



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS  
CAMPUS DE ARAGUAÍNA  
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**EVANILDE DOS SANTOS BRITO**

**A SOLUÇÃO DE SITUAÇÕES QUE ENVOLVEM O CONCEITO DE  
FRAÇÃO POR FORMANDOS DO CURSO DE LICENCIATURA EM  
MATEMÁTICA DA UFT – CAMPUS ARAGUAÍNA-TO**

**ARAGUAÍNA - TO**

**2019**

EVANILDE DOS SANTOS BRITO

**A SOLUÇÃO DE SITUAÇÕES QUE ENVOLVEM O CONCEITO DE FRAÇÃO POR  
FORMANDOS DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UFT –  
CAMPUS ARAGUAÍNA-TO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à  
Universidade Federal do Tocantins-UFT,  
Campus de Araguaína, para obtenção do título  
de Licenciatura em Matemática.

**Orientador:** Prof. Ms. Marcos José Pereira  
Barros.

ARAGUAÍNA - TO

2019

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**  
**Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins**

---

B862s Brito, Evanilde dos Santos.

A SOLUÇÃO DE SITUAÇÕES QUE ENVOLVEM O CONCEITO DE  
FRAÇÃO POR FORMANDOS DO CURSO DE LICENCIATURA EM  
MATEMÁTICA DA UFT – CAMPUS ARAGUAÍNA-TO . / Evanilde dos  
Santos Brito. – Araguaína, TO, 2019.

39 f.

Monografia Graduação - Universidade Federal do Tocantins – Câmpus  
Universitário de Araguaína - Curso de Matemática, 2019.

Orientador: Marcos José Pereira Barros

1. Educação. 2. Educação Matemática. 3. Significados de Fração. Ensino e  
Aprendizagem de Fração. 4. Registros de Representação Semiótica. I. Título

**CDD 510**

---

TODOS OS DIREITOS RESERVADOS – A reprodução total ou parcial, de qualquer  
forma ou por qualquer meio deste documento é autorizado desde que citada a fonte.  
A violação dos direitos do autor (Lei nº 9.610/98) é crime estabelecido pelo artigo 184  
do Código Penal.

**Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFT com os  
dados fornecidos pelo(a) autor(a).**

**EVANILDE DOS SANTOS BRITO**

**A SOLUÇÃO DE SITUAÇÕES QUE ENVOLVEM O CONCEITO DE FRAÇÃO POR  
FORMANDOS DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UFT –  
CAMPUS ARAGUAÍNA-TO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Tocantins, como requisito parcial para a obtenção de título de Licenciada em Matemática.

Aprovada em: 04 / 07 / 2019

**BANCA EXAMINADORA**



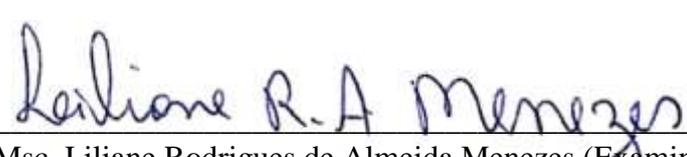
---

Prof. Msc. Marcos José Pereira Barros (Orientador)



---

Prof. Dr. Douglas Silva Fonseca (Examinador, UFT)



---

Profa. Msc. Liliane Rodrigues de Almeida Menezes (Examinador, UFT)

Aos meus pais Luís Moura e Dinalva Gama, que diante de tantas dificuldades lutaram de forma incansável e admirável para construir a família que somos hoje. Me mostraram os melhores caminhos e me ensinaram a persistir pela vida mesmo diante dos problemas, eles que me fizeram perceber que cada esforço vale a pena, e me deram força para continuar a trajetória desse curso.

## **AGRADECIMENTOS**

Meu carinho especial à minha família, que sempre estiveram do meu lado, desde o início me apoiaram, compreenderam, compartilham desse sonho junto comigo e acreditaram em meu potencial até mesmo quando baixei a cabeça e deixei de acreditar.

Aos amigos da turma, eles sabem que sou péssima com sentimentalismo, no entanto sou grata pelos momentos de descontração, pelas piadas sem graça, por suportarem o meu mal humor e me fazerem sorrir em dias complicados. Exalto aqui a Kelly Nunes e a Juliana Cardoso que conheci durante o curso e se tornaram mais que amigas, são pessoas que quero levar para a vida, mesmo que de forma implícita me ajudaram a superar momentos de grandes dificuldades e me proporcionaram dias de muitas alegrias. Aos demais que não citei o nome tenho um carinho enorme por todos e de alguma forma todos contribuíram inexplicavelmente para que essa graduação se tornasse realidade.

A Marlene, o Kelson e o Johnys que em algumas ocasiões souberam estender a mão, ajudar e serem amigos nos dias que realmente precisei. Agradeço também a Alexandra pelos dias em que me ouviu, foi companheira e pelos empurrões em situações que perdi o chão.

Sou imensamente agradecida ao meu orientador, professor Msc. Marcos José Pereira Barros, que soube respeitar meu tempo de estudo, não desistiu desse trabalho e buscou me orientar da melhor forma possível.

Agradeço a todo o colegiado do curso de licenciatura em matemática, pelos ensinamentos que levarei não só para minha futura profissão, mais para a vida como cidadã.

Não posso deixar de citar os colegas de trabalho pelas inúmeras vezes em que me ouviram reclamar nos dias complicados, mas acreditaram em mim, me incentivaram com palavras que ajudaram imensamente.

Há muitas pessoas que não citei aqui, mas os que realmente me ajudaram mesmo que indiretamente sabem o quanto sou grata.

“Se a educação sozinha não transforma a sociedade, sem ela, tampouco, a sociedade muda”.

(Paulo Freire)

## RESUMO

O presente trabalho aborda a visão de autores que relatam as dificuldades de professores e alunos no ensino e na aprendizagem das frações nas séries iniciais, e explana sobre a teoria de registros de representações semióticas do autor Duval (2009). Tem como objetivo investigar como os professores formados na Universidade Federal do Tocantins no curso de licenciatura em Matemática do período 2018/2 no campus de Araguaína-TO mobilizam os registros de representações semióticas em situações que envolvem o conceito de fração, considerando cinco significados de frações (parte-todo, número, medida, quociente e operador multiplicativo) e, busca assim, contribuir com os conhecimentos dos mesmos a respeito da abrangência dos significados fracionários. Trata-se de um estudo de abordagem qualitativa cuja metodologia utilizada para obtenção dos dados e informações foram através de um questionário que visa entender a particularidade das respostas dos participantes voltados aos meios representativos dos significados das frações. Na realização desta pesquisa participaram cinco sujeitos, que responderam a sequência de atividades, organizadas em tarefas tratando de cinco significados das frações. Os resultados apontam que os pesquisados operam conhecimentos satisfatórios a respeito dos registros de representações semiótica.

**Palavras-chave:** Educação. Educação Matemática. Significados de Fração. Ensino e Aprendizagem de Fração. Registros de Representação Semiótica.

## ABSTRACT

The present work deals with the view of authors who report the difficulties of teachers and students in the teaching and learning of fractions in the initial series, and explains about the theory of records of semiotic representations of the author Duval (2009). It aims to investigate how teachers trained at the Federal University of Tocantins in the degree course in Mathematics of the period 2018/2 in the campus of Araguaína-TO mobilize the records of representations in the meanings of fractions and seeks to contribute with the knowledge of the scope of the fractional meanings. It is a qualitative study whose methodology used to obtain the data and information was through a questionnaire that aims to understand the particularity of the responses of the participants addressed to the means representative of the meanings of the fractions. Five subjects participated in this research, who answered the sequence of activities, organized into tasks dealing with five meanings of the fractions (part-whole, number, measure, quotient and multiplicative operator). The results show that the respondents operate satisfactory knowledge about the records of semiotic representations.

**Keywords:** Education; Mathematical Education; Fraction; Fraction Teaching and Learning; Semiotic Representation Records.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

<b>Figura 1:</b> Solução de uma situação com significado parte-todo: .....	29
<b>Figura 2:</b> representação de fração em diferentes registros: .....	30
<b>Figura 3:</b> representação de uma quantidade: .....	31
<b>Figura 4:</b> manipulação de sistemas representativos .....	31
<b>Figura 5:</b> resposta de uma atividade significado número .....	32
<b>Figura 6:</b> resposta de uma atividade significado medida .....	33
<b>Figura 7:</b> representação de quantidade da atividade quociente .....	34

## SUMÁRIO

<b>1 TRAJETÓRIA ACADÊMICA E CAMINHOS PERCORRIDOS .....</b>	<b>11</b>
1.1 Metodologia.....	13
1.2 Questionário.....	14
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>18</b>
2.1 O ensino das frações .....	18
2.2 Frações e seus significados .....	21
2.2.1 <i>Parte-todo</i> .....	23
2.2.2 <i>Significado número</i> .....	24
2.2.3 <i>Significado Medida</i> .....	24
2.2.4 <i>Significado Quociente</i> .....	25
2.2.5 <i>Significado Operador multiplicativo</i> .....	25
2.3 A teoria dos Registro de Representações Semióticas.....	26
<b>3 ANÁLISE DE DADOS .....</b>	<b>29</b>
3.1 Atividade 01 – Significado Parte todo.....	29
3.2 Atividade 02 – Significado Número .....	31
3.3 Atividade 03 – Significado Medida .....	32
3.4 Atividade 04 – Significado Quociente.....	34
3.5 Atividade 05 – Significado Operador Multiplicativo.....	35
<b>4 CONSIDERAÇÕES .....</b>	<b>36</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>38</b>

## 1 TRAJETÓRIA ACADÊMICA E CAMINHOS PERCORRIDOS

Minha opção pelo curso de Licenciatura em Matemática foi motivada pela afinidade e o encantamento com a disciplina, desde a Educação Básica; durante a vida escolar, as áreas voltadas para o cálculo me despertavam o interesse em continuar descobrindo coisas novas, a possibilidade de fazer uso de vários caminhos, para alcançar a solução de problemas aguçava minha curiosidade, com isso, realizei o processo seletivo para ingressar neste curso.

