necessário redefinir a senha e confirmar. É interessante que o professor solicite dos alunos a confirmação no e-mail, pois mesmo que o aluno redefina a senha, quando acessar novamente o *Portal OBEMP do Saber*, será solicitado a redefinição de senha em cada acesso até a confirmação.

O próximo passo é os alunos vincularem-se ao professor orientador, para isso, o professor terá de disponibilizar aos alunos o código de cadastramento ou enviar mensagem convidando o aluno a participar através do e-mail. Quando o professor cadastra - se como orientador no *Portal OBEMP do Saber*, poderá gerar gratuitamente um *banner* de divulgação com o nome e o código de vinculação do orientador, como na figura 8, um arquivo em formato de PDF (*Portable Document Format*) que poderá ser compartilhado com os alunos, mas a critério do professor.

O aluno também poderá ser informado em outro arquivo sobre os dados de cadastramento, como por exemplo, na proposta de Orientações para o cadastramento no *Portal OBMEP do Saber*, disponível em anexo no item 4.

Figura 8 – Banner de divulgação do professor orientador.



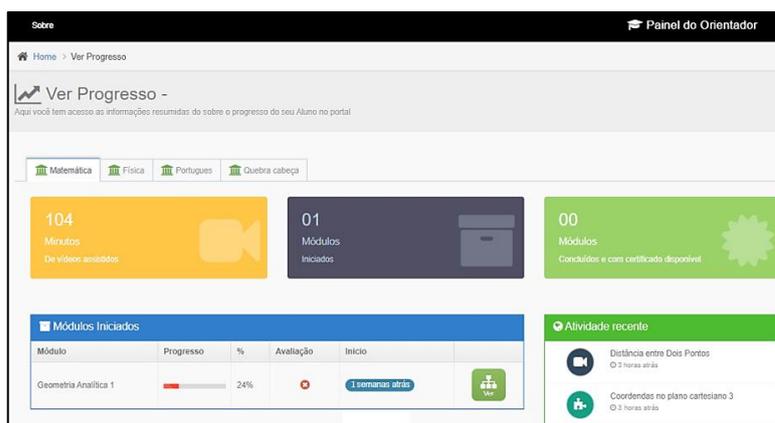
Fonte: *Portal OBMEP do Saber* (2021).

O professor precisará aceitar a vinculação dos alunos *Portal OBEMP do Saber*, essa informação fica disponível no Painel do Orientado, uma caixa vermelha onde constará o número de alunos que o professor ainda não aprovou. Em seguida o professor deverá criar uma turma e inserir os alunos aprovados nela, para isso, acessará o “menu”, “turmas” e em “criar nova turma”, preencherá os dados da turma com nome e descrição e retornará automaticamente para o gerenciador de turmas, clicará sobre o ícone “associar” verde e selecionará os alunos que deseja incluir nessa turma.

A criação de uma turma no *Portal OBEMP do Saber*, facilita para o professor o gerenciamento e a troca de informação para aquele grupo de alunos, podendo optar por compartilhar individualmente ou em grupo, como por exemplo ao enviar uma mensagem dentro do portal o professor poderá inserir toda a turma de uma única vez, sem necessitar selecionar individualmente.

Após o professor aceitar a vinculação de orientador do aluno, o professor passará a ter acesso a todo histórico de desenvolvimento e navegação do aluno no *Portal OBEMP do Saber*, na ferramenta “Ver progresso” poderá ver os “módulos iniciados”, “atividades recentes”, o “tempo de vídeos assistidos”, “certificados concluídos” e “percentual de progresso”. Em “atividades recentes” no canto direito da figura abaixo, ficara disponível os últimos materiais acessados pelo aluno com a data ou hora.

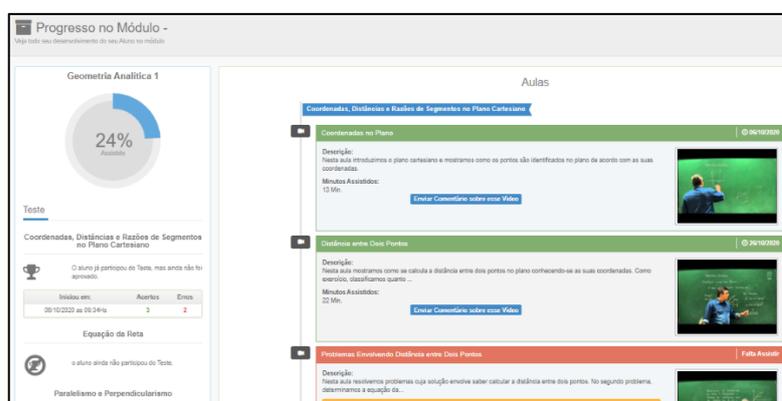
Figura 9 – Progresso geral do aluno.



Fonte: *Portal OBEMP do Saber* (2021).

Nos “módulos iniciador” em “ver” terá acesso ao “progresso no módulo”, onde poderá ver o desenvolvimento do aluno por módulo detalhadamente, como por exemplo, o tempo de visualização de um vídeo, aplicativos que utilizou, teste que iniciou com o número de acertos erros ou material de apoio utilizado, como na figura abaixo.

Figura 10 – Progresso no módulo.



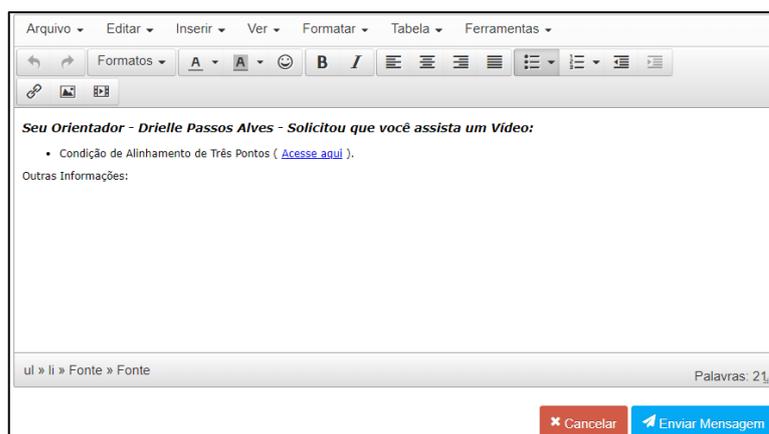
Fonte: *Portal OBEMP do Saber* (2021).

O *Portal OBEMP do Saber* oferece uma proposta de sequência de estudo com materiais com link direto, que o professor pode utiliza-la ao seu critério, possibilitando sugestões de estudo individual para o aluno. Basta o professor orientador clicar em: “solicitar que o aluno

assista esse vídeo”, “enviar comentário sobre esse vídeo”, “solicitar que o aluno baixe esse caderno de exercício” e “solicitar que o aluno veja esse interativo”, automaticamente será redirecionado para mensagem individual com o aluno.

A mensagem será preenchida automaticamente, com título do vídeo ou material que o professor solicitou, link direto de acesso ao material e espaço para outras informações, como na figura 11.

Figura 11 – Ferramenta de mensagem.



Fonte: *Portal OBMEP do Saber* (2021).

Na ferramenta mensagens o professor e os alunos poderão inserir imagens, vídeos, links, tabelas, *emoticons*, formatar fontes e inserir caracteres especiais, ferramenta de interface intuitiva e layout familiar com outros editores de texto, como por exemplo o *Word*.

O *Portal OBMEP do Saber* possibilita a inclusão de um “responsável”, ou seja, mãe, pai ou tutor legal, que poderá acompanhar todo o desenvolvimento do aluno na plataforma, terá acesso a todos os registros. A vinculação do responsável ao aluno não necessitará de autorização, apenas do código e sua vinculação ocorrerá do mesmo modo que o professor orientador.

No apêndice A oferecemos como sugestão em Orientações para o Cadastramento no *Portal OBMEP do Saber* no item 5, através do link direto a iniciação do módulo Geometria Analítica 01, solicitando que o aluno assista o vídeo “Coordenadas do Plano”, no item 6 trazemos informações sobre mensagens dentro da plataforma estimulando assiduidade de acesso. Informamos o tempo médio de duração de cada vídeo, no item 7 incentivamos ao aluno a explorar a plataforma com a finalidade de se familiarizar com ambiente, navegando na plataforma fazendo os passos do “Conheça o Portal” que é o tutorial disponível no item 1.

No próximo capítulo apresentaremos quatro propostas de atividades que contemplam parte do Módulo de Geometria Analítica 1, o tópico “Coordenadas, Distâncias e Razões de

Segmentos no Plano Cartesiano”, utilizando as ferramentas e material de apoio do *Portal OBMEP do Saber*, essa sugestão de atividades pode ser desenvolvida pelo professor e estão disponíveis em apêndice A.

## 6 PROPOSTA DE ATIVIDADES NO PORTAL OBMEP DO SABER

O *Portal OBMEP do Saber* oferece um roteiro de estudo no qual o professor poderá está utilizando ou configurando ao seu critério, adequando-a realidade e necessidades dos seus alunos. Poderá indicar vídeos, matérias de apoio de outros módulos disponível no portal que os alunos não tenham iniciado, caso necessite de conhecimentos prévios ou revisão, individualmente ou por turma. Para isso, o aluno deve realizar o *login* da sua conta na plataforma, independente da sequência utilizada pelo o aluno na plataforma seu desenvolvimento será registrado, se fizer o *login* antes de acessar os links ou módulos.

Optamos por propor uma sequência de estudo utilizando as ferramentas e material de apoio do *Portal OBMEP do Saber*, pois a sequência disponível para módulo Geometria Analítica 1 não contempla todas as ferramentas que utilizaremos na Proposta de Atividade.

Na Proposta de Atividade utilizaremos parte do módulo Geometria Analítica 1 e materiais de outros módulos como suporte no desenvolvimento de algumas atividades, que se encontram disponíveis nos apêndices. Esse material poderá ser enviado para os alunos como um roteiro de orientações para desenvolvimento das atividades sugeridas, dentro da plataforma através de “mensagens” ou através de outro aplicativo de troca de mensagens, pois a proposta possui links diretos.

Nesse caso, sugerimos também a criação de um grupo de *WhatsApp*, por ser um aplicativo de troca de mensagens instantânea e popular, desse modo, facilitaria a interação entre o grupo de alunos e o professor por possuírem maior familiaridade de manipulação e não concorrer com a plataforma.

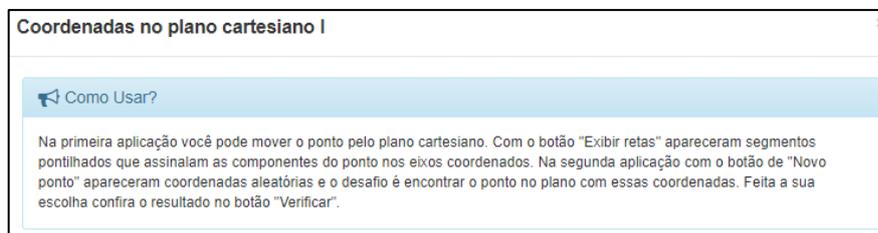
Nas próximas secções apresentaremos as Propostas de Atividades que contemplam o plano cartesiano, distância entre dois pontos, ponto médio e baricentro, descrevendo as ferramentas e recursos utilizados para seu desenvolvimento, sugerindo método de utilização e objetivos.

### 6.1 Proposta de Atividade 01

Na Proposta de Atividade 01 utilizamos vídeo “Coordenadas do Plano” por ser introdutório e abordar conceitos do plano cartesiano, aliando a representação algébrica com a gráfica, para fixação e prática temos cinco questões e a ferramenta aplicativo em “Coordenadas do plano cartesiano I, II e III” que possui em sua estrutura descrição de utilização com

orientações de como interagir no “Como Usar” com descrição dos objetivos, que é a familiarização com a representação de pontos e coordenadas inteiras no plano cartesiano.

Figura 12 – Descrição de como usar o aplicativo.



Fonte: *Portal OBMEP do Saber* (2021).

Na questão 01 fizemos a utilização do aplicativo “Coordenadas no plano cartesiano I”, com a finalidade de manipular, conhecer e familiarizar-se com aplicativo, que possui layout semelhante com “Coordenadas no plano cartesiano II e III” e trabalhar a linguagem e a representação gráfica no desloca do ponto sobre os eixos.

A Geometria Analítica possui uma linguagem específica relacionada ao plano, como por exemplo, ponto que pertence ao eixo da abscissa ou eixo  $OX$ , existe uma condição para que isso ocorra, um conceito que o aluno precisa associar a sua representação, por isso, propomos o desenvolvimento da questão com o auxílio do aplicativo: **Click sobre o ponto e arraste sobre o eixo da abscissa, em seguida repita o movimento sobre o eixo da ordenada. Descreva o que ocorre com o par coordenado nas duas situações.**

Ao desenvolver essa questão o aluno observará simultaneamente o deslocamento gráfico do ponto nos eixos  $OX$  e  $OY$  e sua representação algébrica no aplicativo, notando relação entre as representações e condições.

O professor pode solicitar que os alunos compartilhem e discuta sobre possíveis soluções com os colegas no grupo, fazendo interferência, estimulando a revisão e análise das respostas.

Então o aluno deverá desenvolver a questão 02, que traz como proposta: **Dados os pontos abaixo, identifique quais pontos estão sobre o eixo  $OX$  e  $OY$ .** É uma aplicação da questão 01, para que o aluno pratique e aplique os conceitos.