Ao ingressar no curso me deparei com uma realidade totalmente diferente da qual estava habituada, percebi um distanciamento grande entre a Educação Básica e o Ensino Superior, excepcionalmente no que concerne aos conteúdos e a responsabilidade para adotar uma rotina de estudo mais rigorosa. A princípio, minha intenção não era ingressar na carreira do Magistério, no entanto, ao realizar o Estágio Supervisionado percebi o quanto é deslumbrante trabalhar na área da docência.

Desde então, passei a observar o comportamento dos alunos no que diz respeito à aprendizagem dos conteúdos matemáticos e percebi uma apatia de alguns deles pela disciplina. Segundo D'Ambrósio (1991, 2005), a maneira como professores ensinam matemática podem levar ao desinteresse por parte dos estudantes. É importante considerar que alguns conteúdos matemáticos, especialmente o de fração, apresentam significados que na maioria das vezes não são abordados durante as práticas de ensino, isto pode levar à dificuldade de compreensão dos objetos matemáticos, fazendo com que a aprendizagem seja limitada.

Na minha trajetória acadêmica foi possível notar que, durante o meu caminho percorrido no ensino básico, havia aprendido resolver exercícios envolvendo frações, porém não havia nenhum contexto em volta do conteúdo, que remetesse aos significados das frações, ou seja, apenas aprendi efetuar cálculos para alcançar um resultado, e percebo que este processo de aprendizagem se repete até os dias de hoje.

Ao trabalhar com frações normalmente os professores utilizam representações, com frequência, envolvendo somente o significado parte-todo (onde se tem o todo e divide-se em “n” partes iguais) e quociente (onde a fração indica uma divisão), por vezes dando menor importância as representações de outros significados (medidas, números e operador multiplicativo). Ressalto a importância de utilizar o maior número possível de registros de representações e de significados de fração, no intuito de que os estudantes possam obter uma aprendizagem mais significativa.

Neste contexto, pesquisas como as de Cavaliere (2005), Nunes e Bryant (1997), apud Magina e Campos (2010), apontam que os estudantes conseguem manipular os números, mas não conhecem o significado do conteúdo tratado.

O ensino das frações é abordado desde as séries iniciais do Ensino Fundamental, de tal modo que o nível de complexidade aumenta a cada ano de estudo. E é lamentável um aluno concluir o ensino médio e não ter conhecido a proporção de significados envolvendo as frações.

Neste sentido, torna-se necessário uma abordagem mais abrangente do conceito de fração, de tal modo que os estudantes possam adquirir uma aprendizagem mais profunda deste conteúdo. Segundo Cavaliere (2005, p.32) “[...] a criança não tem um verdadeiro aprendizado, não compreendendo o que está fazendo e apenas se repete os procedimentos ensinados pelo professor de maneira mecânica.” Assim, os professores que ensinam matemática carecem de uma formação que evidencie práticas metodológicas que os possibilitem uma aprendizagem mais contextualizada possível do tema.

As experiências e vivências, desde a Educação Básica, me direcionaram a compreender como estudantes concluintes do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Tocantins (UFT) resolvem situações que envolvem registros de representação semiótica e significados de fração (parte/todo, quociente, operador multiplicativo, número e medida).

Cavalcanti e Guimarães (2008) destacam que professores e alunos apresentam dificuldades quando lidam com a representação fracionária dos números racionais. Para os autores, “[...] não podemos querer uma aprendizagem efetiva de um conceito matemático, como a fração, sem considerar o modo como este conhecimento pode chegar ao aluno [...]” (CAVALCANTI; GUIMARÃES, 2008, p. 9).

Neste sentido, faz-se necessário abordar novas maneiras de ensinar o conteúdo de fração aos estudantes, considerando os registros de representação semiótica e diferentes significados de fração, visando uma melhoria nos métodos de ensino e na abordagem dos conteúdos, evitando a memorização de conteúdo, como defende Cavaliere (2005):

O importante, no estudo de frações, como, aliás, de toda a matemática não é enviar a todo custo a memorização de definições e regras, sem compreensão, é possibilitar um aprendizado mais saudável onde o aluno possa participar de todo o processo de aquisição de conhecimento, consciente do que está aprendendo e compreendendo o conteúdo, não simplesmente decorando e não conseguindo assimilar nada do que está sendo ensinado” (CAVALIERI, 2005, p. 9-10).

Este trabalho tem como intuito, buscar e apresentar resoluções para a seguinte questão: Quais os registros de representação semiótica que os formandos do curso de licenciatura em

matemática, da Universidade Federal do Tocantins campus de Araguaína, mobilizam ao resolverem situações que envolvem os significados de fração?

Nesta direção, o objetivo geral é verificar os registros de representação semiótica que futuros professores utilizam ao resolver situações que envolvem o conceito de fração. As frações fazem parte de um grupo importante de conteúdos essenciais no processo de construção do conhecimento matemático. Todavia, o processo de ensino, normalmente, não abrange a variedade de representações dos seus respectivos significados, levando à insuficiência na aprendizagem dos alunos.

Considerando os estudos de Cavalcanti e Guimarães (2008), Magina e Campos (2010) e Barros (2018) que ressaltam os indícios de incompreensão dos números fracionários por parte dos professores, este trabalho tem o propósito não só de investigar como os formandos e futuros professores trabalham as representações e os significados de fração, mas também, de contribuir com os conhecimentos dos mesmos a respeito da abrangência que envolve as resoluções de situações-problemas utilizando representações dos significados fracionários. Buscando com isso, superar dificuldades dos alunos acerca dos diversos conteúdos referentes a frações.

## **1.1 Metodologia**

Este estudo é de natureza qualitativa que segundo Silveira e Córdova (2009, p. 31) “[...] não se preocupa com representatividade numérica, mas, sim, com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, etc.”, visa entender a particularidade das experiências dos formandos a respeito dos conhecimentos voltados para as frações.

A pesquisa apresenta uma natureza aplicada, para Silveira e Córdova (2009, p. 35) “objetiva gerar conhecimentos para aplicação prática, dirigidos à solução de problemas específicos. Envolve verdades e interesses locais”, onde propõe-se em descrever os registros apresentados pelos sujeitos pesquisados.

Para tanto foi necessário recorrer a pesquisas bibliográficas, documentais e de campo. Na revisão bibliográfica foram trabalhados autores como Merlini (2005), Cavalcanti e Guimarães (2008), Barros (2018) entre outros, onde permitiu-se ter conhecimento a mais sobre o assunto abordado. As consultas realizadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) foram para compreender como é a orientação aos educadores para abordarem o conteúdo das frações.

Para a coleta de dados, foi realizada uma pesquisa de campo com os formados do curso de Licenciatura em Matemática, do segundo semestre do ano de 2018 (2018/2) da Universidade Federal do Tocantins no campus de Araguaína. Onde foi realizado o levantamento juntamente a secretaria acadêmica e a coordenação do curso, para obter o nome de todos os alunos que se formaram no semestre, enviamos e-mail fazendo o convite para participação, assim teríamos como sujeitos nove formandos. No entanto, somente cinco deles responderam favoráveis a pesquisa. Aplicamos um questionário no qual existem cinco atividades voltadas aos significados das frações, que apresentamos a seguir.

## 1.2 Questionário

### ATIVIDADE 01 - SIGNIFICADO PARTE-TODO

**Tarefa 01:** Carlos recebe por mês o salário de R\$ 1284,00 reais. Sabe-se que ele gasta mensalmente R\$ 642,00 reais com alimentação, R\$ 321,00 reais com aluguel e o restante com água, energia elétrica e transporte.

- Qual fração representa os gastos com a alimentação?
- Os gastos com aluguel representam qual fração do salário?
- Qual fração representa os gastos com água e energia elétrica?
- R\$ 107,00 reais representa que fração do salário?
- R\$ 321,00 reais representa que porcentagem do salário?

**Tarefa 02:** Considere uma pizza circular que foi dividida em oito partes iguais.

- Uma pessoa comeu 50% da pizza. Que fração representa a parte que ela comeu?
- Uma pessoa comeu 2 pedaços. Que fração representa a parte que ela comeu?
- Faça um desenho que represente a parte da pizza que sobrou.
- Represente a quantidade de pizza que foi consumida pelas duas pessoas.

**Tarefa 03:** Considere uma garrafa de leite de um litro.

- Represente a jarra com metade do leite.
- 250 ml representa que fração da quantidade de leite?
- 75% representa que fração do leite?
- 0,4 representa qual quantidade (ml) de leite?

### ATIVIDADE 02 - Significado Número.

**Tarefa 01:** O seguimento de reto abaixo representará sua altura. Usando uma régua marque pontos que corresponda a:

\_\_\_\_\_

a)  $\frac{1}{2}$  da sua altura

b) 

c) 0,75 da sua altura

d) 5:6 da sua altura

**Tarefa 02:** Marque como < (menor), > (maior) ou = (igual).

a)  $\frac{1}{2}$  \_\_\_\_\_ 0,5

b)  $5 \div 3$  \_\_\_\_\_ 

c) Metade \_\_\_\_\_ 75%

d)  \_\_\_\_\_ 

e) 0,5 \_\_\_\_\_ 

f) 50% \_\_\_\_\_ 

### ATIVIDADE 03 - Significado Medidas

**Tarefa 01:** Luísa dispõe de uma jarra de 2 litros de suco de laranja. Ela toma um copo de 250ml de suco pela manhã, 2 copos da mesma quantidade durante o almoço, e 2 copos durante a tarde.

- Represente de todas as maneiras possíveis a quantidade de suco de laranja que ela consumiu durante todo o dia
- Represente de todas as maneiras que você conseguir a quantidade de suco que sobrou.
- Qual a fração que representa a quantidade de suco que Luísa tomou pela manhã?
- Qual fração representa a quantidade de suco consumida durante a tarde?

**Tarefa 02:** No preparo de um litro e meio de vitamina de maracujá, foi utilizado três medidas de leite, duas medidas de polpa de maracujá e uma medida de açúcar.

- Qual a fração representa a quantidade de açúcar na vitamina?
- Qual fração representa a quantidade de leite na vitamina?
- Qual a quantidade de leite na vitamina?
- Qual a fração que representa a quantidade de polpa de maracujá e açúcar na vitamina?

#### ATIVIDADE 04 - Significado Quociente

**Tarefa 01:** Em uma festa de aniversário, foram convidadas 45 crianças. Foram preparados saquinhos com 20 balas como lembranças para cada criança convidada. Um quinto dos convidados não foram a festa.

- Represente da maneira que você conseguir como distribuir todos os saquinhos entre as crianças presentes.
- Qual a quantidade de saquinhos cada criança recebeu?
- Além da quantidade de saquinhos quantas balas a mais cada criança recebeu?
- Qual estratégia você utilizou para chegar a estes resultados?

**Tarefa 02:** Dois bolos chocolates foram divididos igualmente entre 8 crianças

- Qual a fração representa a quantidade que cada criança recebeu?
- Faça uma representação da quantidade de bolo recebida por cinco crianças.
- Quantos pedaços de bolo representa 75%?

#### ATIVIDADE 05 - Significado Operador Multiplicativo

**Tarefa 01:** Abel e Luís ganharam juntos 12 bolas de gude. Abel recebeu  $\frac{2}{6}$  e Luís recebeu  $\frac{4}{6}$ .

- Qual a fração representa o total de bolas de gude Abel ganhou?
- Qual fração representa a quantidade de bolas de gude que Luís ganhou?
- Represente 20% da quantidade de bolas e explique como você pensou/procedeu para chegar a essa resposta.

- d) Calcule do total de bolas de gude e explique como você pensou/procedeu para chegar a essa resposta.

**Tarefa 02:** Calcule

- a)  $\frac{2}{5}$  de 250, explique como pensou/procedeu para chegar nessa resposta.  
b) 25% de 300  
c)  $\frac{3}{4}$  de 2756 kg

**Tarefa 03:** Carlos tem 30 carros da coleção da hot wheels. Ele perdeu  $\frac{1}{6}$  dos carros e emprestou a seu melhor amigo.

- a) Quantos carros Carlos perdeu?  
b) Quantos carros Carlos emprestou para seu melhor amigo?  
c) Qual a quantidade de carros que Carlos ficou

Tal questionário foi elaborado por um grupo de estudantes que trabalharam em uma pesquisa na perspectiva das frações. Esse grupo foi composto por Ribeiro (2019)<sup>1</sup> abordando a temática “Sequência Didática: uma proposta para o ensino de frações” e Barbosa (2019)<sup>2</sup> que busca “Identificar Conhecimentos que os Estudantes Ingressantes no Curso de Licenciatura em Matemática Mobilizam ao Solucionarem Situações de Frações”.

Após aplicação dos questionários e obtenção das respectivas respostas realizamos a análise dos resultados apresentados para que pudesse distinguir as representações das frações utilizadas por cada sujeito, e cada significado distinto. Verificando assim o conhecimento dos participantes voltados aos registros das frações.

---

<sup>1</sup> Welton Barbosa Ribeiro - Graduando do curso de Licenciatura em Matemática

<sup>2</sup> Alexandra Rodrigues de Sousa Barbosa - Graduanda do curso de Licenciatura em Matemática

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nos tópicos seguintes, conduz-se três enfoques centrais da pesquisa, sendo a primeira apresentada com uma abordagem do ensino das frações, algumas evidências das dificuldades encontradas pelos alunos e professores durante o ensino e aprendizagem em questão. A seguir, apresenta-se cinco significados de frações que é trabalhado na pesquisa (parte-todo, quociente, operador multiplicativo, número e medida). E ainda, apresenta-se a abordagem da teoria dos registros de representação semiótica, levando em consideração àqueles voltados ao conceito das frações.

### 2.1 O ensino das frações

A busca por aperfeiçoamento nas metodologias de ensino é imprescindível para que torne o ensino da matemática acessível, visando que todos compreendam. A respeito do processo de ensino e de aprendizagem da matemática, é algo complexo para os professores e para os alunos, como destaca Machado (2013):

São muitas as dificuldades encontradas por alunos e professores no processo de ensino e aprendizagem da matemática. Muitas vezes os alunos não compreendem a matemática que lhe é ensinada. Repassar a matemática não é tarefa fácil, sendo na maioria das vezes necessário o professor inovar o ensino, utilizando de métodos que despertem o interesse dos alunos pela importância do conhecimento matemático, conseguindo assim resultados satisfatórios dos alunos (MACHADO, 2013, p.19).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (1998), no que tange ao terceiro e quarto ciclo do ensino fundamental, relata essas dificuldades, no entanto voltadas para o ensino fracionário.

Embora as representações fracionárias e decimais dos números racionais sejam conteúdos desenvolvidos nos ciclos iniciais, o que se constata é que os alunos chegam ao terceiro ciclo sem compreender os diferentes significados associados a esse tipo de número 101 e tampouco os procedimentos de cálculo, em especial os que envolvem os racionais na forma decimal (BRASIL, 1998, p.100-101).

Segundo os PCN (1998, p. 101), uma explicação cabível para as “[...] dificuldades encontradas possivelmente deve-se ao fato de que a aprendizagem dos números racionais supõe rupturas com ideias construídas para os números naturais”. Portanto, a primeira abordagem dos números racionais é para mostrar aos alunos que em determinadas situações problemas os números naturais são insuficientes para resolvê-las. Nessa perspectiva, devem ser abordados envolvendo conceitos de medidas, parte/todo, quociente e operador multiplicativo, entre outros,

de modo que não se trabalhe tais conceitos de forma isolada, levando o aluno a perceber qual a forma mais adequada de representá-lo em um determinado contexto.

Mesmo sendo abordado desde as séries iniciais, é complexo lidar e explicitar uma solução, para situações que envolvem frações, conforme destaca Cavalieri (2005). O autor ressalta também, que os números fracionários são de difícil compreensão para as crianças, devido à maneira que se apresenta inicialmente, a “ideia de fração”. Nesse sentido, ele refere-se à representação de fração como parte de um todo, porém quando se depara com a representação  $\frac{8}{3}$ , por exemplo, é incompreensível para as crianças, pois contém dois números inteiros, mas representada de uma maneira distinta da que se costuma ensinar aos estudantes, ou seja, no caso específico, tem-se uma fração imprópria, o que pode dificultar o entendimento dos alunos uma vez que os mesmos estão habituados com frações próprias, quando o numerador é sempre menor que o denominador.