Em seguida solicitamos que o aluno interaja com os aplicativos “Coordenadas do plano cartesiano II” que fornece as coordenadas para que o aluno localize no plano e “Coordenadas do plano cartesiano III” que fornece a representação gráfica do ponto no plano para que o aluno apresente a algébrica o par coordenado  $(x, y)$ .

Na questão 03 trazemos o seguinte enunciado: **Represente no plano cartesiano pontos que satisfaça as condições abaixo e identifique o quadrante.**

a)  $x < 0$  e  $y < 0$  : \_\_\_\_\_

b)  $x > 0$  e  $y < 0$  : \_\_\_\_\_

c)  $x > 0$  e  $y > 0$  : \_\_\_\_\_

d)  $x < 0$  e  $y > 0$  : \_\_\_\_\_

A interação com o aplicativo “Coordenadas do plano cartesiano I, II e III” favorece ao desenvolvimento da questão 03, pois o aluno ao manipular os aplicativos e identificar pontos que satisfaça as condições dadas, poderá observar as possibilidades para que o ponto  $(x, y)$  possa pertencer a um quadrante, tais que  $x \neq 0$  e  $y \neq 0$  e que se  $x > 0$  e  $y > 0$  dizemos que o ponto  $(x, y)$  pertence ao 1º quadrante, se  $x < 0$  e  $y > 0$  dizemos que o ponto  $(x, y)$  pertence ao 2º quadrante, se  $x < 0$  e  $y < 0$  dizemos que o ponto  $(x, y)$  pertence ao 3º quadrante e se  $x > 0$  e  $y < 0$  dizemos que o ponto  $(x, y)$  pertence ao 4º quadrante.

A questão 04 foi retirada do caderno de exercício do *Portal OBMEP do Saber*, “Coordenadas, Distâncias e Razões de Segmentos no Plano Cartesiano” é uma questão de vestibular adaptada da CESCEN, (PAPA NETO, 2014), **Se  $a < 0$  e  $b > 0$ , os pontos  $P(a; -b)$  e  $Q(b; -a)$  pertencem, respectivamente, a quais quadrantes?**

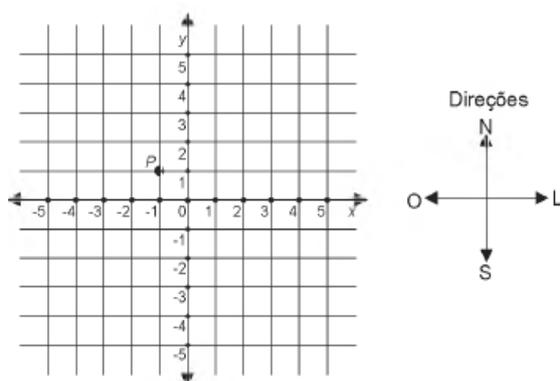
Para a resolução destas questões 03 e 04 o aluno utilizará os conceitos de representação algébrica e gráfica do ponto desenvolvidos na manipulação com aplicativo e nos exercícios anteriores.

Sugerimos ao professor que na questão 04 promova diálogo dentro do grupo de *WhatsApp*, solicitando dos alunos que relatem suas dúvidas ou que exponham o raciocínio de como construíram a solução. Através dos registros e discursões dos alunos o professor poderá observar, se houve um tratamento da representação, uma interpretação ou aplicação de regras de correspondência no momento da resolução e as principais dúvidas, auxiliando e inferindo em pontos estratégicos.

Esse processo nos remete ao pensamento de (DUVAL, 2012) que define as representações mentais como a conceitualizações que o indivíduo tem sobre um objeto e as representações semióticas um sistema de representações com signos que possui mecanismos próprios de significação e funcionamento, para o autor as representações semióticas exteriorizam as representações mentais e são essenciais para comunicação e atividade cognitiva do pensamento.

Na questão 05 adaptamos uma questão do Enem, questão 174 da prova cinza de Matemática e suas Tecnologias (ENEM, 2014), para que o aluno se habitue ao estilo do exame que avalia o desempenho dos alunos concluinte para admissão no ensino superior e trabalha o conteúdo de forma contextualizada. Sugerimos ao professor, que ao final do desenvolvimento de cada Proposta de Atividade, crie um *Google Forms* com questões do Enem, adaptando-as, referente ao conteúdo abordado pela mesma, para que o aluno pratique e se aperfeiçoe, poderá inseri-la como atividade extra.

Que traz o seguinte enunciado: (ENEM 2014 – adaptada) **Alunos de um curso de engenharia desenvolveram um robô “anfíbio” que executa saltos somente nas direções norte, sul, leste e oeste. Um dos alunos representou a posição inicial desse robô, no plano cartesiano, pela letra P, na ilustração.**



A direção norte-sul é a mesma do eixo  $y$ , sendo que o sentido norte é o sentido de crescimento de  $y$ , e a direção leste-oeste é a mesma do eixo  $x$ , sendo que o sentido leste é o sentido de crescimento de  $x$ . Em seguida, esse aluno deu os seguintes comandos de movimentação para o robô: 3 norte, 4 leste e 4 sul, nos quais os coeficientes numéricos

representam o número de saltos do robô nas direções correspondentes, e cada salto corresponde a uma unidade do plano cartesiano. Depois de realizar os comandos dados pelo aluno, a posição do robô, no plano cartesiano, será

- A) (0 ; 3).      B) (3;0).      C) (1 ; 2).      D) (1 ; 4).      E) (-2 ; 1).

## 6.2 Proposta de Atividade 02

Na Proposta de Atividade 02 trabalhamos os vídeos “Distância entre Dois Pontos” e “Problemas Envolvendo Distância entre Dois Pontos”, que contempla o conceito de distância entre dois pontos, desenvolve o cálculo da distância e com exemplos aborda a classificação em relação a lados e ângulos de um triângulo. Em “Problemas Envolvendo Distância entre Dois Pontos”, através da relação entre as coordenadas de um ponto  $(x, y)$  equidistante dos pontos  $A$  e  $B$ , aplica o conceito de pontos equidistantes para determinar a equação da reta mediatriz.

Nessa atividade, também utilizamos o material teórico de apoio “Coordenadas, Distâncias e Razões de Segmentos no Plano Cartesiano – parte 1”, disponível no *Portal*

*OBMEP do Saber*, trabalha o conceito de coordenadas no plano, reforçando a construção da Proposta de Atividade 01, em distância entre dois pontos no plano cartesianos, através de exemplos e demonstrações conceitua a distância mínima, e no tópico 3, traz comentários sobre a origem da Geometria Analítica, dicas para o professor e sugestões de leituras.

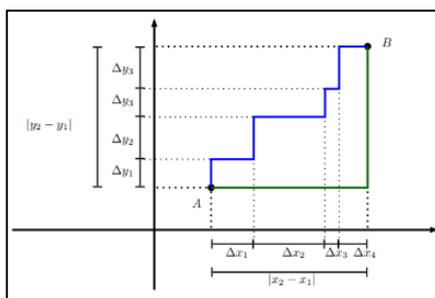
Na questão 01, abordamos o conceito de distância mínima o intuito é o aluno refletir nas possibilidades oferecidas pelo exemplo no material de apoio e o vídeo “Distância entre Dois Pontos” relacionando com a fórmula, como por exemplo, ao calcularmos a distância entre dois pontos dados, qual distância estamos calculando?

No item 2 da Proposta de Atividade 02, disponível no apêndice B, solicitamos que o aluno faça uma leitura previa de todo o material, depois retorne à página 4 no exemplo 3 e faça uma leitura minuciosa. O material teórico de apoio “Coordenadas, Distâncias e Razões de Segmentos no Plano Cartesiano – parte 1”, traz conceitos e demonstrações que podem ser utilizadas pelo professor de diversas maneiras, baseando-se na realidade dos seus alunos, então, sugerimos ao professor que conheça o material com antecedência e desenvolva proposta de aplicação utilizando o material.

Em nossa proposta desenvolvemos o seguinte enunciado, baseando-se no exemplo 03 do material: **No enunciado do exemplo 03 do material de apoio temos a seguinte orientação: “Seu táxi pode circular livremente pelas vias da cidade, mas não pode atravessar as casas e prédios, de modo que o movimento do táxi só pode ser feito, em relação ao mapa, na horizontal ou na vertical”, agora considere que o táxi pode circular livremente, atravessando prédios e casas, a distância mínima entre os pontos A e B continua a mesma? Se houver modificação explique.**

Nessa questão o professor pode utilizar o grupo de *WhatsApp*, para promover debates e questionamentos sobre a questão, como por exemplo, quantos caminhos são possíveis se o deslocamento do táxi fosse a somas dos deslocamentos paralelos ao eixo  $x$  e  $y$ ?

Figura 13 – Dois possíveis caminhos do táxi.



Fonte: (Coordenadas, Distâncias e Razões Segmentos no Plano Cartesiano – parte 1, PAPA NETO, 2014, p. 5).

Nesse caso, o aluno observará que existe vários caminhos possíveis, para a distância mínima, comparando com a situação em que o táxi estaria circulando livremente, que será o segmento de reta que liga os pontos  $A$  e  $B$ . O professor poderá interagir inferindo e criando novos questionamentos em cima das respostas, levando ao aluno a reflexão e análise das suas construções.

A questão 02 foi retirada e adaptada dos exercícios introdutórios de “Coordenadas, Distâncias e Razões de Segmentos no Plano Cartesiano”, disponível no *Portal OBMEP do Saber*, para dar continuidade e aplicação no conceito abordado na questão 01, solicitamos do aluno a representação gráfica e comparação, com o seguinte enunciado: **Sejam os pontos  $A(3, -2)$  e  $B(5, 4)$ . Qual a medida do segmento de reta  $\overline{AB}$ ? Represente graficamente sua solução no plano cartesiano e em comparação com a questão 01 analise qual seria sua distância mínima entre os pontos  $A(3, -2)$  e  $B(5, 4)$  considerando os deslocamentos paralelos ao eixo  $x$  e  $y$ ?**

A questão 03, foi adaptada da ferramenta “Teste da Aula” em “Coordenadas, Distâncias e Razões de Segmentos no Plano Cartesiano”, com nível intermediário de dificuldade o intuito é familiariza o aluno com o tipo de questão fornecida pelo portal na ferramenta “Teste da Aula” e trabalhar a linguagem da Geometria Analítica associando-a a representação algébrica, o problema proposto é: **Um ponto  $P$  está na bissetriz do primeiro quadrante e sua distância até a origem é  $17\sqrt{2}$ . Determine a abscissa do ponto  $P$ .**

Na resolução dessa questão os alunos precisam compreender as condições de um ponto que está sobre a bissetriz do 1º quadrante, aliando a linguagem do enunciado com a representação algébrica de que  $P(x_p, y_p)$  é um ponto de abscissa igual a ordenada, positivos  $x_p = y_p$ , ou seja,  $P(k, k)$  com  $k \in \mathbb{R}_+$ . E o outro ponto que dada é a origem  $O(0, 0)$  com a distância  $d_{\overline{OP}} = 17\sqrt{2}$ . Para o professor é interessante chamar atenção dos alunos para interpretação do enunciado destacando os elementos e condições que auxiliam em sua resolução, observando o desenvolvimento algébrico do aluno na resolução.

Sendo que a distância é dada por,  $d_{\overline{OP}}^2 = (x_p - x_o)^2 + (y_p - y_o)^2$ , temos que:

$$(17\sqrt{2})^2 = k^2 + k^2 \Rightarrow 2k^2 = 2(17^2) \Rightarrow k = |17|$$

Como queremos  $P$  no 1º quadrante  $k = 17$  e  $P(17, 17)$ .

No processo de resolução dessa questão o professor poderá apresentar para o aluno, a representação gráfica da questão, levantando possibilidades e questionamentos sobre o valor oposto de  $k$ , se satisfaz a questão? Proporcionando a reflexão e representação gráfica dessas possibilidades.

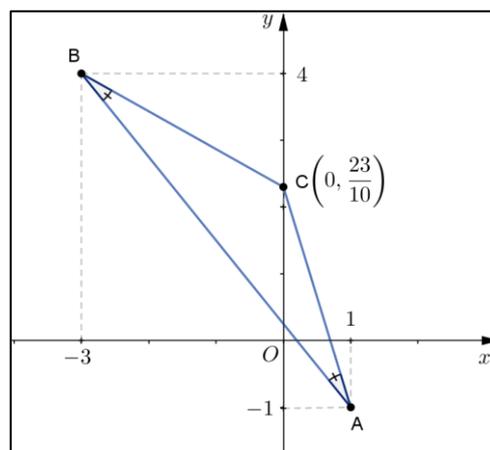
A questão 04 também foi retirada do material de apoio “Coordenadas, Distâncias e Razões de Segmentos no Plano Cartesiano”, que por sua vez, foi extraída do vestibular da VUNESP –SP, que traz o seguinte enunciado: **Os vértices da base de um triângulo isósceles são os pontos  $(1, -1)$  e  $(-3, 4)$  de um sistema de coordenadas cartesianas retangulares. Qual a ordenada do terceiro vértice, se ele pertence ao eixo das ordenadas? Represente a questão no plano cartesiano.**

Com o desenvolvimento dessa questão abordamos o conceito de pontos equidistantes, visto que triângulo isósceles possui dois lados congruentes e o enunciado já determina sua base, desse modo a distância dos vértices  $A(1, -1)$  e  $B(-3, 4)$  ao terceiro vértice  $C$  são iguais, além de contemplar a linguagem com representação algébrica, pois o terceiro vértice pertence ao eixo da ordenada, ou seja,  $C(0, y_c)$ , desse modo teremos que  $d_{AC} = d_{BC}$ .

$$\begin{aligned}\sqrt{(0-1)^2 + (y_c - (-1))^2} &= \sqrt{(0 - (-3))^2 + (y_c - 4)^2} \\ y_c^2 + 2y_c + 2 &= y_c^2 - 8y_c + 25 \\ y_c &= \frac{23}{10}\end{aligned}$$

Sendo assim,  $C\left(0, \frac{23}{10}\right)$ . Ao representar essa questão graficamente o aluno poderá verificar a relação algébrica e gráfica da sua solução, analisando-as. O professor poderá na resolução apresenta a figura 14, salientando as propriedades do triângulo isósceles.