A incompreensão dá-se também quando trabalha com divisão, como dividir  $\frac{1}{2}$  ( $1 \div 2$ )? Além disso, para operar as frações são apresentadas várias regras fazendo com que os alunos passem a repetir, de forma mecânica, e sem o verdadeiro aprendizado, assim frisa o autor:

[...] são apresentadas várias regras para operar com frações. A criança não tem um verdadeiro aprendizado, ela não compreende o que está fazendo e apenas se repete os procedimentos ensinados pelo professor de maneira mecânica. O resultado disso são conceitos mal formados e esquecimento das regras que lhes foram ensinadas. Assim, é necessário que haja a compreensão de número racional para que os alunos não encontrem maiores dificuldades (CAVALIERE, 2005, pg. 32).

Nesse sentido, Merlini (2005) aponta alguns motivos que levam as crianças não apresentarem compreensão quando trabalham com questões voltadas aos significados das frações, e argumenta que o significado que se sobressai e se que sentem mais familiarizados é a fração com o significado parte-todo. Com base em uma investigação realizada pela autora com um grupo de alunos de 5º e 6º anos, onde foi trabalhado algumas atividades voltadas para o que os alunos entendem de fração, foi identificado um índice de aprendizagem muito baixo dos alunos.

Segundo ainda Merlini (2005), os alunos realmente se empenharam em resolver as questões, pois somente 2,5% deixaram as respostas em branco, no entanto, o percentual de erros foi bem maior que o percentual de acertos, em alguns casos os alunos só conseguiram resolver algumas questões quando lhes eram apresentados algum tipo de desenho que auxiliasse na resolução da atividade. Para Cavalcanti e Guimarães (2008, p.6), deve-se destacar as

evidências de que os professores do ensino fundamental também demonstram dificuldades ao lidar com os diferentes significados de frações.

Por muitas vezes, os alunos não conseguem dominar esse conteúdo, todavia, os mesmos passam pelas escolas sem que seja trabalhado essas dificuldades, transmitindo assim uma falsa sensação de que as crianças aprenderam esses conceitos, “essa falsa impressão de que as crianças têm algum domínio do conceito de fração, pode estar associada à forma com que esse conteúdo lhes é apresentado – todos divididos em partes” (MERLINI, 2005, p. 59).

É necessário adotar novos métodos de ensino, buscando metodologias que possibilitem buscar um sentido do que está sendo estudado, trabalhando com os alunos uma construção de conhecimentos acerca dos conteúdos e deixando de lado esse modelo em que os alunos trabalham de forma mecânica e sem um aprendizado nítido. Esse tratamento diferente refere-se às maneiras de se trabalhar frações utilizando registros de representações, envolvendo diferentes significados, pois “ao ensinar o conceito de fração, fazendo uso de diferentes registros de representação e alguns significados de fração, pode-se despertar nos estudantes o interesse pela aprendizagem desse conteúdo” (BARROS, 2018, p. 27).

No que diz respeito aos métodos de ensino das frações normalmente é dado ênfase a aspectos esquemáticos, tais como o uso do mínimo múltiplo comum (MMC), no caso das adições de frações ou subtração, sendo que os alunos permanecem sem nenhuma compreensão a respeito deste procedimento, conforme (SANTANA *et al*, 2013), essa realidade de ensino contribuem para ampliar a incompreensão dos discentes, conseqüentemente os eles tentam aplicar regras já conhecidas sem a atingir os conhecimentos necessários sobre as frações.

Em um trabalho desenvolvido com 70 professores das séries iniciais, Magina e Campos (2010), salientam que os professores em suas experiências pessoais provavelmente desenvolveram conhecimentos dentre várias situações a respeito dos significados das frações, no entanto, quando postos a trabalhar com os alunos eles priorizam o significado parte-todo como sendo o principal contexto para o ensino deste conteúdo. As autoras entendem que isso ocorre pelo fato de conhecerem e apresentarem conceitos adequados para os significados, mas expõem algumas confusões na resolução de problemas, ou seja, “[...] não tem claro os diferentes significados que as frações assumem, o que, por sua vez, leva-os a apresentar limitadas estratégias de ensino para auxiliar seus alunos a superarem falsas concepções sobre fração ” (MAGINA; CAMPOS, 2010, p. 9).

Nesta concepção Barros (2018), acentua a necessidade de romper barreiras, pois os professores devem proporcionar aos estudantes uma aprendizagem diferente do habitual,

trabalhando o conteúdo de forma contextualizada voltada para registros que envolve a realidade dos alunos, dado que na abordagem do conteúdo das frações realmente é frequente os professores usarem representações somente como parte/todo, isso acontece, como mencionado, porque os professores apresentam dificuldades no entendimento das frações, fazendo assim com que eles se limitem nos seus ensinamentos, os professores.

Ao ficarem presos em um modelo de resolução de exercícios, baseados em livros didáticos, privilegiando regras e macetes, o ensino de fração fica descontextualizado da realidade dos estudantes e pode deixar as aulas cansativas e desinteressantes (BARROS, 2018, p.36).

Barros (2018), em suas pesquisas ressalta que o ensino das frações, por ser complexa, requer do professor um estudo sobre o tema, para conseguir explorar os diversos significados, tornando o ensino mais significativo para os alunos fazendo com que os alunos sejam autores dos seus próprios conhecimentos, neste processo o professor é apenas um mediador do conhecimento e “para que isso ocorra, o professor deve exercer domínio sobre o conteúdo que está sendo ensinado em sala de aula” (BARROS, 2018, p. 50). Mesmo que seja uma tarefa árdua, quando o professor busca metodologias diferentes de ensino atrai com mais facilidade a atenção dos estudantes para o que está sendo ensinado.

## **2.2 Frações e seus significados**

A necessidade de se trabalhar com números foi sentida desde cedo pelo homem, pois o mesmo necessitava contar, medir, dividir, para assim, realizar sua atividade, ou seja, a criação do sistema de contagem foi criado devido às necessidades de resoluções de problemas diários, contudo “a construção do conjunto dos números racionais isso não fora de maneira diferente” (MERLINI, 2005, p. 47).

Segundo Merlini (2005), para se obter melhor entendimento sobre as frações é necessário conhecer a respeito da natureza dos números racionais, temos que compreender que os números racionais são frações que podem ser comparadas, multiplicadas, subtraídas, somadas, divididas, observar que são uma extensão dos números naturais. Que depende do contexto que ela está inserida gera várias interpretações, podendo levar aos seus significados.

Então, tratando-se dos números racionais, exclusivamente das frações, discute-se em pesquisas de Merlini (2005) Cavalcanti e Guimarães (2008), Barros (2018), entre outros autores, que destacam a existência e a distinção dos diferentes significados das frações, ao falar em fração, dessem modo, Carvalho (2017) destaca que:

Quando se trata de frações, é difícil perpassarmos instantaneamente por todos os seus significados. De imediato, o seu conceito nos remete a pensarmos que é “uma parte de algo. A ideia de fração também está ligada a “quebrar”, “dividir em partes” [...] CARVALHO, 2017, p. 29).

Assim, considera-se que a representação de fração é composta por dois números inteiros, tem-se então que os “números inteiros utilizados na fração são chamados numerador e denominador, separados por uma linha horizontal ou *traço de fração*.” (CAVALIERI, 2005, p. 21) pode-se representá-los assim:

$$\frac{\text{Numerador}}{\text{Denominador}}$$

Ao se tratar de fração é importante destacar que trabalha-se com dois invariantes “que são considerados centrais no conceito de fração: a noção de ordem e a noção de equivalência” (MERLINI 2005, p 33), a autora sublinha que as noções de ordem encontram-se duas ideias centrais que não podem deixar de considerá-las.

[...] a primeira é que, para um mesmo denominador, quanto maior for o numerador, maior será a fração; contudo – a segunda ideia diz respeito a uma situação em que, para um mesmo numerador, quanto maior o denominador, menor será a fração (MERLINI, 2005, p. 33).

A primeira ideia é simples, pois a estratégia para resolver situações problemas é análoga a de comparação entre dois números. Merlini (2005) discorre que a segunda opção pode ser mais complicada para os alunos, porque tem que pensar em uma relação inversa entre a quantidade representada pela fração e a do denominador, assim sendo, na relação de equivalência tem-se que considerar dois aspectos essenciais: equivalência em quantidade extensivas e equivalência em quantidades intensivas.

Em se tratando de quantidades, destacamos as quantidades intensivas e extensivas, contínuas e discretas:

- *Contínuas*: são divididas quantas vezes forem necessárias sem perderem suas características. Por exemplo uma pizza pode ser dividida inúmeras vezes sem deixar de ser uma pizza.
- *Discretas*: caracteriza-se como um “conjunto de objetos idênticos, que representa um único todo, e o resultado da divisão deve produzir subconjuntos como mesmo número

de unidades” (CARVALHO, 2017, p. 33). Encontramos em uma situação onde podemos dividir 15 bolas para 5 crianças.

- *Extensivas*: trata-se de comparações de quantidades da mesma natureza e a lógica parte-todo, contudo “são suscetíveis de ser adicionadas e medidas por uma unidade de mesma natureza” (MERLINI, 2005, p. 33)
- *Intensivas*: refere-se na relação de duas quantidades diferentes, ou seja, vai ao contrário da quantidade extensiva, nesse contexto a quantidade refere-se a todos diferentes.