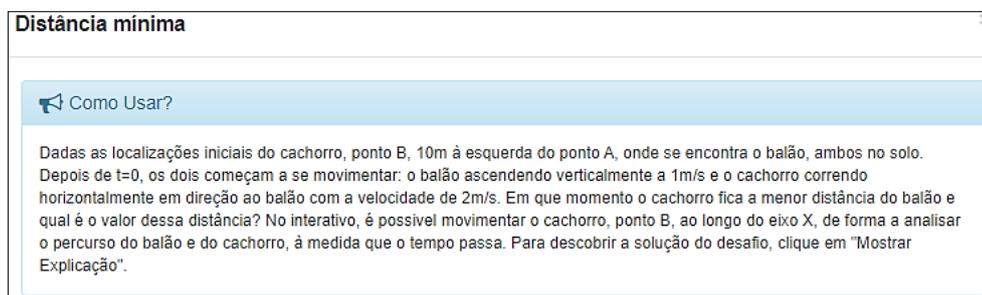
Figura 14 – Representação da solução gráfica da questão 04.



Fonte: Própria (2021).

Para introduzir a questão 05 solicitamos do aluno no item 3 da Proposta de Atividade 02 que interaja com o aplicativo “Distância Mínima”, disponível no *Portal OBMEP do Saber*, lendo atentamente as instruções apresentadas no “Como Usar”, que também traz os dados do desafio.

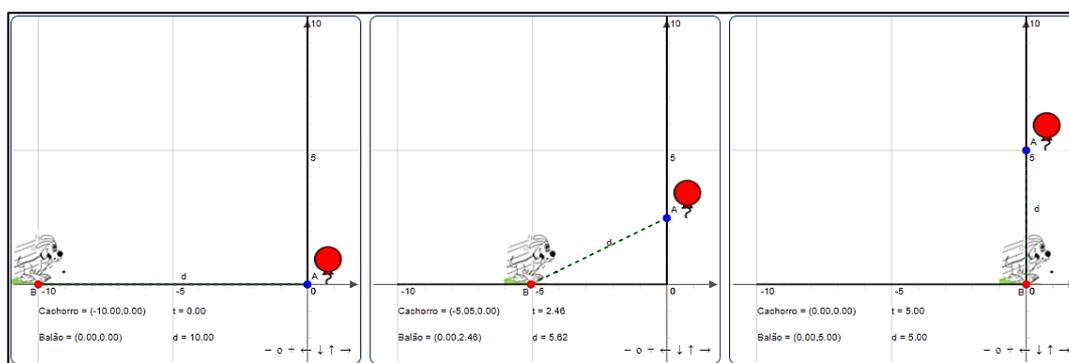
Figura 15 – Descrição do desafio distância mínima.



Fonte: Portal OBMEP do Saber (2021).

Esse desafio também está disponível no Clube Obmep, para interagir com o aplicativo, basta movimentar o cursor do mouse sobre o ponto vermelho no cachorro, clicar, segura e arrastar sobre o eixo da abscissa, observando o deslocamento do cachorro e do balão.

Figura 16 – Deslocamento do cachorro e o balão no aplicativo.



Fonte: Própria (2021).

Solicitamos que os alunos observem os valores “tempo (t)” e “Distância (d)” conforme o cachorrinho se desloca pelo eixo x, na questão 5 temos o intuito de levar o aluno a analisar a contextualização e compreender a resolução disponível, para isso, iniciamos a questão com a seguinte pergunta: **Após interagir com o aplicativo analise e responda as perguntas abaixo:**

**a) Desloque o cachorrinho sobre o eixo x até o tempo (t) de 4s e descreva o que ocorre com a distância (d) em relação ao balão?**

Queremos que o aluno observe que do ponto de partida B que dista 10m do ponto A até o tempo (t) 4s se deslocando sobre o eixo x a distância em relação ao balão diminuí.

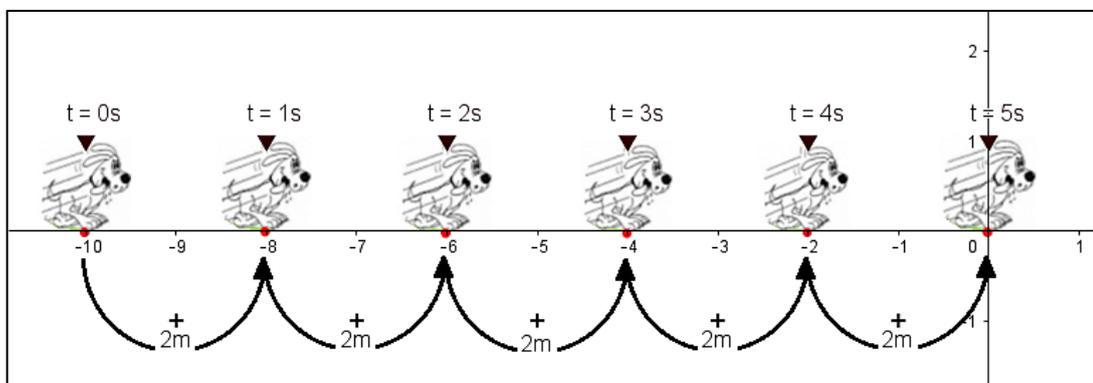
**b) Desloque novamente o cachorrinho sobre o eixo x até o tempo (t) de 5s e descreva o que ocorre com a distância (d) em relação ao balão e o ponto de parada?**

O objetivo é o aluno observar que cachorrinho se desloca com a velocidade média de 2 m/s, então percorreu os 10m e se encontra na origem no tempo (t) de 5s, ponto de partida do balão e que a distância a partir do tempo de 4s aumenta em relação ao balão.

c) Observe que o cachorrinho se desloca sobre o eixo  $x$  a uma velocidade média de  $2\text{m/s}$  e inicia seu deslocamento no ponto  $B$ ,  $10\text{m}$  de distância do ponto  $A$ , então como podemos representar algebricamente os pontos de deslocamento do cachorrinho?

Ao debater essa questão é recomendável que o aluno compreenda elementos de representação algébrica e gráfica correlacionando-as, como por exemplo, o cachorrinho só se desloca sobre o eixo  $x$ , sua ordenada possui deslocamento nulo, ou seja,  $y = 0$ . O cachorro se desloca a uma velocidade média de  $2\text{m/s}$ , dentro do intervalo  $x \in [-10; 0]$ , sendo assim, a cada segundo de deslocamento em relação ao ponto de partida  $B (-10, 0)$  temos  $x = \{-10, -8, -6, -4, -2, 0\}$  para  $t \in [0; 5] \in \mathbb{R}$ , observe a figura abaixo:

Figura 17 – Deslocamento do cachorrinho.



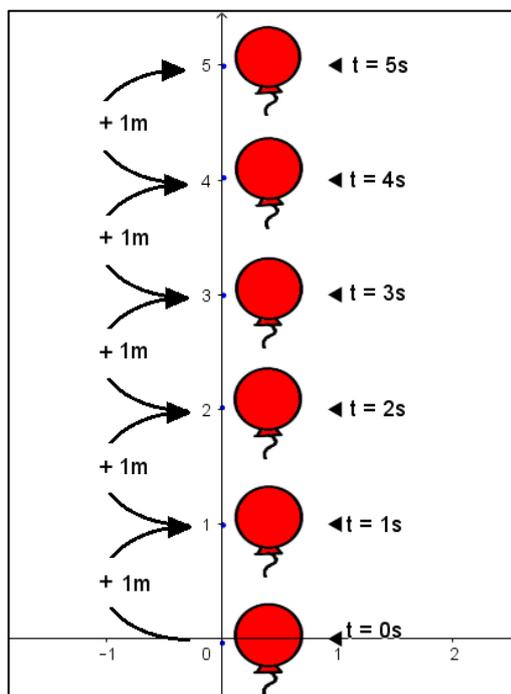
Fonte: Própria (2021).

Como a distância inicial entre os pontos  $A$  e  $B$  é de  $10\text{m}$  e velocidade média é a razão da distância percorrida pelo tempo gasto para percorre-la, então a distância é o produto da velocidade pelo tempo. Desse modo, como apresentado na solução a função que representa a distância ( $s$ ) em relação ao cachorrinho ao ponto de partida do balão  $s = 10 - 2t$ , também podemos representar o deslocamento do ponto  $B (10 - 2t, 0)$  com  $t \in [0; 5] \in \mathbb{R}$ .

d) Observe que o balão se desloca sobre o eixo  $y$  a uma velocidade média de  $1\text{m/s}$  e inicia seu deslocamento no ponto  $A$  origem do plano cartesiano, então como podemos representar algebricamente os pontos de deslocamento do balão?

Assim como no item (c) da questão 5 é recomendável que o professor durante a análise dessa questão, destaque para o aluno elementos que auxiliem em sua compreensão, como o balão só se desloca sobre o eixo  $y$ , sua abscissa possui deslocamento nulo, ou seja,  $x = 0$ . Com uma velocidade média de  $1\text{m/s}$ , dentro do intervalo  $y = [0; 5]$ , sendo assim a cada segundo em relação ao ponto de partida  $A_i(0, 0)$ , temos  $y = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  para  $t \in [0; 5] \in \mathbb{R}$ . Observe na figura 18 o deslocamento do balão relativa à sua velocidade média:

Figura 18 – Deslocamento do balão.



Fonte: Própria (2021).

Como a distância inicial do balão é no solo,  $A_i(0, 0)$  e a distância ( $h$ ) percorrida pelo balão é de 5m, temos a função que representa o deslocamento do balão  $h = t$ , desse modo, podemos representar o deslocamento do ponto  $A(0, t)$  com  $t \in [0; 5] \in \mathbb{R}$ .

Temos por intuito que aluno ao analisar a resolução do problema do cachorrinho e o balão, disponível no aplicativo, compreenda que os catetos apresentam variações de deslocamento conforme o tempo, cachorrinho  $s = 10 - 2t$  e o balão  $h = t$  e como queremos encontrar a distância mínima, através dos conceitos trabalhados em vídeos e questões anteriores, identifique que mesmo os catetos variando de comprimento conforme o deslocamento teremos um triângulo retângulo, pois os segmentos de reta que ligam os pontos de deslocamento  $A(0, t)$  e  $B(10 - 2t, 0)$  é a hipotenusa, daí poderemos aplicar o Teorema de Pitágoras e a distância ( $d$ ) é dada:

$$d^2 = s^2 + h^2 \Rightarrow d^2 = (10 - 2t)^2 + t^2$$

No item 4 da Proposta de Atividade 02, solicitamos que os alunos através do link direto assistam ao vídeo “Função Quadrática: definição, máximos e mínimos”, disponível no módulo “Introdução à Função Quadrática” dentro do *Portal OBMEP do Saber*.

Um recurso que o professor poderá utilizar quando precisar revisar algum conteúdo, conforme a necessidade do aluno ou como suporte ao material utilizado, pois *Portal OBMEP*

do *Saber* possui módulos que vão do 6º ano do Ensino Fundamental ao 3ª série do Ensino Médio, apresentando gama de conteúdo e materiais pertinentes aos anos desses módulos.

O vídeo “Função Quadrática: definição, máximos e mínimos” inicia com um problema de aplicação de máximos e mínimos de uma função quadrática, demonstra a forma canônica, conceituando o estudo de máximos e mínimos de uma função do 2º grau, aplicando na resolução do problema.

Nas perguntas da letra e: **Quem são os máximos e mínimos de uma função do 2º grau?** E letra f: **Observe a resolução do problema “distância mínima” no aplicativo e explique como se aplica o conceito de máximos e mínimo de uma função do 2º grau?**

Queremos que o aluno observe que:

$$d^2 = (10 - 2t)^2 + t^2 \Rightarrow d^2 = 5t^2 - 40t + 100$$

É que  $f(t) = 5t^2 - 40t + 100$  é crescente e o  $t$  tempo mínimo é dado pelo vértice da parábola  $t_v = \frac{-b}{2a}$  que também minimiza o radicando de  $d = \sqrt{5t^2 - 40t + 100}$ .

Desse modo,  $t_v = 4s$  e a distância mínima é  $d \cong 4,47m$ .

Na última pergunta estimulamos o aluno analisar a resolução e debater sobre a questão no grupo com os colegas, explanar suas dúvidas ou colaborar com outros, o professor poderá observar, inferir, contribuir ou provocar conforme as colocações dos alunos, criando um ambiente propício para análise e reflexão.

### 6.3 Proposta de Atividade 03

Na Proposta de Atividade 03 solicitamos aos alunos que assistam aos vídeos “Ponto Médio e Baricentro” e “Problemas Envolvendo Distância Baricentro”, que trabalha com as coordenadas do Ponto Médio de um segmento e como aplicação, utiliza um exemplo que calcula a mediana relativa a um lado de um triângulo, conceitua e demonstra baricentro usando propriedades da Geometria Plana e Analítica desenvolvendo o cálculo resolvendo dois exemplos em “Problemas envolvendo Baricentro”.

A questão 01 dessa atividade, foi retirada do caderno de exercício “Coordenadas, Distâncias e Razões de Segmentos no Plano Cartesiano”, disponível no *Portal OBMEP do Saber*, adaptamos solicitando a representação gráfica, para que o aluno ao resolver essa questão aplique conceito abordados nos vídeos de baricentro e compare a construção algébrica com a gráfica, com o seguinte enunciado: **Considere o triângulo ABC cujas coordenadas são dadas**

por:  $A(0, 1)$ ,  $B(6, -2)$  e  $C(4, 3)$ . Determinar as coordenadas do baricentro  $G$  e represente no plano cartesiano a solução.

A questão 02, também foi retirada do caderno de exercício “Coordenadas, Distâncias e Razões de Segmentos no Plano Cartesiano”, com o seguinte enunciado: **Três cidades A, B e C situam-se ao longo de uma estrada reta; B situa-se entre A e C e a distância de B a C é igual a dois terços da distância de A a B. Um encontro foi marcado por 3 moradores, um de cada cidade, em um ponto P da estrada, localizado entre as cidades B e C e à distância de 210 km de A. Sabendo-se que P está 20 km mais próximo de C do que de B, determinar a distância que o morador de B deverá percorrer até o ponto de encontro.** O aluno trabalhará a interpretação e o conceito de “Divisão de um Segmento de uma Razão Dada”, disponível no material de apoio e “Coordenadas, Distâncias e Razões de Segmentos no Plano Cartesiano – Parte 2”.

**Questão 03:** Sejam  $M_1 = (1, 2)$ ,  $M_2 = (3, 4)$  e  $M_3 = (1, -1)$  os pontos médios dos lados de um triângulo. Determine as coordenadas dos vértices desse triângulo.

**Questão 04:** Considere os pontos  $A = (10, -8)$  e  $B = (15, 37)$ . Um ponto  $P = (x_p, y_p)$  está sobre o segmento  $AB$  de modo que  $\frac{AP}{AB} = \frac{2}{5}$ . Determine a soma das coordenadas do ponto  $P$ .

**Questão 05:** Se  $G = (x_g, y_g)$  o baricentro de um triângulo de vértices  $A = (10, -8)$ ,  $B = (9, 32)$  e  $C = (8, 42)$ . Determine o módulo da diferença  $x_g - y_g$ .

As questões 03, 04 e 05, citadas acima que aborda, respectivamente, o conceito de ponto médio, divisão de um segmento de uma razão dada e baricentro, são questões que apresentam níveis de dificuldade e linguagem similares as questões oferecidas na ferramenta teste, que será utilizada na Proposta de Atividade 04. O intuito é o aluno familiariza-se e ter a possibilidade de retirar suas dúvidas antes de iniciar a manipulação dessa ferramenta e o professor analisar a necessidade de intervenção ou novas atividades para que aluno atinja a maturação desejada para o aplicativo “Teste”.

#### 6.4 Proposta de Atividade 04

A Proposta de Atividade 04 é voltada para revisão e prática, mas o professor pode utilizá-la como averiguação da aprendizagem, para isso utilizamos o aplicativo “Teste” disponível no *Portal OBMEP do Saber*.

O aplicativo “Teste” é composto por seis perguntas, geradas pela a plataforma, que deverá ser respondida em sequência sem erro para sua aprovação, com níveis de dificuldade diferentes, não há tempo limite para sua resolução, 50% das questões são de múltipla escolha e caso erre a solução será reiniciada a sequência com novas questões. Acertando ou errando a resposta, no final de cada pergunta o sistema apresentará uma explicação com a resolução passo a passo da questão, essas informações também estão disponíveis detalhadamente na interface do aplicativo.

Figura 19 – Tela inicial do aplicativo “Teste”.

Última Participação		
Iniciou em:	Acertos	Erros
02/12/2020 as 11:09Hs	0	1

Fonte: Portal OBEMP do Saber (2021).

O módulo Geometria Analítica1 possui três tópicos, “*Coordenadas, Distâncias e Razões de Segmentos no Plano Cartesiano*”, “*Equação da Reta e “Paralelismo e Perpendicularismo*”, cada tópico apresenta um aplicativo “Teste”. O *Portal OBMEP do Saber*, sugere na descrição do aplicativo “Teste” a sua utilização para pratica ou melhoria de desempenho, familiarizando e aperfeiçoando o aluno para “Avaliação Geral”.

A Proposta de Atividade desenvolvida no presente trabalho, contempla o tópico Coordenadas, Distâncias e Razões de Segmentos no Plano Cartesiano, por isso não utilizamos a “Avaliação Geral”, que é um aplicativo semelhante ao “Teste” composto por 12 questões com níveis de dificuldade diferentes de todos tópicos abordados no módulo. A conclusão da “Avaliação Geral” com desempenho igual ou maior que 70%, dar direito ao aluno um certificado de conclusão do módulo, que poderá ser baixado no painel do aluno.

É interessante que o professor orientador tenha conhecimento sobre a “Avaliação Geral”, que é uma ferramenta de averiguação, nosso estudo não contempla seu desenvolvimento, mas faz parte do Modulo Geometria Analítica 1 e da proposta do portal. E como o tópico utilizado apresenta um aplicativo “Teste” que auxilia na maturação do aluno para

o desenvolvimento da “Avaliação Geral”, se o professor possuir conhecimento sobre a ferramenta poderá contribuir com orientações, dicas e sugestões para o aluno.

Como aplicativo “Teste” em nossa Proposta de Atividade é voltada para revisão e prática, orientamos ao aluno a desenvolvê-lo, com todo material das atividades anteriores, em um ambiente calmo, sem interrupções, com lápis, borracha e papel para realização. Também poderá fazê-lo quantas vezes julgar necessário, pois a finalidade é a melhorar do seu desempenho e fixação do aprendizado.

O professor orientador, terá acesso a quantidade de vezes que o aluno iniciou a participação no aplicativo “Teste”, com a data, hora, número de acertos, erros e como toda vez que é reiniciada gera perguntas ou questões novas ou com valores diferentes, poderá observar individualmente ou por turma a necessidade de intervenção e o método de utilização desse aplicativo.

Também informamos aos alunos que o “Teste” é referente as vídeo aulas de “Coordenadas, Distâncias e Razões de Segmentos no Plano Cartesiano”, ou seja, conteúdo abordado nas propostas de atividades anteriores e caso eles julguem necessário, poderá retornar e assisti-los novamente, observar o material desenvolvido na proposta e depois refazê-lo.

No próximo capítulo, trataremos considerações sobre os resultados almejados por professores e alunos no desenvolvimento dessas “Atividades Propostas”, ressaltando a importância *Portal OBMEP do Saber* e as suas contribuições para o processo de ensino-aprendizagem.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A humanidade adapta-se conforme a necessidade que o meio lhe impõe, somos seres mutáveis, nas últimas décadas a tecnologia tem avançado rapidamente, inserindo-se e transformando o cotidiano da atual geração. Em um mundo tecnológico e globalizado, encontramos diversos desafios para cenário educacional, com a chegada da pandemia, um desses desafios evidenciou-se e tornou-se uma alternativa, uma maior exigência da inserção de recursos tecnológicos e ambientes virtuais na educação.

Tais desafios e transformações nos remete ao pensamento de Silva,

As transformações ocorridas devido as necessidades humanas, sejam elas por razões ambientais, políticas, econômicas, sociais ou culturais nos remetem a pensarmos em meios que ocasionem mudanças também no ensino, para que a transformação social ocorra paralelamente a um rearranjo educacional. Essa reorganização torna-se ainda mais necessária com o advento tecnológico digital, potencializando as relações sociais [...] (SILVA, 2016, p. 150).

Segundo Ferreira e Wagner (2012) analisam o perfil tecnológico dos alunos de ensino médio, como nascidos da era digital, que possuem domínio sobre a tecnologia e acompanham os avanços, desse modo, assimilam, manipulam e interagem com a tecnologia espontaneamente, está no seu cotidiano, a inserção de recursos tecnológicos no Ensino de Matemática vem crescendo, por facilitar o processo de comunicação e interação com o conhecimento, mas ainda não acompanhamos o desenvolvimento que a tecnologia possibilitou para demais áreas. Nesse contexto Viana (2020, S/P), diretor geral do IMPA, afirma que: "Estamos ensinando a matemática do século 19 nas nossas escolas, e isso cria uma lacuna na formação que damos aos jovens para o exercício de profissões e para munir as crianças com ferramentas para entender o mundo à nossa volta, que é o objetivo da matemática".

Em um momento desafiador para educação, ambientes virtuais de cunho educacional, como *Portal OBMEP do Saber*, que apresenta uma estrutura com vídeo aulas, material de apoio, sequência de estudo modular, aplicativos e ferramentas tecnológicas correspondentes ao conteúdo, gratuitamente, podendo otimizar o tempo de adequação e adaptação de professores e alunos, a essa nova realidade, tornou-se objeto de nosso estudo.

O *Portal OBMEP do Saber*, permite ao professor adequação ou utilização do material integral ou parcial, com módulos que contemplam o Ensino Fundamental e Médio, podendo ser utilizado de diversas formas, entre elas pesquisa, revisão ou suporte, por alunos e professores, todos com vídeos aulas e materiais com demonstrações e linguagem matemática apropriada.

No desenvolvimento desse trabalho, propomos metodologias de utilização dos recursos e ferramentas disponíveis no módulo Geometria Analítica 1, como suporte para os alunos da 3ª série do Ensino Médio que poderá ocorrer dentro ou fora do ambiente escolar. Através de uma sequência de atividades propostas, elaboramos, sugerimos e indicamos pontos favoráveis para ensino-aprendizagem, com auxílio do material e ferramentas do tópico, “Coordenadas, Distâncias e Razões de Segmentos no Plano Cartesiano”. Com a ferramenta “mensagens” disponível no portal ou por aplicativo de mensagem instantânea, promovemos a interação professor-aluno, abordando pontos e questões estratégicas para levantamento de discursões, análise e reflexões.

Ao longo do desenvolvimento deste trabalho podemos observar possibilidades de ampliar a Proposta de Atividade, por isso em trabalhos futuros almejamos, explorar o módulo Geometria Analítica 1 e outros, em sua totalidade, contemplando a ferramenta “Avaliação Geral”, possibilitando ao aluno a certificação através do mesmo, apresentando novos métodos de abordagem e práticas pedagógicas, para professores e alunos no seu desenvolvimento.

Diante dos aspectos e propostas abordadas neste trabalho, esperamos que o professores e alunos conheçam, experimentem e sintam-se motivados, para utilizá-las, ou desenvolva suas próprias sequências com auxílio do *Portal OBMEP do Saber*, que possui ferramentas e recursos que permitem adequação e aplicação de diversos métodos, acompanhamento individual ou coletivo, possibilitando inferência mais apropriadas, inserindo a tecnologia de maneira a atender os desafios impostos pelas transformações, tornando o processo de ensino-aprendizagem dinâmico.

## REFERÊNCIAS

- ATAIDES, A. S. **Tecnologia, educação e autonomia.** Disponível em:<  
<https://meuartigo.brasilecola.uol.com.br/pedagogia/tecnologia-educacao-autonomia.htm>>  
 Acesso em: 14 mai. 2020
- AGUIAR, E. V. B. **As novas tecnologias e o ensino-aprendizagem.** Vértices, Campos dos Goytacazes, RJ, v. 10, n. 1/3, p. 63-72, jan./dez., 2008.
- BAIRRAL, M. A.; POWELL, A. B.. **Interlocuções e saberes docentes em interações on-line: um estudo de caso com professores de Matemática. Pro-Posições** vol. 24 n° 1. Campinas: jan./apr. 2013.
- BARROS, M. G.; CARVALHO, A. B. G.; As concepções de interatividade nos ambientes virtuais de aprendizagem. In: SOUSA, RP., MIOTA, FMCSC., and CARVALHO, ABG., orgs. **Tecnologias digitais na educação.** Campina Grande: EDUEPB, 2011. p. 209 - 232. ISBN 978-85-7879-124-7.
- BEHAR, P. A.; NOTARE, M. R. **Aprendizagem de Matemática em Ambientes Virtuais: o ROODA Exata como Possibilidade.** RENOTE: Revista Novas Tecnologias na Educação, Porto Alegre, v. 7, n 1, p.16 – 27, julho de 2009. ISSN 1679-1916.
- BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Parecer CNE/CP 9/2001: **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena.** Diário Oficial da União, Brasília, 18 jan. 2002. Seção 1, p. 31.
- \_\_\_\_\_, **Base Nacional Comum Curricular.** Versão final. Brasília, DF, 2018.
- \_\_\_\_\_, Ministério da Educação. Portaria Nº 343, de 17 de março De 2020: **Dispõe sobre a substituição das aulas presenciais por aulas em meios digitais enquanto durar a situação de pandemia do Novo Coronavírus - COVID-19.** Diário Oficial Da União, Brasília, 18 mar. 2020. Seção 1, p. 39.
- \_\_\_\_\_, Ministério da Educação (MEC). **Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira.** Provas e Gabritos. Disponível em:  
[https://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/enem/ppl/2014/prova\\_caderno\\_cinza\\_6\\_2014.pdf](https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/ppl/2014/prova_caderno_cinza_6_2014.pdf). Acesso em: 04 fev. 2021.
- CETIC.br. (2019). Centro Regional de Estudos para o Desenvolvimento da Sociedade da Informação. Brasília: **TIC Domicílio.** Disponível em: <https://cetic.br/pesquisa/domicilios/>. Acessado em: 17 de maio 2020.
- DANTE, L. R. **Matemática: contexto & aplicações: ensino médio.** São Paulo: Ática, 2016.
- DELGADO, J.; FRENSEL, K.; CRISSAFF, L. **Geometria Analítica.** 2. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2017.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos de Matemática elementar: geometria plana**. 9. ed. São Paulo: Editora Atual, 2013.