Ao destacar a importância de estudar as características das frações, Barros (2018) expõe que “especialmente no ensino do conceito de números racionais, o entendimento e domínio a respeito das características das quantidades é fundamental para a sua compreensão”. O autor defende que quando o professor compreende sobre as características das quantidades conseguindo assim diferenciar quantidades discretas e contínuas, extensivas e intensivas o processo de aprendizagem se torna mais significativo. Assim sendo o professor não deve abrir mão de aprender e ensinar os conceitos das frações.

Portanto, assim como nos estudos de Merlini (2005) e Barros (2018), o presente trabalho abrange os cinco significados de frações: número, parte-todo, medida, quociente e operador multiplicativo, que se define adiante.

### 2.2.1 Parte-todo

Tal conceito geralmente é muito utilizado em situações que envolvem o ensino das frações. Segundo Cavalcanti e Guimarães (2008, p. 3) tem-se a definição: “partição de um todo em  $n$  partes iguais, em cada parte pode ser representada como  $\frac{1}{n}$ . Um procedimento de dupla contagem, das partes do todo e partes tomadas, no geral, é o suficiente para solucionar o problema”.

Utilizando das palavras de Merlini (2005), esse procedimento consiste em considerar um objeto dado todo e dividir-se em partes iguais, utiliza-se assim um procedimento de dupla contagem, esse processo de contagem chega a uma representação correta, seguindo esse raciocínio, o todo que foi dividido (denominador) e as partes consideradas (numerador).

Exemplo – Carlos pega uma barra de chocolate e divide em 4 partes iguais. Ele comeu 3 pedaços dessa barra de chocolate, qual a fração representa a parte que ele comeu?

Neste caso ele comeu  $\frac{3}{4}$  da barra de chocolate. Observe as 4 partes é o todo que foi dividido (denominador) e 3 são as partes consideradas (numerador), para este mesmo exemplo

pode-se representá-lo como no desenho a seguir, uma barra de chocolate que foi fracionada em 4 partes e as partes pintadas representa a quantidade de pedaços consumida por Calos.



### 2.2.2 Significado número

Na concepção de Cavalcanti e Guimarães (2008), a fração indica um número em si, não necessitando que seja expresso um contexto em volta para a compreensão em determinadas situações.

Neste sentido “as frações, assim como os números inteiros, são números que não precisam necessariamente referir-se a quantidades específicas. Existem duas formas de representação fracionária, a ordinária e a decimal”, ou seja, não há necessidade de remeter a uma ideia, a uma situação específica ou envolver conjunto de situações (MERLINI, 2005, p. 27).

Exemplo – Reconhecer o número  $\frac{1}{2}$  na reta numérica.

Assim o sujeito deverá admitir que  $\frac{1}{2}$  está entre zero e um, assumindo assim um número decimal e não como uma sobreposição de números naturais e assim como todos os números este também tem uma localização da reta numérica fazendo com que o sujeito seja capaz de reconhecer que tanto a sua direita quanto à esquerda existem outros números decimais que poderão ser representados na forma de fração, (MERLINI 2005).

### 2.2.3 Significado Medida

O significado medida está associado à comparação de medidas, relacionada à pergunta *quantas vezes?* Neste caso é tomada uma parte como referência para determinar a outra (CAVALCANTE; GUIMARÃES, 2008). Nas palavras de Barros:

Ao tomar uma unidade de medida e dividi-la em unidades menores, isso nos possibilitará relacionar o significado medida com parte-todo e, por sua vez, realizar a divisão. O número fracionário  $a/b$  nos permite compreender que a subunidade  $1/b$  representa a quantidade de vezes que a medida  $a$  foi dividida (BARROS, 2018, p. 77).

Exemplo: Quantos copos de 500 ml serão necessários para encher um balde de 1 litro? Sabemos que 1 litro corresponde a 1.000 ml, observe agora que 500 ml cabem duas vezes dentro do balde de 1.000 ml (1 litro).

#### 2.2.4 Significado Quociente

Este significado remete a situações de divisão de resultado, Merlini (2005) destaca que:

Este significado está presente em situações em que a divisão surge como uma estratégia bem adaptada para resolver um determinado problema. Isso significa que conhecido o número do grupo a ser formado, o quociente representa o tamanho de cada grupo (MERLINI, 2005, p. 30).

Para a autora esse significado propõe um método de extrapolar o significado partetodo, pois nessa situação trabalhamos com duas grandezas distintas e a fração corresponde a uma divisão.

Exemplo - Você tem 3 barras de chocolate e quer dividir entre 5 crianças

Para que seja calculado a quantidade que cada criança irá receber é necessário fazer uma divisão  $\frac{3}{5}$ , observe que o quociente (resultado da divisão) está representado a quantidade de chocolate que cada criança irá receber, sendo assim temos que aceitar que 3 dividido para 5 é igual a  $\frac{3}{5}$  ao invés de dizer que o resultado é 0,6.

#### 2.2.5 Significado Operador multiplicativo

Em relação a um número inteiro a fração é também vista como um valor escalar aplicando a uma determinada quantidade, diz também que significado tem o papel de transformação “a representação de uma ação que se deve imprimir sobre um número ou uma quantidade, transformando seu valor nesse processo” (MERLINI, 2005, pg. 31).

Exemplo – Antônio toma  $\frac{5}{6}$  de um pote de sorvete de 1000 ml.

Nesta situação deverá ser observado que para calcular a quantidade de sorvete que ele tomou é preciso multiplicar  $\frac{5}{6}$  por 1000. Nesse contexto a fração  $\frac{5}{6}$ , assim como um número inteiro, é um número que multiplica a quantidade apresentada 1000.

### 2.3 A teoria dos Registro de Representações Semióticas

Nas palavras de Viel e Dias (2006), a Semiótica tem origem grega, *semeion-signos*, designa-se como a ciência dos signos. Para que não haja dúvidas, não se trata de signos de astrologia, estes signos aqui reportados se atribuem à linguagem. Logo semiótica é a ciência das linguagens, é a área que trabalha com a construção de significados de linguagem.

Para Santaella (2007), que apresenta a teoria de Charles Sanders Peirce<sup>3</sup> (1839-1914), a semiótica é a ciência e toda e qualquer linguagem existente, ou seja, linguagens de comunicação. No entanto o termo “*semiótica*” é pouco abordado em sala de aula, sendo o filósofo e psicólogo Raymond Duval o responsável pelos estudos da Teoria dos Registros de Representações Semióticas, a qual analisa a influência das representações semióticas dos objetos matemáticos no processo de ensino e de aprendizagem de matemática.

Para se tratar de registros semióticos e aprendizagens, Duval (2009) ressalta a existência de representações mentais e representações semióticas, para tanto ele descreve como “*semíoses* a apreensão ou a produção de uma representação semiótica, e *noésis* os atos cognitivos como a apreensão conceitual de um objeto” (DUVAL, 2009, p. 15), uma complementando a outra, ou seja as representações mentais (*noésis*) é uma forma de interiorizar as representações semióticas (*semíoses*).

De acordo com Duval (2009) não há como o sujeito mobilizar o conhecimento sem realizar uma atividade de representar. Neste sentido o objeto é substituído por uma representação semiótica que ele classifica como produções que são constituídos pelo emprego regras de sinais, ou seja, pode-se dizer que é um nome, um desenho, um símbolo ou um sinal, que coloca-se no lugar associativo que executa uma função, de modo que remete determinada informação suficiente para gerar uma ideia sobre o objeto a ser representado, é um meio em que o indivíduo utiliza para exteriorizar (*semíoses*) suas representações mentais (*noésis*) tornando assim visíveis e acessíveis aos outros. Nesse sentido “elas seriam, então, inteiramente subordinadas às representações mentais e contemplariam apenas as funções de comunicação” (DUVAL, 2009, p. 15).

Segundo Duval (2009) “não se pode ter compreensão em matemática, se nós não distinguirmos um objeto de sua representação” para ele não tem como o sujeito mobilizar

---

<sup>3</sup>Peirce se formou em Química, Matemática e Física. Desenvolveu trabalhos no campo das ciências culturais onde ele se dedicou particularmente à Linguística, Filologia e História, prestou enormes contribuições à Psicologia e tinha conhecimento profundo de Literatura, enfim sugerimos ao leitor ler o trabalho publicado por Santaella (2007) onde a autora discorre sobre o legado de Charles Sanders Peirce que antes de tudo era um cientista.

nenhum conhecimento sem realizar uma atividade de representação, porque as representações são instrumentos utilizados para evocar ou tornar presente um objeto, assim como objetivar uma expressão. Quando é tratado de objetos matemáticos depende-se diretamente do sistema de representação semiótica, seguindo esse raciocínio Duval (2009, p. 15) complementa que “para começar, em matemática, as representações semióticas não são somente indispensáveis para fins de comunicação, elas são necessárias ao desenvolvimento da atividade matemática.” A representação semiótica então é uma maneira do sujeito exteriorizar as representações mentais, tornando-as assim visíveis ao outro.