DUDA, R.; SILVA, S. C. R.; **Desenvolvimento de Aplicativos para Android om uso do App Inventor: Uso de Novas Tecnologias no Processo de Ensino aprendizagem em Matemática**. Revista Conexão UEPG, Ponta Grossa, vol. 11 nº 3 - set./dez. 2015. Disponível em: <http://www.revistas2.uepg.br/index.php/conexao>. Acesso: 13 agosto de 2020.

DUVAL, R. Tradução: Méricles Thadeu Moretti. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**. Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem. ISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012.

FERREIRA, V. H.; WAGNER, P. R.; **A Tecnologia na Escola: Analisando o Perfil Tecnológico do Aluno de Ensino Médio**. Anais do 23º Simpósio Brasileiro de Informática na Educação. Rio de janeiro, novembro de 2012. ISSN 2316-6533.

FRANT, J. B.; CASTRO, M. R. **Um modelo para analisar registros de professores em contextos interativos de aprendizagem**. Acta Scientiae, Canoas, v.11, n. 1, p. 31-49, 2009.

FIGENBAUM, J.; **Elementos de Geometria Analítica: Uso do aplicativo GrafEq na reprodução de obras de arte**. Dissertação de Mestrado. Santa Maria, RS: UFSM – Profmat, 2015.

FRIZON, V.; LAZZARI, M. de B.; SCHWABENLAND, F. P.; TIBOLLA, F. R. C. **A Formação de professores e as tecnologias digitais**. EDUCERE (Encontro Nacional sobre Atendimento Escolar Hospitalar, PUCPR, 2015. Disponível em: [https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2015/22806\\_11114.pdf](https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2015/22806_11114.pdf). Acesso: 13 de maio de 2020.

GIARDINETTO, J. R. B.; **Reflexões sobre o uso da história da matemática como contribuição para a melhoria do ensino da geometria analítica (nível 1º e 2º graus)**. Nuances, Vol. VI – Out. 2000. Disponível em: <https://doi.org/10.14572/nuances.v6i6.123>.

GIRALDO, V.; CAETANO, P.; MATTOS, F. **Recursos Computacionais no Ensino de Matemática**. Rio de Janeiro: SBM, 2012. (Coleção PROFMAT, 06).

GODOY, A. S. **Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais**. Revista de Administração de Empresas, v. 35, n. 3, p. 20-29, 1995.

HALBERSTADT, F.F; FIOREZE, L. A. **O ensino e aprendizagem da geometria analítica: uma abordagem com o uso do software grafeq**, 2º Encontro Nacional Pibid Matemática , São Paulo - SP, agosto de 2014. ISSN: 2316-7785.

IEZZI, G. et al. **Matemática: ciências e aplicações**. 9. ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2016. v. 3.

MARCANDALI, S.; **Gamificação em aplicativos para educação: estratégias para o processo educativo**. Dissertação de Mestrado. Bauru, SP: UNESP, 2020.

MUNIZ NETO, A. C; **Geometria**, 1. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

PAPA NETO. A; **Coordenadas, Distâncias e Razões de Segmentos no Plano Cartesiano – Parte 1**, Material teórico módulo de Geometria Analítica 1, 2014, Disponível: < [https://cdnportaldaoimpa.br/portaldaoimpa/uploads/material\\_teorico/ogbwkt0u9qsok.pdf](https://cdnportaldaoimpa.br/portaldaoimpa/uploads/material_teorico/ogbwkt0u9qsok.pdf) >. Acesso em: 25 dezembro 2020.

PAPA NETO. A; **Coordenadas, Distâncias e Razões de Segmentos no Plano Cartesiano – Parte 2**, Material teórico módulo de Geometria Analítica 1, 2014, Disponível: < [https://cdnportaldaoimpa.br/portaldaoimpa/uploads/material\\_teorico/cjyyub1myigw8.pdf](https://cdnportaldaoimpa.br/portaldaoimpa/uploads/material_teorico/cjyyub1myigw8.pdf) >. Acesso em: 27 dezembro 2020.

PRATA, D. N. **Interações de estudantes em formação docente mediadas por atividades em ambientes virtuais**. Diss. de Doutorado. Brasília, DF: UNB, 2019.

PEREIRA, S.S.; CHAGAS, F. A. O. **Tecnologias na educação matemática: desafios da prática docente**, Revista eletrônica da Pós-Graduação em Educação. UFG – Regional Jataí, vol. 12, nº 1, maio de 2016. ISSN: 1807-9342

PROETTI, S. **As pesquisas qualitativa e quantitativa como métodos de investigação científica: um estudo comparativo e objetivo**, Revista Lumen UNIFAI (Centro Universitário Assunção Tradição, Inovação e Qualidade), vol. 2, nº 4, dezembro de 2017. ISSN: 2447-8717.

RAMOS, D. K. **A formação de professores para o uso das tecnologias: um mosaico de concepções e emoções**. RENOTE - Revista Novas Tecnologias na Educação, vol. 7, nº 1, julho de 2009. ISSN 1679-1916

RIBEIRO, F. M; PAZ, M.G. **O ensino da matemática por meio de novas tecnologias**. Revista Modelos – FACOS/CNEC Osório, vol. 2, nº 2, agosto de 2012. ISSN: 2237-7077.

SAMPAIO, P. A. S. R. **Integração de quadros interativos no ensino da matemática – desenvolvimento profissional de professores**. Educ. Matem. Pesq. São Paulo, SP, v.17, n.1, pp.25-44, jan/2015.

SILVA, C. L.; ALTINO FILHO, H. V.; **O uso da tecnologia como ferramenta didática no processo educativo**. II Jornada de Iniciação Científica da FACIG, n. 3, nov/2017. ISBN: 978-65-80817-02-3. Disponível em: <http://pensaracademico.facig.edu.br/index.php/semiariocientifico/article/view/399/331>. Acesso: 18 de maio de 2020.

SILVA, G. M; **Um estudo sobre o uso do geogebra na aprendizagem de geometria analítica no ensino médio**. Dissertação de Mestrado. São Carlos, SP: UFSCAR, 2016.

TAROUCO, V. L; SILVA, G. P; SILVA, A.C. **Marcas do ensino tradicional sobre a compreensão da operação de multiplicação em professores dos anos iniciais do ensino fundamental**, Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), São Paulo - SP, julho de 2016. ISSN: 2178-034X.

TRIPP, D. Tradução: Lólio Lourenço de Oliveira. **Pesquisa-ação: uma introdução metodológica**. Educação e Pesquisa, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 443-466, set./dez. 2005.

VALENTINI C. B.; SOARES, E. M. S. **Aprendizagem em ambientes virtuais compartilhando ideias e construindo cenários.** Caxias do Sul, RS: Educus, 2010.

VIANA, M. **Como ensinar a matemática do futuro?** Youtube, 31 maio 2020. Disponível em [https://www.facebook.com/watch/live/?v=3259512384072599&ref=watch\\_permalink](https://www.facebook.com/watch/live/?v=3259512384072599&ref=watch_permalink). Acesso em: 05 jun. 2020.

ZANIN, E; BICHEL, A. **A Importância das Ferramentas Tecnológicas para o Processo de Aprendizagem no Ensino Superior.** Rev. Ens. Educ. Cienc. Humanas, v. 19, n.4, p. 456-464, dez, 2018. ISSN 2447-8733.

ZORZAN, A. S. L. **Ensino-aprendizagem: algumas tendências na educação matemática.** Revista Ciências Humanas v. 8 n. 10 p. 77-93, jun 2007.

## APÊNDICE A

### ORIENTAÇÕES PARA O CADASTRAMENTO NO *PORTAL OBMEP DO SABER*

Olá pessoal, nesse momento de enfrentamento da COVID-19 é recomendável mantermos nossas mentes ativas e darmos continuidade aos nos estudos, de maneira consciente e sem descumprir as recomendações de isolamento das autoridades competentes, como Professora de vocês, convido-os a desenvolver o modulo de Geometria Analítica 1, disponível no *Portal do Saber OBMEP*.

Uma plataforma que oferece gratuitamente uma variedade de materiais relacionados à grade curricular do 1º ao 3ª série do Ensino Fundamental com vídeo-aulas, exercícios resolvidos, caderno de exercícios, material teórico e aplicativos interativos. O *Portal do Saber OBMEP* foi desenvolvido pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovação e Comunicações e Ministério da Educação (MEC).

Portanto, é uma plataforma segura de cunho educacional, sendo assim, segue abaixo o passo a passo com as instruções de cadastramento e acesso ao primeiro módulo “Geometria Analítica 1”.

1. No link abaixo, você acessará o “Conheça o Portal”, um tutorial explicativo que descreve detalhadamente o cadastramento, vinculação ao professor e as ferramentas.

<https://portaldaobmepimpa.br/index.php/site/tutorial>

Figura 20 – Página inicial do tutorial

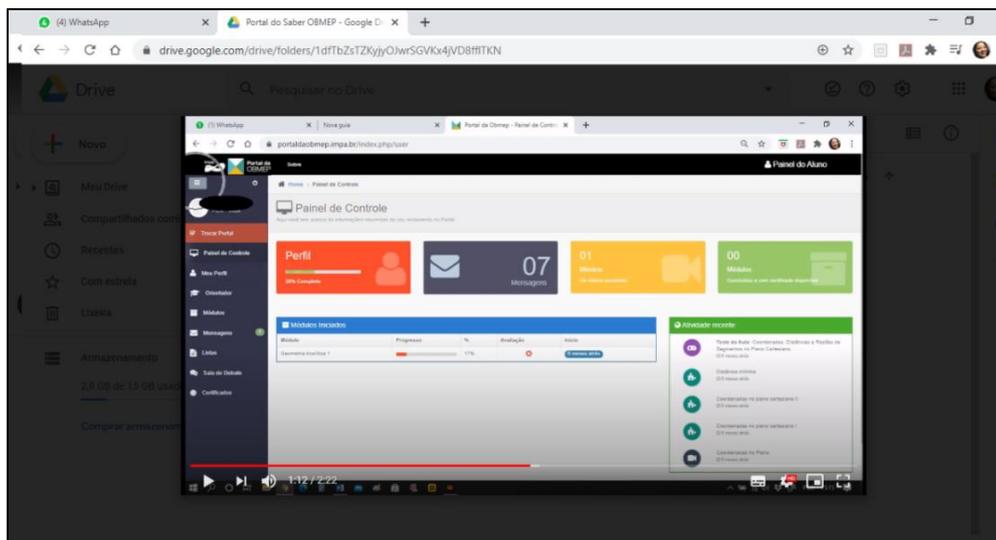


Fonte: Portal OBEMP do Saber (2021).

2. Vídeo explicativo do cadastro e acesso:

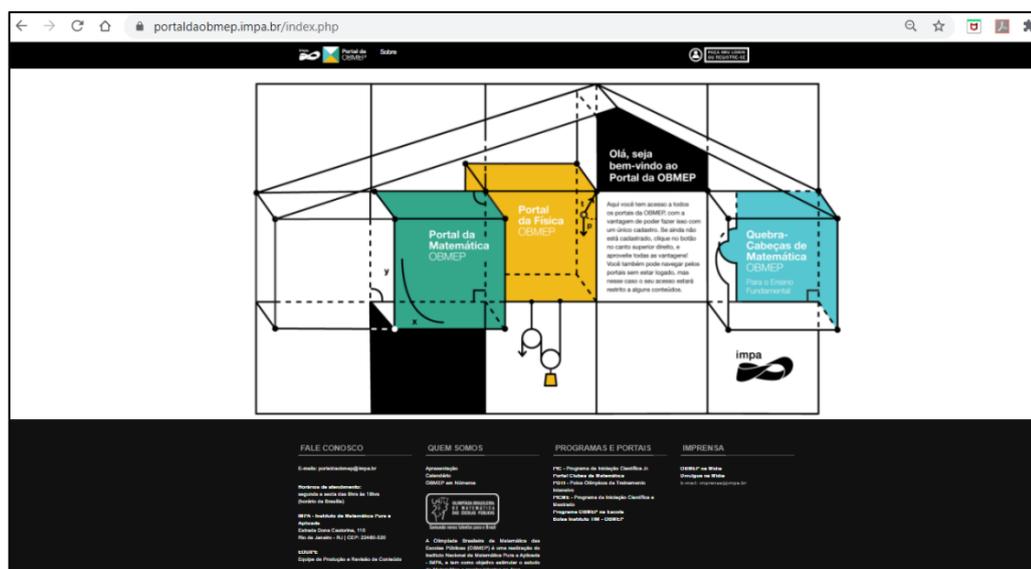
<https://drive.google.com/file/d/1k57gU3jGrI8Yi7rVhmADfhPtBTduw8a1/view?usp=sharing>

Figura 21 – Foto do vídeo explicativo.



Fonte: Portal OBEMP do Saber (2021).

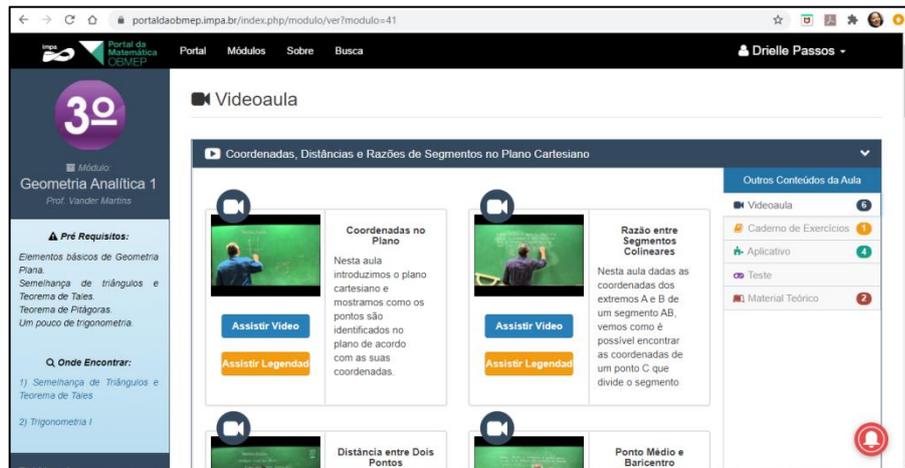
3. Home Page de cadastro: <https://portaldosaber.obmep.org.br/>

Figura 22 – Página inicial do *Portal OBMEP do Saber*

Fonte: Portal OBEMP do Saber (2021).

4. Meu código de professora orientadora: **P49206258**
5. Quando concluir o item (4), o cadastro da professora orientadora, retorne sem fechar o navegador e acesse o link abaixo, será encaminhado automaticamente para o módulo inicial. <https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=41>  
Click no vídeo “Coordenadas no Plano” e aguarde seu carregamento.

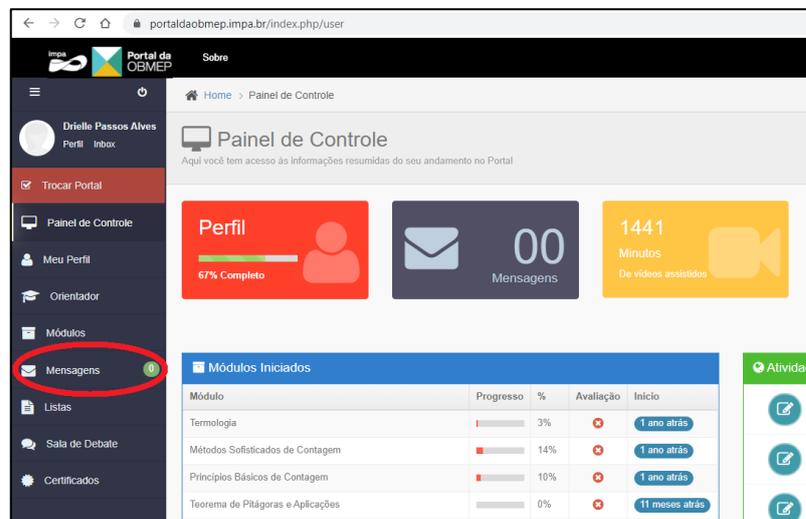
Figura 23 – Painel do módulo Geometria Analítica 01



Fonte: Portal OBEMP do Saber (2021).

6. Depois que o professor confirmar seu cadastro vinculando-o, receberá uma mensagem na plataforma com direcionamento e sugestões de estudo, poderá também enviar mensagem com dúvidas e soluções dentro do portal, por isso mantenha assiduidade de acesso na plataforma.

Figura 24 – Painel de controle do aluno, ferramenta mensagens



Fonte: Portal OBEMP do Saber (2021).

Observe que os vídeos na plataforma possuem duração de 10 a 14 minutos em média o que representa menos de 25% da duração de uma aula regular e possuem ao lado a descrição do conteúdo que é abordado neles.

7. Para familiarizarem com o layout e estrutura do *Portal OBEMP do Saber*, sugiro que navegue na plataforma fazendo os passos do “Conheça o Portal” do item (1).

## APÊNDICE B

### PROPOSTA DE ATIVIDADE 01

Olá pessoal, acessem o *Portal OBMEP do Saber*, e no menu entre em mensagens, teremos as orientações e sugestão de vídeo e materiais que deveram ser acessados para o desenvolvimento da atividade a seguir.

Caso não tenha recebido a mensagem dentro do portal com as orientações de estudo poderá ter acesso através do passo a passo abaixo, mas antes façam o login na plataforma para depois acessarem o link abaixo.

#### 1. Acesse o link abaixo:

<https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=41#>

2. Em seguida assista ao vídeo “Coordenadas no Plano” e desenvolva a atividade proposta na sequência apresentada abaixo, sugiro que quando assistirem os vídeos façam anotações de exemplos e exercícios resolvidos.

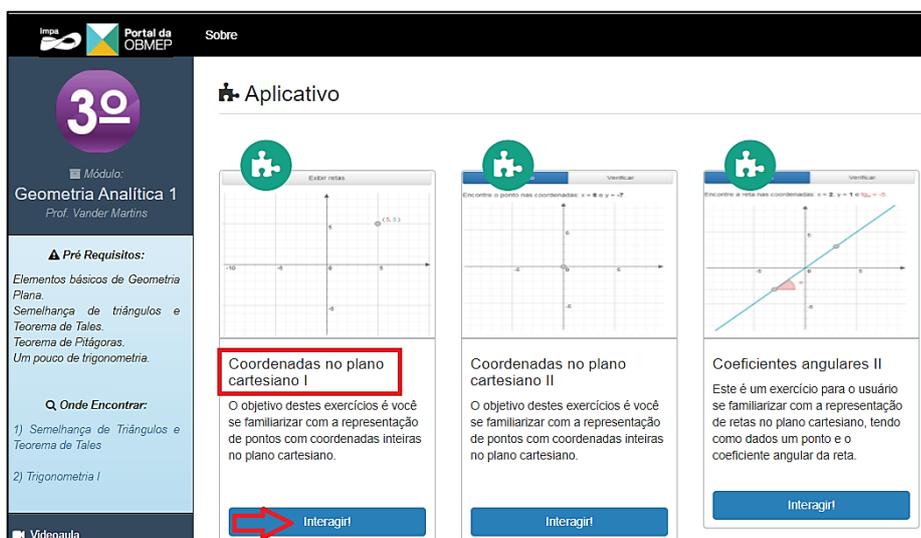
Descrição: Coordenada no Plano é um vídeo introdutório onde é abordado conceitos do plano cartesiano, aliando a representação algébrica com a gráfica.

3. Após finalizado o vídeo, acesse o link abaixo e será direcionado para o ambiente de aplicativos:

<https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=41&tipo=5#c37>

Note que cada aplicativo possui a descrição de utilização e objetivo, então acesse “coordenadas no plano cartesiano I” em “interagir”.

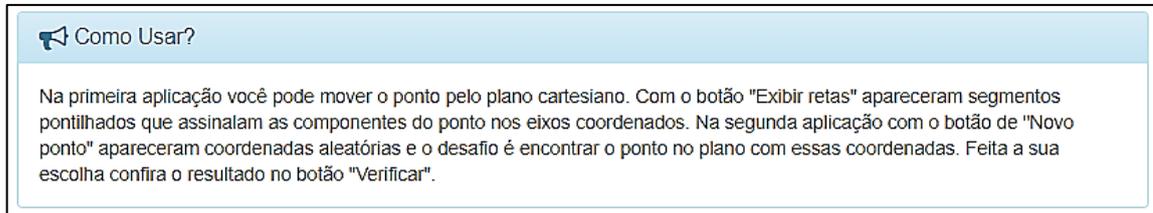
Figura 25 – Ambiente de aplicativos do tópico Coordenadas, Distâncias e Razões de Segmentos no Plano Cartesiano, aplicativo I.



Fonte: Portal OBEMP do Saber (2021).

Observe que caixa superior temos o “Como Usar?”, trazendo a descrição de como interagir com o aplicativo, leia com atenção.

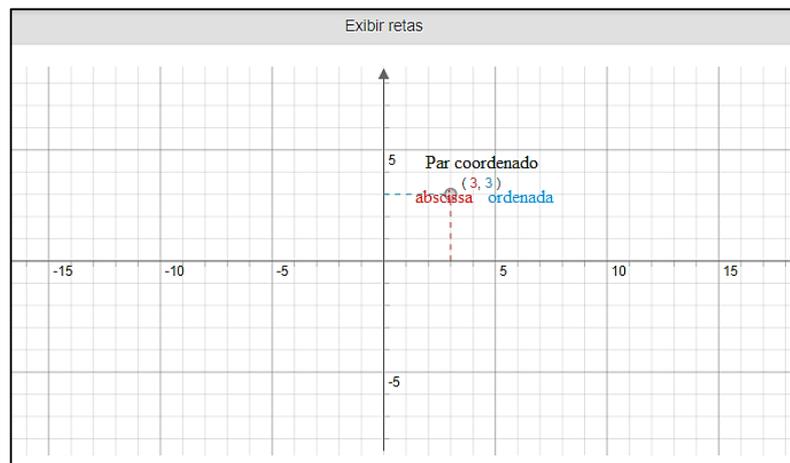
Figura 26 – Descrição de como usar o aplicativo



Fonte: Portal OBEMP do Saber (2021).

O par ordenado é representado com abscissa de vermelho e a ordenada de azul, podemos mover o ponto sobre o plano cartesiano e quando clicarmos em “Exibir retas” obteremos os segmentos pontilhados correspondente a coordenadas.

Figura 27 – Representação no aplicativo



Fonte: Portal OBEMP do Saber (2021).

Questão 01: Click sobre o ponto e arraste sobre o eixo da abscissa, em seguida repita o movimento sobre o eixo da ordenada. Descreva o que ocorre com o par coordenado nas duas situações.

---



---



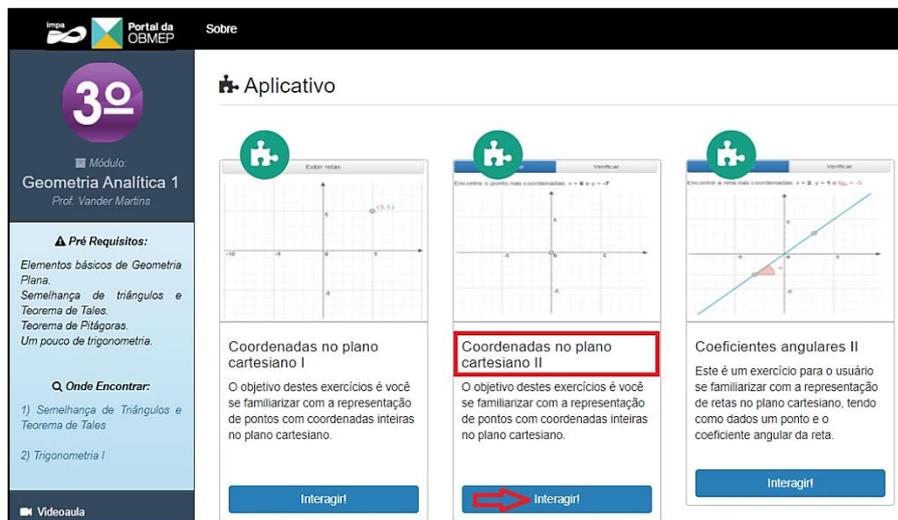
---

Questão 02: Dados os pontos abaixo, identifique quais pontos estão sobre o eixo OX e OY.

$$A(0, \sqrt[3]{7}); \quad B(b^2, 0) \text{ com } b \in \mathbb{N} - \{0\}; \quad C(-3, 5); \quad D(0, -8)$$

4. Acesse novamente o link do item (3) e acesse “coordenadas no plano cartesiano II” em “interagir”.

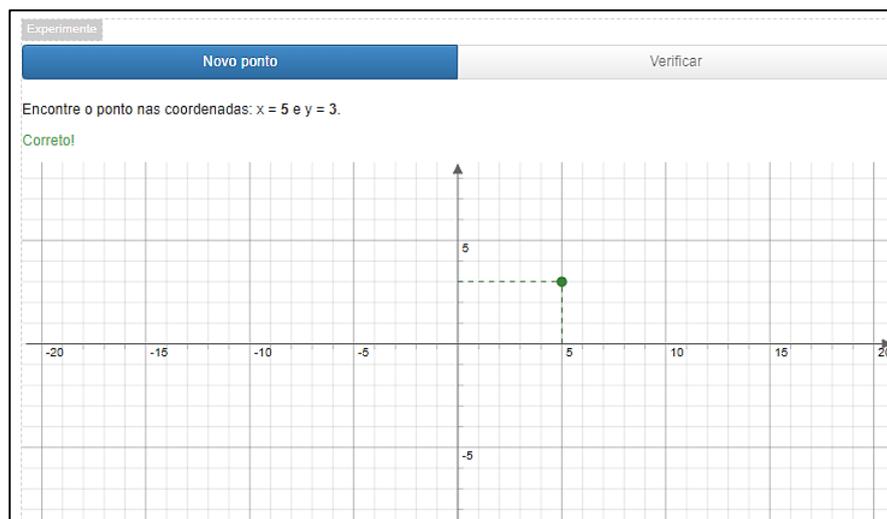
Figura 28 – Ambiente de aplicativos do tópico Coordenadas, Distâncias e Razões de Segmentos no Plano Cartesiano, aplicativo II.