Para trabalhar o conteúdo dos polígonos, por exemplo, é necessário que o professor faça alguns desenhos, ou mostre uma figura geométrica para que o aluno consiga associar o significado ao desenho e ter uma melhor compreensão a respeito, dentre outros exemplos como uma função, que torna indispensável à representação gráfica para se obter uma análise mais precisa, sendo que “a maneira matemática de raciocinar e de visualizar está intrinsecamente ligada à utilização das representações semióticas” (MACHADO, 2003 p. 5), levando em consideração que toda comunicação em matemática depende de algum método de representação.

Assim, observamos que tais estudos e conceituações de Duval (2009) vêm sendo abordados no ensino desde as séries iniciais, nos quais deparamos com figuras, esquemas, desenhos, tabelas, diagramas, gráficos, sistemas de escritas diversificados, notações simbólicas ao se referir a objetos, etc., aos quais ele se refere como sendo os sistemas de representações. Todos os conceitos, as propriedades, as ideias, entre outras relações abordados na matemática estão envolvidos em um sistema de representação.

Deste modo, podemos perceber que o desenvolvimento progressivo do conhecimento vem seguido do crescimento dos sistemas semióticos, simultaneamente a partir do primeiro entre eles, a língua natural. Para Duval (2009), quando o sujeito é capaz de representar um mesmo objeto utilizando-se de mais de um sistema representativo, aumenta sua capacidade cognitiva fazendo assim uma mudança de um sistema de representação para outro, de forma que eles sejam equivalentes.

Nesse contexto, Machado (2003, p. 12) salienta que “a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação.” A troca entre os registros de representação não se dá de maneira fácil, porém é essencial para o aprendizado matemático as mudanças entre sistemas. Existem dois tipos de transformações

semióticas que são bem diferentes entre si, que é dado como um tratamento ou uma conversão.

Duval (2009) destaca:

Um tratamento é uma transformação que se efetua no interior de um mesmo registro, aquele onde as regras de funcionamento são utilizadas; um tratamento mobiliza então apenas um registro de representação. A conversão é, ao contrário, uma transformação que faz passar de um registro a um outro. Ela requer então a coordenação dos registros no sujeito que efetua (DUVAL, 2009, p. 39).

Em outras palavras, o tratamento é uma transformação de representação estritamente em um mesmo registro. É reescrever uma mesma equação como, por exemplo, pode-se dizer que “metade” pode ser reescrita como “meio”, deste modo está contemplando apenas o sistema de registro da língua natural. Já a conversão consiste em mudar de registro, é falar de um mesmo objeto utilizando-se de uma linguagem diferente, exemplo “metade” pode se reescrito como  $\frac{1}{2}$  abrangendo o sistema de registro da língua natural e o sistema de registro numérico.

Assim é necessário a mobilização entre os sistemas de representações semióticas, pois “a pluralidade dos sistemas semióticos permite uma diversificação das representações de um mesmo objeto” (DUVAL, 2009, p. 17), considerando assim um mesmo objeto matemático pode ser apresentado com representações muito distintas.

Para Duval (2009), a passagem de um sistema para outro é um fenômeno muito usual nas atividades matemáticas, no entanto para a maior parte dos alunos não são tão óbvios e diretos, nesses casos os alunos não costumam reconhecer um mesmo objeto através de representações dado ou não em sistemas diferentes. Um exemplo simples que se trata de um tratamento, em um mesmo sistema de registro é  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{2}{8}$  e  $\frac{4}{16}$  todas as frações são equivalentes, no entanto, por vezes não é fácil o aluno enxergar que representam uma mesma quantidade. Já em alguns casos o grau de dificuldade aumenta quando se trata de conversão, não fácil a percepção de que pode reescrever 75% igual a  $\frac{3}{4}$

### 3 ANÁLISE DE DADOS

Nesta secção analisa-se as respostas dos participantes da pesquisa, destaca-se que todos os participantes tentaram resolver todas as atividades propostas. Para uma melhor compreensão as análises estão separadas a seguir por subtópicos de cada uma das atividades já mencionadas na metodologia.

#### 3.1 Atividade 01 – Significado Parte todo

Esta atividade é composta por três tarefas. Na tarefa 01, dois dos sujeitos recorreram a regra três simples para resolver as questões, como na Figura 01, referente a questão que pergunta qual os gastos com a alimentação.

**Figura 1:** Solução de uma situação com significado parte-todo:

①  
 Salário 1284  
 alim. 642  
 despesas 331  
 a) 1284 — 100%  
    642 — x  
 $1284x = 64200$   
 $x = 50\%$

Fonte: elaborado pelo autor / 2019

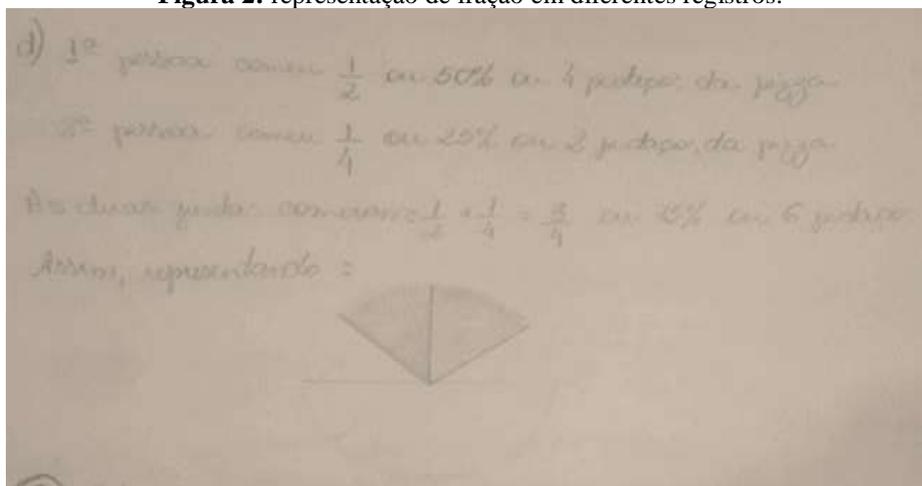
Um dos sujeitos pesquisados, representou todas as perguntas da tarefa com representação de porcentagem, na maioria das vezes representou a porcentagem em forma fracionária, exemplo  $\frac{50}{100}$  (corresponde a 50% ou a  $\frac{1}{2}$ ), exceto na última pergunta que pede para representar em porcentagem.

Apenas 02 dos participantes representaram diretamente o salário (R\$ .1284,00) como um todo e os gastos como as partições do todo, ou seja, como na primeira pergunta que questiona o valor da alimentação, os dois sujeitos representaram de forma direta  $\frac{321}{1284}$  e recorreram a simplificação da fração, ou uma comparação de quantidade (MERLINI, 2005),

dizendo então que representava  $\frac{1}{2}$  da mesma forma se procedeu em todas as outras perguntas da atividade 01, sendo que os métodos de representações semiótica registrados foi a linguagem numérica, como a representação fracionária e em porcentagem (DUVAL, 2009).

Já na atividade 02 todos os participantes representaram a pizza quando sugeridos e responderam de forma corretamente todas as questões, sendo que 4 deles descreveram as frações somente na representação numérica e 01 dos sujeitos escreveu na forma fracionária, mobilizou o significado número para a fração e representou a mesma fração como porcentagem, mobilizando assim mais de um sistema de representação semiótica (DUVAL, 2009). Observe na Figura 02 abaixo.

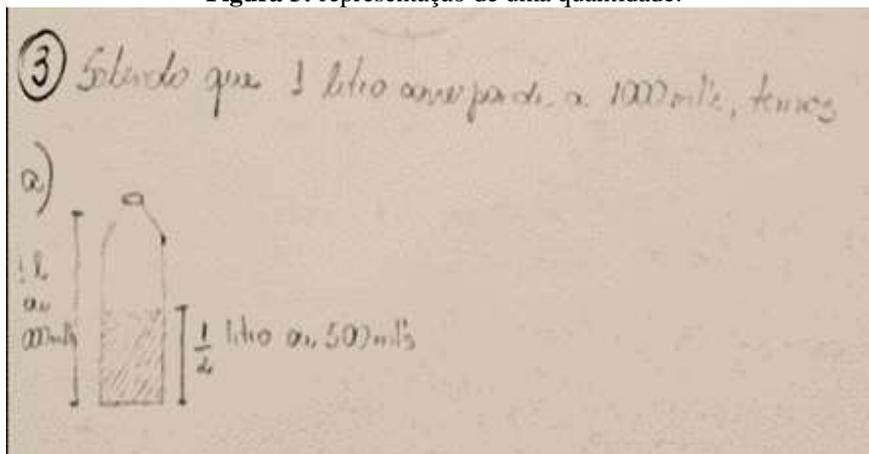
**Figura 2:** representação de fração em diferentes registros:



Fonte: elaborado pelo autor / 2019

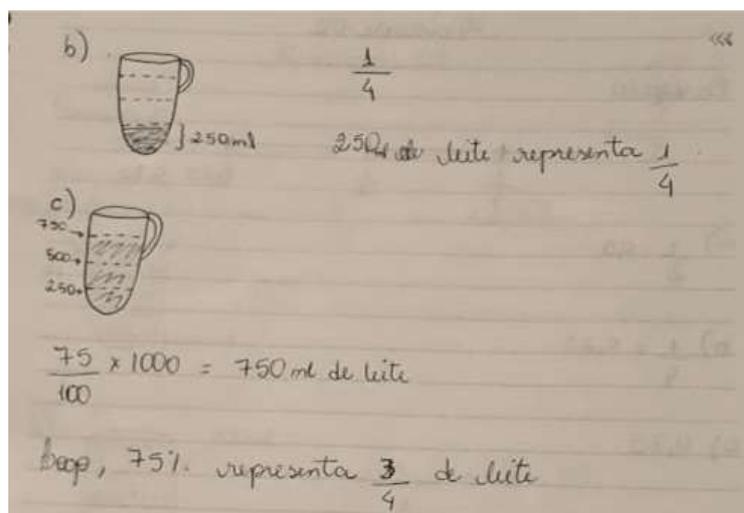
Assim, o sujeito conseguiu mobilizar conhecimentos entre sistema distinto de representação que, segundo Duval (2009), é uma conversão onde ele relaciona  $\frac{1}{2}$  com 50% e com o desenho gráfico.

Na tarefa 03 que se trata da jarra de um litro de leite, pede-se para fazer uma representação com a metade do leite, 03 dos participantes desenharam a jarra hachurada a metade, representaram ainda como correspondendo a 500 ml (Figura 03).

**Figura 3:** representação de uma quantidade:

Fonte: elaborado pelo autor / 2019

Na figura a seguir pode-se observar que os participantes conseguiram associar a quantidade com a fração em forma numérica, por exemplo, na pergunta que pede qual a fração que representa 75% do leite 04 deles responderam 75% de 1000 ml que é igual a 750 ml e associaram com a fração  $\frac{3}{4}$ , manipulando assim mais de um sistema representativo (DUVAL, 2009).

**Figura 4:** manipulação de sistemas representativos

Fonte: elaborado pelo autor / 2019

### 3.2 Atividade 02 – Significado Número

Todos os sujeitos apresentaram domínio na representação numérica da reta, sabendo posicionar corretamente os pontos (MERLINI 2005). E na tarefa 02 também obteve bom

desempenho de todos os participantes, sendo que 04 deles fizeram a transformação de um sistema de representação para outro (DURVAL 2009).

O que pode se observar que os sujeitos conseguem fazer comparações dentro de um mesmo sistema representativo (tratamento) e convertem e compreendem a representação das frações em diversos sistemas representativos (conversão) (DURVAL 2009). Exemplos de conversões que foram feitas:

$$\text{Círculo dividido em 4 partes iguais, com 1 parte preenchida} = \frac{1}{4}$$

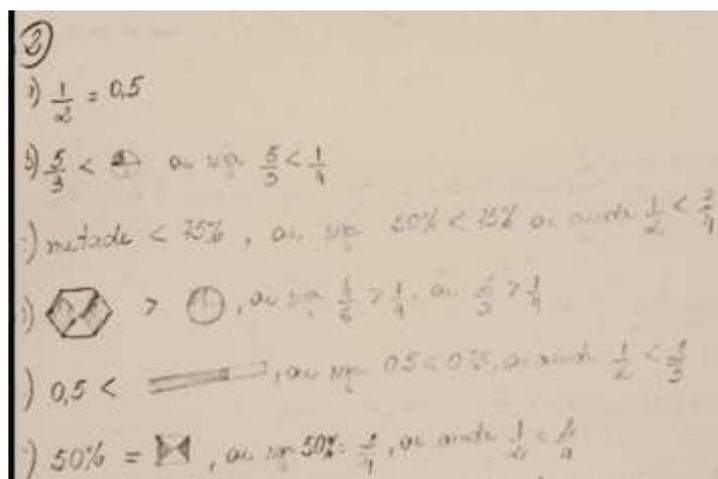
$$\text{Barra dividida em 3 partes iguais, com 2 partes preenchidas} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Metade} = \frac{1}{2} = 50\% = 0,5$$

$$75\% = \frac{75}{100}$$

$$\text{Cubo dividido em 6 partes iguais, com 4 partes preenchidas} = \frac{4}{6}$$

**Figura 5:** resposta de uma atividade significado número



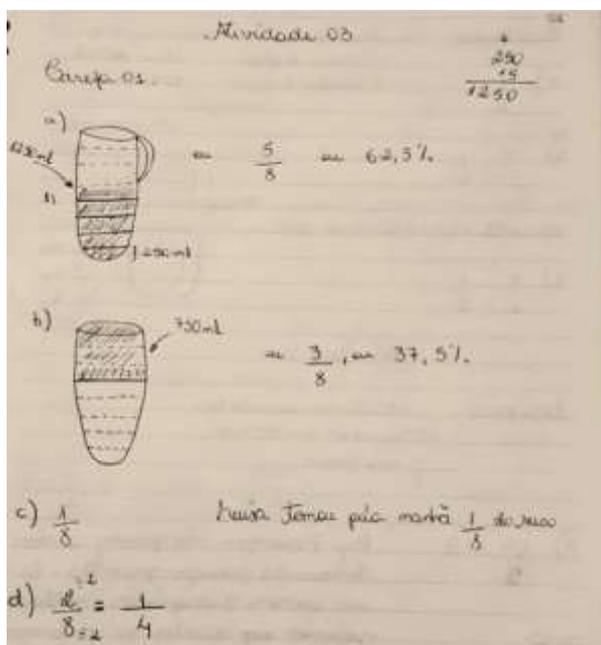
Fonte: elaborado pelo autor / 2019

### 3.3 Atividade 03 – Significado Medida

Nesta atividade os participantes utilizaram vários registros de representação semiótica. Na tarefa 01 quando pede-se para representar de todas as maneiras possíveis a quantidade de suco de laranja consumida e a parte que sobrou, 60% dos sujeitos registraram essa quantidade de quatro maneiras, em forma de desenho, fracionário, porcentagem e o numérico, conforme

(Figura 06), mobilizando assim alguns dos sistemas representativos abordados por Duval (2009). Os demais 20% representou de forma fracionária e porcentagem e 20% somente em forma fracionária, sendo que todos eles chegaram a resultados satisfatórios.

**Figura 6:** resposta de uma atividade significado medida



Fonte: elaborado pelo autor / 2019

Na segunda atividade, 04 dos participantes responderam utilizando somente a forma fracionária, sendo que 01 deles recorreu a regra de três simples para resolver. Um dos participantes respondeu transformando em uma equação do 1º grau, substituindo a quantidade a ser encontrada por X, segue o exemplo:

- 1,5 litros de vitamina = 1500 ml
- 3x de leite
- 2x polpa de maracujá
- 1x de açúcar

Encontrou que  $x = 250$  ml da seguinte forma:

$$1500 \text{ ml} = 3 \cdot x + 2 \cdot x + x = 6 \cdot x \Rightarrow 1500 \text{ ml} = 6 \cdot 250 \text{ ml} \Rightarrow x = \frac{1500}{6} \Rightarrow x = 250 \text{ ml}$$

Sendo assim, na segunda questão o participante fez o seguinte esquema, procedendo nas demais questões o mesmo esquema

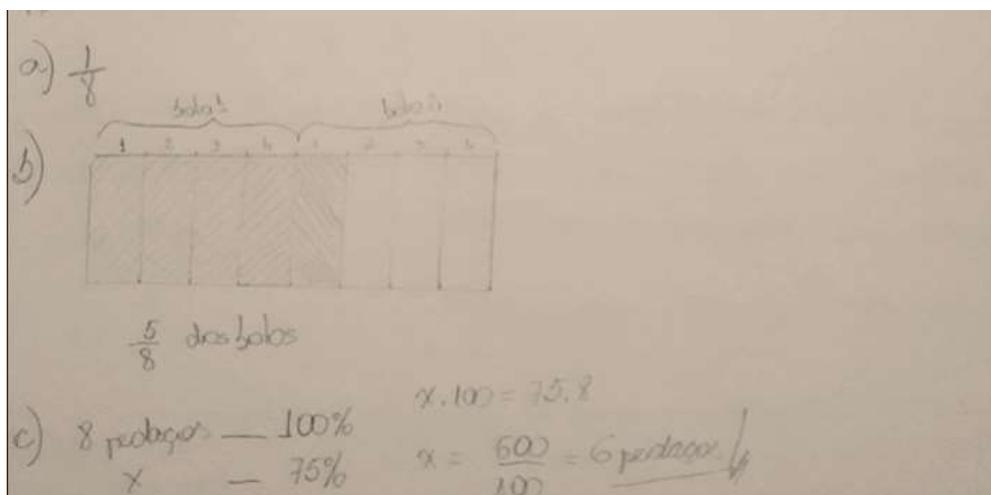
$$3 \cdot x = 3 \cdot 250 = 750 \Rightarrow \frac{750}{1500} = \frac{1}{2}$$

### 3.4 Atividade 04 – Significado Quociente

Na tarefa 01 dessa atividade, 03 dos participantes conseguiram compreender corretamente a primeira pergunta. No entanto 02 deles responderam que cada criança receberia 1, 25 sacos de balas. Já quando perguntado qual estratégia você utilizou para chegar a estes resultados um deles respondeu que “primeiramente descobrir a quantidade de crianças ausentes e presentes entre as 45 convidadas”, outro sujeito disse apenas que foi “raciocínio lógico, mais conceito de fração” e outro disse que “um saquinho tem 20 balas, então  $\frac{900}{36} = 25$ ” ou seja ele encontrou o total de balas para depois fazer os cálculos, mobilizando os sistemas representativos na língua natural e numérico (DUVAL, 2009).