Fonte: Portal OBEMP do Saber (2021).

Interaja com aplicativo, arraste o ponto até as coordenadas propostas depois click em verificar, ou seja, o aplicativo oferecerá o par ordenado e você representará no plano.

Figura 29 – Aplicativo II

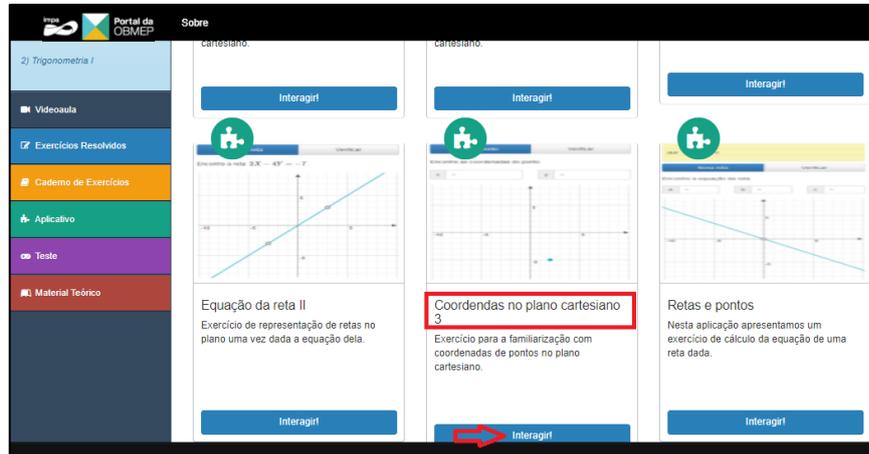


Fonte: Portal OBEMP do Saber (2021).

Pode realizar o desafio diversa vezes clicando em “Novo ponto”, interaja até acertar quatro representações consecutivas.

**5. Agora acesse “coordenadas no plano cartesiano 3” em “interagir”.**

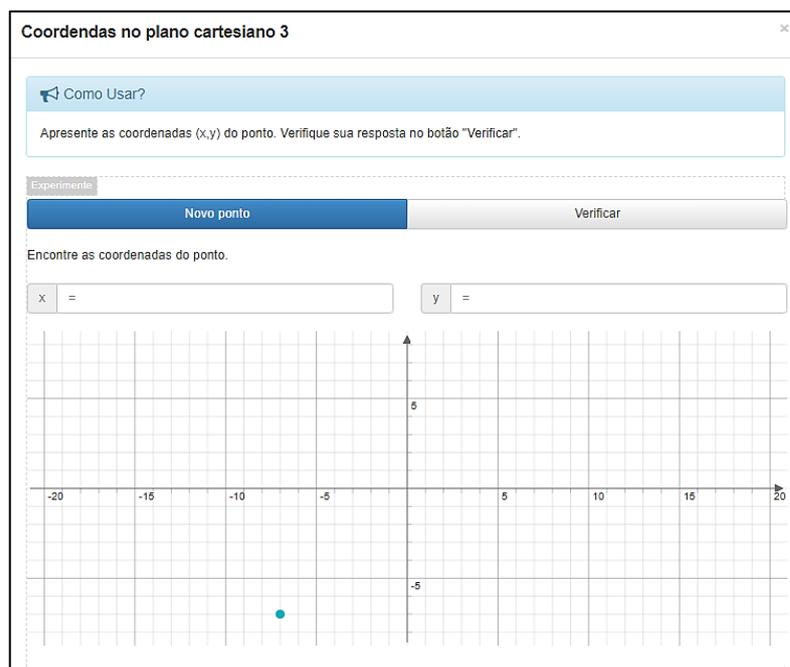
Figura 30 – Ambiente de aplicativos do tópicoo Coordenadas, Distâncias e Razões de Segmentos no Plano Cartesiano, aplicativo III.



Fonte: Portal OBEMP do Saber (2021).

Em “coordenadas no plano cartesiano 3”, será representado o ponto no plano cartesiano é você inserirá a representação algébrica do par ordenado, ou seja, os valores de  $x$  e  $y$  correspondentes ao ponto.

Figura 31 – Aplicativo III.



Fonte: Portal OBEMP do Saber (2021).

Questão 03: Represente no plano cartesiano pontos que satisfaça as condições abaixo e identifique o quadrante.

- a)  $x < 0$  e  $y < 0$  : \_\_\_\_\_
- b)  $x > 0$  e  $y < 0$  : \_\_\_\_\_
- c)  $x > 0$  e  $y > 0$  : \_\_\_\_\_
- d)  $x < 0$  e  $y > 0$  : \_\_\_\_\_

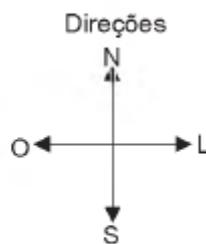
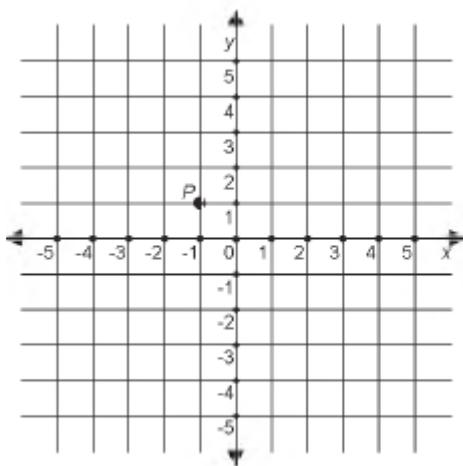
Questão 04: Se  $a < 0$  e  $b > 0$ , os pontos  $P(a; -b)$  e  $Q(b; -a)$  pertencem, respectivamente, a quais quadrantes?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Questão 05: (ENEM 2014 – adaptada) Alunos de um curso de engenharia desenvolveram um robô “anfíbio” que executa saltos somente nas direções norte, sul, leste e oeste. Um dos alunos representou a posição inicial desse robô, no plano cartesiano, pela letra P, na ilustração.

A direção norte-sul é a mesma do eixo y, sendo que o sentido norte é o sentido de crescimento de y, e a direção leste-oeste é a mesma do eixo x, sendo que o sentido leste é o sentido de crescimento de x. Em seguida, esse aluno deu os seguintes comandos de



movimentação para o robô: 3 norte, 4 leste e 4 sul, nos quais os coeficientes numéricos representam o número de saltos do robô nas direções correspondentes, e cada salto corresponde a uma unidade do plano cartesiano. Depois de realizar os comandos dados pelo aluno, a posição do robô, no plano cartesiano, será

- A) (0 ; 3).      B) (3;0).      C) (1 ; 2).      D) (1 ; 4).      E) (-2 ; 1).

## PROPOSTA DE ATIVIDADE 02

Olá pessoal, mantenha a assiduidade de acesso ao *Portal OBMEP do Saber*, na aba mensagens temos novas orientações de estudo.

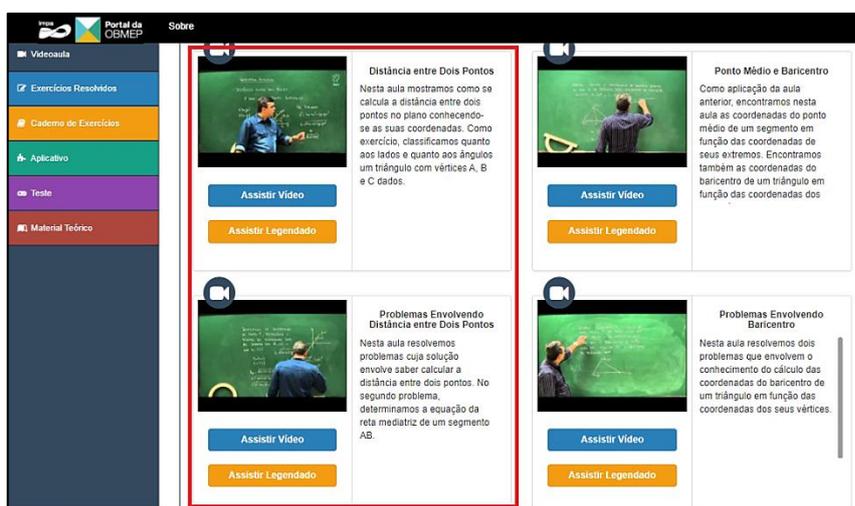
Caso não tenha recebido a mensagem dentro do portal com as orientações de estudo poderá ter acesso através do passo a passo abaixo, mas antes façam o login na plataforma para depois acessarem os links.

### 1. Acesse o link abaixo:

<https://portaldaoimpbep.br/index.php/modulo/ver?modulo=41#>

Em seguida assista ao vídeo: Distância entre Dois Pontos e Problemas Envolvendo Distância entre Dois Pontos.

Figura 32 – Painel de vídeo do módulo



Fonte: Portal OBEMP do Saber (2021).

Descrição: Nesses vídeos introduzimos o conceito de distância entre dois pontos, desenvolve o cálculo da distância e com exemplos aborda a classificação em relação a lados e ângulos de um triângulo. Em problemas envolvendo distância ente dois pontos, aplica a distância para determinar a equação da reta mediatriz.

### 2. No link abaixo acessará o material de apoio:

[https://cdnportaldaoimpbep.br/portaldaoimpbep/uploads/material\\_teorico/ogbwkt0u9q\\_sok.pdf](https://cdnportaldaoimpbep.br/portaldaoimpbep/uploads/material_teorico/ogbwkt0u9q_sok.pdf)

Faça uma leitura previa de todo o material, depois retorne à página 4 no exemplo 3 e faça uma leitura minuciosa.

Questão 01: No enunciado do exemplo 03 temos a seguinte orientação: “Seu táxi pode circular livremente pelas vias da cidade, mas não pode atravessar as casas e prédios, de modo que o movimento do táxi só pode ser feito, em relação ao mapa, na horizontal ou na vertical”, agora

considere que o táxi pode circular livremente, atravessando prédios e casas, a distância mínima entre os pontos A e B continua a mesma? Se houver modificação explique.

---



---



---



---



---

Questão 02: Sejam os pontos A (3, -2) e B (5, 4). Qual a medida do segmento de reta  $\overline{AB}$ ? Represente graficamente sua solução no plano cartesiano e em comparação com a questão 01 analise qual seria sua distância mínima entre os pontos A (3, -2) e B(5, 4) considerando os deslocamentos paralelos ao eixo x e y?

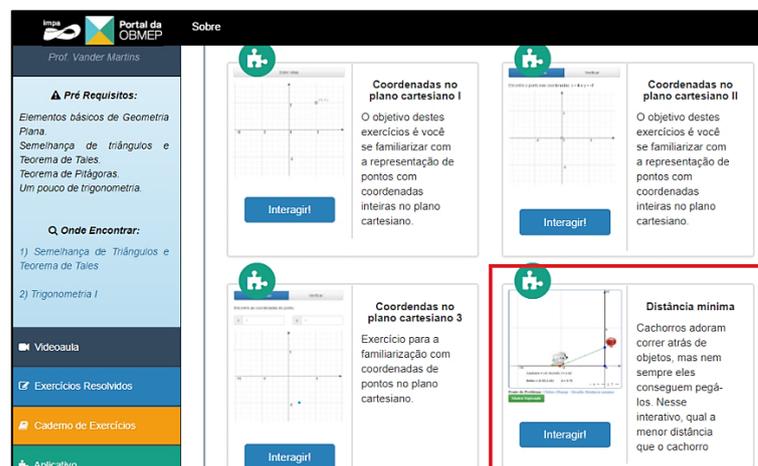
Questão 03: Um ponto P está na bissetriz do primeiro quadrante e sua distância até a origem é  $17\sqrt{2}$ . Determine a abscissa do ponto P.

Questão 04: Os vértices da base de um triângulo isósceles são os pontos (1, -1) e (-3, 4) de um sistema de coordenadas cartesianas retangulares. Qual a ordenada do terceiro vértice, se ele pertence ao eixo das ordenadas? Represente a questão no plano cartesiano.

**3. Após finalizado atividade 4, acesse o link abaixo e será direcionado para o ambiente de aplicativos:**

<https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=41&tipo=5#c37>

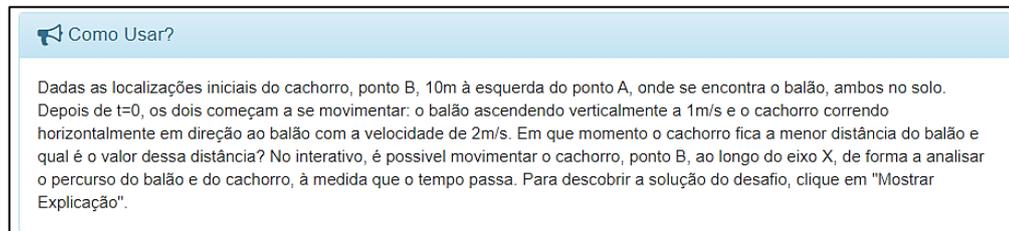
Figura 33 – Aplicativo Distância Mínima



Fonte: Portal OBEMP do Saber (2021).