A tarefa 02 apenas dois dos participantes responderam duas perguntas erradas, na pergunta de quantos pedaços de bolo representa 75% um participante respondeu 1,5, mas não explicou como procedeu para chegar a essa resposta e na questão que pede para representar a quantidade de bolo recebida por cinco crianças o mesmo sujeito respondeu  $\frac{2}{5}$  que também não explicou como chegar ao resultado, enquanto outro respondeu que seria  $\frac{5}{4}$  sem nenhuma justificativa. Três participantes representaram a quantidade através do desenho (figura 07), fração  $\frac{5}{8}$  (resposta correta). Nas demais questões todos responderam de forma correta.

**Figura 7:** representação de quantidade da atividade quociente



**Fonte:** elaborado pelo autor / 2019

### 3.5 Atividade 05 – Significado Operador Multiplicativo

Esta atividade está composta por três tarefas. Na tarefa 01, dois participantes responderam de forma direta utilizando a fração como um valor escalar que multiplica quantidade (MERLINI, 2005), 01 participante recorreu a regra de três simples para resolver e outro representou de forma errada a primeira e a segunda pergunta como  $\frac{33,3}{100}$  e  $\frac{66,6}{100}$  respectivamente, porém não explicou como pensou/procedeu para chegar a tal resultado.

A tarefa 02 todos os pesquisados responderam corretamente as questões, apresentando conhecimento a respeito do significado operador multiplicativo, embora 01 participante utilizou regra de três simples para resolver todas as perguntas, isto apresenta que o sujeito não pensou de imediato na fração como um valor que multiplica a quantidade.

Na tarefa 03 procedeu da mesma forma da tarefa 02, os professores formados responderam as questões obtendo resultados corretos e todas as questões e o mesmo sujeito respondeu utilizando regra de três simples. Apenas um participante respondeu somente com a resposta final sem explicar ou efetuar cálculos que contemplasse a resposta. Apesar deles terem respondidos corretamente as três tarefas fizeram pouco uso dos registros de representações semióticas.

#### 4 CONSIDERAÇÕES

A proposta deste trabalho foi analisar os registros de representações semióticas utilizados pelos alunos formados no período 2018/2 em situações envolvendo cinco significados das frações (parte-todo, número, medidas, quociente e operador multiplicativo) baseado em Merlini (2005) e Barros (2018).

Para alcançar tal objetivo, foi necessário passar por algumas etapas de pesquisas sobre o ensino/aprendizagem das frações e estudando a obra “Teoria dos Registros de Representações Semióticas” de Duval (2009) para obter conhecimento teórico a respeito dos assuntos abordados para então fazer o levantamento e análise dos dados obtidos e assim concluir a pesquisa. A etapa mais árdua foi a elaboração da pesquisa e a obtenção dos dados para fazer a análise, nesta etapa os participantes demonstraram uma certa resistência em resolver as atividades propostas, pelo fato de não serem obrigados a participar da pesquisa, (sem desconsiderar os compromissos de nenhum deles) pois quando efetuado o primeiro contato somente um participante não respondeu de forma positiva para a pesquisa.

Em uma pesquisa para conclusão de um curso de licenciatura, onde está sendo retratado assunto voltado ao ensino básico, era esperado um maior interesse dos recém-formados. Como foi citado no tópico 2.1 “O ensino das frações”, tem-se a necessidade de uma formação continuada, é notável que a educação seja a área mais importante para construção de uma sociedade melhor.

Apesar do contratempo, ao verificar de modo geral as respostas dos participantes considera-se que foram satisfatórias em relação mobilidade das frações nos sistemas representativos quando se tratava de tratamento e conversão. Somente 01 dos sujeitos pesquisados respondeu todas as questões com repostas sem justificativas e explicações de como processou o desenvolvimento das mesmas, mobilizando apenas o sistema de representações numéricas, os demais participantes responderam de forma clara e solucionaram as questões envolvendo diversos sistemas representativos quando necessário.

Destarte, pode-se dizer que assim como a pesquisa aponta dificuldades dos professores no ensino das frações a amostra deste trabalho, as respostas demonstraram uma falta de conhecimento a respeito dos significados das frações, porém quando se trata de representações de registros semióticos, os mesmos efetuaram transformações de tratamento e conversão, fazendo comparações de frações, utilizando-se de diversos sistemas de representações.

Diante a pesquisa realizada, verifica-se que os participantes, embora consigam fazer comparações em um mesmo sistema de representação (tratamento) e em sistemas distintos (conversão), eles têm uma tendência maior em fazer uso dos registros na linguagem numérica (fração e porcentagem), bem como recorre com maior frequência aos significados parte-todo, mesmo nas questões referentes a outros significados, também destaca-se o uso frequente de regra de três simples em situações que poderia resolver somente com uso de regras de frações.

## REFERÊNCIAS

BARROS, Marcos José Pereira; **A solução de situações que envolvem o conceito de fração por professores que ensinam matemática dos anos iniciais**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Universidade Federal do Tocantins, Palmas – TO, 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998. 148 p.

CARVALHO, Euvaldo de Souza. **Sequência Didática: uma proposta para o ensino do conceito de fração**. Dissertação (Mestrado Profissional) - Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Universitário de Arraias - Curso de Pós-Graduação (Mestrado) Profissional em Matemática – Arraias, TO, 2017.

CAVALCANTI, Érica Michelle Silva; GUIMARÃES, Gilda Lisboa. **Diferentes significados de frações: análise de livros didáticos das séries iniciais, 2008**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Pedagogia) - Universidade Federal de Pernambuco. 25f.

CAVALIERI, Leandro. **O ensino das frações**. Universidade Paranaense – UNIPAR, Umuarama – PR, 2005.

D'AMBROSIO, U. **Matemática ensino e educação: uma proposta global** In: Sbem temas & debates. Matemática, Ensino e educação: concepções fundamentais. Ano IV, nº3. Rio Claro: 1991.

D'AMBROSIO, U. *Educação matemática: da teoria à prática*. 12.ed. Campinas: Papirus, 2005. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais** (Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectuels) Fascículo I. Trad. Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

MACHADO, Fernanda Torres Machado. **A compreensão do conceito e operações básicas envolvendo frações coma atualização da cuisinaire**. Trabalho de Conclusão de curso (Curso de Matemática) – Faculdade Para de Minas, Para de Minas, 2013.

MACHADO, Sílvia Dias Alcântara. (2003). (org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas, SP: Papirus

MAGINA, Sandra; CAMPOS, Tânia. **A fração na perspectiva do professor e do aluno das séries iniciais da escolarização brasileira**. 2010. Disponível em: < [http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos\\_teses/MATEMATICA/artigo\\_magina\\_e\\_campos\\_fracao.pdf](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/artigo_magina_e_campos_fracao.pdf) > Acesso em: 10 ago. 2018.

MERLINI, Vera Lucia. **O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2005.

SANTAELLA, Lucia. *O que é semiótica*. São Paulo: Brasiliense, 2007.

SANTANA, Larissa Elfisia de Lima. *et al.* Frações e seus diferentes registros de representação semiótica: uma análise da percepção de futuros pedagogos. In: **Anais do XI ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática**: Educação Matemática: Retrospectivas e Perspectivas. SBEM: Curitiba, 2013.

SILVEIRA, Denise Tolfo; CÓRDOVA, Fernanda Peixoto (eds.). **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre, RS: Editora da UFRGS, 2009. Disponível em: <<http://www.ufrgs.br/cursopgdr/downloadsSerie/derad005.pdf>>. Acesso em: 04 mar. 2019. Coordenado pela Universidade Aberta do Brasil–UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica – Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. 31-42 p.

VIEL, Maria Jesus Martinez, DIAS, Marlene Alves. **Semiótica: a noção do termo semiótica na percepção de professores da rede pública de ensino**. Encontro de Estudantes de Pós-Graduação em Matemática de 2006.