Em “Distância Mínima” click em interagir, leia atentamente as instruções de interação, em seguida, com o cursor do mouse sobre o ponto vermelho no cachorro segura e arraste sobre o eixo da abscissa.

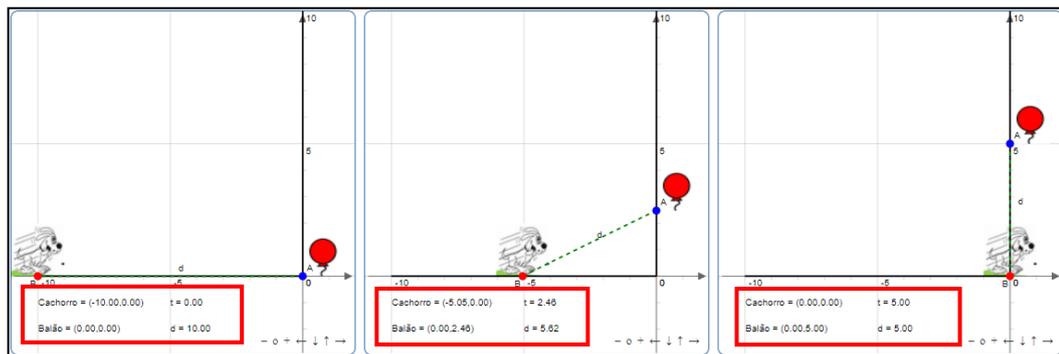
Figura 34 – Descrição do desafio e como usar o aplicativo.



Fonte: Portal OBEMP do Saber (2021).

Observe os valores “tempo (t)” e “Distância (d)” conforme o cachorrinho se desloca pelo eixo x, no aplicativo indicado de vermelho na figura 35 abaixo.

Figura 35 – Deslocamento do cachorrinho e do balão



Fonte: Própria (2021).

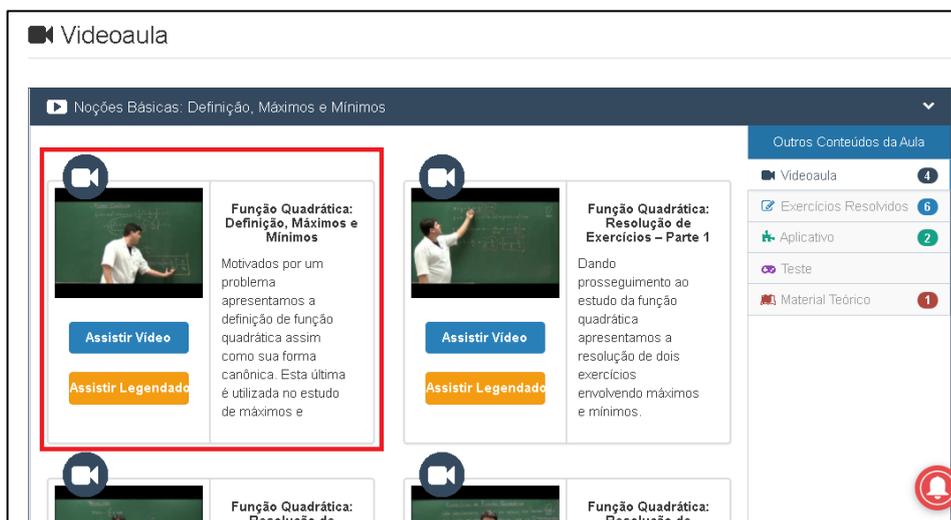
Questão 05: Após interagir com o aplicativo analise e responda as perguntas abaixo:

- Desloque o cachorrinho sobre o eixo x até o tempo (t) de 4s e descreva o que ocorre com a distância (d) em relação ao balão?
- Desloque novamente o cachorrinho sobre o eixo x até o tempo (t) de 5s e descreva o que ocorre com a distância (d) em relação ao balão?
- Observe que o cachorrinho se desloca sobre o eixo x a uma velocidade média de 2m/s e inicia seu deslocamento no ponto B, 10m de distância do ponto A, então como podemos representar algebricamente os pontos de deslocamento do cachorrinho?
- Observe que o balão se desloca sobre o eixo y a uma velocidade média de 1m/s e inicia seu deslocamento no ponto A, origem do plano cartesiano, então como podemos representar algebricamente os pontos de deslocamento do balão?

4. Acesse o link abaixo no tópico **Noções Básicas: Definições, Máximos e Mínimos**, assista ao vídeo e **“Função Quadrática: Definição, Máximos e Mínimos”**.

<https://portaldabmp.impb.br/index.php/modulo/ver?modulo=62#>

Figura 36 – Painel de vídeo do módulo Introdutório a Função Quadrática



Fonte: Portal OBEMP do Saber (2021).

O vídeo inicia com um problema motivador e através de sua definição demonstra a forma canônica, conceituando o estudo de máximos e mínimos de uma função do 2º grau, aplicando na resolução do problema motivador.

- e) Quem são os máximos e mínimos de uma função do 2º grau?
- f) Observe a resolução do problema “distância mínima” no aplicativo e explique como se aplica o conceito de máximos e mínimo de uma função do 2º grau?
- g) Analise e comente a resolução do desafio no grupo discutindo os pontos que possui dúvidas.

## PROPOSTA DE ATIVIDADE 03

Olá pessoal, acessem o *Portal OBMEP do Saber*, na aba mensagens temos novas orientações de estudo.

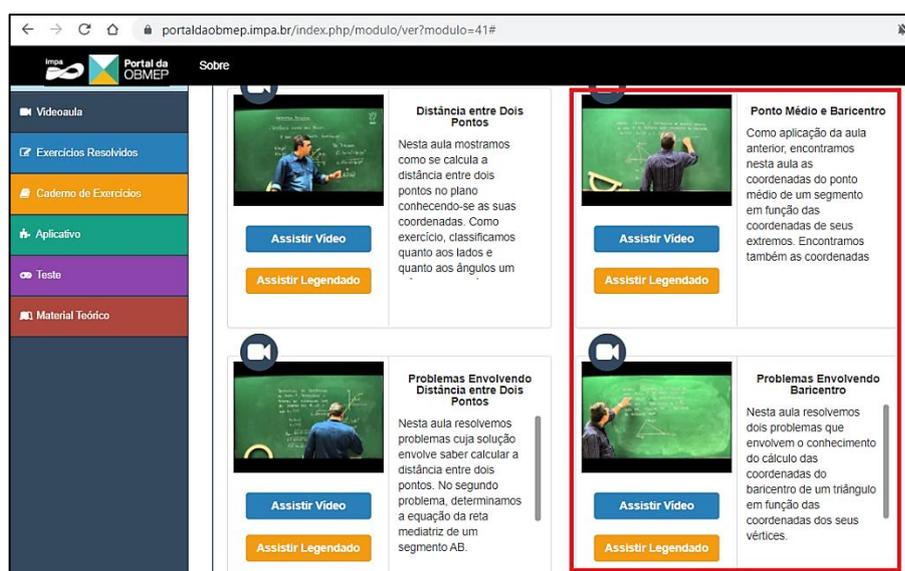
Caso não tenha recebido a mensagem dentro do portal com as orientações de estudo poderá ter acesso através do passo a passo abaixo, mas antes façam o login na plataforma para depois acessarem os links.

### 1. Acesse o link abaixo:

<https://portaldaoemep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=41#>

Em seguida assista ao vídeo: “Ponto Médio e Baricentro” e “Problemas Envolvendo Distância Baricentro.”

Figura 37 – Painel de vídeo módulo Geometria Analítica 1



Fonte: Portal OBEMP do Saber (2021).

Descrição: Nesses vídeos veremos coordenadas do Ponto Médio de um segmento e como aplicação um exemplo que calcula a mediana relativa a um lado de um triângulo, conceitua e demonstra Baricentro usando propriedades da geometria plana e desenvolve o cálculo do Baricentro em Problemas envolvendo Baricentro.

### 2. Acesse o link abaixo leia o material:

[https://cdnportaldaoemep.impa.br/portaldaoemep/uploads/material\\_teorico/cjyyub1myi\\_gw8.pdf](https://cdnportaldaoemep.impa.br/portaldaoemep/uploads/material_teorico/cjyyub1myi_gw8.pdf)

Material de apoio “Coordenadas, Distâncias e Razões de Segmentos no Plano Cartesiano – Parte 2”, faça uma leitura observando os exemplos resolvidos.

Questão 01: Considere o triângulo ABC cujas coordenadas são dadas por:  $A(0, 1)$ ,  $B(6, -2)$  e  $C(4, 3)$ . Determinar as coordenadas do baricentro G e represente no plano cartesiano a solução.

Questão 02: Três cidades A, B e C situam-se ao longo de uma estrada reta; B situa-se entre A e C e a distância de B a C é igual a dois terços da distância de A a B. Um encontro foi marcado por 3 moradores, um de cada cidade, em um ponto P da estrada, localizado entre as cidades B e C e à distância de 210 km de A. Sabendo-se que P está 20 km mais próximo de C do que de B, determinar a distância que o morador de B deverá percorrer até o ponto de encontro.

Questão 03: Sejam  $M_1 = (1, 2)$ ,  $M_2 = (3, 4)$  e  $M_3 = (1, -1)$  os pontos médios dos lados de um triângulo. Determine as coordenadas dos vértices desse triângulo.

Questão 04: Considere os pontos  $A = (10, -8)$  e  $B = (15, 37)$ . Um ponto  $P = (x_p, y_p)$  está sobre o segmento AB de modo que  $\frac{AP}{AB} = \frac{2}{5}$ . Determine a soma das coordenadas do ponto P.

Questão 05: Se  $G = (x_g, y_g)$  o baricentro de um triângulo de vértices  $A = (10, -8)$ ,  $B = (9, 32)$  e  $C = (8, 42)$ . Determine o módulo da diferença  $x_g - y_g$ .

## PROPOSTA DE ATIVIDADE 04

Olá pessoal, chegamos no momento de pôr em prática e revisar a nossa aprendizagem, acessem o *Portal OBMEP do Saber*, com todo material desenvolvido até agora, em um momento calmo, sem interrupções, com lápis, borracha e papel para a interação com aplicativo “Teste”.

O “Teste” é composto por seis perguntas que deverão ser respondidas em sequência sem erro, com níveis de dificuldade diferentes, não há tempo limite para sua resolução e caso erre a solução será reiniciada a sequência com novas questões.

Você poderá fazer o “Teste” quantas vezes julgar necessário, afim de melhorar seu desempenho e fixar seu aprendizado, mesmo apresentando um sistema classificatório de aprovação, nessa proposta será utilizado como instrumento de revisão.

Caso não tenha recebido a mensagem dentro do portal com as orientações para a utilização do aplicativo “Teste” poderá ter acesso através do passo a passo abaixo, mas antes façam o login na plataforma para depois acessarem os links.

### 1. Acesse o link abaixo:

<https://portaldaoimpbep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=41#>

A ferramenta “Teste” estará disponível no lado direito da tela “Coordenadas, Distâncias e Razões de Segmentos no Plano Cartesiano” em “Outros Conteúdos da Aula”, como na figura abaixo, click.

Figura 38 – Indicação de acesso ao aplicativo “Teste”.



Fonte: Portal OBEMP do Saber (2021).

Será redirecionada para pagina abaixo, com orientações de participação, tempo, total de perguntas, aprovação e histórico de participações, leia atentamente todas as orientações e prepare seu material, então poderá iniciar clicando em “iniciar teste”.

Figura 39 – Painel de descrição do aplicativo “Teste”

**Participação**

Você já participou do Teste, mas ainda não foi aprovado.

Veja novamente os vídeos dessa aula e tente novamente ou clique em **Iniciar Teste** e tente agora.

Última Participação		
Iniciou em:	Acertos	Erros
06/10/2020 as 09:34Hs	3	2

**Orientações**

**Participação**  
Você poderá participar do Teste quantas vezes quiser, sendo aprovado ou não, para praticar ou simplesmente melhorar seu desempenho.  
Ao abrir o Teste, você não pode fechar ou atualizar a página, caso isto aconteça, o sistema entenderá que o Teste foi encerrado.

**Tempo**  
Não existe tempo para a resolução das questões, o contador que aparece tem a finalidade de orientar quanto ao tempo gasto.

**Total de Perguntas**  
O Teste é composto de 6 perguntas em diferentes níveis de dificuldade.

**Aprovação**  
Para ser aprovado, as 6 perguntas deverão ser respondidas em sequência sem erros, caso alguma resposta esteja errada, o sistema recomeça a contagem para o total de certas.

**Iniciar o Teste!**

Fonte: Portal OBEMP do Saber (2021).

Lembre-se que “Teste” é composto de várias questões referentes às vídeos aulas de “Coordenadas, Distâncias e Razões de Segmentos no Plano Cartesiano”, são perguntas aleatórias com três níveis de dificuldade e caso julgue necessário, poderá retornar e assisti-los novamente, observar o material proposto nas atividades anteriores e depois refazê-lo.